







# SITZUNGSBERICHTE



DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

# AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

ZU BERLIN.

## JAHRGANG 1885.

ZWEITER HALBBAND. JUNI BIS DECEMBER.

rÜCK XXVII—LII MIT ZWÖLF TAFELN, DEM VERZEICHNISS DER EINGEGANGENEN DRUCKSCHRIFTEN, NAMEN- UND SACHREGISTER.

---

BERLIN, 1885.
VERLAG DER KÖNIGLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

IN COMMISSION IN FERD. DÜMMLER'S VERLAGS-BUCHHANDLUNG
HARRWITZ UND GOSSMANN.

# INHALT.

## Inhalt.

1885.
XXVII.

# SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

# AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

ZU BERLIN.

---

4. Juni. Gesammtsitzung.

---

Vorsitzender Secretar: Hr. Auwers.

1. Hr. Duncker las: Des Perikles Fahrt in den Pontus.

2. Hr. Scherer legte eine Erklärung zweier Strophen der Voluspa vor, von dem Privatdocenten an der hiesigen Universität Hrn. Dr. J. Hoffory.

Beide Mittheilungen folgen umstehend.

3. In Übereinstimmung mit der vorberathenden Commission der Bopp-Stiftung hat die Akademie den statutenmässig am 16. Mai zu vergebenden Jahresertrag des Stiftungscapitals mit 1350 Mark dem Privatdocenten der Wiener Universität, Hrn. Dr. E. Hultzsch aus Dresden, zuerkannt, um denselben zu einer weiteren Ausdehnung der litterarischen Studien und Sammlungen in Stand zu setzen, mit welchen er zur Zeit in Indien beschäftigt ist.

4. Die Akademie hat zu einer Publication der Resultate ihrer vermittelst einer Bewilligung aus dem Dispositionsfonds Sr. Majestät des Kaisers und Königs im Jahre 1883 ausgeführten Expedition nach dem Nimruddagh, welcher zugleich die nicht bereits anderweitig veröffentlichten Ergebnisse der Ancyra-Expedition von 1882 angeschlossen werden sollen, 4500 Mark, und zur Drucklegung eines von dem Missionar Hrn. H. Brinker bearbeiteten Wörterbuches der Herero-Sprache einen Zuschuss von 2000 Mark bewilligt. Ferner hat die physikalisch-mathematische Classe aus den ihr überwiesenen Fonds bewilligt: 2000 Mark an Hrn. Prof. Dohrn in Neapel zur Fortsetzung der Jahresberichte der

Zoologischen Station, und 600 Mark an Hrn. Dr. O. Zacharias in Hirschberg i. Schl. zu einer faunistischen Untersuchung der Seefelder in der Grafschaft Glatz.

5. Die Aufnahme einer von Hrn. Prof. G. Hirschfeld in Königsberg eingereichten Abhandlung über paphlagonische Felsengräber, welche Resultate einer im Jahre 1882 mit Unterstützung der Akademie ausgeführten Reise enthält, in den Band der Abhandlungen für 1885 wurde genehmigt.

6. Das correspondirende Mitglied der physikalisch-mathematischen Classe, Hr. Henle, ist zu Göttingen am 13. v. M. verstorben.

---

# Des Perikles Fahrt in den Pontus.

Von Max Duncker.

---

In der Biographie des Perikles giebt Plutarch Cap. 18 bis 22 einen Überblick über dessen Kriegsthaten. Nach Erwähnung der Expedition des Perikles in den thrakischen Chersones, seines Zuges und seiner Thaten im korinthischen Meerbusen fährt Plutarch fort: »In den Pontus schiffte er mit einer grossen und prächtig ausgestatteten Flotte und vollbrachte den hellenischen Städten, worum sie gebeten hatten und erwies sich ihnen wohlthätig. Den umwohnenden Barbarenvölkern aber und deren Dynasten bewies er die Grösse und Furchtlosigkeit und Kühnheit der Macht der Athener, zu schiffen, wohin sie wollten, und das gesammte Meer sich unterthan zu machen; den Sinopern aber liess er den Lamachos mit dreizehn Schiffen und Kriegsleuten zurück gegen den Tyrannen Timesilaos. Und als dieser und seine Partei vertrieben waren, brachte er den Beschluss zur Annahme, dass sechshundert Athener aus freiem Willen nach Sinope schiffen und mit den Sinopern zusammensiedeln sollten, und Häuser und Landbesitz, die die Tyrannen zuvor inne gehabt, unter sich zu vertheilen hätten. Im Übrigen aber wich er dem Drängen der Bürger nicht, noch liess er sich mit ihnen durch solche Stärke und solches Glück zu dem Verlangen verleiten, wiederum Aegyptens sich anzunehmen und die Herrschaft des Königs an den Meeresküsten zu erschüttern. Denn viele hatte schon jenes unselige und verderbliche Begehren nach Sicilien ergriffen, das späterhin die Redner im Gefolge des Alkibiades zur Flamme entzündeten; einige träumten sogar, dass in Folge der gegenwärtigen Vormacht und des günstigen Ganges der Dinge Tyrrhenien und Karchedon nicht ausser dem Bereiche der Hoffnung lägen. Aber Perikles hielt solchen Ausgriff in Zaum und beschnitt die Unternehmungslust und wendete das Schwergewicht der Macht auf die Bewahrung und Befestigung des vorhandenen Besitzes, denn er hielt es für eine grosse Sache, den Lakedaemoniern Widerstand zu leisten, und arbeitete diesen stets entgegen. Das bewies er vielfach und zumeist durch sein Verhalten bei dem heiligen Kriege.

Denn nachdem die Lakedaemonier nach Delphi gezogen waren, das die Phokier inne hatten, und es den Delphern zurückgegeben hatten, zog er selbst, sobald jene sich entfernt, aus und setzte die Phokier wieder ein.« —. »Und dass Perikles mit Recht die Macht der Athener zusammengehalten, bezeugte ihm, was geschah. Denn zuerst fielen die Euboeer ab, gegen die er mit Streitmacht hinüberging, und gleich darauf wurde gemeldet, dass die Megarer Feinde geworden, und dass ein feindliches Heer unter Führung des Pleistoanax, des Königs der Lakedaemonier, an Attika's Grenzen stehe.«

Ausser dieser Erzählung Plutarch's geschieht eines Zuges des Perikles in den Pontus weder im Summarium des Thukydides, noch bei Diodor, noch sonst irgendwo in der uns erhaltenen Überlieferung Erwähnung. Aus dem Schweigen des Summarium kann nicht mehr geschlossen werden, als dass Thukydides diesem Zuge kein besonderes Gewicht beilegte, die gleiche Erwägung kann Diodor's Grund gewesen sein, denselben in seinem Auszuge aus dem Ephoros wegzulassen, vorausgesetzt, dass er bei diesem erwähnt war. War Theopomp, wie sich vermuthen liesse (Strabon p. 247), Plutarch's Gewährsmann für die Erzählung der Fahrt in den Pontus, so würde die Athen accentuirt günstige Färbung derselben gewiss nicht auf diesen zurückgeführt werden dürfen. Dass Plutarch jeden Falls auch hier des Krateros Sammlung, die er bei den attischen Biographieen überhaupt zu Rath zieht, benutzt hat, beweist die Erwähnung des Sinope betreffenden Psephisma.

Ich untersuche zunächst: ob die Zeit dieser Fahrt in den Pontus, die Plutarch nicht angiebt, bestimmt werden kann. Aus der Reihefolge der Feldzüge in den angezogenen Capiteln Plutarch's kann keine Folgerung gezogen werden, da er mit des Perikles angeblicher Warnung vor der Schlacht bei Koroneia anhebt (demnach mit dem Jahre 447), darauf von des Perikles Thaten im thrakischen Chersones erzählt, die im Jahre 452 liegen, dann seine Thaten im korinthischen Busen erwähnt, welche 455 vollbracht wurden (Diodor 11, 85), und nun auf die Fahrt in den Pontus übergeht. Das nächstliegende scheint, diese Fahrt des Perikles Thätigkeit auf dem Chersones anzureihen, ihn von hier in den Pontus segeln zu lassen. Aber Plutarch sondert beide Züge sehr bestimmt, und lässt ihn die Fahrt in den Pontus an der Spitze »einer grossen prächtig gerüsteten Flotte« ausführen. Zudem lagen die Dinge im Jahre 452 für Athen nicht so, dass an weitausgreifende Unternehmungen, an Fahrten in den Pontus gedacht werden konnte. Unter dem Druck der schweren Niederlage von Prosopitis, die über zweihundert Trieren und deren Bemannungen gekostet, hatte der Bundesschatz von Delos nach Athen geflüchtet werden müssen,

um Euboea und Naxos in Gehorsam zu halten, mussten die Gegner Athens ausgetrieben und hier wie dort Kleruchen eingesetzt werden; die Treue Milet's, Erythrae's und Kolophon's wankte,[1] und die Expedition des Perikles nach dem Hellespont konnte damals keinen anderen Zweck haben, als so entscheidende Punkte wie die Meerengen für Athen zu sichern.

Ist jene Combination demnach unzulässig, so steht zur Frage, ob sich der Erzählung Plutarch's Andeutungen über die Zeit des Zuges in den Pontus entnehmen lassen. Wenn es in dieser heist: in den Pontus zog Perikles, aber dem Drängen der Bürger, sich Aegyptens wieder anzunehmen und die Herrschaft des Königs an den Meeresküsten zu erschüttern, widerstand er, woran sich dann schliesst, dass er das Ausgreifen nach Sicilien in Zaum gehalten und die Unternehmungslust der Athener beschränkt, so steht hiernach das Unternehmen im Pontus in bestimmtem Gegensatz zur Aufnahme des Krieges in Aegypten und zu Absichten auf Sicilien. Dass Perikles sich Unternehmungen nach Westen, nach Sicilien hin schlechthin widersetzt, diese absolut hingestellte Behauptung Plutarch's ist den Thatsachen gegenüber hinfällig. Der Staatsmann, unter dessen Leitung Thurii gegründet wurde (443), gegen Tarent ein Bündniss zu Gunsten des von den Tarentern bedrängten Thurii mit dem Fürsten der Messapier geschlossen wurde (Thukyd. 7, 33), eine attische Flotte unter dem Befehl des Diotimos vor Neapolis ankerte,[2] den Ambrakioten d. h. mittelbar den Korinthern das amphilochische Argos entrissen und Bündniss mit den Akarnanen geschlossen ward (Thukyd. 2, 9. 68), der den Widerstand der Volksversammlung überwand, um die Defensivallianz mit Kerkyra durchzutreiben, der bald darauf nicht nur mit Rhegion Bündniss schloss, d. h. Athen gegen Lokri verpflichtete, sondern auch mit Leontini, d. h. Athen zur Hülfe gegen Syrakus verpflichtete[3] — von dem kann doch auch nicht mit einem Schein der Begründung behauptet werden, dass er die Unternehmungslust der Athener nach Westen hin beschnitten habe. Aus dem angeblichen Gegensatze des Perikles gegen das Drängen der Athener nach Westen hin lässt sich somit keinerlei Anhalt für die Expedition in das Schwarze Meer gewinnen.

Vielleicht eher aus dem vorangestellten Gegensatz des Perikles »gegen das Drängen, sich Aegyptens wieder anzunehmen und des Königs Herrschaft an den Meeresküsten zu erschüttern«. Wann konnte in Athen ein Drängen stattfinden, sich Aegyptens wieder anzunehmen

[1] C. I. A. 1, 9. 10. 11. 13. 231. 4, 22a. Respubl. Athen. 3, 10. 11.
[2] Timaei fragm. 99 M. Strabon p. 146.
[3] C. I. A. 1, 74. IV 33a.

(πάλιν ἀντιλαμβάνεσθαι)? Kimon hatte, die Vergeltung für Prosopitis herbeizuführen, sofort, nachdem er den Frieden mit Lakedaemon zu Stande gebracht, Persien an zwei sehr empfindlichen Punkten angegriffen, am Nil und in Kypros; die attische Flotte vor Kypros hatte Prosopitis glänzend bei Salamis gerächt. Nichts natürlicher und nichts gewisser, als dass Kimon's Partei, die nach seinem Tode sein Verwandter Thukydides, des Melesias Sohn, mit Gewicht und Nachdruck zu führen verstand, sich der Rückrufung der Flotte aus Aegypten widersetzte, auf Fortsetzung des so glücklich wieder begonnenen Krieges gegen Persien drang, während Perikles »den Hass gegen die Meder fallen liess«, wie die Mytilenaeer bei Thukydides (3, 10) sagen, d. h. den Krieg gegen Persien überhaupt nicht gemeint war fortzuführen, vielmehr nach einem Abkommen mit Persien trachtete. Damit hätten wir denn einen Moment des Drängens, wenn nicht auf ein Wiedereintreten für Aegypten, so doch auf Fortsetzung des Krieges gegen Persien am Nil gefunden, der chronologisch zu fixiren ist. Es konnte nur in dem Herbste, der der Schlacht von Salamis folgte, d. h. in dem des Jahres 449, und im Frühjahr 448 stattfinden. Wir wissen zudem, dass dieses Drängen nicht zum Ziele gelangte, dass Perikles vielmehr erreichte, die Unterhandlung mit Persien an Stelle der Fortsetzung des Krieges gegen den König zu setzen, welche jedoch, wie ich in einer früheren Untersuchung ausgeführt habe, nicht zum Ziele führte.

Zu diesem chronologischen Ansatz des Drängens stimmt vollkommen der Fortgang der Erzählung bei Plutarch: wie Recht Perikles gehabt, die Kraft Athens in Hellas zusammenzuhalten, das bewiesen die folgenden Ereignisse: der Zug der Spartaner nach Phokis, der Abfall Euboea's und Megara's, die Invasion der Peloponnesier, d. h. die Ereignisse der Jahre 448, 446 und 445. Nicht ganz jedoch stimmt dazu der von Plutarch gewählte Ausdruck, das Drängen sei darauf gegangen Αἰγύπτου τε πάλιν ἀντιλαμβάνεσθαι, den er zudem seiner Quelle entlehnt haben wird, da er bis dahin Aegyptens auch nicht andeutend gedacht hat. Ἀντιλαμβάνεσθαι allein hätte vollkommen genügt, wenn das Drängen der Athener einfach auf Fortsetzung des im Zuge befindlichen Krieges gegangen wäre. Die Wendung πάλιν ἀντιλαμβάνεσθαι deutet doch auf eine stattgehabte Unterbrechung der Hülfe für Aegypten; auf einen Zwischenraum, der zwischen vordem gewährter und nun wieder zu gewährender Hülfe lag; d. h. auf ein Drängen der Athener auf Erneuerung der Hülfe für Aegypten, die früherhin gewährt, danach aber nicht gewährt worden war.

Ist ein in dieser Weise zu qualificirender Moment solchen Andringens zu ermitteln? Wenn Plutarch uns sagt, der Zug der Spartaner

nach Phokis, der Aufstand Euboea's und was dem folgte haben bewiesen, wie wohl Perikles daran gethan, die Kräfte Athens in Hellas zusammenzuhalten, so ist die Thatsache des Zurückhaltens richtig, der Zweck jedoch, den Plutarch diesem Zusammenhalten unterlegt, wurde in keiner Weise erreicht. Athen hat bis dahin niemals so schwere Schläge empfangen, eine so einschneidende Herabdrückung seiner Macht und seines Ansehens in Hellas erfahren, als gerade in diesen Jahren. Auf den kecken Angriff der Spartaner während der Geltung des fünfjährigen Friedens auf den Verbündeten Athens, auf die Phokier, folgt eine etwas schüchterne Erwiederung. Nach der Niederlage von Koroneia opfert Athen ohne Weiteres seine Anhänger in den boeotischen Städten, sanktionirt es vertragsmässig die Wiederaufrichtung der Macht Thebens, die die medische Politik seiner Regierung vernichtet hatte, d. h. Athen giebt seine Zustimmung, dass ein waffenstarker Gegner an seine Grenze, neben ihn tritt und legt damit selbst den Grund zu seinem Verderben; im dreissigjährigen Frieden verzichtet es auf Megara, d. h. auf die Vormauer, die ihm während des ersten peloponnesischen Krieges die Invasionen der Peloponnesier abgewehrt, und dazu auf Troezen und Achaia. Nach solchen Verlusten Athens, nach dem Abschluss so schmählicher Verträge, die Athens Machtstellung auf dem Festland beseitigten, lag den Gegnern des Perikles sicherlich nahe, darauf zu dringen, dass nun wenigstens, nachdem Alles, was Athen im ersten Kriege gegen Theben, Korinth, Sparta, die Peloponnesier trotz des gleichzeitigen Kampfes gegen Persien errungen, was Kimon's Friede Athen erhalten, geopfert sei, nachdem der Friede mit Lakedaemon und Theben durch solche Opfern erkauft sei, die Kräfte Athens dem Kriege gegen Persien zurückgegeben würden, die nationale Aufgabe weitergeführt, damit dem Könige die gebührende Antwort auf die schnöde Abweisung der billigen Vorschläge, die Athen ihm gemacht, ertheilt, die Gunst des Umstandes, dass es dem Amyrtaeos auch nach Entziehung der Hülfe Athens gelungen sei sich zu behaupten, verwerthet, und den Persern die aegyptische Wunde offen gehalten werde. Dies war doch wohl der Moment, in dem es zur Frage und dringend zur Frage stand, sich Aegyptens wiederum anzunehmen, da zudem der Aufstand in Aegypten gerade in diesem Augenblick, in Folge eines in Persien erfolgten Umschwunges, sich mit eigener Kraft zu behaupten ersichtlich ausser Stande war. Die angedeuteten Umstände treffen in dem Herbste, der dem Abschluss des dreissigjährigen Friedens folgte, in dem Herbst des Jahres 445 und dem Frühjahr 444 zusammen.

Dass das Drängen: Athen muss sich Aegyptens wiederum annehmen, in der That zu dieser Zeit stattgefunden, erhellt aus einer

aus des Philochoros Atthis erhaltenen Notiz: unter dem Archontat des Lysimachides, d. h. im Jahre 445/44, sei dem attischen Volke ein Geschenk von 30000 Scheffeln Weizen aus Aegypten gekommen«; auch Plutarch gedenkt am Schlusse der Biographie des Perikles des Korngeschenkes, das der König Aegyptens gesendet.[1] Ich habe in einer früheren Untersuchung nachgewiesen,[2] dass der Geschenkgeber kein anderer war als Amyrtaeos (in den Inschriften Amen-ar-t-rut[3]), und das Geschenk keinen anderen Zweck haben konnte, als die Unterstützung seines Hülfsgesuches. Es war eine gewiss nicht schlecht berechnete Unterstützung dieses Gesuchs, die Stimmen aller der attischen Bürger, denen an einem oder zwei Scheffel Weizen gelegen sein konnte — nach Philochoros waren deren gegen 15000 d. h. die Hälfte der Bürgerschaft vorhanden —, dafür zu gewinnen, dass Athen ihm wiederum Hülfe gewähre. Hatte ihn, nachdem die sechszig Trieren, die ihm Kimon geschickt, zurückgerufen worden waren, der Bruch des Königs mit seinem Schwager Megabyzos (Bagabuksha), der innere Krieg in Persien, der nach des Ktesias Angabe fünf Jahre nach der Gefangennahme des Inaros, d. h. fünf Jahre nach dem Herbste des Jahres 454, somit im Herbste 449, nach der Schlacht beim kyprischen Salamis, zum Ausbruch kam, bis jetzt gedeckt, nach der nunmehr eingetretenen Versöhung des Artaxerxes und Megabyzos war er verloren, wenn er nicht Hülfe fand, und er konnte diese nirgend anders als in Athen finden. Demnach wird, meine ich, ausser Zweifel stehen, dass das Drängen, sich Aegyptens wiederum anzunehmen, von seiten der kimonischen Partei im Herbste 445 mit neuer Stärke wieder aufgenommen und von der durch des Amyrtaeos Geschenk gewonnenen Menge sehr lebhaft unterstützt worden ist.

Einfache Ablehnung war offenbar unmöglich. So nachtheilige Verträge, wie die eben mit Theben und den Peloponnesiern geschlossenen, konnten des Perikles Stellung nicht ohne Erschütterung gelassen haben, und wenn die Verurtheilung des Kallias, wie ich früherhin auszuführen versucht,[4] wegen Unterhandlung des dreissigjährigen Friedens erfolgt ist, so wäre damit die ohnehin anzunehmende Stärke der Opposition thatsächlich belegt. Perikles selbst musste fühlen, dass nach solchen Schlägen wiederum Kraft und Action zu zeigen, unerlässlich sei. Sein rasches, weitgehendes Nachgeben nach kurzen Zusammenstössen, die Athen unmöglich gebrochen haben konnten, sowohl gegen Theben als gegen Sparta, ist nur durch seine Überzeugung zu erklären, von der

---

[1] Philoch. fragm. 90. Plut. Pericl. 37.
[2] Sitzungsberichte 1883 S. 935 ff.
[3] Wiedemann, Gesch. Aegypt. S. 272.
[4] Sitzungsberichte 1884 S. 811.

auch sonst ausreichende Beweise vorliegen, dass Athen seine ganze Kraft auf die Seeherrschaft zu concentriren, und sich demgemäss in Hellas auf Attika und Euboea zu beschränken habe. Die Seeherrschaft wollte er, aber er wollte sie in möglichst geringem Gegensatze gegen Persien, unter möglichster Aufrechthaltung des Status quo gegen Persien, jedenfalls unter Verzicht auf Offensive gegen Persien. Eben hierin lagen für ihn die Anstösse der Hülfsgewährung für Amyrtaeos, der Wiederaufnahme des Krieges am Nil: man kam dann wieder in offenen Krieg mit dem Könige, man ging dort unabsehbaren Verwickelungen entgegen und man konnte schliesslich dort wieder bei einem Prosopitis ankommen.

War es unmöglich, dem Drängen nach dem Nil direct zu widerstehen, so musste versucht werden, ihm die Spitze abzubrechen, indem ein anderes Unternehmen an die Stelle des aegyptischen gesetzt wurde, ein Unternehmen an sich der Seeherrschaft Athens nützlich, das zugleich für eine Diversion zu Gunsten des Amyrtaeos ausgegeben werden konnte. Perikles wusste die Bedeutung der Meerengen zu würdigen, wie seine Expedition nach dem Chersones im Jahre 452 und die Anstalten, die er bei dieser zur Behauptung desselben, die Einrichtung der Kleruchieen auf Lemnos zu Hephaestia und Myrina, die, wie KIRCHHOFF nachgewiesen, im Jahre 448 erfolgte,[1] und Athens Stellung in der Nähe des Hellespont verstärkten, beweisen. Die Hellenenstädte an den Ufern des Pontus in seinen Bund zu ziehen, hatte Athen noch niemals versucht, wenigstens nicht ernsthafter versucht; nur von einer angeblichen Fahrt des Aristeides in den Pontus liegt eine recht unbestimmte Notiz vor.[2] Die Städte an der Westküste wie an der Nordküste des Pontus standen nicht unter persischer Hoheit, und wenn man selbst die der Südküste mit Athen zu verbinden unternahm, — die Herrschaft Persiens an dieser Küste stand nicht sehr fest und traf Persien nicht tiefer. Jedenfalls war man sicher, einer Perserflotte auf dem schwarzen Meere nicht zu begegnen, und immer war es bei solchen Versuchen möglich, auf den Schiffen oder wenigstens in deren Nähe zu bleiben und weiterer Verstrickung aus dem Wege zu gehen.

Gesuche aus dem Pontus sind dem Perikles zu Hülfe gekommen, um eine Expedition in dieser Richtung an die Stelle einer neuen Landung in Aegypten zu setzen. Plutarch sagte uns oben: Perikles habe »den hellenischen Städten im Pontus erfüllt, worum sie gebeten«. Welcher Art waren diese Bitten, welche vermochte Athen zu erfüllen? Eine derselben wenigstens ergiebt Plutarch's Erzählung selbst. Sinoper, vor

[1] Abhandl. d. B. Akademie 1873 S. 30.
[2] Plut. Aristid. c. 26.

dem Tyrannen der Stadt, d. h. wohl vor dem Haupte der medischen Partei, vor dem von den Persern eingesetzten Stadtvogt Sinope's flüchtig, haben in Athen um Zurückführung, um Austreibung des Tyrannen gebeten. Für Athens Handel waren nähere Beziehungen zu Sinope, Begünstigungen desselben gewiss nicht unerwünscht. Aber Perikles hat, wie Plutarch sagt, mehr als einer der hellenischen Städte die gestellten Bitten erfüllt, ihnen Dienste geleistet und den umwohnenden barbarischen Völkern und deren Königen und Dynasten die Grösse der Macht Athens und dass diese bis zu ihnen reiche, gezeigt. Mit den Königen und Dynasten der umwohnenden barbarischen Völker kann Plutarch hier den Perserkönig um so weniger meinen, als er diese Fahrt in den Pontus nicht nur in Gegensatz zu dem Drängen der Bürger nach Aegypten, sondern auch in Gegensatz zu deren Drängen, »die Herrschaft des Königs an den Meeresküsten zu erschüttern«, stellt, wobei er freilich vergessen hat, dass die Nordküste Kleinasiens zu den Satrapieen Phrygien und Kappadokien gehörte, dass die Kriegsthat in Sinope, die er selbst erzählt, Erschütterung der Herrschaft des Königs an der Meeresküste bezweckte und vorerst erreichte. Welche hellenischen Städte ausser Sinope können es gewesen sein, denen Bitten erfüllt wurden, welche Könige und Dynasten der Barbaren waren es, denen Athens Macht vor Augen geführt wurde?

Die Zurückwerfung des persischen Angriffs auf Hellas, der persischen Herrschaft bis über die Meerengen, war nicht nur den Hellenen, die diese Thaten vollbracht, sie war auch denen, die diesseit der Meerengen Unterthanen Persiens gewesen waren, den Makedonen und den Thrakern zu Gute gekommen. Makedonien hatte wie von der persischen Herrschaft durch die Verschwägerung seines Fürsten mit dem Hause des Megabyzos, durch die Gunst des Hofes, so von deren Zurückwerfung die erheblichsten Vortheile gezogen. Unter den durch die Zurückwerfung der Perser befreiten thrakischen Stämme erhoben sich die Odrysen, die im Thale des Artiskos sassen, gute Streiter und Reiter. Ihr Stammhaupt Teres unterwarf die benachbarten Thraker, drang nordwärts bis zum Haemos und über den Haemos bis an die Donau vor.[1] Jenseit der Donau gebot den Skythen König Ariapeithes; mit diesem trat Teres in Freundschaft und gab ihm seine Tochter zur Ehe (um 465). Danach dehnte Teres seine Herrschaft ostwärts bis zur Küste des Pontus aus; nicht ohne schweren Kampf und Wechselfälle wurde er hier seiner Landsleute, der Thyner, Herr.[2] Die

[1] Thukyd. 2, 29. 96. Herod. 4, 78.

[2] Thukyd. 2, 97. Xenoph. Anabas 7, 2. 21. Die Ausdehnung des Odrysenreiches bis zur Donau, die damit zusammenhängende Verbindung des Teres und Ariapeithes muss um 465 liegen, da der Sohn des Ariapeithes und der Tochter des

wachsende Macht der beiden befreundeten Fürsten konnte nicht ohne Wirkung auf die Hellenenstädte der thrakischen und der skythischen Küste, auf Apollonia, Odessos, Istros, Tyras, Nikonion, Olbia, Panticapaeon, Phanagoria geblieben sein. Des Teres Herrschaft reichte nach Unterwerfung der Thyner bis an die Thore von Byzanz.[1] Diesen wie jenen Städten im Pontus musste erwünscht erscheinen, sich gegen den Odrysenkönig, gegen den Skythenkönig auf eine andere Macht stützen zu können, die ihnen von der See her Schutz zu gewähren in der Lage war. Es gab keine andere ausser Athen. Hierauf gerichtete Bitten mögen von einer oder der anderen hellenischen Stadt der thrakischen und der skythischen Küste nach Athen gelangt sein. Auf das Ansuchen der Sinoper, auf Gesuche hellenischer Städte der West- oder Nordküste des Pontus gestützt, mochte es dem Perikles um so leichter gelingen, die Fahrt in den Pontus an die Stelle des Krieges am Nil zu setzen, als Gesuche von Hellenen doch dem Gesuche des Amyrtaeos vorgehen mussten, als nicht in Abrede zu stellen war, dass das Erscheinen einer starken attischen Flotte an der Nordküste Kleinasiens, die Streitkräfte Persiens von Aegypten ablenken und hierher ziehen könnte.

Die nachtheiligen Verträge, die Athen eben geschlossen, und deren Nachwirkung auf die Stimmung in Athen, die Veränderung der Lage des Aufstandes in Aegypten, das Eintreffen des Geschenkes des Amyrtaeos im Jahre des Lysimachides, jedenfalls nach der Ernte am Nil, d. h. im Spätsommer oder Herbst 445, stellen ausser Zweifel, dass das Drängen »sich Aegyptens wiederum anzunehmen«, im Herbst und Winter 445/44 stattgefunden hat, und dürfen wir demgemäss mit voller Sicherheit des Perikles Fahrt in den Pontus mit jener grossen und prächtig ausgerüsteten Flotte in das Frühjahr und den Sommer des Jahres 444 v. Chr. setzen. Diesem Ansatze widerspricht die Notiz in Plutarch's Erzählung von dieser Fahrt nicht, dass Perikles den Lamachos mit dreizehn Schiffen vor Sinope zurückgelassen habe, auch wenn es sich um Lamachos, des Xenophanes Sohn,[2] handelt, woran ich deswegen nicht zweifele, weil gerade dem Lamachos, des Xenophanes Sohn, im Jahre 424 eine Expedition in den Pontus aufgetragen wird,[3] und vorauszusetzen ist, dass Lamachos Mitstrateg des Perikles auf dessen Zuge war, da dreizehn Trieren und ein selbständiges

Teres schon um 438 König der Skythen wird. Bei Herodots Anwesenheit im Skythenlande, die wir doch vor, wenn auch nicht lange vor seine Übersiedelung nach Thurii setzen müssen, war Ariapeithes noch am Leben, denn Herodot konnte sich bei einem Beamten des Ariapeithes — Herodot giebt ihm den Titel ἐπίτροπος — nach dem Stammbaum des Anacharsis erkundigen.

[1] Thukyd. a. a. O.

[2] Thukyd. 6, 8.

[3] Thukyd. 4, 75. Diodor 12, 72.

Commando doch wohl nur einem auf der Flotte befehligenden Strategen anvertraut werden konnten. Um 444 Strateg sein zu können, musste Lamachos 475 geboren sein. Diesem Ansatz steht Plutarch's Bemerkung im Leben des Alkibiades nicht entgegen (c. 18): bei der Strategenwahl im Jahre 416/15 sei Lamachos dem Nikias und Alkibiades als »überragend im Alter« zugesellt worden. Wenn 475 geboren, war Lamachos 416 neun und fünfzig Jahre alt, Alkibiades, 420 zuerst Strateg, mindestens drei und dreissig Jahr. Auch den Worten gegenüber, die Aristophanes in den Acharnern, die 425 aufgeführt wurden, dem Dikaeopolis dem Lamachos gegenüber in den Mund legt: ὁρῶν πολιοὺς μὲν ἄνδρας ἐν ταῖς τάξεσιν, νεανίας δ' οἷος σὺ διαδεδρακότας — μισθοφοροῦντας τρεῖς δραχμὰς hält dieser Ansatz für Lamachos Stand. Der Accent der Apostrophe liegt auf dem Strategensold — Lamachos war notorisch sehr unbemittelt, — als Jünglinge konnten attische Strategen überhaupt nur uneigentlich bezeichnet werden, das bekannte ungestüme Wesen des Lamachos konnte als Jugendlichkeit charakterisirt werden; das οἷος σὺ geht aber offenbar auf διαδεδρακότες: »Jünglinge, Ausreisser wie du«, ziehen den Strategensold.[1]

Ist die Zeit der Expedition des Perikles in den Pontus demnach auf das Jahr 444 zu bestimmen, so bleibt die weitere Frage zu erledigen, welche Früchte sie Athen eingetragen hat. Die bedeutendsten Städte am Nordufer Kleinasiens waren Herakleia und Sinope. Die Fahrt in den Pontus traf zunächst Herakleia. Ob Perikles versucht hat, hier Verbindungen anzuknüpfen, steht dahin. Aus Trogus hat uns Justin folgende Notiz erhalten: »Als die Athener zur Herrschaft kamen und nach Besiegung der Perser Tribut zum Schutz in Hellas und Asien ausschrieben und alle eifrig zu dieser Schutzwehr ihres Heiles beitrugen, weigerte Herakleia allein aus Anhänglichkeit an den König der Perser zur attischen Flotte zu steuern.« Diese Weigerung kann dem Perikles gegenüber erfolgt sein, sie könnte aber auch schon früher erfolgt sein, wenn es mit der Fahrt des Aristeides in den Pontus Richtigkeit hätte. Unternommen hätte Aristeides dieselbe nach der betreffenden Angabe bei Plutarch gegen Ende seiner Tage; diese Fahrt könnte demnach, wenn sie geschehen, nur in den Jahren zwischen 470 und 465 stattgefunden haben, d. h. erst nachdem Kimon Byzanz zum zweiten Male genommen, und selbstverständlich vor dem 465 erfolgten Tode des Aristeides. Aber auch später kann diese Weigerung liegen, als Athen 424 jenes Geschwader unter Lamachos in den Pontus sendete, Geld von den pontischen Städten einzutreiben. Mit diesem Zuge des Lamachos steht die Weigerung Herakleia's bei Justin in

[1] Aristoph. Acharn. 599—602. 615. Plut. Nicias 15; Alcib. 21. Praec. ger. reip. 31.

Verbindung: »Lamachos wurde entsendet, den verweigerten Beitrag zu erzwingen«. Fest steht, dass pontische Städte erst bei der Veranlagung des Jahres 425 zur Steuer veranlagt worden sind, und nicht minder sicher ist, dass Lamachos diese neuausgeschriebenen Tribute einzutreiben in den Pontus geschickt wurde.[1] Damit ist nicht ausgeschlossen, dass Athen bereits früherhin, bereits auf der Fahrt des Perikles versucht hätte, mit Herakleia in Beziehung zu treten, dass die Stadt sich jedoch wie später den Zehntausend gegenüber geschlossen hielt. Bestätigend spricht für Trogus, dass wir im vierten Jahrhundert die Tyrannen Herakleia's in naher Beziehung zum Hofe der Perser finden. Sicher ist nur, dass Perikles vor Sinope ankerte, dass er hier den Lamachos zurückliess, dem es dann gelang, den Timesilaos und seine Partei aus Sinope zu vertreiben. Und über Sinope hinaus ist Perikles an dieser Küste gekommen. Wenn Theopomp meldet, dass Amisos unfern der Mündung des Lykastos, eine Gründung Milets, von attischen Colonisten unter Führung des Athenokles neu besiedelt worden sei und den Namen Peiraea oder Peiraeeus empfangen habe, und erhaltene Münzen von Amisos, auf deren Rückseite die Eule mit der Beischrift Πειρα und Πειραιῶν sich finden, diese Notiz bestätigen,[2] so kann doch kaum einem Zweifel unterliegen, dass die Einleitung zu dieser Siedelung auf die Fahrt des Perikles in den Pontus zurückgeht. An einer anderen Stelle sagt auch Plutarch, dass Amisos eine Pflanzstadt der Athener sei, zu der Zeit erbaut, da deren Macht blühte und sie das Meer inne hatten (Lucull. 19), und bei Appian erfährt Lucullus vor Amisos: die Stadt sei ὑπ' Ἀθηναίων θαλασσοκρατούντων erbaut (Bell. Mithrid. 83). Sinope finden wir vierzig Jahre nach der Zusiedelung der Athener selbständig und über Kotyora, Kerasus und Trapezus gebietend, in gespanntem Verhältniss zu dem Dynasten der Paphlagonen (Xenoph. Anab. 5, 5, 5. 6); wiederum dreissig Jahre später belagert der Satrap Datames Sinope und schlägt hier seine Münzen.[3] Amisos hat weder den Namen Peiraeeus noch seine Freiheit gegen die Perser behauptet. Wie zu Sinope hat Datames zu Amisos Münzen geschlagen. Nachdem die Stadt lange unter Persien gewesen, befahl Alexander die Herstellung der Demokratie in Amisos, auf Grund der attischen Abkunft der Amisener erklärte er diese für ihr »väterliches Erbtheil«; noch im ersten Jahrhundert v. Chr. sind Athener nach Amisos übergesiedelt und hier des vollen Bürgerrechts theilhaft geworden (Appian. Bell. Mithrid. 8. Plut. Lucull. 19).

[1] Justin 16, 3. Thukyd. 4, 75. Diodor 12, 72.

[2] Theopomp. fragm. 202 M. Leake Numism. Hellen. Asia 9. Brandis Münzwesen S. 432. 550.

[3] Polyaen. 7, 21, 2. 5. Brandis Münzwesen S. 136. 238. 427.

Der wichtigste Handelsplatz an der Nordküste des Pontus, vornehmlich für die Ausfuhr des Korns, das das Fruchtland der Krim und des Nordwestufers der Maeotis reichlichst erzeugten, war Pantikapaeon, an der Strasse vom Pontus in die Maeotis. Hier in Pantikapaeon war zu der Zeit, da Xerxes gegen die Hellenen auszog, ein Geschlecht zur Herrschaft gekommen, das seinen Ursprung von den alten Fürsten Mytilene's herleitete; vom König Archaeanax, der Sigeion erbaut haben sollte, wollten sie durch den Skamandros abstammen, der, den Teïern, die vor dem Kyros flüchtend Phanagoria um die Mitte des sechsten Jahrhunderts erbaut, folgend, Mytilenaeer zu Hermonassa, südwärts von Phanagoria angesiedelt haben sollte.[1] Bei der Nähe des Weidebezirks der königlichen Skythen, an den Stromschnellen des Dniepr, der wachsenden Macht des Ariapeithes gegenüber, konnte es den Archaeanaktiden wohl von Werth sein, in Verbindung mit Athen zu treten; sie bedurften des Schutzes, während seinerseits Athen daran gelegen sein musste, seinen Handel in Pantikapaeon geschützt und begünstigt, seinen Kornankauf hier gesichert, von Ausfuhrverboten und Ausfuhrzöllen möglichst unbeschwert zu stellen. Wenn wir nun erfahren, dass Nymphaeon, ein guter Hafenplatz an tiefer Einbuchtung eine Stunde südwärts von Pantikapaeon an der Meerenge,[2] den Athenern gehört, ihnen jährlich Steuer im Betrage eines Talents gezahlt habe,[3] so werden wir annehmen können, dass es der Zug des Perikles in den Pontus gewesen ist, der die Verbindung zwischen Athen und Pantikapaeon eingeleitet oder befestigt, der Athen dazu verholfen hat, auch an dieser Meerenge eine Station zu errichten, hier zu Nymphaeon Fuss zu fassen. Erhielt Athen eine Besitzung bei Pantikapaeon, so war es zur Behauptung derselben zugleich zum Schutze Pantikapaeons gegen den Ariapeithes verpflichtet. Wie kam Diodor's Quelle dazu, unter dem Jahre 438/37 zu vermerken, dass in diesem Jahre der letzte Archaeanaktide endete; — eine Notiz, welche Diodor aufgenommen hat,[4] obwohl er weder dieses Geschlechtes noch des Reiches am Bosporus zuvor gedacht, — wenn eben dieser letzte Archaeanaktide nicht in Verbindung mit Athen gewesen, wenn der Übergang der Herrschaft in Pantikapaeon an ein neues Fürstenhaus, das der Spartokiden, nicht eine gewisse Bedeutung für Hellas und Athen gehabt. Und wenn Plutarch die Hegemonie Athens unter des Perikles Leitung »eine durch unterthänige Völker, durch Freundschaften

[1] Eustathius ad Dionys. Perig. 549. Böckh C. I. G. 2 p. 90 sqq.
[2] Scylax 29. Peripl. Pont. Eux. 45.
[3] Aesch. in Ctesiph. 171. Krateros bei Harpocration u. Photios Νυμφαῖον.
[4] 12, 31.

der Könige und Bündnisse mit Dynasten gepanzerte« nennt,[1] so werden wir nicht nur an das Bündniss mit dem Fürsten der Messapier, an die wechselnden Bundesgenossenschaften mit dem Perdikkas von Makedonien, mit dessen Bruder Philippos und dem Fürsten der Eleimioten, mit dem Fürsten der Molosser, dessen Sohn Tharypas in Athen erzogen wurde,[2] zu denken, sondern auch ein Bündniss mit dem letzten Archaeanaktiden von Pantikapaeon hinzuzufügen haben. Mit um so grösserer Sicherheit als die Verbindung zwischen Athen und Pantikapaeon, die Freundschaft seiner Fürsten für Athen über den Verlust Nymphaeons hinaus fortdauerte. Von dem Spartokiden Satyros, der am Ausgange des fünften Jahrhunderts regierte, rühmt Isokrates, dass er und sein Vater auch in Jahren ungenügender Ernte den Athenern die Ausfuhr erlaubten, den anderen Kaufleuten nicht gewährten.[3] »Leukon«, des Satyros Nachfolger. der in der ersten Hälfte des vierten Jahrhunderts regierte, »und seine Vorfahren«, so sagt Demosthenes den Athenern, »haben Euch grosse Dienste geleistet; Leukon lässt unsere Kaufleute das für uns bestimmte Korn zollfrei ausführen, während die anderen ihm den Dreissigsten zahlen müssen und gestattet den nach Athen bestimmten Schiffen vor den andern zu laden.«[4] Den von Isokrates und Demosthenes angeführten ähnliche Privilegien werden schon damals für die Faktorei und Station zu Nymphaeon zugestanden worden sein. Ob Perikles auch mit den Hellenenstädten der Westküste des Pontus, mit Apollonia, Mesambria, Istros in Verbindung getreten, erfahren wir nicht; nur dass diese Städte danach den Odrysen, dem Sitalkes und Seuthes Tribut gezahlt, sagt uns Thukydides.[5]

Gehen die Beziehungen Athens zu Pantikapaeon und den Fürsten des Bosporus unzweifelhaft auf die Fahrt des Perikles in den Pontus zurück, so kann auch die gute Kunde Herodots vom Pontus und den Skythen an dessen Ufern wie von deren Nachbarn im Norden mit diesem Zuge zusammenhängen, so mag der Ankauf der ersten dreihundert Skythen Seitens des attischen Gemeinwesens, die Verwendung von Skythen als Polizeimannschaft in Athen von den durch diesen Zug angeknüpften näheren und lebhafteren Beziehungen Athens zur Küste der Skythen ausgegangen sein, wenn auch Andokides in den verwirrten Angaben, die er in der Rede vom Frieden über die Folgen des fünfjährigen und des dreissigjährigen Friedens macht, den Ankauf der ersten dreihundert Skythen dem Frieden des Kimon, deren Vermehrung dem

[1] Pericl. 15.
[2] Thukyd. 2, 80. Justin. 17, 3. Plut. Pyrrh. 1.
[3] Trapezit. 57.
[4] Demosthen. in Leptin p. 460. Dinarch. c. Demosthen. 43.
[5] 2, 97.

dreissigjährigen Frieden folgen lässt.[1] Die bedeutsamen Erfolge dieses Zuges für Athen liegen darin, dass nachdem Lamachos den Timesilaos und seine Partei aus Sinope vertrieben, auf des Perikles Antrag sechshundert Athener in Sinope angesiedelt, und weiter Amisos in eine attische Pflanzstadt umgewandelt, die Station zu Nymphaeon erworben wird.

Sowohl die Siedelung zu Sinope als den Auszug der attischen Auswanderer unter Athenokles nach Amisos werden wir in das dem Zuge in den Pontus folgende Jahr, in das Jahr 443, setzen dürfen. In demselben Jahre erfolgte die Errichtung der attischen Kleruchie auf Imbros, eine Verstärkung der Stellung Athens am Eingange des Hellespont, an der Strasse in den Pontus, die demnach wohl auch zur Sicherung des dort im Pontus Gewonnenen bestimmt war.[2] Schutz für Pantikapaeon zu gewähren kam Athen kaum in die Lage, da Ariapeithes nicht lange nach des Perikles Fahrt dem Könige der Agathyrsen erlag, Zwiespalt unter den Skythen und Spannungen zwischen den Skythen und dem Nachfolger des Teres auf dem Throne der Odrysen folgten.[3]

Pontische Städte der attischen Bundesgemeinschaft anzuschliessen hat Perikles, soweit wir sehen können, nicht beabsichtigt. Handelsverbindungen zu knüpfen, Pflanzstädte zu gründen, Schutz auf Grund besonderer Bündnisse zuzusagen, wird im Pontus ebenso wie in den westlichen Gewässern des Perikles Tendenz gewesen sein. Dem engeren Bunde sollte sich ein weiterer Kreis, ein weiterer Bund in Ost und West anschliessen, für den Athens Flotten hier wie dort, der nationalen Mission getreu, den hellenischen Städten an den Küsten eine bereite Stütze wären. In den Quotenlisten der Bundessteuer sind pontische Städte nicht aufgeführt; zur Bundessteuer pontische Städte heranzuziehen scheint erst mittels der neuen durchgreifend erhöhten Veranlagung des Jahres 425/24 für die Bundesorte versucht worden zu sein. Wenigstens lässt sich aus jener Angabe des Krateros, dass Nymphaeon jährlich ein Talent gezahlt, aus der Argyrologie des Lamachos im Pontus im Jahre 424, aus einigen Namensspuren von etwa 18 Orten in jener Veranlagung (C. J. A. 1, 37 Fragm. Z.[4]), deren fünf

---

[1] Andocid. de pace 5. 7 und ebenso Aeschines, der diese Stelle abgeschrieben hat (Falsa Leg. 173). In keinem Falle darf der erste Ankauf, wie neuerdings geschehen, unmittelbar hinter die Schlacht von Salamis gelegt werden.

[2] C. I. A. 1, 236. Im Jahre 444/43 zahlt Imbros nach dieser Liste zwei Talente Bundessteuer, nach der Liste des Jahres 442/41 C. I. A. 1, 238 und den folgenden nur noch ein Talent. Die für die Ausstattung der Kleruchen erforderlichen Landstrecken müssen demnach im Jahre 443/42 abgetreten worden sein, Kirchhoff Abh. B. Akad. 1873 S. 34.

[3] Herod. 4, 78—80.

[4] Dass nur acht τάκται für die bestehenden vier Quartiere des Bundes für die neue Veranlagung gewählt sind, die Liste selbst kein pontisches Quartier anzeigt,

KÖHLER zu Nymphaeon, zu Kimmerion, Patrasys, Kerasus, Nikonia ergänzt hat, schliessen, dass damals ein Versuch zur Besteuerung pontischer Städte gemacht worden ist, der indess keinenfalls zu erheblicheren Resultaten geführt hat.

Ob eine andere die Strasse aus dem Pontus durch die Meerengen angehende Einrichtung mit dem Zuge des Perikles in Zusammenhang steht, ist nicht sicher zu entscheiden. Ein Beschluss der attischen Gemeinde aus der ersten Prytanie des Jahres 426/25, d. h. aus dem August/September 426,[3] bestimmt, dass den Methonaeern gestattet sein soll, jährlich so und so viele Scheffel Korn (die Zahl ist nicht erkennbar) aus Byzanz auszuführen; die Hellespontophylakes sollen dies weder hindern noch durch andere hindern lassen, anderen Falls soll jeder von ihnen um 10000 Drachmen gebüsst werden; die Methonaeer sollen ihnen declariren, wie viel Korn sie bis zur festgesetzten Höhe ausführen; die ausführenden Schiffer sollen straflos sein. Demnach bestand zur Zeit dieses Beschlusses eine attische Behörde im Hellespont, welche die Durchfuhr, insbesondere die Durchfuhr von Korn durch den Sund zu hindern befugt war. Die Annahme, dass Athen, auch nur für Kriegszeiten nicht nur seinen Gegnern, sondern auch seinen Bundesorten, zu denen Methone gehörte, die Zufuhr pontischen Kornes gesperrt, d. h. die Aushungerung der eigenen Bundesgenossen betrieben hätte, ist unmöglich. Und doch handelt es sich bei dem Volksbeschluss in Rede ersichtlichst um ein Privilegium für Methone; ein zweiter Beschluss aus derselben Zeit lässt den Methonaeern nach, von der Bundessteuer nur den Antheil der Göttin zu entrichten, d. h. das Sechzigstel der Steuer. Demnach wird kaum ein anderer Ausweg bleiben, als die Annahme, dass es sich nicht um die Gestattung der Ausführung von Getreide aus Byzanz überhaupt, sondern um das Zugeständniss zollfreier Ausführung eines bestimmten Quantums an Getreide handele, wofür doch auch der Umstand spricht, dass die für die Methonaeer Getreide führenden Schiffe straflos bleiben sollen; hätte eine absolute Sperre des Hellespont für Getreideschiffe bestanden, so mussten die Schiffe, die sie zu brechen suchten, einfach zu Prisen gemacht werden; die Bestrafung, die in diesem Fall nicht eintreten soll, deutet auf mildere Ahndung für versuchte Defraudation durch die Wachtbehörde als Regel. Danach hätte im peloponnesischen Kriege eine Zollerhebung von Korn in der Meerenge auch für die Bundesorte Athens stattgefunden, und wenn sich dies so verhielt, so folgt aus der nur auf Nichtverhinderung des Durchgangs lautenden Verfügung des Volks-

spricht nicht gegen KÖHLER's Ergänzungen; die pontischen Städte konnten sehr wohl den hellespontischen angeschlossen werden.

[1] BÖCKH Mondcyclen S. 19. UNGER attischer Kalender S. 19.

beschlusses, dass sich die Zollstätte bereits oberhalb der Station der Hellespontophylakes befunden haben muss, also etwa an der Einfahrt aus der Propontis in den Sund, vielleicht schon jenseit der Propontis, vielleicht an der Ausfahrt aus dem Bosporus in die Propontis, jedenfalls unterhalb Byzanz, da die Ausfuhr eben aus Byzanz gestattet wird. Die Wache im Hellespont hatte somit nur die Aufgabe, unverzolltes Getreide nicht durchzulassen.

Erhob Athen während des archidamischen Krieges Zoll vom Getreide und dann wohl auch von Anderem, was aus dem Pontus kam, bei der Ausfahrt aus dem Bosporus oder bei der Einfahrt in den Hellespont, wurde die Entrichtung desselben im Hellespont controllirt, so ist nicht wahrscheinlich, dass dieser Sundzoll erst mit dem Beginn dieses Krieges eingeführt worden ist. Die Einführung einer für die Hafenplätze und dichter bevölkerten Handelsstädte des Bundes so lästigen Maassregel in dem Augenblicke, in welchem die chalkidischen Bundesorte in vollem Aufstande waren, in dem Athen starke Leistungen der Bündner für den Krieg in Anspruch nehmen musste und nahm, ist kaum anzunehmen. War dieser Sundzoll aber bereits vor dem Kriege eingeführt, so kann er doch wohl nur auf die Initiative des Perikles zurückgeführt werden, dessen Sorge für die Einkünfte Athens, dessen Werthlegung auf den Besitz eines möglichst ansehnlichen Kriegsschatzes uns ja ausreichend bekannt sind. Ist die Einführung des Sundzolles von Perikles ausgegangen, so dürfte diese doch wohl mit dem Zuge in den Pontus zusammenhängen.

Das Bestehen des Sundzolls vor dem peloponnesischen Kriege haben neuerdings Gilbert (Griechische Staatsalterthümer S. 393) und nach ihm Beloch (Rhein. Museum 1883 S. 37 ff.) angenommen. Beide identificiren die in dem das attische Finanzwesen neu regulirenden Volksbeschluss, dessen Fassung im Jahre 436/35 Kirchhoff nachgewiesen hat, erwähnte δεκάτη, deren Ertrag die Hellenotamien der Göttin abliefern sollen, »sobald die Verpachtung stattgefunden«, mit diesem Sundzoll, und beide nehmen an, dass die Errichtung der Zollstätte zu Chrysopolis im Gebiete von Kalchedon, d. h. unterhalb Byzanz, durch Alkibiades und seine Mitfeldherren im Jahre 411/10 zur Erhebung der δεκάτη τῶν ἐκ τοῦ Πόντου πλοίων, von welcher Xenophon und Diodor berichten,[1] nur die Erneuerung des zuvor bestandenen, durch das Missgeschick Athens und den Abfall der Bündner beseitigten Sundzolles gewesen. Die Zollstätte bei Kalchedon entspricht einer Lage, wie sie aus dem Beschlusse für Methone erschlossen werden musste. Obwohl die δεκάτη hiernach, wie nach Ausweis jenes Beschlusses,

---

[1] Xenoph. Hellen. 1, 1, 22; Diodor 13, 64.

jedenfalls unterhalb Byzanz erhoben wurde, somit Alles was aus dem Pontus kam, frei in Byzanz eingeführt wurde, so mochte diese Belastung und damit die Beschränkung ihrer Ausfuhr nach dem aegaeischen Meere, und weiterhin, den Byzantiern doch recht lästig fallen. Diese sehr selbstverständliche Missempfindung in Byzanz wird uns durch eine ausdrückliche Angabe Xenophons bestätigt. Als Thrasybulos nach der Wiederaufrichtung Athens den hergestellten Sundzoll, die δεκάτη zu Chrysopolis, im Jahre 390 den Byzantiern »für vieles Geld« verkaufte, wurden diese dadurch vollständig für Athen gewonnen.[1] Wenn sich nun fünfzig Jahre zuvor, Byzanz dem Aufstande der Samier gegen Athen im Jahre 440 angeschlossen hat, darf hieraus geschlossen werden, dass die erste Errichtung des Sundzolles zu Chrysopolis vor dem Jahre 440 liegt, dass es diese Beeinträchtigung seines Handels war, die Byzanz damals zur Erhebung gegen Athen getrieben hat? Ist dieser Schluss berechtigt, dann würde die Einführung des Sundzolls allerdings mit dem Zuge des Perikles in den Pontus in Verbindung zu setzen und demgemäss etwa 443/42, der Kleruchie auf Imbros gleichzeitig, anzusetzen sein.

Wie sich dies verhalte, jedenfalls ist die Fahrt in den Pontus, die Perikles an die Stelle des Krieges am Nil setzte, die erste selbstständige Action zur Realisirung des weitausgreifenden, nur zu kühn gedachten Programmes, das Perikles für die auswärtige Politik Attika's entworfen und ausgeführt hat. Die nicht sehr glückliche Einleitung hatte die Verhandlung mit Persien, das Nachgeben Theben und Sparta gegenüber gebildet: Athens Kraft sollte unter möglichster Vermeidung des Conflictes mit Persien auf das Meer concentrirt werden. Dem Amyrtaeos hat Perikles freilich durch den Zug in den Pontus keine Hülfe gebracht, Persiens Herrschaft über Aegypten ist bald danach hergestellt worden, aber er hat mit demselben den Bereich attischen Einflusses und attischer Schutzmacht nach Osten hin erweitert: er hat Athen Stützpunkte und Handelsstationen im Becken des schwarzen Meeres erworben, und während nun hier Sinope und Amisos colonisirt wurden, begann er im nächsten Jahre mit der gleichen Ausdehnung attischen Einflusses und attischen Schutzes nach Westen hin. Um dieselbe Zeit, da Odrysen und Skythen unter Teres und Ariapeithes gegen die Hellenenstädte am Pontus emporwuchsen, drangen samnitische Auswanderer gegen Kyme, Dikaearchia, Neapolis und die Tyrrhenerstädte dieser Küste vor. Die Gründung von Thurii sollte Athens Einfluss am Busen von Tarent sichern, das Bündniss mit den Messapiern, die Einleitung der Verbindung mit Neapolis, das nicht nur eine attische Flotte in seinem

[1] Xenoph. Hellen. 4, 8, 27. 28, 31. Demosth. in Leptinem p. 475 R.

Hafen sah, sondern nach Strabon's Angabe auch attische Colonisten erhielt, folgten. Indess Athen hier im Westen weiter mit den Akarnanen, mit Kerkyra, mit Rhegion und Leontini abschloss, wurde im Norden noch während der Dauer des Kampfes gegen Persien, um die im samischen Kriege abgefallenen karischen Städte, als des Megabyzos Sohn Zopyros im attischen Heere gegen Kaunos kämpfte, am strymonischen Busen die Ortschaft der Bisalten, Brea, in eine attische Kleruchie verwandelt, erfolgte hier die Gründung von Amphipolis, an der Propontis die Gründung einer attischen Pflanzstadt, die Diodor Letanon nennt (435/34), die Verstärkung der Kleruchie auf Naxos.[1] Im sicheren Besitze Euboea's, fest gestützt auf die Kleruchieen in der Mitte der Kykladen, auf den Inseln vor der thrakischen Küste und auf dieser selbst: Skyros, Lemnos, Imbros, auf dem Chersonnes und zu Brea wie auf die Pflanzung zu Amphipolis, über die Kräfte der zur Abhängigkeit und zum Gehorsam verurtheilten Bundesorte nach seinem Ermessen verfügend, weithin mit seinen Verbindungen und seinem Handel nach Osten und Westen, von Neapolis und Rhegion bis nach Pantikapaeon und Amisos reichend, hielt Perikles Athen auch seinen Gegnern in Hellas gewachsen.

---

[1] Plut. Perikl. 11. Diodor 12, 34.

---

# Über zwei Strophen der Vǫluspá.

Von Dr. Julius Hoffory.

(Vorgelegt von Hrn. Scherer.)

Am Eingange der Vǫluspá berichtet die Seherin in weihevollen Worten von dem Urbeginn aller Dinge: es war nicht Sand noch See noch kühle Wogen; Erde gab es nicht, noch Himmel droben: ein Schlund war der Klüfte aber Rasen nirgends. Von der Weltschöpfung selbst entwirft sie in Strophe 4 ein erhabenes Bild:

Áþr Bors syner bjǫþom of ypþo,
þeir es miþgarþ mǽran skópo.
sól skein sunnan á salar steina
þá vas grund gróen grǿnom lauke.

(d. h.: In frühen Zeiten hoben Bors Söhne die Lande empor, die, die den herrlichen Mittelgart schufen. Von Süden schien die Sonne auf steinbedeckten Boden: da spross wohl aus dem Grunde das grüne Kraut hervor.)

Hierauf folgen in den beiden Haupthandschriften der Vǫluspá zwei fünfzeilige Strophen merkwürdigen Inhalts:

Sól varp sunnan sinne mána
hende hǿgre umb himenjǫþor.[1]
sól ne visse, hvar sale átte,
stjǫrnor ne visso, hvar staþe átto,
máne ne visse, hvat megens átte.

Gengo regen ǫll á rǿkstóla,
ginnheilog goþ ok of þat gǽttosk.
nǫtt ok niþjom nǫfn of gǫfo,
morgen héto ok miþjan dag,
undorn ok aptan órom at telja.

(d. h.: Von Süden schlang die Sonne, die Gefährtin des Mondes, ihre rechte Hand um den Himmelsrand. Nicht wusste die Sonne, wo Säle sie hatte, nicht wussten die Sterne, wo Stätten sie hatten, nicht wusste der Mond, wie viel Macht er hatte. — Da gingen die Rathmächtigen alle auf die Rathstühle, die hochheiligen Götter und beriethen Dies.

[1] In B fehlt durch ein Versehen himen vor jǫþor.

Der Nacht und den Mondzeiten gaben sie Namen, Morgen und Mittag setzten sie ein, Nachmittag und Abend zur Jahresberechnung.)

Hieran schliesst sich weiter der Bericht von der arbeitsfrohen Frühzeit der Götter:

Hittosk ęser á Iþavelle,
þeirs hǫrg ok hof hátimbroþo.
afla lǫgþo, auþ smiþoþo,
tanger skópo ok tól gørþo.

(d. h.: Es trafen sich die Asen auf dem Idafelde, die Altar und Heiligthum hoch aufbauten. Sie gründeten Essen, sie schmiedeten Gold; sie schufen Zangen und machten sich Werkzeug.)

Dass die beiden fünfzeiligen Strophen den Gedankengang des Dichters unterbrechen und dem Gedichte füglich nicht ursprünglich angehört haben können, hat Müllenhoff (Deutsche Alterthumskunde V 91 f.) überzeugend nachgewiesen. In der ersten der beiden Strophen irrt die Sonne, wie Müllenhoff hervorhebt, unstät umher, während sie in Strophe 4 ganz normal functionirte. Und in Strophe 4, könnte man hinzufügen, wird die Sonne concret als Himmelskörper aufgefasst: sie scheint auf den Boden und ihre Strahlen locken das junge Grün hervor; in der folgenden Strophe dagegen wird sie als personificirt gedacht: sie ist die »Gefährtin« des Mondes, schlingt ihre »Hand« um den Himmelsrand und »weiss« nicht, wo sie ihre Säle hat. Die Strophe steht also mit der vorhergehenden im Widerspruch und kann unmöglich mit dieser von einem und demselben Verfasser gedichtet sein. Noch weniger aber verträgt sich die zweite fünfzeilige Strophe mit dem Vorhergehenden, denn in ihr treten die Götter urplötzlich berathend und handelnd auf, obgleich von ihrer Existenz in dem Gedicht noch gar nicht die Rede gewesen ist. Die beiden Strophen sind also von einem Interpolator nachträglich in die Vǫluspá eingeschoben; ursprünglich folgte auf den kurzen Bericht von der Erschaffung der Welt unmittelbar die Strophen von dem ersten Auftreten der Götter auf dem Idafelde.

Was nun die beiden eingeschobenen Strophen selbst betrifft, so hat Müllenhoff ohne Zweifel Recht, wenn er sie als ein Fragment eines alten Liedes von der ersten Welteinrichtung ansieht. Die zweite von ihnen enthält eine formelhafte überschüssige zweite Zeile, die Müllenhoff mit Fug gestrichen hat; dieselbe ist aus Strophe 9 und 11, wo sie am Platze steht, herübergenommen, an unserer Stelle aber durchaus entbehrlich. Sonst ist die Vísa insoweit klar, als es keinen Zweifel leidet, dass sie die Einsetzung der Tageszeiten durch die Götter behandelt. Die vorhergehende Strophe, die ebenfalls eine überschüssige Zeile enthält, ist dagegen als eine der dunkelsten in der

ganzen Edda bekannt, und auch Müllenhoff ist es nicht gelungen, ihren verborgenen Sinn zu ergründen. »Was die beiden ersten Zeilen derselben eigentlich besagen«, äussert er a. a. O. S. 91, »hat noch kein Sterblicher herausgebracht«. Die Ungereimtheit der älteren Deutungsversuche liegt freilich klar zu Tage. Man las früher himinjódyr oder himinjódýr und übersetzte demgemäss im ersten Falle: sie fuhr oder tastete von Süden her mit der rechten Hand herum nach der Himmelrossthür, »so dass sie sich«, wie Müllenhoff bemerkt, »im Dunkel befunden zu haben scheint oder blind war«, — während nach der zweiten Lesart die Zeile bedeuten würde: sie schlang die Rechte um die Himmelrossthiere, »entweder«, fügt Müllenhoff sarkastisch hinzu, »aus purer, zweckloser Zärtlichkeit, oder aus Trauer oder aus sonst einem unbekannten Grunde«. Aber auch der Bugge'schen zweifellos richtigen Lesung himinjǫþur vermochte Müllenhoff keinen befriedigenden Sinn abzugewinnen. »Neuerdings«, sagt er, »hat man nun herausgefunden, dass die Sonne mit der rechten Hand am Rande, an der Umzäunung oder den Schranken des Himmels umherlangte; ob innerhalb oder ausserhalb derselben, um den Ausgang oder den Eingang zu finden, oder warum sie überhaupt so hantieren muss, hat man bisher uns noch nicht gesagt oder auch nicht bedacht«. Nach Müllenhoff sind und bleiben die beiden Zeilen unverständlich: »wenn irgend wo«, meint er, »so scheint es mir, kommt hier eine der von Hrn. Bugge treffend so benannten 'Dummheiten' eines Interpolators, der nicht zu sagen wusste, was er wollte und sollte, an den Tag«. Nicht viel günstiger urtheilte er über die letzten Zeilen der Strophe; unleidlich war ihm namentlich die Discrepanz zwischen der dritten und vierten Zeile einerseits, worin von der Sonne und den Sternen erzählt wird, dass sie nicht wussten, wo sie ihre Säle oder Stätten hatten, und der fünften Zeile andererseits, die uns berichtet, dass der Mond nicht wusste, wie viel Macht er hatte. Müllenhoff betrachtete deshalb die Zeile von dem Mond als einen späteren Zusatz, dessen Entfernung wenigstens einen äusseren Parallelismus zwischen den beiden letzten Zeilen zu Wege bringt (a. a. O. S. 92). Dass aber auch durch diese Weglassung der eigentliche Sinn der Strophe nicht im Mindesten verständlicher wurde, sah Müllenhoff sehr wohl ein und wiederholt hat er sich, im Colleg und im Gespräch, über das quälende Räthsel beklagt. »Ist es denkbar, dass ein Dichter, der bei Verstande war, die Sonne schlechthin als die Gefährtin des Mondes bezeichnen konnte? Hat doch die Sonne die Aufgabe am Tage zu leuchten, der Mond den Beruf die Nacht zu erhellen, und nur ausnahmsweise erscheinen beide gleichzeitig am Himmel. Ganz besonders unpassend ist aber der Ausdruck »Gefährtin« an dieser Stelle; denn

wenn die Sonne unstät durch den Himmelsraum irrt, kann sie nicht wohl die Begleiterin des Mondes sein. Weshalb weiss die Sonne nicht ihre Säle zu finden und warum wissen die Sterne nicht wo ihre Stätten sind?« Je länger man über die Strophe nachdenkt, desto unentwirrbarer verschlingen sich die Fäden, desto üppiger schiessen die Widersprüche empor. Sie wird auch ewig räthselhaft bleiben, so lange man bei der Erklärung derselben von unseren althergebrachten Begriffen von Himmel und Erde ausgeht. Vergegenwärtigt man sich aber, welche Naturanschauung dem alten Dichter vorschwebte, so verschwinden im Nu alle Widersprüche und die scheinbar unverträglichen Züge vereinigen sich wie von selbst zu einem Totalbilde, wie es hoheitsvoller und phantasiemächtiger keine der echten Strophen der Vǫluspá enthält. — Wenn man den Polarkreis überschritten hat, geht bekanntlich die Sonne in einem Theile des Winters nicht auf, in einem Theile des Sommers nicht unter. Die Dauer dieses Zeitraums ist je nach der Lage des Ortes eine verschiedene; am Polarkreise selbst beträgt sie nur einen Tag; weiter nördlich dagegen mehrere Wochen, am Nordcap sogar über zwei Monate.[1] Während im Winter die wochenlange Abwesenheit der Sonne das Leben in jenen nördlichen Gegenden mit Nothwendigkeit freudlos und finster gestaltet, verbreitet andererseits im Sommer die mitternächtige Sonne über die ganze Natur einen fast überirdischen Schimmer, von dem der südlicher Wohnende nur schwerlich sich eine Vorstellung zu bilden vermag. »Man hat behauptet«, sagt in seinen Kleinen Erzählungen (»Eine neue Ferienreise«) S. 58 Björnstjerne Björnson, der Dichter des jungen Norwegens, »welche Vorstellungen man auch mitgebracht hätte, so würden sie sich doch unter dem überwältigenden Eindrucke des Anblicks selbst völlig verlieren. Und das ist die Wahrheit. Sobald die schwimmende Feuerkugel in voller Grösse den Horizont entlang gleitet, wozu die Vorzeichen nur einen Augenblick vorher wahrnehmbar sind, so verwandelt sich Himmel, Gebirg und Meer. Sie selbst kann stundenweise mit blossen Augen betrachtet werden; es steht da kein hindernder Strahlenglanz um sie, alles Feurige befindet sich innerhalb ihrer Peripherie, aber diese ist auch weit grösser, als man sie sich am Tage vorzustellen gewohnt ist, ja, so gross, dass man am Anfange ganz davon ergriffen ist, und noch lange von nichts Anderem in gleicher Weise. Endlich tritt die Farbe hervor; die Sonne ist jetzt ein rothglühendes Meteor, von dem man glauben könnte, es wollte in Millionen Stückchen zerschmelzen, wenn nicht die ruhige Hoheit

[1] Genaue Angaben über die Länge der Winternacht und des Sommertages an verschiedenen Stellen im nördlichen Norwegen finden sich z. B. bei du Chaillu: The land of the Midnight sun I. 107.

des Schauspiels, die harmonische Farbenpracht am Himmel, an dem es majestätisch vorwärts schreitet, Frieden gäbe, vollen und verklärten Frieden. Wenn ein Wolkenstreifen über die Kugel hinfort gleitet, wird er sofort durchglüht und immer dunkler roth, so dass sich auf der Sonne gleichsam Gebirge und Landschaften abzeichnen. Aber wenn ein Wolkenstreifen an dem farbenfeinen Himmel dahinschwebt, werden blos die Ränder erhellt, sie erscheinen weiss- oder rothglühend, während das Innere Farbe hält und das Ringsumliegende um so mehr hervorhebt. Denn der Himmel zeigt alle Farbenübergänge vom stärksten Blutroth über den Bergen bis zu dem weisslichgrauen Einerlei in der Höhe, und zwar in der Weise, dass Du auf keinen einzigen Punkt auch nur so viel wie eine Nadelspitze setzen und sagen kannst: hier geht die eine Farbe in die andere über. Wäre der Anblick nun immer derselbe, so könnte man seiner schliesslich vielleicht doch überdrüssig werden. Allein er wechselt unaufhörlich; jetzt ist die Sonne mehr violett und jetzt wieder mehr rothgelb, nun wie mit einem grünen Schleier verhüllt und nun wieder glänzend in hellem Weiss; aber hinter ihren wechselnden Schleiern immer warm, immer roth.... Und gleichzeitig wechselt der umgebende Himmel in allen Farbenübergängen, als durchflöge ihn ein unaufhörliches Beben, und je nachdem die Wolken an demselben sich verdünnen oder verdichten, je nachdem sie in die bläulichen, weissen Schichten oder in die rothen, violetten kommen, erglühen ihre Ränder stärker, während ihr Inneres weiss oder dunkel wird. Das Schauspiel ist fortwährend so abwechselnd, so neu, dass ich alte Leute dasselbe mit der gleichen unablässigen Aufmerksamkeit habe verfolgen sehen, wie wir es thaten.«

Während somit die Sonne im hohen Norden in unvergleichlicher Pracht und Schöne einherschreitet, bietet dagegen der Mond einen traurigen und kläglichen Anblick dar. »Einmal«, erzählt Björnson, »als gerade die Mitternachtssonne am herrlichsten war, ging der Mond auf; er wusste vermuthlich nicht, was los war, denn ein traurigeres und zornigeres Gesicht, albernere und unlustigere Grimassen kann kein dem Opiumrauchen ergebener Chinese machen. Mit diesem haarlosen Exemplar der Säuferclasse hatte er überhaupt eine treffende Ähnlichkeit. Dass ein Dichter je Oden an ihn geschrieben, eine Geliebte je schmachtende Blicke zu ihm emporgerichtet habe, war nicht leicht zu verstehen. Wir pfiffen ihn aus, so dass er jämmerlich seine Strasse zog, und folgten ihm mit lautem Gelächter. Er war auch merkwürdig zusammengeschrumpft und auffallend klein geworden; er musste es gewiss selbst fühlen, denn er hielt sich in bedeutender Entfernung.«

Von der Farbenpracht und dem Strahlenglanz der Mitternachtssonne giebt die mitgetheilte Schilderung Björnson's ein wunderbar

stimmungsvolles Bild. Es verdient aber noch betont zu werden, dass auch die Bahn der Sonne sich im hohen Norden dem Auge ganz anders darstellt als südlich vom Polarkreis. Im nördlichen Norwegen steht die Sonne zwar wie anderswo Mittags im Süden, und geht von da nach Westen und weiter nach Norden beständig sinkend bis an den Horizont. Am Horizont entlang rollt sie aber, wie mich mein College Dr. Lehmann-Filhés belehrt, eine Strecke von links nach rechts, hebt sich dann wieder, geht nach Osten und von da weiter nach Süden. Da die Sonne überhaupt nicht untergeht, so befinden sich Nachts Sonne und Mond gleichzeitig am Himmel.

Halten wir nun diesen Thatbestand fest und erwägen wir weiter, welche Wirkung derselbe ausüben müsste auf das empfängliche Gemüth eines Dichters im alten Norwegen, der von Astronomie in unserem Sinne Nichts wusste, dem aber Sonne und Mond als lebendige, vernünftige Wesen galten, die bei Tag und bei Nacht zum Wohle des menschlichen Geschlechts ihre ewigen Bahnen wandelten, so können wir über den Sinn der räthselhaften Strophe keinen Augenblick mehr im Zweifel sein. Unser Dichter sah die Sonne Nachmittags von Süden her kommen, allmählich sinken und schliesslich den Horizont entlang nach rechts gleiten, und unwillkürlich formte sich der wundersame Vorgang in seinem Geiste zu einem packenden Bild: die Sonne schlang von Süden her ihre rechte Hand um den Himmelsrand. Er sieht ferner mit Staunen, dass die Sonne nicht nach gewohnter Weise untergeht, sondern dass sie sich bald wieder erhebt und ihren Lauf von Neuem beginnt. Da wird ihm mit einem Male der Zusammenhang klar: die Sonne wollte sich wie sonst zu ihren Wohnungen unter dem Horizonte begeben, um dort der Ruhe zu pflegen, aber sie findet diesmal nicht den Weg, sie weiss nicht, wo ihre Säle sind und deshalb klammert sie sich mit der rechten Hand an den Himmelsrand fest. Die Sonne geht also gar nicht zur Ruhe; auch bei Nacht muss sie, mit dem Monde zugleich, den Himmelsraum durchmessen; auch sie ist jetzt zum Nachtgestirn und damit in Wahrheit zur »Gefährtin des Mondes« geworden. Aber dem Mond wird bei dieser Gefolgschaft unheimlich und bange: er fühlt wie neben der mächtigen Gefährtin sein Glanz erbleicht und seine Gestalt sich verkleinert; und mit Schrecken fragt er sich, wo nun seine Macht geblieben? Die Sterne spielen dagegen bei dem gewaltigen Wettstreit zwischen Sonnenschein und Mondeslicht nur eine ganz unwesentliche Rolle und es ist nicht anzunehmen, dass unser Dichter, dessen Blick auf Grösseres gerichtet war, sich viel um sie bekümmert haben sollte. Die überschüssige vierte Zeile ist augenscheinlich von einem unersättlichen Interpolator angehängt, der an Sonne und Mond nicht genug hatte, durch seine

Zuthat aber verrieth, dass er nicht wusste, worauf es bei der Schilderung ankam, und dass er die Vorgänge, von denen uns die Strophe berichtet, nicht mit eigenen Augen geschaut hatte.

Es ist also klar, dass die ganze Strophe sich auf die Mitternachtssonne und ihr Verhältniss zum Monde bezieht; in den Versen, worin sogar noch Müllenhoff nur Dummheiten eines Interpolators erblickte, der nicht zu sagen wusste, was er wollte und sollte, haben wir die Stimme eines tiefempfindenden Sängers erkannt, der mit sicherer Hand die einzelnen Züge der erhabensten Naturerscheinung im hohen Norden zu einem Gesammtbild von knapper Form aber mächtiger Wirkung zu vereinigen verstand. Die Strophe zeigt uns aber nicht nur einen wie gewaltigen Eindruck der Anblick des mitternächtigen Sonnenaufgangs auf unsern Dichter machte, sie lässt uns zugleich erkennen, wie er bestrebt war, sich das wunderbare Phänomen nach seinem Sinne zu erklären. Sein erstes Empfinden ist Schreck und Staunen: die Welt ist aus den Fugen; die Sonne wandelt unbekannte Wege, der Mond hat seine Macht verloren. Und unwiderstehlich drängt sich ihm weiter der Gedanke auf: zurückgekehrt ist der Zustand, der ehedem herrschte, als die Weltordnung noch nicht befestigt war und die Himmelskörper noch nicht ihre geregelten Bahnen hatten. Aber unser Dichter empfand zugleich, dass ein solcher Zustand nicht lange andauern könne; er sah voraus, dass Gesetz und Ordnung sich bald einstellen würden und liess deshalb auf die Schilderung des ruhelosen Treibens von Sonne und Mond den Bericht von der Einsetzung der Tageszeiten unmittelbar folgen. Auch hier liegt also der mythologischen Auffassung ein regelmässig wiederkehrender Naturvorgang zu Grunde: wie jeden Frühling Freyr den Beli erschlägt, jeden Herbst Þjazi die Iþunn entführt, so gehen im höchsten Norden jeden Sommer die Götter auf die Rathstühle und regeln der Sonne Bahn und des Mondes Lauf, den Menschen zur Jahresberechnung.

Für die Beurtheilung der echten Bestandtheile der Vǫluspá ist unsere Strophe ohne Belang; für die richtige Auffassung des alten Gedichtes von der Weltordnung, wozu sie ursprünglich gehörte, ist sie dagegen von der grössten Bedeutung. Über Plan und Aufgabe dieses Gedichtes werde ich mich in einem anderen Zusammenhang zu äussern haben; hier hebe ich nur hervor, dass die oben behandelte Strophe wichtige Kriterien für die Bestimmung sowohl des Alters als der Heimath des gedachten Liedes enthält.

Wie die Eddalieder überhaupt manch alterthümliche und sonst unbelegte Form aufweisen, so bietet uns auch die vorliegende Visa ein ἅπαξ λεγὸμενον von hohem Alter dar. Während »Rand« im Altnordischen sonst jaþarr heisst, hat sich hier die antike sonst nur

als Nomen proprium vorkommende Form jǫþurr erhalten, die nicht nur von neueren Auslegern lange unrichtig aufgefasst wurde, sondern sogar schon dem Schreiber des Codex Regius im dreizehnten Jahrhundert unverständlich gewesen zu sein scheint. Dieser Umstand hat auch nichts Auffallendes, wenn wir bedenken, dass das alte jǫþurr, wie ich im Archiv for nordisk Philologie I 46 gezeigt habe, schon zur Zeit des Hallfreþr vandręþaskald, d. h. um das Jahr 1000 herum durch jaþarr verdrängt worden war. Wir dürfen hieraus mit hoher Wahrscheinlichkeit schliessen, dass unsere Strophe und damit auch das Gedicht überhaupt, wovon sie einen Theil bildete, schon dem zehnten Jahrhundert angehört, d. h. dass es mindestens eben so alt war, als die echte Vǫluspá, die, wie ich in den Göttinger gelehrten Anzeigen 1885 S. 27 ff. nachwies, in den letzten Jahrzehnten vor dem Eindringen des Christenthums gedichtet sein muss. Lässt sich so das Alter des Liedes mit Hülfe der sprachlichen Form der Strophe annähernd bestimmen, so giebt uns andererseits ihr Inhalt Aufschluss über den Ort, wo das Gedicht entstanden ist. Da nämlich die Mitternachtssonne nur nördlich vom Polarkreis sichtbar ist, und zwar um so länger, je weiter man sich von diesem entfernt, da aber andererseits der Polarkreis die Nordküste von Island nur eben streift, und die Mitternachtssonne für diese Insel mithin so gut wie nicht existirt, so folgt hieraus fast mit Nothwendigkeit, dass unsere Strophen und mit ihnen das ganze alte Weltordnungslied in Norwegen entstanden sind — ein Resultat, das für die Beantwortung der Frage nach der Heimath und dem Ursprung der Eddadichtung überhaupt nicht ohne Bedeutung ist.

Um diese grössten Probleme der skandinavischen Alterthumskunde ihrer endgültigen Erledigung nahe zu bringen, wird freilich viel Arbeit und Mühe erforderlich sein. Weite Strecken liegen auf diesem Gebiete noch im Dunkel und an manchen Stellen trägt der Boden keine Frucht. Trügen jedoch nicht alle Anzeichen, so gehen wir jetzt einer schönen und hoffnungsreichen Arbeits-Epoche entgegen. Mit Müllenhoff's letztem Werke begann für die Eddaforschung eine neue und bessere Zeit. Und mit Hülfe seiner Methode wird es der Zukunft gelingen, auch diejenigen Räthsel zu lösen, über die hinwegzukommen dem Verblichenen selbst nicht mehr beschieden war.

---

# Jahresbericht über die Thätigkeit des Kaiserlich deutschen archaeologischen Instituts.

(In der öffentlichen Sitzung am 19. März 1885 erstattet von Hrn. Conze [s. oben S. 245].)

Die regelmässige Plenarversammlung der Centraldirection fand am 7. bis 10. April 1884 statt; in ihr fanden unter Anderem die Mitgliederernennungen statt. Es wurden zu ordentlichen Mitgliedern ernannt in Deutschland Hr. Puchstein; in Frankreich die HH. Homolle und Héron de Villefosse; in Holland Hr. J. P. Six; in Italien Hr. Ghirardini; in Österreich-Ungarn Hr. Klein; in der Türkei die HH. Maspero in Cairo, Joh. Mordtmann in Constantinopel und Ramsay in Smyrna. Zu correspondirenden Mitgliedern wurden ernannt in Deutschland die HH. Ohlenschlager in München, Arnold in Kempten, Hammeran in Frankfurt a. M., Keller in Mainz; in Amerika (V. St.) Hr. Jos. Thacher Clarke in Boston, Hr. J. R. Sterrett aus Lexington und Frau Lucy Mitchell in New-York; in Frankreich die HH. Bladé in Agen, de la Blanchère in Algier, Cagnat in Douay, Duchesne in Paris, Poulle in Constantine und Sacaze in St. Gaudant; in England die HH. Jebb in Glasgow, Hodgkin in Newcastle und Nichols in Lawford Hall; in Italien die HH. Piccolomini in Pisa, Promis in Turin, Martinelli in Anagni, Cicerchia in Palestrina, Ferri in Florenz, Tamponi in Terranuova-Pausania, sowie die HH. Dümmler, Hülsen, Kroker, Meier und Richter, zur Zeit in Rom; in Österreich die HH. Schneider in Wien und Gelcich in Ragusa; in den ottomanischen Staaten die HH. Delattre in St. Louis de Carthage, Nikephoros, Erzbischof von Methymna, in Kalloni, Fontrier in Smyrna und Stamatiadis in Samos; in Portugal Hr. Colcho in Lissabon; in Russland Hr. Korrolkow in Orel; in Spanien Hr. Mélida in Madrid.

Für die Reisestipendien wurden erwählt und erhielten die Bestätigung des auswärtigen Amts die HH. Dümmler, Köpp, Marx, Rossbach und für das Stipendium der christlichen Archaeologie Hr. Moritz.

Die archaeologische Zeitung, die Ephemeris epigraphica, die römischen Monumenti, Annali und Bullettini, die Mittheilungen des athenischen Zweiginstituts haben ihren Fortgang genommen, wenn auch das Erscheinen der Monumenti und Annali sich etwas verzögerte.

Bei dem römischen Zweiginstitute wurde namentlich die ständige Beobachtung der pompejanischen Entdeckungen und der etruskischen Funde fortgesetzt, in Orvieto auch eine kleine Ausgrabung unternommen.

Die römische Bibliothek des Instituts wurde ausser den regelmässigen Anschaffungen durch Schenkung einer Photographiensammlung durch Hrn. des Granges und von Seiten des Hrn. von Platner durch die werthvolle Schenkung bereichert, durch welche die bereits früher dem Institute zugewendete Platner'sche Sammlung italischer Städtegeschichten eine äusserst erwünschte Vervollständigung erhalten hat.

Von dem athenischen Zweiginstitute gingen im Laufe des Rechnungsjahres namentlich zwei grössere Unternehmungen aus, eine Ausgrabung an der Stelle des Tempels von Sunion und eine Bereisung der Insel Creta. Die Ausgrabung leitete Hr. Dörpfeld, die Bereisung unternahm Hr. Fabricius; das am meisten in die Augen fallende Ergebniss der cretischen Reise war der Fund der grossen Inschrift von Gortys, an welchem der italienische Reisende Hr. Halbherr wesentlichen Antheil nahm.

Von den Unternehmungen der Centraldirection führte Hr. Michaelis das Repertorium in diesem Jahre noch fort, Hr. Kekulé mit Hrn. Otto die Sammlung der antiken Terracotten, Hr. Robert mit Hrn. Eichler die der römischen Sarkophage, Hr. Körte die der etruskischen Urnen und Spiegel; für die Fortsetzung der Wiener Sammlung der griechischen Grabreliefs waren namentlich Hr. Kieseritzky in St. Petersburg und Hr. Postolakkas in Athen thätig; die kartographische Aufnahme von Attika nahm unter Leitung der HH. Curtius und Kaupert durch die HH. Eschenburg, von Twardowski, von Zieten und Wolff ihren Fortgang.

Es erschienen der zweite Band der antiken Terracotten, Sicilien umfassend, das zweite und dritte Heft der Fortsetzung der etruskischen Spiegel, das dritte Heft der attischen Karten. Die testamentarisch verordnete Herausgabe der Iwanoff'schen Darstellungen aus der heiligen Geschichte schritt bis zur Ausgabe des zehnten Heftes, mit welchem das neue Testament abgeschlossen ist, vor; es wird nunmehr das alte Testament folgen.

Ein Erlass Sr. Durchlaucht des Hrn. Reichskanzlers vom 9. März d. J. hat die Centraldirection aufgefordert, eine in Zukunft weiter als bisher gehende Anwendung der deutschen Sprache in den Publicationen und bei den öffentlichen Sitzungen des römischen Zweiginstituts herbeizuführen.

---

Ausgegeben am 11. Juni.

---

Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei.

1885.

**XXVIII.**

# SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

# AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

ZU BERLIN.

11. Juni. Sitzung der physikalisch-mathematischen Classe.

Vorsitzender Secretar: Hr. E. du Bois-Reymond.

1. Hr. Roth las: Über die von Hrn. Dr. Paul Güssfeldt in Chile gesammelten Gesteine. Die Mittheilung folgt umstehend.

2. Derselbe berichtete über eine von ihm im Jahre 1881 ausgeführte geologische Reise in Schweden. Die Mittheilung wird später veröffentlicht werden.

# Über die von Hrn. Dr. Paul Güssfeldt in Chile gesammelten Gesteine.

Von J. Roth.

---

Braune schlackige Lava von der höchsten Spitze des Vulcans Maipo (5400$^{m}$), ein Augitandesit, zeigt höchst ausgezeichnete Schmelzwirkungen durch Blitze: mit grünem Glas bekleidete röhrenartige Hohlräume durchziehen das Gestein. Es enthält nur wenige Einsprenglinge von Augit.

Ein Augitandesit aus der Gegend des Vulcans Maipo (aus 3306$^{m}$ Meereshöhe, 69° 53′ W. L. von Gr., 34° 13′ S. Br.) zeigt in dichter, schwarzer, compacter, halbglasig aussehender Grundmasse zahlreiche, weisse, leistenförmige Plagioklase und einzelne grüne Augite. U. d. M. erkennt man noch Magneteisen. Die zum Theil ausgezeichnet zonalen Plagioklaseinsprenglinge schliessen Glas, die hellfarbigen Augite Glas und Magneteisen ein. Ein Theil der Augite ist in der Art umgewandelt, dass neben dem breiten Saum von Erzkörnern nur ein schmaler Augitkern übrig bleibt. Die Glasbasis umschliesst zahlreiche Kryställchen von Plagioklas und Augit neben Magneteisenkörnern.

Aus dem Maipothal, oberhalb der künstlichen und unterhalb der natürlichen Brücke, liegt ein gangförmig auftretender Uralitsyenit vor. Das compacte, hellfarbige, mittelkörnige Gestein enthält neben vorwiegendem weissem Orthoklas weissen Plagioklas, reichlich hellgrünen Uralit, kleine farblose Quarzkörner, gelblich grünen Epidot in unbestimmt begrenzten Partieen, und lässt auf der Oberfläche einige zu Brauneisen verwitterte Körner von Schwefelkies erkennen. U. d. M. bemerkt man in dem Uralit zum Theil noch die gelbbraunen Augitkerne. Ausserdem kommt spärlich primäre Hornblende vor. Endlich finden sich noch reichlich kleine Titanite, einige Apatitnadeln und Körner von Magneteisen. Der Uralit zeigt sich hier und da zu Chlorit und Magneteisen umgesetzt.

Aus der Moräne des Gletschers in der Agua de la vida (s. Mathem. u. naturw. Mitth. 1884. S. 462) liegen folgende Gesteine vor.

1. Granit mit überwiegendem weissem Orthoklas, untergeordnetem weissem Plagioklas, farblosen Quarzkörnern, unregelmässig begrenzten, dunkelgrünen Biotitblättchen und spärlichem Zirkon.

2. Diabasporphyr mit dichter blaugrüner Grundmasse, dessen reichliche, weisse, grosse Plagioklase zum Theil zu Epidot umgesetzt sind. Auch die u. d. M. hellfarbigen Augite sind zum Theil in Epidot und Viridit umgewandelt und schliessen Magneteisen ein, das sich auch in der Grundmasse findet.

3. Krystallinische Schiefer mit reichlichem grauweissem Orthoklas, grossen hellgrünen Glimmertafeln und etwas Eisenglanz.

Am Kamme des Cajon de los Cipreses steht feinkörniger Diabas an, während das Hauptgestein des Thales von einem dichten, compacten, dunkelgrauen Gestein gebildet wird, das der schwedischen Haelleflinta am nächsten steht und wie diese an den Kanten durchscheinend ist. Auf Kluftflächen sieht man Bedeckung mit kleinen grünlichen Glimmerblättchen.

Augitandesit vom Rio Diamante, SO vom Maipo, NO vom Vulcan Overo. Aus 1968$^{m}$ Seehöhe. Die compacte, dichte, schwarze, halbglasig aussehende Grundmasse zeigt reichlich grosse weisse Plagioklase, einzelne grüne Augite und etwas Olivin. U. d. M. erkennt man noch spärlich Magneteisen und Hypersthen, der meist schärfer begrenzt ist als der neben ihm vorkommende Augit. Die Plagioklaseinsprenglinge enthalten zahlreiche, meistens rundliche Einschlüsse von dunkelfarbigem Glas, welche in den hellfarbigen Augiten nur einzeln auftreten. Die überwiegende, in dünnsten Schliffen braungraue, durchsichtige Glasbasis füllt den Raum zwischen den Plagioklasen und Augiten aus.

Cerro Overogebiet, Thalsohle des Rio Negro. Der Augitandesit führt in dichter, compacter, braungrauer Grundmasse zahlreiche grosse Plagioklase, einzelne dunkelfarbige Hornblenden und grüne Augite. U. d. M. erkennt man noch Magneteisen. Die zum Theil zonalen Plagioklaseinsprenglinge enthalten spärlich Glimmeranschlüsse; die hellgelblichgrünen Augite reichlich Einschlüsse von Glas und Magneteisen. Der Augit ist hier und da mit einem schmalen Erzrand umgeben. Die stark dichroitische braungelbe Hornblende zeigt stets dunklen Erzrand. Die Grundmasse ist ein glasgetränkter Mikrolithenfilz mit feinen bräunlichen Körnern. Eine blauschwarze, augitarme, halbglasig aussehende Abänderung verhält sich u. d. M. ebenso. Neben Augit und Hornblende ist noch Hypersthen vorhanden.

Eine dritte hellere, mehr blaugraue Abänderung führt neben kleinen Augiten grössere Hornblenden und enthält spärliche glasige, u. d. M. braune, feingekörnte Grundmasse, welche ausgezeichnet fluidale Structur zeigt. Plagioklas und Augit schliessen Glas und Magneteisen ein.

Vom Atravieso Cruz de Piedre, Argentinien, 34° 8′ S. Br., liegt zweiglimmeriger Gneiss mit sehr wenig Muscovit vor.

An der Nordwestflanke des Aconcagua sammelte Hr. Dr. Güssfeldt in 5500 bis 6100$^{m}$ Seehöhe:

Ein hellröthliches, splittrig brechendes, compactes, zähes Gestein, das in dichter Grundmasse einige Quarzkörner und etwas Feldspath erkennen lässt. U. d. M. sieht man noch etwas verwitterte Hornblende. Wahrscheinlich liegt in dem stark verwitterten Gestein ein Felsitporphyr vor. Ein schwarzer, ebenfalls verwitterter Tuff lässt u. d. M. neben Plagioklas-Chlorit, Magneteisen, Kalkspath erkennen. Ein spärliches augitisches oder amphibolisches Mineral ist vollständig in Chlorit mit breitem Erzrand umgesetzt. Nach dem einzigen Handstück lässt sich das Alter des Tuffes nicht mit Sicherheit bestimmen. Ein weisses durch Schwefelwasserstofffumarolen zersetztes Gestein zeigt reichlich Gyps neben Schwefel. Es erinnert an zersetzte Trachyte, begreiflicher Weise ist eine Altersbestimmung des Gesteins nicht thunlich. Lässt sich auch nach diesem Vorkommen der Aconcagua nicht als Vulkan bezeichnen, da Laven und jüngere Eruptivgesteine nicht vorliegen, so lässt sich doch Fumarolenwirkung mit Sicherheit an den Gesteinen erkennen.

# Berichtigung zu Coelodon.

Von H. Burmeister.

(Vorgelegt am 21. Mai [s. oben S. 485].)

Hierzu Taf. V.

Die Gattung *Coelodon* gehört zur Gruppe der fossilen Faulthiere, welche Owen unter dem Namen der Gravigraden den lebenden Tardigraden entgegengestellt hat, und wurde von Dr. Lund mit obigem Namen im Jahre 1839 in den Abh. d. Kön. Akad. z. Copenhagen, math.-phys. Classe, Tom. VIII, S. 72 zuerst erwähnt, nachdem er einige Knochen derselben schon früher, 1837 ebenda, Tom. VI, S. 240. pl. II, Fig. 1 bis 5, besprochen hatte, ohne einen besonderen Gattungsnamen hinzuzufügen.[1] Wiederholte glückliche Funde erweiterten seine Kenntniss dieses merkwürdigen Thiers und setzten endlich Prof. J. Reinhardt in den Stand, die ausführliche Beschreibung des fast vollständigen Skelets eines jungen Individuums zu geben, welche vierzig Jahre nach Dr. Lund's erster Nachricht, in den Abhandlungen derselben Akademie, V. Reihe, Tom. XII, Nr. 3., 1878 erschienen ist.

Bisher war von diesem Thier kein Knochen unter den zahlreichen Resten fossiler Säugethiere der Pampas-Formation aufgefunden, so dass ich in meiner Description physique de la République Argentine tom. III p. 337 die Gattung *Coelodon* nur erwähnen, aber nicht weiter besprechen konnte. Seitdem sind, im Laufe des vorigen Jahres, drei halbe Unterkiefer hier gesammelt worden, wovon zwei in den Besitz des Museo Nacional[2] übergingen, und diese setzen mich in den Stand, das Thier nicht bloss aus eigener Anschauung zu kennen, sondern sie gewähren mir auch Gelegenheit zu einer wichtigen Correctur der Gattungsbeschreibung, welche ich mir erlaube der Königlichen Akademie hiermit zu übersenden.

[1] Den später gewählten Gattungsnamen *Coelodon* hatte übrigens schon Latreille in Anwendung gebracht, für eine Gattung der *Longicornes*, die Serville 1832 in den Annales de la Société Entomologique de France I. 164. beschrieb.

[2] Das Museo Publico, bisher Eigenthum der Provinz von Buenos Aires, ist seit September vorigen Jahres (1884) in den Besitz der National-Regierung übergegangen und führt jetzt den Titel: Museo Nacional.

Der Schädel des a. a. O. beschriebenen Individuums zeigt in der Abbildung Taf. I, Fig. 1 und 2, neben den deutlichsten Merkmalen seines jugendlichen Alters, welches die noch überall sehr sichtbaren Nähte anzeigen, zwei merkwürdige Eigenschaften, beide ohne weiteres Beispiel in der Gruppe der Gravigraden: einmal die blasenförmige Auftreibung der Flügelbeine, und daneben die verringerte Zahl der Zähne, d. h. nur vier an jeder Seite im Oberkiefer und je drei im Unterkiefer.

Die Richtigkeit der zuerst genannten Eigenschaft ist nicht zu bezweifeln; sowohl die Beschreibung, als auch die klare Abbildung heben sie mit Nachdruck und Deutlichkeit hervor. Sie fehlt den sämmtlichen bisher aufgefundenen anderen Gravigraden, findet sich aber bei zweien Arten der lebenden Tardigraden, nämlich bei *Choloepus didactylus* und *Bradypus torquatus*. Ich habe diese Beschaffenheit der Flügelbeine beider Species in meiner: Systematischen Übersicht der Thiere Brasiliens, I. Th. S. 260 und 266 nur kurz angegeben und werde Abbildungen davon nebst weiterer Besprechung im dritten Heft des Atlas de la Description physique de la République Argentine II$^{me}$ Sect. pl. XII, welches nächstens erscheint, veröffentlichen, daher ich dieser merkwürdigen Eigenschaft hier nicht weiter gedenke, bloss erwähnend, dass dieselbe in frühester Jugend nur sehr schwach auftritt und erst mit zunehmendem Alter zu wahrer Blasenform sich entwickelt, wie Blainville's schöne Abbildung in der Ostéographie, genre *Bradypus*, pl. III, zeigt, am Schädel des Unau. Aber auch dieser hier abgebildete Schädel ist noch ziemlich jung, wie die sichtbaren Nähte beweisen; ganz alte Thiere haben beträchtlich grössere Blasen.

Die zweite der erwähnten Eigenschaften, vier Zähne an jeder Seite im Oberkiefer, aber nur drei im Unterkiefer, worauf Prof. Reinhardt grosses Gewicht legt in seiner Beschreibung, als wichtigen Gattungscharakter, ist ein Irrthum, denn sie findet sich nur in der ersten Jugend, nicht im reifen Lebensalter, wie die drei kürzlich aufgefundenen halben Unterkiefer gezeigt haben.

Von dem am besten erhaltenen derselben, einer ganz unversehrten Hälfte der rechten Seite, lege ich der Akademie in Fig. 1 die Abbildung vor, in natürlicher Grösse, von der Innenfläche, gegen die Mundhöhle zu betrachtet, und erläutere dieselbe durch nachfolgende Beschreibung.

Beim Vergleiche mit den beiden Figuren auf Taf. I in Reinhardt's Abhandlung zeigt sich alsbald die vollständigste Übereinstimmung der allgemeinen Form, neben beträchtlicher Verschiedenheit in der Grösse und einer starken Verletzung am vorderen Ende. Dem Unterkiefer des Reinhardt'schen Schädels fehlt die Spitze des Kinns, welche

in meiner Fig. 1 als lang ausgezogene Verlängerung, wie bei *Choloepus*, hervorragt und wahrscheinlich den Zwischenkiefer noch etwas an Länge übertraf. Die Ansicht des Schädels von unten in Fig. 2 lehrt, dass diese Spitze da abgebrochen ist, wo die *Symphysis mentalis* beginnt, welche nach Angabe meiner Fig. 1 jene beträchtliche Länge hat, d. h. fast ein Drittel der ganzen Länge des Unterkiefers einnimmt. Von der hinteren Ecke dieser *Symphysis*, welche in der citirten Fig. 2 deutlich erkannt wird, bis zum hinteren Ende des horizontalen Kieferastes, misst der REINHARDT'sche Unterkiefer nur 8.3$^{cm}$; der von mir abgebildete hat dagegen eben diese Strecke 11.2$^{cm}$ lang; wobei noch zu beachten bleibt, dass auch in meiner Fig. 1 der äusserste Rand dieser Strecke etwas schadhaft, also wohl ein wenig zu kurz gezeichnet ist. Misst man den Unterkiefer in REINHARDT's Fig. 2, von der Ecke der *Symphysis mentalis* bis zum hinteren Rande des *Condylus*, welcher den Unterkiefer mit dem Schädel verbindet, so erhält man 9.5$^{cm}$; in meiner Figur dagegen und am Original ist dieser Abstand 16.8$^{cm}$. — Da nun an eben diesem Unterkiefer die *Symphysis mentalis*, welche durch ihren lang mandelförmigen Umriss und ihre beträchtliche Erhebung sehr in die Augen fällt, 9.5$^{cm}$ lang ist, und der untere Rand des horizontalen Astes, von der Ecke der *Symphysis* bis zur hinteren Endecke desselben 11.2$^{cm}$ beträgt, eben diese Strecke aber in REINHARDT's Figur nur 8.3$^{cm}$, so darf man die fehlende Spitze der letzteren auf circa 5$^{cm}$ ansetzen und die Länge des ganzen Unterkiefers auf 12.6 bis 13$^{cm}$ anschlagen, während mein Exemplar eben diese Strecke zu 20.0$^{cm}$ bis zum am weitesten vortretenden Punkte des hinteren Randes angiebt, mithin um mehr als ein Drittel grösser ist als jenes.

Weitere gemessene Dimensionen bestätigen das angegebene Grössenverhältniss, daher ich noch folgende Maasse hersetze in Centimetern.

| | REINHARDT's Exemplar | Mein Exemplar |
|---|---|---|
| Höhe des *Condylus*, über der Hinterecke | 4.5 | 9.4 |
| Höhe des Kronenfortsatzes, von ebenda | 6.0 | 12.6 |
| Höhe der Alveolarportion ............ | 2.6 | 5.6 |

REINHARDT beschreibt die drei Zähne des Unterkiefers als denen von *Megatherium* ganz ähnlich, d. h. jeden mit zwei erhabenen Querkanten von dachförmiger Gestalt auf der Kaufläche, und ebenso sind die vier Zähne beschaffen, welche im Alveolartheil des mir vorliegenden Unterkiefers stecken. Der erste Zahn ist etwas niedriger, weil stärker abgekaut, die drei folgenden haben ziemlich gleiche Höhe, aber die Abkauung ist an jedem folgenden etwas geringer. Am

hintersten steht die hintere Querkante gegen die vordere an Höhe zurück, umgekehrt am ersten Zahn die vordere gegen die hintere; an den beiden mittleren Zähnen haben beide Querkanten fast gleiche Höhe, doch übertrifft die hintere etwas die vordere an Erhebung.

Die entsprechenden Verhältnisse lassen sich an den drei Zähnen in Reinhardt's Fig. 1 nur zum Theil erkennen, denn nicht mehr als zwei Zähne sind sichtbar. Am ersten ist die hintere Querkante etwas höher als die vordere, am zweiten scheinen beide gleich hoch zu sein. Die Beschreibung des dänischen Textes kann ich leider nicht zu Rathe ziehen, aus Unkenntniss der Sprache; der französische Auszug am Schluss der Abhandlung beschreibt die Zähne nur im Allgemeinen und widerspricht der schon früher ausgesprochenen Vermuthung von $\frac{5-5}{4-4}$ Zähnen im höheren Alter, als unstatthaft. — Und doch hat sie sich, als völlig der Wahrheit gemäss, wenigstens für den Unterkiefer bestätigt, wie das noch deutlicher ein zweites Exemplar desselben lehrt, dessen Zahnreihe vollständig erhalten ist, obgleich übrigens mehr beschädigt als das abgebildete.

Dieser zweite halbe Unterkiefer ist von der linken Körperseite und hat etwas kleinere Dimensionen; seine vier Zähne sind in Fig. 2 von der äusseren, gegen die Backe gewendeten Seite abgebildet; man sieht, dass sie einzeln eine wenig geringere Grösse haben, denn sie messen zusammen nur $6.4^{cm}$ in die Länge, während die des grösseren Kiefers von Fig. 1 $7^{cm}$ lang sind. Von den vier Zähnen dieses zweiten Exemplars entsprechen die drei vorderen ganz denen in Fig. 1 abgebildeten, wobei indess zu beachten, dass die Kaufläche jedes Zahnes schief gegen die Axe des Zahnprisma's steht, also die äussere Seite desselben niedriger erscheint, als die innere. Der vierte Zahn aber ist etwas kleiner, als die drei anderen, ragt weniger aus dem Kiefer hervor und hat einen geringeren Umfang der Kaufläche, offenbar weil er ein jüngerer später zum Durchbruch gekommener Zahn ist, dessen Benutzung von kürzerer Dauer war, als die der drei anderen. Hiermit stimmt es sehr gut, wenn auch der ganze Unterkiefer etwas kleinere Dimensionen besitzt, weil er einem etwas jüngeren Individuum angehört hat, als der in Fig. 1 abgebildete, zugleich aber auch einem beträchtlich älteren, als der des von Reinhardt abgebildeten Schädels. Nimmt man die Länge der Zahnreihen meiner beiden Unterkiefer von $6.4^{cm}$ und $7^{cm}$ als Maassstab der Vergleichung an, so war der ganze Unterkiefer jenes Individuums etwa $16.5^{cm}$ lang, wenn der dieses $20^{cm}$ misst. Reinhardt's abgebildeter Schädel mit kaum $13^{cm}$ Länge des Unterkiefers passt als jüngstes Glied sehr gut in diese Scala.

Der neulich bereits verstorbene Paul Gervais sagt in einer kurzen Notiz über *Coelodon*, Mémoires de la Société Géologique de France,

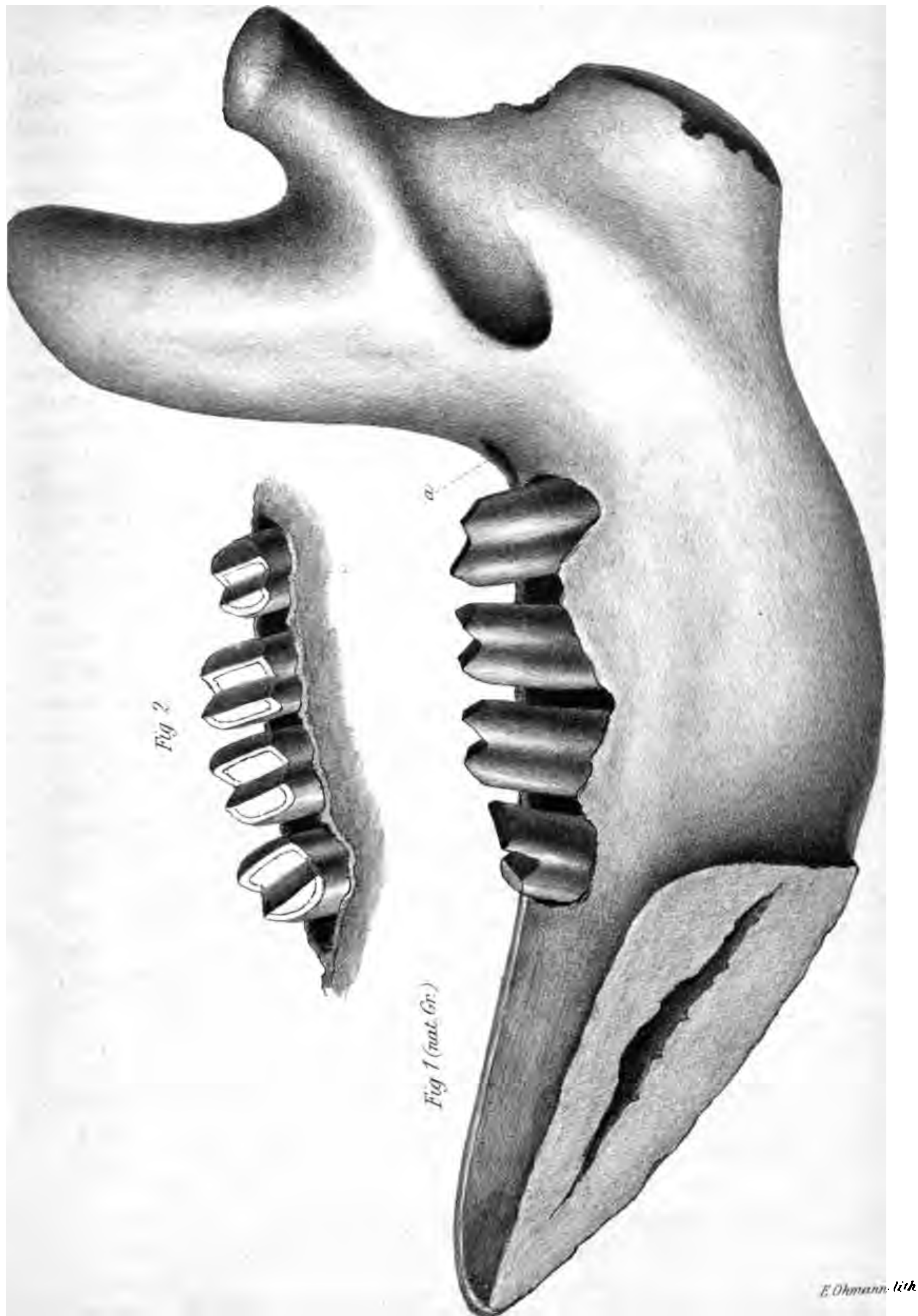
II. Sér. t. IX. no. V. p. 23, dass er bei Besichtigung des von Reinhardt ihm in Copenhagen gezeigten Exemplars einen Zahnkern unter dem ersten Zahn des Unterkiefers wahrgenommen habe, den er als zu einem Ersatzzahn gehörend deutet. Mit Recht widerspricht Reinhardt dieser Annahme, denn die phyllophagen Edentaten, wohin die Gravigraden und Tardigraden gehören, wechseln nie ihre Zähne; sie behalten dieselben Zähne lebenslänglich, aber die Grösse jedes einzelnen Zahnes nimmt bis zu einem gewissen Alter etwas zu, indem der Zahn in frühester Jugend mit konischer Spitze das Zahnfleisch durchbricht und erst, wenn der oberste konische Theil des Zahnkörpers abgenutzt ist, die prismatische oder cylindrische Form annimmt und mit gleicher Grösse fortan beibehält. Sollte nicht Gervais den Kern des später kommenden vierten Zahns im Unterkiefer gesehen und nur bei der Erinnerung seiner Beobachtung über die Stellung des Kerns im Unterkiefer sich geirrt haben? — Fast möchte ich das glauben, denn dieser Gedächtnissfehler wäre leichter zu entschuldigen als die Annahme eines Zahnwechsels, welcher gerade bei den phyllophagen Edentaten als niemals eintretend schon lange sicher bekannt war. Hat doch Lund auf die konische Form ihrer Zähne im ersten Jugendalter anfangs seine Gattung *Sphenodon* gegründet, sie aber später selbst mit Recht wieder eingezogen, nachdem er das wahre Verhältniss erkannt hatte. Owen und Blainville haben beide den mangelnden Zahnwechsel der lebenden Tardigraden bestimmt nachgewiesen.

Nachdem ich auf diese Art die Anwesenheit von vier Zähnen im Unterkiefer der Gattung *Coelodon* dargethan habe, bleibt für mich kein Zweifel übrig, dass im Oberkiefer nicht bloss vier, sondern wie bei allen anderen phyllophagen Edentaten, fünf Zähne bei demselben Thier vorhanden waren. Reinhardt glaubte seine Annahme von $\frac{4-4}{3-3}$ Zähnen bei *Coelodon* dadurch unterstützen zu können, dass er behauptete, die Zähne der phyllophagen Edentaten träten stets gleichzeitig auf, nicht, wie sonst wohl, die hinteren später, wobei er sich auf *Scelidotherium* und *Mylodon* beruft. Für beide Gattungen kann ich seine Angabe als richtig bestätigen; es befinden sich von ihnen in der hiesigen Sammlung alle Altersstufen, selbst noch nicht in Wirksamkeit getretene, ganz frische Zähne, die dem Typus von *Sphenodon* genau entsprechen; aber dennoch beweist diese Berufung nichts für Reinhardt's Annahme, denn *Scelidotherium* und *Mylodon* bilden eine besondere Unterabtheilung der Gravigraden, zu welcher *Coelodon* nicht gebracht werden kann; *Coelodon* gehört vielmehr mit *Megatherium* in dieselbe Unterabtheilung, und von letzterer Gattung wissen wir bis jetzt nichts Sicheres über die frühere Form ihrer Zähne, indem noch niemals jugendliche Individuen mit beginnender Abkauung

der Zahnkronen aufgefunden sind. Da nun auch, was Reinhardt nicht gewusst oder nicht beachtet zu haben scheint, bei den lebenden Tardigraden der hinterste Zahn etwas später durchbricht, also erst nach den vorhergehenden in Function tritt, was mehrere Schädel eben geborener oder ganz junger Individuen von *Bradypus tridactylus (brasiliensis)* der hiesigen Sammlung mir zeigen, so ist es durchaus nicht unglaublich, dass bei *Megatherium* ein ähnliches Verhältniss stattfand, wenn man weiss, dass es sich bei dem nah verwandten *Coelodon* ebenso verhält. Für die nahe Verwandtschaft beider Thiere spricht aber nicht bloss der gleiche Zahntypus, d. h. die Gleichförmigkeit der Zähne wie unter sich, so auch zwischen beiden Gattungen, während *Scelidotherium* und *Mylodon* ungleichartige Zähne, mit wesentlicher Verschiedenheit des letzten unteren an den Tag legen, sondern ganz bestimmt die Lage der Öffnung des Seitenastes vom *Canalis alveolaris*, welcher den Unterkiefer nach aussen, am Grunde des Kronenfortsatzes durchbricht. Die vordere Öffnung dieses Seitenastes liegt bei *Scelidotherium*, *Mylodon* und *Megalonyx* unter dem Grunde des Kronenfortsatzes, auf der Aussenfläche des horizontalen Kieferastes, bei *Megatherium* und *Coelodon* dagegen auf der Innenseite, an der Basis des Kronenfortsatzes, im Winkel, wo sich derselbe vom horizontalen Stamm des Unterkiefers absondert. Um diese Lage recht deutlich zu machen, habe ich in meiner Fig. 1 die sehr versteckte Öffnung durch den beigeschriebenen Buchstaben *a* angezeigt. Von den lebenden Faulthieren besitzt nur *Choloepus* den Seitenast des *Canalis alveolaris*, bei *Bradypus* fehlt er. Die früher von mir der Akademie vorgelegte fossile Gattung *Nothropus* hat ihn und folgt mit seiner Mündung nach aussen, wie auch *Choloepus*, dem Typus von *Scelidotherium*, *Mylodon* und *Megalonyx*.

Schliesslich habe ich noch des dritten grössten Exemplars eines halben Unterkiefers von *Coelodon* zu gedenken, welches, obgleich hier gefunden, nicht in den Besitz unseres Museums gelangte, mir also auch nicht zur Untersuchung zugänglich ward. Dasselbe hat ein hiesiger, allezeit schreibfertiger Schriftsteller, Hr. Florentino Ameghino, unter dem neuen Namen *Oracanthus Burmeisteri* im Boletin d. l. Acad. Nac. d. cienc. exact. tome VII, p. 499—501 mit beigegebener Abbildung beschrieben, ohne mich vorher von seiner Absicht zu unterrichten, oder mich um meine Zustimmung zu befragen. Seine ziemlich gut ausgeführte Figur lehrt, dass ihm die Alveolarportion mit einem Theile der Basis des Kronenfortsatzes eines wahrscheinlich ganz ausgewachsenen Individuums von *Coelodon* vorlag, dessen vier anwesende, aber der Kronenleisten grösstentheils beraubte Zähne eine Gesammtlänge von 8.6$^{cm}$ besitzen. Der Alveolartheil ist, neben den beiden

zungsber. d. Berl. Akad. d. Wiss. 1885.




E. Ohmann lith.

H. Burmeister del.

H. Burmeister: Berichtigung zu Coelodon.

mittleren Zähnen, 7.2cm hoch, und der ganze vorhandene Rest des Unterkiefers gegen 21cm lang. Hiernach muss der unversehrte Unterkiefer mit der weit nach vorn reichenden, am Rest grösstentheils fehlenden Kinnspitze und der gleichfalls zertrümmerten Hinterecke, eine Länge von mindestens 25cm besessen haben; und da der Unterkiefer stets beträchtlich kürzer ist als der ganze Schädel, so dürfte der letztere wohl ohne Übertreibung auf 30cm Länge geschätzt werden. Das erwachsene Thier mag also eine beträchtliche Grösse erreicht haben, denn seine früher angenommene Kleinheit gilt nur für die Jugend des kaum den Pubertätsjahren nahen, zuerst beschriebenen Individuums. Wahrscheinlich bezeichnen die beiden als verschiedene Arten von Dr. Lund und Prof. Reinhardt aufgestellten Exemplare nur verschiedene Altersstufen einer und derselben Art.

Buenos Aires, 12. April 1885.

---

Ausgegeben am 18. Juni.

1885.
**XXIX.**

# SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

# AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

ZU BERLIN.

---

11. Juni. Sitzung der philosophisch-historischen Classe.

---

Vorsitzender Secretar: Hr. Curtius.

1. Hr. Vahlen las über die Elektra des Euripides.

2. Hr. Scherer machte eine Mittheilung über altdeutsche Segen. Dieselbe erfolgt umstehend.

3. Hr. Dillmann legte vor Epigraphische Mittheilungen von Hrn. Prof. Euting. Der Abdruck erfolgt in diesen Berichten.

---

# Altdeutsche Segen.

Von W. Scherer.

Durch die Freundlichkeit des Hrn. Dr. S. Löwenfeld, Privatdocenten der Geschichte an der Universität Berlin, lernte ich einige altdeutsche Segensformeln kennen, welche zum Theil zwar in der Zeitschrift für deutsches Alterthum 23, 436 durch Hrn. Morel-Fatio veröffentlicht, aber, abgesehen von einigen Erläuterungen Hrn. Steinmeyer's, die ich im Folgenden dankbar benutze, noch nicht so gewürdigt worden sind, wie sie verdienen.

Ich beginne mit einem Spruch, den wir schon länger kennen, der von Hrn. Keinz in München entdeckt, von Hrn. Konrad Hofmann in den Münchener Sitzungsberichten 1871. I. S. 661 ff., von Müllenhoff in den Denkmälern, zweite Ausgabe, S. 483, behandelt wurde, und dessen Dunkelheiten ich mittels der neuen Fassung nicht aufzuheben, aber doch zu vermindern im Stande bin. Die neue Fassung lautet:

Contra caducum morbum.

Accede ad infirmum iacentem et a sinistro usque ad dextrum latus spacians sicque super eum stans dic ter: Donerdutigo, dietewigo, do quam des tiufeles sun, uf adames bruggon unde setteta einen stein cewite, do quam der adames sun unde sluog des tiufeles sun zuo zeinero studon, petrus gesanta paulum sinen bruoder da zer aderuna aderon ferbunde pontum patum, ferstiez er den satanan, also tuon ih dih unreiner athmo fon disemo christenen lichamen, also sciere werde buoz disemo christenen lichamen, so sciero so ih mit den handon die erdon beruere, et tange terram utraque manu et dic pater noster. Post hęc transilias ad dextram et dextro pede dextrum latus eius tange et dic: Stant uf wazwas dir, got der gebot dir ez. Hoc ter fac et mox videbis infirmum surgere sanum.

Die Abschrift des Hrn. Löwenfeld habe ich genau wiedergegeben; auch seine Interpunction. Die Schlussformel fehlt in der älteren, schon früher bekannten Fassung. Sie ist etwa so zu schreiben und zu verstehen: 'Stant ûf! waz was dir? got der gebôt dir ez.'

Den gemeinschaftlichen Theil der beiden Fassungen (M und L) stelle ich neben einander, um den Gewinn, den wir aus der neuen (L) ziehen, möglichst bequem anschaulich zu machen.

| M | L |
|---|---|
| Doner dutiger | Doner dutigo |
| dietmahtiger | dietewigò |
| | do quam des tiufeles sun |
| stuont uf der adamez prucche | uf adames bruggon |
| schitote den stein zemo wite | unde setteta einen stein ce wite |
| stuont des adamez zun | do quam der adames sun |
| unt sloc den tieveles zun | unde sluog des tiufeles sun |
| zu der studein. | zuo zeinero studon. |
| Sant peter sante | petrus gesanta |
| sinen pruder paulen | paulum sinen bruoder |
| daz er arome | da zer aderuna |
| adren ferbunte | aderon ferbunde |
| frepunte den paten | pontum patum |
| frigezeden samath | ferstiez er den satanan. |
| friwize dih | also tuon ih dih |
| unreiner atem | unreiner athmo |
| fon disemo meneschen | fon disemo christenen lichamen. |
| | also sciere werde buoz |
| | disemo christenen lichamen |
| zo sciero zo diu hant | so sciero so ih mit den handon |
| wentet zer erden | die erdon beruere. |

Der Schluss, in welchem die Anwendung gemacht wird, Z. 15 bis 21, erfordert keine weitere Bemerkung. Wenn ich ihn in abgesetzten Zeilen drucken liess, so will ich damit kein Metrum behaupten, während in den ersten vierzehn Zeilen allerdings der Rhythmus des viermal gehobenen Verses zu herrschen scheint und im Anfang Allitteration (Z. 1. 2; vielleicht auch 9. 10 unregelmässig Pêtrus: Paulum: pruoder?), später zuweilen Reim durchbricht.

Suche ich nun einen reineren Text für diese vierzehn Zeilen herzustellen, indem ich mich bei unwesentlichen Abweichungen an L halte, bei wesentlichen, zwischen denen sich nicht entscheiden lässt, beide Fassungen wiederhole und im übrigen die kritische Erwägung des Zusammenhanges walten lasse, so würde etwa folgende Gestalt herauskommen:

Doner dûtîgo
dietêwîgo (dietmahtiger?),
des tiufeles sun,
stuont ûf Âdâmes bruggon
unde scîtôta einen stein ce wite.
dô quam der Âdâmes sun
unde sluog des tiufeles sun
zuo zeinero stûdon.
Pêtrus gesanta
Paulum sînen bruoder,
daz er Aderuna (Arome?)
âderon ferbunde,
ferbunde Pontum Patum,
ferstieze den Satanan.

Sehr viel weiter, als MÜLLENHOFF war, sind wir nun in der Erklärung des Spruches hiermit allerdings nicht gekommen; aber der Zusammenhang, den MÜLLENHOFF nur vermuthungsweise herstellen konnte, wird durch die Überlieferung bestätigt. Die beiden mythisch-legendarischen Vorgänge, die neben einander gestellt werden, sind jeder der Hauptsache nach klar, wenn auch im Einzelnen noch manches unklar bleibt. Und wer MÜLLENHOFF's Erläuterungen liest, wird so viel davon verstehen, als sich bis jetzt verstehen lässt.

Die fallende Sucht wird auf einen bösen Dämon zurückgeführt, und wie dieser Dämon in zwei bestimmten legendarischen Fällen vertrieben wurde, so soll es auch hier geschehen.

In dem einen Falle wurde des Teufels Sohn, Donar, der alte Gewittergott, der (mit seinem Blitze) einen Stein zu Brennholz spaltete, von Adam's Sohn in einen Busch verjagt.

In dem anderen Falle wurde der Satan selbst durch den von Petrus abgesandten Paulus, wir wissen nicht bei wem, mittelst Verbindung der Adern vertrieben.

Die Möglichkeit einer Anknüpfung des zweiten Falles an die Legende von Pontius Pilatus findet sich nicht. In dem ersten Falle liegt wenigstens der Gegensatz zwischen Heidenthum und Christenthum, unverkennbar und merkwürdig genug, vor.

---

Auch eine zweite und dritte der von Hrn. LÖWENFELD abgeschriebenen Beschwörungsformeln versetzen uns auf bekannten Boden.

### Ad fluxum sanguinis narium.

Christ unde iohan giengon zuo der iordan, do sprach Christ: Stant iordan, biz ih unde iohan uber dih gegan. also iordan do stuont, so stant du N. illius bluot. Hoc dicatur ter et singulis vicibus fiat nodus in crine hominis.

### Item alio modo.

Tange nares hominis duobus digitis et dic in dextram aurem: Strangula, vena, murmur, luna cessa. Pater noster. Hoc ter.

Zu beiden Formeln vergl. Denkm. Nr. 47, 1 und MÜLLENHOFF's Erläuterung. In der ersten, offenbar gereimten, fehlt hier die sonst übliche Beziehung auf Christi Taufe im Jordan; zur zweiten stellt sich die S. 462 angeführte Formel: 'strangula venam limis. murmur accessus.'

Dass eine Formel in's rechte Ohr gesagt wird, begegnet mehrmals, z. B. in den folgenden, ebenfalls von Dr. Löwenfeld mitgetheilten Zaubersprüchen, deren erster, neben allerlei unsinnigem Zeug, in dem Worte 'Wamapis' eine Entstellung von 'wambîzig' zu enthalten scheint, das wir aus einer Heilformel ad equum infusum bei Müllenhoff Denkm. 485 kennen.

### Ad voracitatem equorum.

Cum equus alicuius infirmatur prae nimia voracitate, sic emendabis ei. Scias nomen eius, cuius est, et accepto ligno corili susurrabis ei in dextram aurem hęc verba semel cum oratione dominica: Wamapis, union, geneprol, genetul, katulon, gortrie, uniferuna, nociferuna, maris samna neque samna nec te damnet. Et cum ligno terges crura et pedes equi et secundo ac tercio eadem facies et circumduces ad solissequium ter.

### Contra Agaleiam.

Quandocumque videris homini vel iumento contigisse morbum quem dicunt agaleia, hoc modo emendabis. Susurra ei in dextram aurem hęc verba: Quando Christus est natus, ante fuit unctus quam baptizatus; salvator mundi occidat istud malum et auferat hunc dolorem, semel adiungens pater noster et cum hircino calciamento dextri pedis tui simul cum pede tuo firmiter fricabis ter et in girum duces ter ad solissequium. Cum hęc ter sic feceris, animal deo adiuvante sanandum esse noveris.

Beziehungen auf das Leben Jesu wie hier und in dem ersten Spruche zur Stillung des Nasenblutens begegnen wir noch in folgenden, durch Hrn. Löwenfeld mitgetheilten Formeln.

### Contra Uberbein.

Lignum de sepe vel aliunde sumptum pone super uberbein faciens crucem et ter dicens pater noster, additis his teutonicis verbis: Ihbe sueren dich (l. Ih besueren dih) uberbein bi demo holze da der almahtigo got aner sterban (l. an ersterban) wolda durich meneschon sunda, daz du suinest unde inal (l. in al) suacchost (l. suachost). Si hoc tribus diebus diluculo feceris, uberbein evanescere citius videbis.

### Contra vermem edentem.

Ih gebiude dir wurm du in demo fleiske ligest, si din einer, sin din zuene, siue (l. suie) filo din si, in nomine patris et filii et

spiritus sancti, bi Jhesu nazareno, der ze bethleem geboren wart, in flumine iordan getoufet ward, ze iherusalem gemarteret wart, ze monte oliveti ze himele fuor, daz du des fleiskes niewet mer essest unde des bluotes niewet mer trinkest des mannes N. vel des wibes in gotes namen amen. + Quicumque homini hac medicina vermem emendare velit, caveat ne alicui iumento per eam emendet, quia postea homini non proderit.

---

In dem nun folgenden Spruch, der ebenfalls Christi Erdenwallen freilich zu einer fingirten Erzählung benutzt und der wieder das Motiv enthält, dass einem kranken Thiere in's Ohr geraunt wird, erlaube ich mir den Text mit den üblichen Längezeichen zu versehen, ihn theilweis in Verse zu ordnen, sowie selbständig zu interpungiren und die Varianten der Abschrift erst nachträglich anzugeben.

Ad equum erręhet.

Man gieng after wege,
zôh sîn ros in handon.
do begagenda imo mîn trohtîn
mit sînero arngrihte.

'wes, man, gêstû?
zû ne rîdestû?'
'waz mag ih rîten?
mîn ros ist erræhet.'

'nû ziuh ez dâ bî fiere,
tû rûne imo in daz ôra,
drit ez an den cesewen fuoz:
sô wirt imo des erræheten buoz.'

Pater noster. et terge crura eius et pedes, dicens 'also sciero werde disemo (cuiuscumque coloris sit: rôt, suarz, blanc, valo, grîsel, fêh) rosse des erræheten buoz, samo demo got dâ selbo buozta.'

Die Abschrift bietet Z. 8 erręhet, Z. 9 nu ziu hez da bifiere, Z. 12 und in der Prosa erretheten (statt erræheten).

Die Sprache in ihrer äusseren Gestalt weist hier wie sonst auf die erste Hälfte des zwölften, frühestens das Ende des elften Jahrhunderts. Wie in dem ersten behandelten Spruche der Umlaut des uo in beruere vorkommt, so hier der Umlaut des â in erræhet. Wie aber dort der heidnische Donnergott fortlebt, so werden wir auch hier eher ins neunte, als ins elfte Jahrhundert zurückgewiesen.

Schon das Fehlen des unbestimmten Artikels beim ersten Wort ist höchst alterthümlich (J. Grimm, Gramm. 4, 396). Und was kann

arngrihte in Z. 4 anders sein, als eine Entstellung von êrgrehtî, êregrehtî, das nur bei Otfried und im Ludwigsliede vorkommt? Selbst der Reim truhtîn: êrgrehtîn steht im Ludwigslied sowie bei Otfried 4, 31, 19 und ist daher gewiss altvolksthümlich. Vielleicht war die Entstellung des Wortes mit einer Anlehnung an das mittelhochdeutsche Compositum arnebote (der heil. Petrus wird gebeten, des Beters arnebote bei Gott zu sein: Wackernagel altdeutsche Predigten 218, 19) und mit einem Gedanken an die Boten, die Apostel des Herrn verbunden. Aber freilich, die gewöhnliche Bedeutung 'Barmherzigkeit, Gnade' kann êrgrehtî hier nicht haben.

Selbst wenn man verstehen dürfte 'der Herr in seiner Gnade (erbarmte sich seiner und) ging ihm entgegen'; so wäre dies gegen den Stil des Gedichtes, das offenbar absichtlich von vornherein nicht sagt, weshalb der Mann sein Ross am Zügel führt: wir sollen ebenso gespannt sein, was es mit der Sache auf sich habe, wie Christus neugierig fragt, warum der Mann nicht reite. Und Christus soll ihm nicht aus Barmherzigkeit entgegenkommen, sondern ihm zufällig begegnen. Wäre mit êrgrehtî ein moralischer Begriff verbunden, so würde die consequente Darstellung gestört, von Mitleid geredet, wo wir einen mitleidswürdigen Zustand noch gar nicht erkannt haben, und so die Hauptwirkung verdorben.

Aber auch abgesehen von solchen stilistischen Erwägungen, rein sprachlich genommen, kann von 'mit' in diesem Zusammenhange wohl nichts abhängen als die Begleitung Christi. Indessen wie verträgt sich dies mit der Bedeutung von êrgrehtî?

Das Wort wird von Schmeller im Bayr. Wb. 2², 31 nicht richtig aufgefasst, wenn er erklärt: 'id quod honori regis, dei' oder gar 'quod ei prae omnibus convenit, debetur, praerogativa.' Richtig aber ist die Beziehung auf den irdischen oder himmlischen König; nur bei Otfried 2, 20, 1 wird es von Menschen gesagt, wie Erdmann zu Otfried 1, 4, 17 bemerkt. Ich glaube, dass etwa die Übersetzung 'Gnadenfülle' den Sinn des Wortes trifft: denn êra ist hier gewiss die Gnade, das Geschenk, das vertheilt, gespendet wird (vergl. Vilmar, deutsche Alterthümer im Heljand S. 70); und grehtî mag, entsprechend den Bedeutungen des Adjectivs gereht, die Schmeller a. a. O. gut entwickelt, so viel als 'Bereitschaft, das was zubereitet ist, bereit liegt' sagen wollen. Aus 'Gnadenfülle' ergiebt sich einerseits die 'Bereitwilligkeit, Gnaden zu spenden', die an den meisten Otfriedischen Stellen gemeint ist, anderseits die 'Gnadenfülle des Herrscherthums, die Königswürde, die Majestät', die im Ludwigslied und gelegentlich bei Otfried dem Zusammenhang am meisten entspricht. Dass nun Abstracta, die eine Eigenschaft bedeuten, auf Personen übergehen

können, an denen eine solche Eigenschaft irgendwie haftet, ist bekannt. Und so mag êregrehtî den Sinn eines Collectivums angenommen haben, einer Gruppe von Personen, an denen die Gnadenfülle des Königthums irgendwie haftet, sei es, dass diese Personen activ an der Spendung der Gnaden Antheil nehmen dürfen, sei es, dass sie passiv mit den königlichen Gnaden vorzugsweise bedacht werden, sei es, dass sie nur als lebendiger Ausdruck der Majestät um den Herrscher versammelt sind. Wie dem nun auch sei, der Etymolog wird zugeben müssen, dass das Wort den Sinn haben könne, den die unbefangene Interpretation dafür verlangt und den selbst die späte Entstellung des Wortes, wenn ich sie richtig erklärt habe, noch festhält. Ich übersetze: 'mit seinem Gefolge'.

Mehr dem althochdeutschen als dem mittelhochdeutschen Sprachgebrauche gemäss ist dann ferner in Z. 5 die Form zû, d. h. ziu, für zi hiu (Graff 4, 1184).

In Z. 9 macht die Wendung 'bî fiere' Schwierigkeit. Auf dem Boden des Mittelhochdeutschen weiss ich gar nichts damit anzufangen. Heisst es aber so viel, wie bei Otfried 'in fiara' (s. Kelle's Glossar S. 119), so kann man übersetzen: 'Nun zieh es bei Seite'.

Endlich sei noch angemerkt, dass selbst die im prosaischen Anhang stehende Farbenbezeichnung grisel zwar bei Notker, aber nicht mehr im Mittelhochdeutschen nachgewiesen ist.

Die mässige und müssige Kunst, das ganze Gedichtchen in die Sprache des neunten Jahrhunderts umzuschreiben, mag ich nicht üben. Auch die Verse, für das elfte Jahrhundert nicht schlecht, müssten dabei einige leichte Verbesserungen erfahren. Wir haben drei Strophen vor uns, Strophen zu vier Kurzzeilen oder zwei Langversen, wie sie Otfried gebraucht. Der Reim ist im ersten und im vierten Reimpaare gestört. Im ersten könnte man die Wendung after wege durch after lande (Notker : Piper 2, 622, 1) ersetzen; auch after wegon, wenn es sonst vorkäme, würde dem Reime genügen (vergl. Otfried 1, 5, 3 gote : himile : Müllenhoff zu Denkm. 26, 1). Aber wer sich an die reimlosen Verse bei Otfried (Erdmann S. lxvii f.) erinnert, wird es vorziehen, überhaupt nicht zu ändern und ebenso das vierte Verspaar unangetastet lassen, in welchem statt des Reimes Allitteration herrscht, freilich eine unregelmässige wie im Muspilli 3: enti si den lîhhamun likkan lâzzit. Die Möglichkeit einer solchen Allitteration verbietet auch die Vermuthung, es sei durch die Schreibung hros eine richtige althochdeutsche Bindung herzustellen.

Das kurze epische Lied, das wir so gewinnen, scheint mir lehrreich und hübsch. Durch eine gemüthlich-willkürliche Erfindung suchten die Geistlichen der karolingischen Zeit dem deutschen Volke

den Herrn Christus nahezubringen. Er tritt gleich einem König auf, wie im Heljand. Aber selbst die kleinen Leiden des Menschen mag er stillen, und ein unbrauchbar gewordenes Pferd ist dem Helfer nicht zu gering. Der Dichter weiss seinen Stoff geschickt zu fassen; mit einer wunderlichen, halb komischen Situation beginnt er, enthüllt ihre Gründe durch ein Gespräch, bei welchem die Sprecher so wenig episch benannt werden, wie in dem Gedichte von Christus und der Samariterin, und benutzt das Gespräch weiterhin, um durch Christi guten Rath Abhilfe zu schaffen: denn dass der Rath sich bewährte, wird als selbstverständlich vorausgesetzt.

Der rasche, entschiedene, etwas humoristisch gefärbte Ton ist ein werthvoller Beleg dafür, dass wir uns aus den unbedeutenden Resten und Spuren eine richtige Vorstellung von dem volksthümlichen Stile jener Zeit gebildet haben (Gesch. der deutschen Litt. S. 61 ff.), der im Georgsliede fortlebt, in der älteren Judith zu erkennen ist und auf die Spielleute des zwölften Jahrhunderts übergeht.

Bemerkenswerth, dass der Dichter verschweigt, was man für die Hauptsache halten sollte, die Worte, welche dem Pferd in's Ohr geraunt werden (vergl. Denkm. Nr. 6) und die z. B. in einem anderen Spruche 'contra rehin' (Denkm. S. 484) seltsam genug lauten. Hier mag ein bestimmtes Geschmacksurtheil zu Grunde liegen: die heilende Formel, die z. B. im zweiten Merseburger Zauberspruch die Pointe ausmacht, erschien diesem Autor vielleicht als hässlich, unverständlich oder prosaisch; oder sie widerstrebte seinem Stilgefühl, das ungeduldig nach schnellem Fortschritt und Abschluss verlangte: Worte innerhalb einer Rede angeführt, gleichsam eine Anführung in der Anführung, machen stets den Eindruck des bedächtigen Verweilens. Auch kann der Dichter, absichtlich oder unwillkürlich schelmisch, das, was in's Ohr geraunt wird, obgleich es Christus dem Manne nothwendig mittheilen musste, als unhörbar, als ein Geheimniss für sein Publicum, behandelt haben.

Der Verfasser der lateinischen Gebrauchsanweisung hat sich, wie jedermann sieht, an die Vorschriften Christi nicht gehalten: er lässt das gliedersteife Pferd durch ein anderes Verfahren curiren, als es 'got selbo' jenem Manne rieth.

---

Eine kurze poetische Formel endlich machte den Schluss:

Contra vermes pecus edentes.

Ih besuere dih sunno, biscon Germano, daz tu hiuto ne scin e demo + dic colorem + siehe die wurme uzsin.

Ich weiss den Spruch nicht anders zu verstehen und herzustellen, als etwa so:

Ih besuere dih, sunno,
*ih* bisueron dih, mâno,
daz tû hiuto ne scîn,
ê demo .... fiehe
die wurme ûz sîn.

In der vierten, reimlosen, Zeile ist ein zweisilbiges, eine Farbe bezeichnendes Adjectiv vor 'fiehe' oder 'fihe' zu denken. Der Imperativ scîn, abhängig von daz, ein willkommenes neues Beispiel für eine schon sonst beobachtete, aber nicht häufige Construction (zu Denkm. 78, 7) ist durch den Reim gesichert.

Über die Pariser Handschrift Nouv. acq. lat. 229, welche diese und die anderen vorstehenden Segensformeln enthält, werde ich Näheres berichten, so bald ich sie selbst gesehen habe. Einstweilen vgl. DELISLE, Mélanges de paléographie p. 455.

---

Ausgegeben am 18. Juni.

Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei.

1885.

**XXX.**

# SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

# AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

ZU BERLIN.

---

18. Juni. Gesammtsitzung.

---

Vorsitzender Secretar: Hr. Auwers.

1. Hr. Rammelsberg las die umstehend folgende Abhandlung über die Gruppe des Skapoliths.

2. Hr. Duncker überreichte den zweiten Band der im Auftrage der Akademie herausgegebenen preussischen Staatsschriften aus der Regierungszeit König Friedrich's II.

---

# Über die Gruppe des Skapoliths.

Von C. RAMMELSBERG.

---

Die fortschreitende Kenntniss der morphologischen und der chemischen Eigenschaften der Mineralien hat genöthigt, in vielen Fällen den Namen eines einzelnen Minerals auf eine Gruppe gleichkrystallisirter, d. h. isomorpher Mineralien zu übertragen. Feldspath, Glimmer, Augit, Granat, Turmalin sind Bezeichnungen für solche Gruppen geworden, welche nirgends häufiger als in dem grossen Gebiet der Silicate vorkommen.

Die Glieder einer isomorphen Gruppe haben oft eine analoge Zusammensetzung und lassen sich dann durch eine allgemeine Formel bezeichnen. Olivin, Granat, Turmalin, Epidot etc. sind von dieser Art. Die isomorphen Mischungen innerhalb dieser Gruppen sind den Grundverbindungen gleich constituirt.

Allein in anderen ebenso gut durch die Isomorphie ihrer Glieder charakterisirten Gruppen sind diese Glieder nicht analog zusammengesetzt, und ihre isomorphen Mischungen weichen von den Grundverbindungen ab. Als Hauptbeispiele dürfen Feldspath und Glimmer genannt werden. Sie zeigen, dass die Ursache der Isomorphie nicht in der Analogie der Verbindungen zu suchen ist.

Das Trisilicat des Albits und das Halbsilicat des Anorthits treten zu manchfachen isomorphen Mischungen zusammen, den Kalknatronfeldspäthen oder Plagioklasen, welche für die Kenntniss der krystallinischen Gesteine von der grössten Bedeutung sind. Alle diese Zwischenglieder folgen einem Mischungsgesetz, welches sich in jedem einzelnen Fall durch die Abhängigkeit des Atomenverhältnisses Al : Si von dem Na : Ca thatsächlich controliren lässt

Finden wir nun auch in anderen Silicatgruppen stöchiometrische Differenzen, so liegt die Vermuthung nahe, dass es auch hier zwei Grundverbindungen gebe, durch deren Mischung die Zwischenglieder entstanden sind. Hier ist aber die Speculation der Erfahrung vorangeeilt; man hat zwei hypothetische Grundverbindungen construirt, und mit Hülfe derselben die Natur der einzelnen Glieder zu deuten

versucht. Man übersah, dass es sich beim Feldspath um ein Gesetz handelt, dessen Richtigkeit an jeder einzelnen Analyse geprüft werden kann, während im vorliegenden Fall eine willkürliche Interpretation der Thatsachen stattfindet.[1]

Von den Silicatgruppen, welche in neuerer Zeit nach dieser Richtung Gegenstand der Speculation geworden sind, hat die Gruppe des Skapoliths mein Interesse ganz besonders erregt, und habe ich mich bemüht, durch eine Reihe von Versuchen die Kenntniss der chemischen Natur ihrer Glieder zu erweitern.

---

In krystallographischer Hinsicht ist die Skapolithgruppe sehr ausgezeichnet. Alle ihre Glieder sind vollkommen isomorph, viergliedrig, und beträgt der Endkantenwinkel ihres Hauptoktaeders nahe 136°.

Die Glieder tragen sehr manchfache Namen: Sarkolith, Humboldtilith (Melilith) Mejonit, Wernerit, Nuttalith, Stroganowit, Paralogit, Porzellanspath, Mizzonit, Dipyr, Cuseranit, Marialith u. s. w.

In qualitativer Hinsicht stimmen sie überein; es sind Silicate von Thonerde, Kalk und Natron. Nur im Humboldtilith treten noch Eisen (als Oxydul oder Oxyd) und Magnesia in wesentlicher, in allen übrigen aber nur in geringer Menge oder gar nicht auf.

Es ist weder ein natronfreier Skapolith, der dem Anorthit entspräche, noch ein kalkfreier, dem Albit entsprechender Skapolith bekannt, die als Grundverbindungen gelten könnten.

Wie grosse Verschiedenheiten aber die Zusammensetzung der einzelnen Glieder darbietet, das lehrt schon ein Blick auf ihren Säuregehalt, welcher von 40 Procent bis zu 60 Procent steigt.

Mit Zunahme der Säure sinkt der Gehalt an Kalk (von 24 auf 4 Procent), während die Menge des Natrons (von etwa 2 auf fast 10 Procent) steigt.

Die hier in Betracht kommenden Mineralien sind vielfach Gegenstand chemischer Untersuchung gewesen, insbesonders hat aber G. vom Rath durch eine in meinem Laboratorio vor 32 Jahren durchgeführte Reihe von Analysen[2] zur Kenntniss der Skapolithe beigetragen.

Schon vor längerer Zeit hatte Schafhäutl in dem Porzellanspath von Passau einen Gehalt an Chlor angegeben. Neuere Analysen haben dieses Element, welches in der nahestehenden Nephelin- und Sodalithgruppe eine wichtige Rolle spielt, auch im Mejonit und in den Werneriten nachgewiesen, und somit unsere Ansichten über deren

---

[1] Vergl. Tschermak, die Skapolithreihe. Wien. Akad. Berichte 88 (1883).

[2] Poggend. Ann. 90, 82. 288. (1853). 119, 254 (1863) Ztschr. d. geol. Ges. 18, 635 (1866). Poggend. Ann. 144, 384 (1872).

Constitution modificirt, ein Punkt, welcher vornämlich mir Anlass gegeben hat, eigene Versuche in diesem Gebiete anzustellen.

Wenn eine Anzahl gleichkrystallisirter Verbindungen, wie die Glieder der Skapolithgruppe, bei qualitativer Übereinstimmung so grosse Verschiedenheiten in der Zusammensetzung zeigt, so sind dieselben entweder ursprünglich vorhanden, wie dies auch in anderen Mineralgruppen der Fall ist, oder sie sind eine Folge von Umwandlungsprocessen, durch welche gewisse Bestandtheile fortgeführt, andere hinzugetreten sind. Wir müssen annehmen, dass in der Skapolithgruppe beide Fälle zutreffen, und hierin liegt die grosse Schwierigkeit, die Thatsachen richtig zu deuten.

In keinem Fall darf die Ansicht gelten, dass die Zunahme der Kieselsäure, die Abnahme des Kalks und der steigende Natrongehalt nothwendig eine Umwandlung der ursprünglichen Substanz anzeigen. Alle äusseren Merkmale geben zu erkennen, dass der Wernerit von Gouverneur mit 52 Kieselsäure und 10 Kalk und der Marialith mit 62 Kieselsäure und 4 Kalk ebenso unzersetzte Verbindungen sind wie der Mejonit mit 44 Kieselsäure und 22 Kalk oder der Sarkolith mit 40 Kieselsäure und 33 Kalk.

Andererseits aber wissen wir, dass die Skapolithe gewisser Fundorte in Glimmer, Epidot, Albit, Speckstein und Thon verwandelt vorkommen, und dass der Umwandlungsprocess, wenn er bis zu einem gewissen Grade vorgeschritten ist, sich sowohl äusserlich als auch durch die Analyse (Eintreten von Wasser, Kali, Magnesia, Eisen) zu erkennen giebt. Sehr schwer aber ist es, die ersten Stadien solcher Veränderungen zu erkennen, welche selbst in gut ausgebildeten Krystallen meist von aussen nach innen fortschreiten.

Manche Skapolithe findet man mit einer dünnen Schicht Kalkspath bedeckt. Andere sind in letzteren eingewachsen, und ihre Krystalle schliessen ihn in feiner Vertheilung ein. Bei der wohlbekannten Art, wie das Wasser auf kalkreiche Silicate wirkt, liegt die Vermuthung nahe, der Kalk entstamme dem Skapolith.

Bei keinem anderen Mineral differiren die Analysen, welche sich auf den nämlichen Fundort beziehen, in dem Maasse, wie beim Wernerit gewisser Localitäten. So wurde gefunden:

| | Kieselsäure | Kalk |
|---|---|---|
| Pargas . . . . . . | 41 bis 53 Procent | 20 bis 10 Procent |
| Bolton . . . . . . | 44 » 49 » | 20 » 15 » |
| Arendal . . . . . | 45 » 52 » | 17 » 12 » |
| Malsjö . . . . . . | 47 » 52 » | 17 » 12 » |

Hieraus lässt sich schliessen, dass der W. an diesen Orten eine Umwandlung erlitten hat, und dass es sehr fraglich ist, ob die dortigen

säurärmsten und kalkreichsten Abänderungen die ursprüngliche Substanz darstellen.

Bei dem grossen Reichthum an thatsächlichem Material, welches durch die zahlreichen Analysen gegeben ist, ist es immerhin eine lohnende Aufgabe, zu untersuchen, ob innerhalb der Gruppe bestimmte und einfache Verbindungen auftreten, ohne Rücksicht darauf, ob dieselben ursprüngliche oder aus einer Umwandlung von solchen entstanden sind. Es wäre zwecklos, sich an einzelne Analysen zu halten; man hat vielmehr den Blick auf die Gesammtheit zu richten, und dabei gelangt man in der That zu gewissen Reihen, die oft Vorkommen sehr entlegener Fundstätten einschliessen, und deren chemische Ähnlichkeit, selbst Gleichheit den Beweis liefert, dass ihre Zusammensetzung, sei sie eine ursprüngliche oder später erst entstandene, jedenfalls eine bestimmte ist. Nur wo ansehnliche Verluste oder Wassergehalte angegeben sind, muss von einer Berechnung Abstand genommen werden.

Bei den vielfachen Schwankungen in den Atomverhältnissen von Na : Ca : Al : Si gelangt man am leichtesten zu einem allgemeinen Resultat, wenn man $Ca = 2\overset{\prime}{R}$, $Al = 6\overset{\prime}{R}$ setzt, und das Verhältniss $\overset{\prime}{R} : Si$ berechnet. Man findet dann, dass die Skapolithgruppe einschliesst:

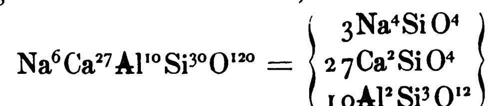
A. Halbsilicate (Sarkolith).
B. Verbindungen von normalen und Halbsilicaten.
C. Normale Silicate (Mizzonit).
D. Verbindungen von normalen und zweifach sauren Silicaten (Marialith).

Die grosse Mehrzahl gehört der Reihe B an.

Specielle Berechnungen einzelner Vorkommen sind nur dann statthaft, wenn die Analysen vollständig sind, d. h. auch die Chlorbestimmung nicht unterlassen ist, obwohl ein geringer Chlorgehalt, der stets in der Form von NaCl vorausgesetzt ist, auf die Atomverhältnisse des Silicats keinen merklichen Einfluss hat.

## A. Halbsilicate.

Hierher gehört der Sarkolith, der nach meiner Analyse[1]



$$Na^6Ca^{27}Al^{10}Si^{30}O^{120} = \left\{ \begin{array}{l} 3Na^4SiO^4 \\ 27Ca^2SiO^4 \\ 10Al^2Si^3O^{12} \end{array} \right\}$$

ist.

Er enthält von allen die geringste Menge $SiO^2$ (40 Procent) und die grösste Menge CaO (33 Procent).

---

[1] Hdb. der Mineralchemie 2, 463.

## B. Verbindungen von normalen und Halbsilicaten.

### I. 1 Mol. normale Silicate und 6 Mol. Halbsilicate.

$$\overset{\prime}{R} : Si = 3.71 \ldots : 1.$$

Mejonit vom Vesuv.

Den älteren Analysen fehlt die Chlorbestimmung; DAMOUR giebt 3 Procent Wasser an. Zur Berechnung dienen nur die von RATH und NEMINAR.

$2Na = \overset{\prime\prime}{R}$ gesetzt, ist

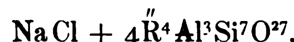
| | $\overset{\prime\prime}{R} : Al : Si$ | $\overset{\prime}{R} : Si$ |
|---|---|---|
| nach RATH | 1.4 : 1 : 2.3 | 3.8 : 1 = 26.6 : 7 |
| » NEMINAR | 1.3 : 1 : 2.3 | 3.74 : 1 = 26.2 : 7 |

Nimmt man $\overset{\prime}{R} : Si = 26 : 7 = 3.71 \ldots : 1$ an, so ist der M.

$$\overset{\prime}{R}^{26}Si^7O^{27} = \overset{\prime}{R}^2SiO^3 + 6\overset{\prime}{R}^4SiO^4.$$

Die Grösse des Chlorgehalts ist vielleicht schwankend, denn NEMINAR fand 0.14 Procent, SIPÖCZ dagegen 0.74, neben 0.22 $SO^3$.

Indem wir das Atomverhältniss $\overset{\prime\prime}{R} : Al : Si = 1.33 : 1 : 2.33$ annehmen, erhalten wir die Formel



$$NaCl + 4\overset{\prime\prime}{R}^4Al^3Si^7O^{27},$$

welche, da im Silicat Na : Ca = 1 : 12 ist, speciell lautet

$$20NaCl + \left\{ \begin{matrix} Na^{26}Si^7O^{27} \\ 6\left\{ \begin{matrix} 4Ca^{13}Si^7O^{27} \\ 3Al^{13}Si^{21}O^{81} \end{matrix} \right\} \end{matrix} \right\}$$

oder endlich, in aufgelöster Form:

$$20NaCl + \left\{ \begin{matrix} Na^2SiO^3 \\ 6\left\{ \begin{matrix} 4CaSiO^3 \\ 3AlSi^3O^9 \end{matrix} \right\} \end{matrix} \right\} + 6\left\{ \begin{matrix} Na^4SiO^4 \\ 6\left\{ \begin{matrix} 4Ca^2SiO^4 \\ 3Al^2Si^3O^{12} \end{matrix} \right\} \end{matrix} \right\}.$$

| | Berechnet | Gefunden | | |
|---|---|---|---|---|
| | | NEMINAR (SIPÖCZ) | RATH | WOLFF |
| $SO^3$ | 0.17[1] | 0.22 | | |
| Cl | 0.74 | 0.74 | | |
| $SiO^2$ | 43.75 | 43.36 | 42.55 | |
| $AlO^3$ | 31.88 | 32.09 | 31.15 | 31.71 |
| CaO | 21.70 | 20.75 | 22.61 | 22.43 |
| $Na^2O$ | 1.76 | 1.85 | 1.86 | |

[1] Wenn $^1/_7$ des NaCl = $Na^2SO^4$ ist.

## II. Verbindungen von 1 Mol. normaler Silicate und 3 Mol. Halbsilicate.

$$\overset{\prime}{R} : Si = 3.5 : 1.$$

Wir müssen diese Zusammensetzung dem sogenannten **Mejonit** vom Laacher See[1] und denjenigen Werneriten von Pargas zuschreiben, welche das Minimum an Säure, das Maximum an Kalk enthalten. Dies ist zunächst der von Rath[2] untersuchte Ersbyit (N. Nordenskiöld's wasserfreier Skolecit), der zwar derb, aber vollkommen frisch und spaltbar ist (Hdb. Nr. 3).

Kürzlich hatte ich Gelegenheit, das Material nochmals zu analysiren und das Resultat durch die Bestimmung des Chlors zu vervollständigen.

Unzweifelhaft gehört auch der krystallisirte W., den Wolff untersucht hat (Hdb. Nr. 5), sowie, obschon im Kalk etwas geringhaltiger, der von Rath analysirte (Nr. 6) hieher.

| | | $\overset{\prime\prime}{R} : Al : Si$ | $\overset{\prime}{R} : Si$ |
|---|---|---|---|
| 1. | Laach Rath | 1.38 : 1 : 2.56 | 3.4 : 1 |
| 2. | Ersbyit R. | 1.4 : 1 : 2.45 | 3.6 : 1 |
| 3. | » Rg. | 1.4 : 1 : 2.46 | 3.6 : 1 |
| 4. | Pargas Wolff | 1.1 : 1 : 2.34 | 3.47 : 1 |
| 5. | » Rath | 1.2 : 1 : 2.5 | 3.33 : 1 |

Mit Ausnahme des letzten sind diese Skapolithe Verbindungen, entsprechend



$$\overset{\prime}{R}^{14}Si^{4}O^{15} = \overset{\prime}{R}^{2}SiO^{3} + 3\overset{\prime}{R}^{4}SiO^{4}.$$

Das Atomverhältniss Na : Ca ist in

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1. | = 1 : 2.8 | 4. | = 1 : 8.2 |
| 2. | = 1 : 3.2 | 5. | = 1 : 3.0 |
| 3. | = 1 : 4.75 | | |

Die beiden letzten bleiben, der ansehnlichen Verluste halber, von der weiteren Berechnung ausgeschlossen.

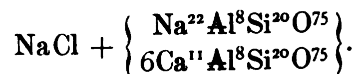
Wir nehmen für 1—3 die Proportion 1.375 : 1 : 2.5, d. h. die Formel



$$\overset{\prime\prime}{R}^{11}Al^{8}Si^{20}O^{75}$$

an.

Lässt man die Chlorbestimmung in 3. auch für 1. gelten, so ist der Mejonit vom Laacher See



$$NaCl + \left\{\begin{matrix} Na^{22}Al^{8}Si^{20}O^{75} \\ 6Ca^{11}Al^{8}Si^{20}O^{75} \end{matrix}\right\}.$$

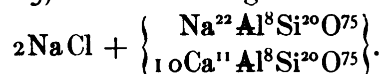
---

[1] Pogg. Ann. 119, 268 (1863).

[2] Pogg. Ann. 144, 384 (1872).

| | Berechnet | Gefunden |
|---|---|---|
| Cl | 0.19 | |
| $SiO^2$ | 45.29 | 45.13 |
| $AlO^3$ | 30.80 | 29.97 |
| CaO | 19.92 | 19.30 |
| $Na^2O$ | 3.85 | 3.65 |
| | 100.05 | |

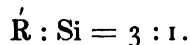
Der Ersbyit unterscheidet sich lediglich durch das Verhältniss Na : Ca im Silicat (1 : 5) und die Menge des Chlorids. Er ist



$$2NaCl + \left\{ \begin{matrix} Na^{22}Al^8Si^{20}O^{75} \\ 10Ca^{11}Al^8Si^{20}O^{75} \end{matrix} \right\}.$$

| | Berechnet | Gefunden Rg. | Gefunden Rath |
|---|---|---|---|
| Cl | 0.24 | 0.20 | |
| $SiO^2$ | 45.32 | 44.47 | 44.26 |
| $AlO^3$ | 30.82 | 30.69 | 30.40 |
| CaO | 21.15 | 20.76[1] | 20.38[2] |
| $Na^2O$ | 2.55 | 2.49 | 3.43[3] |
| | 100.08 | Glühverl. 1.07 | 0.58 |
| | | 99.68 | 99.05 |

III. Verbindungen von je 1 Mol. normaler und Halbsilicate.

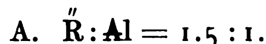


$$\overset{\prime}{R} : Si = 3 : 1.$$

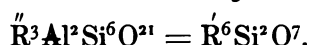


$$\overset{\prime}{R}{}^6Si^2O^7 = \overset{\prime}{R}{}^2SiO^3 + \overset{\prime}{R}{}^4SiO^4.$$

Eine sehr zahlreiche Abtheilung, welche an sehr verschiedenen Orten sich findet. Die einzelnen unterscheiden sich durch das Verhältniss $\overset{\prime\prime}{R} : Al$, welches theils 1.5 : 1, theils 1 : 1 ist.



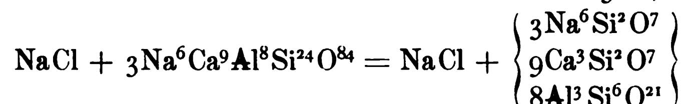
$$A. \quad \overset{\prime\prime}{R} : Al = 1.5 : 1.$$



$$\overset{\prime\prime}{R}{}^3Al^2Si^6O^{21} = \overset{\prime}{R}{}^6Si^2O^7.$$

## Wernerit von Malsjö.

Ich habe den röthlichen derben W. dieses Fundorts untersucht, nachdem er durch Behandlung mit Essigsäure von einer kleinen Menge Kalkspaths befreit war. Er enthält im Silicat 2Na : 3Ca, und ist



$$NaCl + 3Na^6Ca^9Al^8Si^{24}O^{84} = NaCl + \left\{ \begin{matrix} 3Na^6Si^2O^7 \\ 9Ca^3Si^2O^7 \\ 8Al^3Si^6O^{21} \end{matrix} \right\}$$

oder endlich

[1] Worin das Aeq. von 0.16 MgO.
[2] Desgl. 0.15 MgO.
[3] Worin das Aeq. von 1.15 $K^2O$.

$$NaCl + \left\{ \begin{matrix} 3Na^2SiO^3 \\ 9CaSiO^3 \\ 8AlSi^3O^9 \end{matrix} \right\} + \left\{ \begin{matrix} 3Na^4SiO^4 \\ 9Ca^2SiO^4 \\ 8Al^2Si^3O^{12} \end{matrix} \right\}$$

| | Berechnet | Gefunden | |
|---|---|---|---|
| Cl | 0.40 | 0.41[1] | 0.41 |
| $SiO^2$ | 48.90 | 48.84 | 48.06 |
| $AlO^3$ | 27.71 | 27.78 | 27.34 |
| CaO | 17.11 | 16.20 | 15.94 |
| $Na^2O$ | 6.66 | 6.58 | 6.33 |
| | 100.78 | 99.81 | $K^2O$ 0.22 |
| | | | Glühverl. 1.61 |
| | | | 99.91 |

Hiermit stimmt eine Analyse RATH's des blauen W. von Malsjö, obwohl sie 3 Procent Verlust aufweist. Gefunden: $SiO^2$ 47.24, $AlO^3$ 25.19, CaO 17.24, MgO 2.27, $Na^2O$ 3.55, $K^2O$ 0.85, $H^2O$ 1.75. Der Verlust dürfte Al und Na treffen.

An demselben Fundort kommt aber auch W. mit nur 12 Procent Kalk und einem höheren Säuregehalt vor, welcher in der IV. Reihe anzuführen ist.

Zu den W., welche gleich dem beschriebenen von Malsjö aus je 1 Mol. beider Silicate bestehen, und in denen $\overset{''}{R} : Al = 1.5 : 1$ ist, gehören folgende, bei denen die Chlorbestimmung noch fehlt.

| | $\overset{''}{R}$ : Al : Si | Na : Ca |
|---|---|---|
| Bolton RATH[2] | 1.7 : 1 : 3.0 | 1 : 5 |
| Ostgothland BERG | 1.5 : 1 : 2.97 | 1 : 2 |
| Laurinkari WOLFF | 1.5 : 1 : 3.1 | 1 : 2 |
| Arendal (derb) RATH / Arendal (kryst.) RATH | 1.6 : 1 : 2.9 | 1 : 1.3 |
| Arendal WOLFF | 1.57 : 1 : 3.2 | 1 : 1.2 |
| Hesselkulla WOLFF | 1.4 : 1 : 3.1 | 1 : 1.2 |

B. $\overset{''}{R} : Al = 1.2 : 1$

$$\overset{''}{R}{}^6Al^5Si^{14}O^{49} = \overset{'}{R}{}^6Si^2O^7.$$

Vollständige Analysen liegen vor

1. vom Wernerit von Rossie, SIPÖCZ;[3]
2. » » » Boxborough, BECKE.[4]

Nach Abzug von NaCl ist hier im Silicat:

---

[1] Nach Abzug des Glühverlustes und Verwandlung des K in Na.

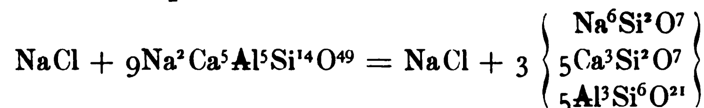
[2] $SiO^2$ 44.4 Procent. Nach Abrechnung des Eisens. (POGG. Ann. 90, 95.) Auch die Analysen von WOLFF und von PETERSEN dürfen auf denselben W. bezogen werden.

[3] TSCHERM., Mitth. 1877, 266.

[4] Ebendas.

| | $\overset{''}{R}$ : **Al** : Si | Na : Ca |
|---|---|---|
| 1. | 1.14 : 1 : 2.8 | 1 : 2.5 |
| 2. | 1.07 : 1 : 2.9 | 1 : 2.1 |

Beiden W. entspricht die Formel:



$$NaCl + 9Na^2Ca^5\mathbf{Al}^5Si^{14}O^{49} = NaCl + 3\left\{\begin{matrix} Na^6Si^2O^7 \\ 5Ca^3Si^2O^7 \\ 5\mathbf{Al}^3Si^6O^{21} \end{matrix}\right\}$$

oder

$$NaCl + 9\left[\left\{\begin{matrix} Na^2SiO^3 \\ 5CaSiO^3 \\ 5\mathbf{Al}Si^3O^9 \end{matrix}\right\} + \left\{\begin{matrix} Na^4SiO^4 \\ 5Ca^2SiO^4 \\ 5\mathbf{Al}^2Si^3O^{12} \end{matrix}\right\}\right]$$

| | Berechnet | Gefunden Rossie | Gefunden Boxborough |
|---|---|---|---|
| Cl | 0.23 | 0.22 | 0.21 |
| $SiO^2$ | 49.45 | 49.40 | 50.53 |
| $\mathbf{Al}O^3$ | 30.03 | 30.02 | 29.31 |
| CaO | 16.49 | 15.87 | 14.50 |
| $Na^2O$ | 3.85 | 3.63 | 3.82 |
| | 100.05 | Glühverl. 0.64 | 0.54 |

In dem ersten sind 0.1 $SO^3$ in Cl, in beiden FeO und MgO in CaO, $K^2O$ in $Na^2O$ verwandelt.

Offenbar ist hieher auch der Porzellanspath von Passau zu rechnen, in welchem nach SCHAFHÄUTL 0.92 Procent Chlor enthalten sind. Nach Abzug desselben als NaCl bleibt für das Silicat $\overset{''}{R}$ : **Al** : Si = 1.2 : 0.9 : 2.8, so dass es gleichfalls



$$\overset{''}{R}{}^6\mathbf{Al}^5Si^{14}O^{49}$$

ist. Na : Ca ist in demselben = 1 : 2 und das Na des NaCl verhält sich zum Rest = 1 : 6.

Eine spätere Analyse WITTSTEIN's deutet einen weiter veränderten Zustand der Substanz an, welche schliesslich zu Kaolin wird.

| | SCHAFHÄUTL | WITTSTEIN |
|---|---|---|
| Cl | 0.92 | 1.34 |
| $SiO^2$ | 49.20 | 54.87 |
| $\mathbf{Al}O^3$ | 27.30 | 25.23 |
| CaO | 15.48 | 11.62 |
| $Na^2O$ | 4.53 | 4.95 |
| $K^2O$ | 1.23 | 1.50 |
| $H^2O$ | 1.20 | |
| | 99.86 | 99.51 |

In der letzten Analyse ist im Silicat $\overset{''}{R} : \mathbf{Al} : Si = 1.14 : 1 : 3.7$, $Na : Ca = 1 : 1.3$ und $Na : Na = 1 : 4$; diese Abänderung steht dem W. von Pargas in der Abtheilung IV nahe.

Unstreitig sind noch andere W. hieher zu zählen, deren Analysen jedoch der Chlorbestimmung ermangeln.

---

Wenn wir den Humboldtilith (Melilith) dieser Abtheilung einreihen, so geschieht dies auf Grund einer neueren Analyse von Schmidt[1], welche das Vorkommen im Basalt des Hochbohl in der schwäbischen Alp betrifft.

Es ist nämlich

| | Gefunden | Angenommen |
|---|---|---|
| $\overset{''}{R} : \mathbf{R} : Si$ | 7.0 : 1 : 6.8 | 6 : 1 : 6 |
| $\mathbf{Fe} : \mathbf{Al}$ | 1 : 2.4 | 1 : 2 |
| $Na : \overset{''}{R}$ | 1 : 7 | 1 : 5.5 |
| $Fe : Mg : Ca$ | 1 : 10.7 : 24 | 1 : 10 : 25.66 |

$$Na^2\overset{''}{R}{}^{11}\mathbf{R}^2Si^{12}O^{42} = \left\{\begin{array}{c} Na^6Si^2O^7 \\ 11\,\overset{''}{R}{}^3Si^2O^7 \\ 2\,\mathbf{R}^3Si^6O^{21} \end{array}\right\}$$

| | Berechnet | Gefunden | |
|---|---|---|---|
| $SiO^2$ | 45.20 | 44.76 | |
| $\mathbf{Al}O^3$ | 8.86 | 7.90 | |
| $\mathbf{Fe}O^3$ | 6.18 | 5.16 | |
| $FeO$ | 1.39 | 1.39 | |
| $CaO$ | 27.06 | 27.47 | |
| $MgO$ | 7.72 | 8.60 | |
| $Na^2O$ | 3.59 | 2.87 | |
| | 100. | 1.42 | Glühverlust |
| | | 99.57 | |

Erneute Untersuchungen des H. vom Vesuv und von Capo di bove wären sehr zu wünschen.

## IV. Verbindungen von 4 Mol. normaler Silicate uud 1 Mol. Halbsilicate.

$$\overset{'}{R} : Si = 2.4 : 1$$

$$\overset{'}{R}{}^{12}Si^5O^{16} = 4\overset{'}{R}{}^2SiO^3 + \overset{'}{R}{}^4SiO^4.$$

---

[1] N. Jahrb. Min. 1882. 2, 369.

Hieher gehören Wernerite von Gouverneur, Malsjö, Arendal und Pargas, von denen neuere vollständige Analysen vorliegen.

Der W. von Gouverneur, New York, wurde von G. VOM RATH, später von SIPÖCZ und zuletzt von mir untersucht. Er bildet durchsichtige, in Kalkspath eingewachsene Krystalle und hat ein V. G. = 2.66.

Der W. von Malsjö unterscheidet sich von dem in der vorigen Abtheilung beschriebenen durch einen Mehrgehalt an Säure von 3 Procent, und einen Mindergehalt an Kalk von 4 Procent. Er hat ein V. G. = 2.675, und wurde von SIPÖCZ analysirt.

Auch der W. von Arendal dieser Abtheilung, im Säure- und Kalkgehalt dem vorigen gleich, steht in ähnlicher Beziehung zu den von HARTWALL, WOLFF und RATH beschriebenen. Er hat ein V. G. = 2.676 und wurde ebenfalls von SIPÖCZ untersucht.

Der hieher gehörige W. von Pargas bildete eine trübe krystallinische Masse, und scheint mit einem früher von HARTWALL untersuchten (von Petteby bei Pargas) übereinzustimmen. Er ist kürzlich von mir analysirt worden.

Alle diese W. enthalten 52—54 Procent $SiO^2$ und nur 10—12 Procent CaO.

1. Gouverneur.

Nach Abzug von NaCl bleiben im Silicat, $2\,Na = \overset{''}{R}$ gesetzt,

| $\overset{''}{R}$ | : Al | : Si | |
|---|---|---|---|
| 1.2 | : 0.98 | : 3.5 | nach mir |
| 1.1 | : 1.0 | : 3.5 | » SIPÖCZ. |

Unter Annahme von 1.2 : 1 : 3.5 erhält man

$$\overset{''}{R}^{12}Al^{10}Si^{35}O^{112}$$

und, da Na : Ca = 1 : 1 (gef. 1.2 : 1) ist, und NaCl : Na = 1 : 3,

$$8NaCl + 3Na^8Ca^8Al^{10}Si^{35}O^{112} =$$

$$8NaCl + \left\{\begin{matrix} 2Na^{12}Si^5O^{16} \\ 4Ca^6Si^5O^{16} \\ 5Al^6Si^{15}O^{48} \end{matrix}\right\}$$

oder in aufgelöster Form

$$8NaCl + 4\left\{\begin{matrix} 2Na^2SiO^3 \\ 4CaSiO^3 \\ 5AlSi^3O^9 \end{matrix}\right\} + \left\{\begin{matrix} 2Na^4SiO^4 \\ 4Ca^2SiO^4 \\ 5Al^2Si^3O^{12} \end{matrix}\right\}$$

| | Berechnet | Gefunden Rg. | Sɪᴘ. | Rᴀᴛʜ |
|---|---|---|---|---|
| Cl | 2.38 | 2.33 | 2.14 | |
| $SiO^2$ | 52.87 | 52.90 | 52.05 | 52.25 |
| $AlO^2$ | 25.68 | 24.95 | 25.32 | 23.97 |
| CaO | 11.28 | 10.54 | 11.62 | 10.95 |
| $Na^2O$ | 8.32 | 9.10[1] | 7·68 | 9.84 |
| | 100.53 | | | |

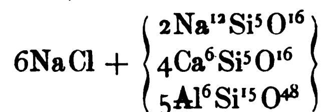
Sɪᴘöᴄᴢ giebt auch 0.14 $SO^3$ an, die bei mir nicht vorhanden war. Er fand 11.30 CaO, 0.23 MgO, 0.11 FeO, so wie 6.64 $Na^2O$ und 1.58 $K^2O$ neben 0.42 Glühverlust.

2. Malsjö und Arendal.

Beide sind unter sich und dem vorigen gleich, nur etwas ärmer an NaCl



$$2NaCl + Na^8Ca^8Al^{10}Si^{35}O^{112} =$$



$$6NaCl + \begin{cases} 2Na^{12}Si^5O^{16} \\ 4Ca^6Si^5O^{16} \\ 5Al^6Si^{15}O^{48} \end{cases}$$

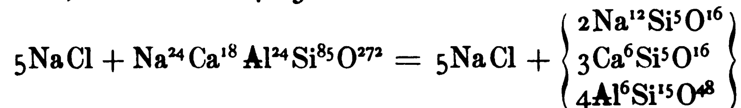
| | Berechnet | Gefunden Malsjö | Arendal |
|---|---|---|---|
| Cl | 1.80 | 1.70 | 1.63 |
| $SiO^2$ | 53.39 | 52.48 | 52.27 |
| $AlO^3$ | 25.93 | 25.26 | 24.24 |
| CaO | 11.39 | 12.44 | 11.57 |
| $Na^2O$ | 7.88 | 7.00 | 7.47 |
| | 100.39 | | |

In Malsjö wurden 0.39 FeO, 0.79 $K^2O$ und 0.75 $H^2O$ gefunden. — Arendal gab 0.9 $SO^2$, aeq. 0.8 Cl, so dass dessen Menge somit 2.43, und dieser W. dem von Gouverneur gleich sein würde. Ausserdem waren 0.26 FeO, 0.42 $K^2O$ und 1.08 $H^2O$ vorhanden.

Auch ein von Dᴀᴍᴏᴜʀ[2] früher beschriebenen W. von Arendal ist wohl gleicher Natur, nur werden 3.25 Procent Wasser und nach Abzug desselben 14.5 CaO angegeben.

3. Pargas.

Er weicht nur insofern von den vorigen ab, als Na : Ca im Silicat nicht = 1 : 1, sondern = 4 : 3 ist. Er wird durch



$$5NaCl + Na^{24}Ca^{18}Al^{24}Si^{85}O^{272} = 5NaCl + \begin{cases} 2Na^{12}Si^5O^{16} \\ 3Ca^6Si^5O^{16} \\ 4Al^6Si^{15}O^{48} \end{cases}$$

ausgedrückt.

[1] Gef. 8.10 $Na^2O$, 1.53 $K^2O$.

[2] Dᴇs Cʟᴏɪᴢᴇᴀᴜx Manuel 1, 225.

| | Berechnet | Gefunden |
|---|---|---|
| Cl | 1.85 | 1.75 |
| $SiO^2$ | 53.16 | 53.32 |
| $\overline{Al}O^3$ | 25.51 | 24.67 |
| CaO | 10.50 | 9.84 |
| $Na^2O$ | 9.38 | 9.12 |
| | 100.40 | 0.71 Glühverlust. |

Im $Na^2O$ ist das Aeq. von 3.93 $K^2O$ enthalten.

Auch ein faseriger und stänglicher W. von Le Selle, Monzoni, scheint gleicher Natur zu sein. Nach KIEPENHEUER[1] enthält er 52.19 $SiO^2$, 23.54 $\overline{Al}O^3$, 9.61 CaO, 12.65 $Na^2O$, 2.11 $K^2O$. Auf Cl wurde nicht Rücksicht genommen.

Die Berechnung der hier zusammengestellten Analysen spricht theilweise zu Gunsten einer Verbindung von 1 Mol. Halbsilicat mit bald 3, bald 5—6 Mol. normalen Silicats. Das für alle vorausgesetzte Verhältniss 1 : 4 ist gleichsam ein mittleres. Wäre es möglich, solche Substanzen in den einzelnen Theilen eines Krystalls zu untersuchen, so dürften sich wohl Verschiedenheiten ergeben.

## C. Normale Silicate.


$\overset{\prime}{R} : Si = 2 : 1. \qquad \overset{\prime}{R}{}^2SiO^3.$

Wir müssen als solche den W. von Ripon, Canada, so wie den Mizzonit vom Vesuv betrachten.

Der erstere, von ADAMS[2] untersucht, enthält 54.8 $SiO^2$ und 9.0 CaO, der letztere, von RATH[3] analysirt fast genau die gleichen Mengen, es fehlt jedoch die Chlorbestimmung.

Im W. von Ripon sind 2.41 Cl = 1.56 Na, und 0.8 $SO^3$ = 0.46 Na enthalten. Es bleibt dann für das Silicat, Na = $\overset{\prime\prime}{R}$ gerechnet, $\overset{\prime\prime}{R} : \overline{Al} : Si = 1.18 : 1 : 4.1 = 1.22 : 1.04 : 4.25$, wofür wir $1.25 : 1 : 4.25 = 5 : 4 : 17$ setzen, d. h. das Silicat


$$\overset{\prime\prime}{R}{}^5\overline{Al}{}^4Si^{17}O^{51}$$

schreiben.

Da nun in ihm Na : Ca = 1.3 : 1 ist, so erhält man

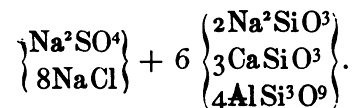

$$Na^4Ca^3\overline{Al}{}^4Si^{17}O^{51}$$

oder vollständig

[1] RATH: Verh. V. Pr. Rheinl. 1879.

[2] Am. J. Sc. (3) 17.315.

[3] POGG. An. 119, 254.



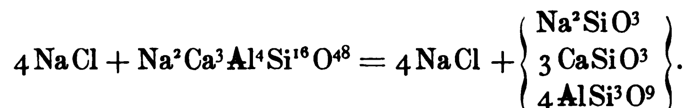
| | Berechnet | Gefunden |
|---|---|---|
| $SO^3$ | 0.73 | 0.80 |
| Cl | 2.60 | 2.41 |
| $SiO^2$ | 56.08 | 54.86 |
| $AlO^3$ | 22.43 | 22.94[1] |
| CaO | 9.24 | 9.09 |
| $Na^2O$ | 9.66 | 9.11[2] |
| | 100.74 | Glühverl. 0.86 |

Die Rechnung verlangt also 1.2 Procent mehr Säure als gefunden wurde. Nur unter der Annahme, dieser W. enthalte etwas Halbsilicate (etwa $15\overset{\prime}{R}{}^2SiO^3$ gegen $\overset{\prime}{R}{}^4SiO^4$), würde diese Differenz verschwinden.

Leider ist es mir aus Mangel an Material bisher nicht gelungen, am Mizzonit die fehlende Chlorbestimmung nachzuholen. Rath's Analyse ergiebt

$$Na:Ca:Al:Si = 1.5:0.7:1:3.9, \text{ oder } \overset{\prime\prime}{R}:Al:Si \text{ nahe } = 1.5:1:4.$$

Mit Rücksicht auf einen sicherlich vorhandenen Gehalt an NaCl dürfte man vermuthen, der M. sei



Zu dieser Abtheilung gehören auch ihrer Zusammensetzung nach die an verschiedenen Punkten in den Pyrenäen vorkommenden Skapolithe, welche man früher theils Couseranit, theils Dipyr genannt hat. Dass sie in die Skapolithgruppe gehören, ist besonders von Zirkel[3] nachgewiesen worden. Ihre äussere Beschaffenheit lässt schliessen, dass nicht alle sich in unverändertem Zustande befinden, und dies wird durch einen bis 5 Procent steigenden Wassergehalt einiger bestätigt. Abgesehen von diesem, enthalten sie 53—58 Procent Säure gegen 8—12 Procent Kalk. Berechnet man die Atomverhältnisse, so findet man, $2\overset{\prime}{R} = \overset{\prime\prime}{R}$, genommen,

---

[1] Worin 0.49 $FeO^3$.
[2] Worin 1.13 $K^2O$.
[3] Ztschr. d. Geol. Ges. 19, 68 (1867).

| | | $\overset{''}{R} : Al : Si$ | $\overset{'}{R} : Si$ |
|---|---|---|---|
| 1. | (Couseranit) DUFRÉNOY | 1.57 : 1 : 3.7 | 2.4 : 1 |
| 2. | (desgl.) GOLDSCHMIDT | 1.44 : 1 : 4.1 | 2.17 : 1 |
| 3. | Pouzac PISANI | 1.5 : 1 : 4.0 | 2.27 : 1 |
| 4. | Libarens DELESSE | 1.3 : 1 : 3.8 | 2.27 : 1 |
| 5. | Pouzac DAMOUR | 1.3 : 1 : 4.1 | 2.1 : 1 |
| 6. | Libarens PISANI | 1.3 : 1 : 4.3 | 2.0 : 1 |

Nr. 1 und 2 sollen je 1 At. Na und K enthalten.

Der säureärmste (52.8 Procent) und der kalkreichste (11.95 Procent) Nr. 1 steht den Werneriten von Gouverneur, Malsjö und Arendal (Abtheilung IV) sehr nahe, während die säurereichsten (58 Procent) und kalkärmsten (7 — 9.7 Procent) Nr. 5 und 6 gleich dem W. von Ripon und dem Mizzonit als normale Silicate erscheinen.

Ferner ist

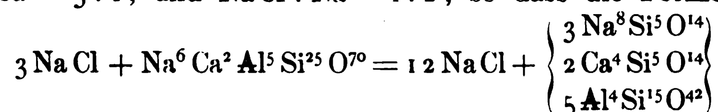
| | Al : Ca | Ca : Na, K |
|---|---|---|
| 1. | 1 : 1.0 | 1 : 1.0 |
| 2. | 1 : 0.9 | 1 : 1.3 |
| 3. | 1 : 1.1 | 1 : 0.6 |
| 4. | 1 : 0.66 | 1 : 2.0 |
| 5. | 1 : 0.7 | 1 : 1.6 |
| 6. | 1 : 0.6 | 1 : 2.2 |

## D. Verbindungen von normalen und zweifach sauren Silicaten.

Von Skapolithen dieser Art kennen wir nur einen einzigen, den von G. VOM RATH[1] beschriebenen Marialith aus dem Piperno von Neapel. Die von ihm mitgetheilte Analyse entbehrt einer Chlorbestimmung. Da jedoch ABICH in dem Gestein dieses Element gefunden hatte, RATH selbst die Gegenwart von Sodalith nicht nachzuweisen vermochte, so machte dies einen Chlorgehalt des M. wahrscheinlich. Die Gefälligkeit SCACCHI's hat mich in den Stand gesetzt, diese Bestimmung ausführen, die Analyse überhaupt, die Alkalien ausgenommen, wiederholen zu können. Dadurch ist die Zusammensetzung dieses säurereichsten und kalkärmsten Gliedes der Gruppe klargestellt.

Nach Abzug des NaCl ist im Silicat

$\overset{''}{R} : Al : Si = 0.9 : 1 : 5.3$, wofür wir $1 : 1 : 5$ annehmen. Ferner ist $Na : Ca = 3 : 1$, und $NaCl : Na = 1 : 2$, so dass die Formel



$$3\,NaCl + Na^6Ca^2Al^5Si^{25}O^{70} = 12\,NaCl + \begin{Bmatrix} 3\,Na^8Si^5O^{14} \\ 2\,Ca^4Si^5O^{14} \\ 5\,Al^4Si^{15}O^{42} \end{Bmatrix}$$

folgt.

---

[1] Ztschr. d. Geol. Ges. 18, 634.

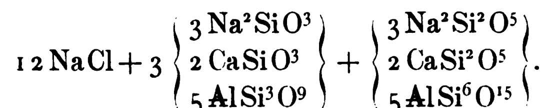
Die Silicate entsprechen mithin



$$\overset{\prime}{R}^8Si^5O^{14} = 3\overset{\prime}{R}^2SiO^3 + \overset{\prime}{R}^2Si^2O^5,$$

d. h. der M. besteht aus 3 Mol. normaler und 1 Mol. zweifach saurer Silicate.

In aufgelöster Form ist seine Formel



$$12\,NaCl + 3\left\{\begin{matrix} 3\,Na^2SiO^3 \\ 2\,CaSiO^3 \\ 5\,AlSi^3O^9 \end{matrix}\right\} + \left\{\begin{matrix} 3\,Na^2Si^2O^5 \\ 2\,CaSi^2O^5 \\ 5\,AlSi^6O^{15} \end{matrix}\right\}.$$

Ist K : Na = 1 : 12, so ergiebt die Rechnung:

| | | Gefunden Rg.[1] | Gefunden Rath |
|---|---|---|---|
| Cl | 4.27 | 4.00 | |
| $SiO^2$ | 60.12 | 61.40 | 62.72 |
| $AlO^3$ | 20.44 | 19.63 | 21.82 |
| CaO | 4.49 | 4.10 | 4.63[2] |
| $Na^2O$ | 10.32 | | 9.37 |
| $K^2O$ | 1.32 | | 1.15 |
| | 100.96 | | |

## Umgewandelte Skapolithe.

Während kein Grund vorliegt, einen Skapolith, welcher so reich an Säure und so arm an Kalk ist wie der Marialith, für ein Umwandlungsproduct zu halten, kennen wir evidente Fälle, in denen sowohl die morphologische wie die chemische Beschaffenheit der Substanz den veränderten Zustand der ursprünglichen Masse ersehen lassen. Besondere Verdienste hat sich G. vom Rath durch die Untersuchung derartiger Vorkommen von Arendal erworben, die durch Eintreten von Kali und Wasser und Reduction des Kalks auf ein Minimum eine beginnende Glimmerbildung andeuten, theils durch das Verschwinden der Alkalien und Aufnahme von Magnesia, Eisenoxyd und Wasser auf complicirtere Processe schliessen lassen. Überhaupt ist die Verwandlung des Skapoliths in Epidot, Albit, Glimmer, Speckstein und Kaolin wohl bekannt.

Diesen Thatsachen möchte ich einige neue hinzufügen.

Als Wernerit von St. Lawrence Co., New York,[3] erhielt ich zwei isolirte Krystalle und ein derbes Stück, beide von bläulicher, aussen

---

[1] Nach Abzug von 2.85 Procent Magneteisen.

[2] Und 0.31 MgO.

[3] Als Fundorte von Skapolith in St. Lawrence Co. führt Dana blos Edwards und Gouverneur an.

mehr grünlicher Farbe, frei von Kalkcarbonat. Die Krystalle liessen sich mit Hülfe aufgelegter Glimmerblättchen annähernd messen, und ergaben die Winkel des Skapoliths. Das V.G. der Krystalle ist 2.621.

| | Krystalle | Derbe Masse |
|---|---|---|
| Cl | 0.09 | 0.20 |
| $SiO^2$ | 50.73 | 59.29 |
| $AlO^3$ | 25.49 | 34.78 |
| CaO | 10.24 | 0.11 |
| MgO | — | 0.07 |
| $Na^2O$ | 11.09 | 2.31 |
| Glühverlust | 1.96 | 3.31 |
| | 99.60 | 100.07 |

Während die Substanz der Krystalle noch so ziemlich an den W. von Gouverneur erinnert, sehen wir in der derben Masse den Kalk und die Alkalien fast verschwinden, und das Ganze in ein wasserhaltiges normales Thonerdesilicat verwandelt.

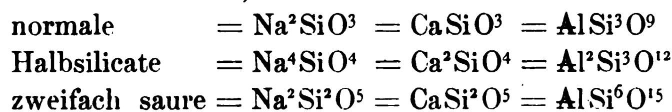
---

Die vorliegende Arbeit versucht nicht, die Zusammensetzungsdifferenz der Skapolithe auf hypothetischem Wege zu erklären. Sie vergleicht die Thatsachen, wie sie vorliegen, und untersucht die Verbindungsverhältnisse, ohne entscheiden zu wollen, ob dieselben durchgängig ursprüngliche sind.

Ausgehend von dem für alle Salze, also auch für die Silicate geltenden Gesetz, dass jede Sättigungsstufe durch ein einfaches Verhältniss der beiden Radicale charakterisirt ist, existiren für uns nur solche Silicate als selbständige, in welchen die Proportion $R:Si = 2:1$ (normale), oder $= n \cdot 2:1$ (basische) oder $2:n \cdot 1$ (saure) sind. Zwischenverhältnisse führen wir hier wie in allen ähnlichen Fällen (z. B. bei Vanadaten, Molybdaten, Wolframiaten) auf intermediäre Verbindungen zurück.

Wir denken uns ferner in Silicaten mehrerer Metalle jedes einzelne Silicat als für sich bestehend, die Mol. der einzelnen in bestimmter Weise gruppirt, gleichwie wir ein Doppelsalz, z. B. Alaun, uns nicht als ein Gesammtmol. $K^2AlS^4O^{16}$, sondern als $K^2SO^4 + AlS^3O^{12}$ vorstellen, und in der Bildung und Zersetzung (durch Diffusion der Lösung) Gründe für unsere Ansicht finden.

Diesen Anschauungen gemäss haben wir darzuthun gesucht, dass in der Skapolithgruppe nur die einfachsten, unendlich oft wiederkehrenden Silicate auftreten, nämlich:


normale $= Na^2SiO^3 = CaSiO^3 = AlSi^3O^9$
Halbsilicate $= Na^4SiO^4 = Ca^2SiO^4 = Al^2Si^3O^{12}$
zweifach saure $= Na^2Si^2O^5 = CaSi^2O^5 = AlSi^6O^{15}$

und Verbindungen je zweier von ihnen.

Folgende Übersicht ergiebt die einzelnen Abtheilungen.

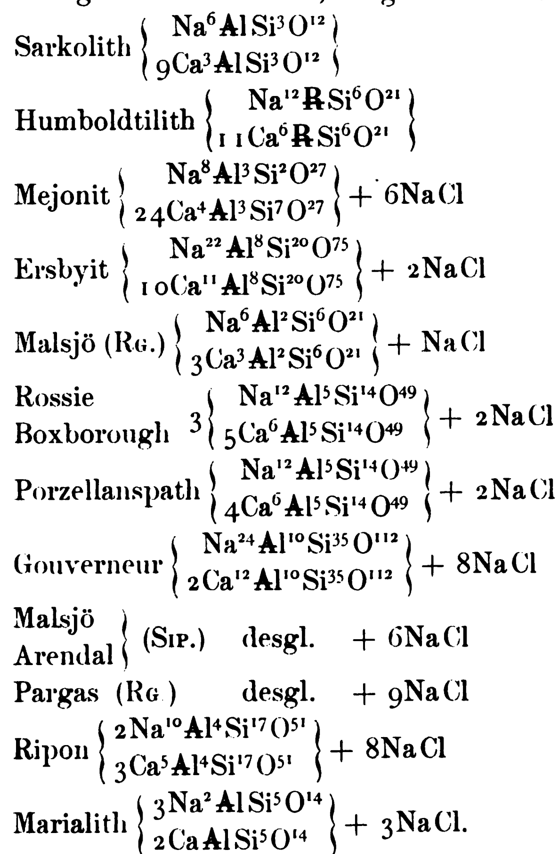
| | Procent $SiO^2$ | Procent CaO |
|---|---|---|
| **A. Halbsilicate.** | | |
| Sarkolith | 40 | 33 |
| **B. Verbindungen von normalen und Halbsilicaten.** | | |
| I. Zu 1 und 6 Mol. | | |
| Mejonit vom Vesuv | 44 | 22 |
| II. Zu 1 und 3 Mol. | | |
| Wernerit (Ersbyit) von Pargas (Mejonit vom Laacher See). | 45 | 20 |
| III. Zu je 1 Mol. | | |
| Wernerit von Malsjö (Rg.), » » Rossie, » » Boxborough (Bolton, Arendal, Hesselkulla, Laurinkari, Ostgothland.) Porzellanspath. Humboldtilith vom Hochbohl. | 49 | 16 |
| IV. Zu 4 und 1 Mol. | | |
| Wernerit von Gouverneur, » » Malsjö (Sip.), » » Arendal (Sip.), » » Pargas (Rg.) (Le Selle, Couseranit und Dipyr zum Theil.) | 53 | 11 |
| **C. Normale Silicate.** | | |
| Wernerit von Ripon (Mizzonit, Couseranit und Dipyr zum Theil.) | 56 | 9 |
| **D. Verbindungen von normalen und zweifach sauren Silicaten zu 3 und 1 Mol.** | | |
| Marialith | 60 | 4.5 |

Die Skapolithgruppe gleicht am meisten der des Nephelins und Sodaliths, insofern die Silicate meist, vielleicht immer, mit gewissen Mengen Chlornatrium (anscheinend zuweilen auch mit Natronsulfat) verbunden sind, dessen Menge im Allgemeinen mit derjenigen des Natronsilicats zunimmt. So ist das Verhältniss NaCl : Na des Silicats in

| | |
|---|---|
| Ersby | = 1 : 11 |
| Malsjö (Rg.) | = 1 : 6 |
| Gouverneur | = 1 : 3 |
| Ripon | = 1 : 2.4 |
| Marialith | = 1 : 1.5 |

Doch finden auch Ausnahmen statt, weil vielleicht wie beim Sodalith, das Verhältniss des Chlorids zum Silicat kein constantes ist.

Bei der Formulirung ist jede hypothetische Annahme vermieden. Eine solche würde darin bestehen, wenn man in den Skapolithen Verbindungen eines Natronskapoliths und eines Kalkskapoliths erblicken wollte. Um jedoch dieser auch in anderen Fällen gebrauchten Schreibweise der Formeln gerecht zu werden, mag sie hier einen Platz finden.



Sarkolith $\left\{ \begin{array}{c} Na^6 \mathbf{Al} Si^3 O^{12} \\ 9Ca^3 \mathbf{Al} Si^3 O^{12} \end{array} \right\}$

Humboldtilith $\left\{ \begin{array}{c} Na^{12} \mathbf{R} Si^6 O^{21} \\ 11 Ca^6 \mathbf{R} Si^6 O^{21} \end{array} \right\}$

Mejonit $\left\{ \begin{array}{c} Na^8 \mathbf{Al}^3 Si^2 O^{27} \\ 24Ca^4 \mathbf{Al}^3 Si^7 O^{27} \end{array} \right\} + 6NaCl$

Ersbyit $\left\{ \begin{array}{c} Na^{22} \mathbf{Al}^8 Si^{20} O^{75} \\ 10Ca^{11} \mathbf{Al}^8 Si^{20} O^{75} \end{array} \right\} + 2NaCl$

Malsjö (RG.) $\left\{ \begin{array}{c} Na^6 \mathbf{Al}^2 Si^6 O^{21} \\ 3Ca^3 \mathbf{Al}^2 Si^6 O^{21} \end{array} \right\} + NaCl$

Rossie
Boxborough $3 \left\{ \begin{array}{c} Na^{12} \mathbf{Al}^5 Si^{14} O^{49} \\ 5Ca^6 \mathbf{Al}^5 Si^{14} O^{49} \end{array} \right\} + 2NaCl$

Porzellanspath $\left\{ \begin{array}{c} Na^{12} \mathbf{Al}^5 Si^{14} O^{49} \\ 4Ca^6 \mathbf{Al}^5 Si^{14} O^{49} \end{array} \right\} + 2NaCl$

Gouverneur $\left\{ \begin{array}{c} Na^{24} \mathbf{Al}^{10} Si^{35} O^{112} \\ 2Ca^{12} \mathbf{Al}^{10} Si^{35} O^{112} \end{array} \right\} + 8NaCl$

Malsjö
Arendal } (SIP.) desgl. $+ 6NaCl$

Pargas (RG.) desgl. $+ 9NaCl$

Ripon $\left\{ \begin{array}{c} 2Na^{10} \mathbf{Al}^4 Si^{17} O^{51} \\ 3Ca^5 \mathbf{Al}^4 Si^{17} O^{51} \end{array} \right\} + 8NaCl$

Marialith $\left\{ \begin{array}{c} 3Na^2 \mathbf{Al} Si^5 O^{14} \\ 2Ca \mathbf{Al} Si^5 O^{14} \end{array} \right\} + 3NaCl.$

---

Ausgegeben am 25. Juni.

Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei.

1885.
**XXXI.**

# SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

# AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

ZU BERLIN.

---

25. Juni. Sitzung der philosophisch-historischen Classe.

---

Vorsitzender Secretar: Hr. Curtius.

1. Hr. Waitz las über den sogenannten catalogus Felicianus der Päpste.

2. Hr. Hirschfeld legt das jüngst erschienene Werk von Gaetano Marini: iscrizioni antiche doliari pubblicate dal Comm. G. B. de Rossi (Rom 1884) im Auftrage des Herausgebers vor und hebt die Bedeutung der durch 80 Jahre unpublicirt gebliebenen Sammlung für chronologische und topographische Untersuchungen hervor. Derselbe liest sodann einen von de Rossi an Hrn. Mommsen gerichteten Brief vor, in dem Hr. de Rossi der Akademie seinen Dank ausspricht für die, Hrn. Dressel, dessen Verdienste um das Werk von dem Herausgeber auf das Wärmste anerkannt worden sind, gegebene Erlaubniss, die für das Corpus inscriptionum Latinarum gesammelten Scheden zur Emendation und Ergänzung der Marini'schen Lesungen benutzen zu dürfen.

---

Ausgegeben am 2. Juli.

---

1885.

**XXXII.**

# SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

# AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

ZU BERLIN.

---

25. Juni. Sitzung der physikalisch-mathematischen Classe.

---

Vorsitzender Secretar: Hr. E. du Bois-Reymond.

1. Hr. Auwers las eine Abhandlung, in welcher Beobachtungen der Sonnenfinsterniss vom 16. Mai 1882 in Berlin, Potsdam und Strassburg und deren Ergebnisse mitgetheilt wurden. Die Veröffentlichung derselben wird am geeigneten Orte stattfinden.

2. Hr. Beyrich legte eine Mittheilung des Hrn. Prof. Berendt hierselbst über das Tertiär im Bereiche der Mark Brandenburg vor. Dieselbe wird nach Herstellung der dazu gehörigen Karte in diesen Berichten erscheinen.

3. Hr. Burmeister in Buenos Aires sendet zu seiner im Stück XXVIII, vom 11. Juni d. J., abgedruckten Mittheilung: Berichtigung zu *Coelodon*, eine Ergänzung, welche dem Abdruck in den Mathematischen und naturwissenschaftl. Mittheilungen hinzugefügt werden wird, für die Leser aber, denen nur die Sitzungsberichte zu Gebote stehen, hier in einer Anmerkung folgt.[1]

[1] Zu dem Satze oben S. 571. 572: »*Coelodon* gehört vielmehr mit *Megatherium* in dieselbe Unterabtheilung, und von letzterer Gattung wissen wir bis jetzt nichts Sicheres über die frühere Form der Zähne, indem noch niemals jugendliche Individuen mit beginnender Abkauung der Zahnkronen aufgefunden sind« — bemerkt Hr. Burmeister jetzt: »Es ist möglich und mir sehr wahrscheinlich, dass *Megatherium Gervaisii* (Les Mammifères fossiles de l'Amérique du Sud, etc. par H. Gervais et Fl. Ameghino; Paris 1880. 8°. p. 137, no. 194) diesen Jugendzustand der gewöhnlichen Art vorstellt; alles was die Verfasser in der kurzen Beschreibung von specifischen Unterschieden angeben: — vier Zähne im Oberkiefer, drei im Unterkiefer an jeder Seite; kürzere Gesichtsportion des Schädels; geringere Grösse des absteigenden Astes am Jochbogen — spricht dafür, dass der Schädel einem jugendlichen Individuum angehört hat; zumal wenn man weiss, dass die im Gebiss der Gattung *Megatherium* so ähnliche *Coelodon*-Gattung dieselben Verhältnisse zeigt.«

---

Ausgegeben am 2. Juli.

Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei.

1885.

XXXIII.

# SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

# AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

ZU BERLIN.

---

2. Juli. Öffentliche Sitzung zur Feier des Leibniz'schen Gedächtnisstages.

---

Vorsitzender Secretar: Hr. Curtius.

Hr. Curtius eröffnete die Sitzung mit folgender Ansprache:

Von unsern öffentlichen Sitzungen sind zwei nationalen Festtagen gewidmet zum Zeugniss, dass sich die Akademie mit dem geschichtlichen Leben des Vaterlandes in unauflöslichem Zusammenhange fühlt. Die dritte ist eine häusliche Feier. Es ist der Ehrentag des ersten Vorstandes unserer Gesellschaft; es ist der Tag, an welchem die neuen Mitglieder an den Herd des Hauses geführt werden und an dem das Andenken derer gefeiert wird, welche unserer Gemeinschaft entrissen sind. Der Leibniz-Tag ist aber nicht blos ein Tag dankbarer Rückschau, wie man eines Wohlthäters gedenkt, aus dessen Schenkung ein Haus gegründet ist, unter dessen Dach man zusammen wohnt; es ist keine äusserliche Thatsache, die wir uns in das Gedächtniss rufen, sondern ein innerer, stetiger Zusammenhang, der zum Ausdruck drängt, eine Lebensgemeinschaft wie zwischen Wurzel und Stamm. Denn bis heute sind wir beschäftigt, durchzuführen und auszugestalten, was Leibniz vorschauend entworfen hat; wir sind Glieder einer Kette, die ein Lebensstrom erwärmt. Was auch in glücklichen Stunden dem Einzelnen gelingt, das Grösste, Meiste und Beste haben wir empfangen; wir wandeln auf Bahnen, die unsre Vorgänger geebnet, wir ärndten unaufhörlich, was sie

gesäet haben. Wir halten auch, je mehr die Arbeit sich theilt, um so entschlossener an der Gemeinsamkeit fest, wie sie uns in der Person unsers Gründers vorbildlich vor Augen steht, und gedenken derer, welche ihr in hervorragender Weise gedient haben, mit besonderer Dankbarkeit. Darum tritt mir auch an diesem Tage das Bild des Mannes vor die Seele, der vor 70 Jahren in diesen Kreis eintrat, der als Träger unserer gemeinsamen Interessen wirksamer gewesen ist als irgend ein Akademiker, der an Leibniz' Werk fortgebaut hat, und der mit Leibniz die Verwandtschaft hatte, dass er die wichtigsten Richtungen akademischer Forschung in seinem Geiste vereinigte.

Seit August Böckh eintrat, haben sich auch in dem stillen Kreise unserer Akademie mancherlei Wandlungen vollzogen. Damals stand sie der Öffentlichkeit ferner; damals wurden noch keine Monatsberichte oder Wochenberichte, wie sie die bewegtere Gegenwart hervorgerufen hat, veröffentlicht; nur in Jahresbänden wurden die Denkschriften niedergelegt. Aber es waren Werke, welche die Akademie zum Centrum des geistigen Lebens machten; es waren Thaten des Geistes, an denen das deutsche Volk sich aufrichtete, und wir sehen zu den Männern, die damals zusammenstanden, wie Leopold von Buch, den Gebrüdern Humboldt, Niebuhr, Schleiermacher, Savigny, Böckh, noch heute wie zu Heroen empor.

Die Bewegung, die mit der Erhebung Deutschlands zusammenhing, hat auch zu einer inneren Umgestaltung geführt. Die willkürlichen Schranken des alten Classensystems waren nicht zu halten, indem Naturkunde und Mathematik sich immer enger verschwisterten, und andererseits die Einheit philosophischer und historischer Forschung durch die Arbeiten von Böckh und Schleiermacher deutlicher hervorleuchtete. Durch eine wohlthätige Reform erhielt jede der Doppelclassen nun die nöthige Stärke, um sich als einen selbständigen Organismus mannigfaltiger Lebensthätigkeit zu fühlen, und die gegenseitige Wechselwirkung, die zur Gesundheit einer akademischen Körperschaft unentbehrlich ist, wurde frischer und lebendiger, als es im Vierclassensystem der Fall gewesen war. Die Verschiedenheit der zwei Hauptbahnen menschlicher Erkenntniss ist klarer in's Bewusstsein getreten, aber zugleich das Bedürfniss gegenseitiger Ergänzung und die Gewissheit der die Mannigfaltigkeit umspannenden Einheit.

Verschiedene Wege sind eingeschlagen, um jede Gebietstrennung aufzuheben. Man hat die Thatsachen des geistigen Lebens in Form von Gesetzen zu bringen gesucht, welche wie ausnahmlose Ordnungen der Natur den Entwickelungsgang der Völker beherrschen sollen. Man hatte andererseits die der sichtbaren Welt zu Grunde liegenden Normen

als etwas dem menschlichen Denken so Entsprechendes aufgefasst, dass auf dem Wege des sich selbst überlassenen Gedankens die Naturgesetze erkennbar seien.

Alle gewaltsamen Einigungsversuche haben aber immer das Gegentheil bewirkt und die Kluft grösser gemacht als zuvor. Denn alle wahre Verständigung kann nur darauf beruhen, dass mit voller Unbefangenheit bei jeder Richtung wissenschaftlicher Forschung der besondere Beruf, die besonderen Aufgaben und Methoden klar in's Auge gefasst werden. So gewiss der Menschengeist ein in sich einiger ist und nach einer Wahrheit dürstet, so gewiss gehen auch unsere Wege nicht bloss äusserlich neben einander; es fehlt nie an solchen, die mit Belehrung und Erhebung von einem Arbeitsfeld auf das andere blicken, und unser BÖCKH hat der historisch-philologischen Forschung die grössten Dienste geleistet, indem er, von Hause aus mit mathematischem Sinne ausgestattet, messend, rechnend und wägend an die Probleme der Alterthumswissenschaft hinangetreten ist.

Hat man schon in alter Zeit das rastlose Streben der Menschenseele mit dem Feuer edler Rosse verglichen, die unaufhaltsam zum Ziele eilen, ist es wohl auch mir gestattet, die Akademie nach der Reform unter dem Bilde eines Zwiegespanns zu betrachten und darin den Ausdruck des wetteifernden Strebens nach einem Ziele wie der gegenseitigen Förderung in Erreichung desselben zu erkennen. Die Gangart der beiden Rosse ist aber eine sehr verschiedene, und es darf nicht befremden, wenn der methodisch sichere, schulgerechte und tadellose Gang, der auf der einen Seite anerkannt werden muss, auf der anderen vermisst wird, indem hier mehr Unruhe und Unsicherheit herrscht und die Gefahr eines Fehltritts näher liegt.

Es wäre ungerecht, wenn man diese Beobachtung ohne Weiteres in Lob und Tadel umsetzen wollte. Der Unterschied liegt in der Verschiedenheit unserer wissenschaftlichen Berufsthätigkeit begründet.

Freilich fehlt es auch auf dem Felde philosophisch-historischer Forschung nicht an solchen Arbeiten, wo bei Sammlung, Ordnung und Deutung des neu gewonnenen Materials die Technik des sachkundigen Forschers nicht leicht fehl gehen kann, aber die köstlichsten Belehrungen, die uns unverhofft aus Stein und Erz entgegenleuchten oder aus zerfetzten Streifen von Papyrusrollen, die sich ein warmer Freund klassischer Litteratur ins Grab legen liess — sie fliessen nur tropfenweise; jede einzelne Thatsache aber ist Theil eines Ganzen und kann nur im Zusammenhang gewürdigt werden, dessen Herstellung einer divinatorischen Geistesthätigkeit bedarf.

Ein gewisser poetischer Zug, so darf ich wohl unter Zustimmung meiner Freunde sagen, ist bei jeder wahrhaft wissenschaftlichen Leistung

unentbehrlich. Bei der mathematisch-physikalischen Forschung liegt der schöpferische Act im Aufstellen des Problems. Ist eine bedeutende Aufgabe richtig gestellt, so giebt die Operation des auf einen Punkt gerichteten Gedankens, von allen Nebendingen unberührt, von allen individuellen Neigungen und Stimmungen unbeirrt, in Maass und Zahl die endgültige Antwort.

Als philosophisch-historischer Forscher hat uns zwar schon Aristoteles ein unvergleichliches Beispiel gegeben, dass man der vorangehenden Methode, wie er sie nennt, gleichsam selbstlos, folgend, auch die Einrichtungen der Menschenwelt so unbefangen betrachten und erörtern kann, wie der Physiologe einen Pflanzen- oder Thierkörper untersucht. Das Resultat kann aber nie als ein gegebenes hingenommen werden, und während der Naturforscher nur Eins im Auge hat, drängen sich hier bei jeder Betrachtung so mannigfaltige Gesichtspunkte auf, welche beachtet sein wollen, wenn der todte Stoff lebendig und die innere Wahrheit gefunden werden soll. Das geschichtliche Bild lässt sich nicht wie ein Mosaik aus Steinen und Stiften zusammensetzen. Die Bruchstücke sollen zu einem Ganzen verbunden werden und es wird eine so energische Selbstthätigkeit verlangt, dass Wilhelm von Humboldt in einem seiner vorzüglichsten akademischen Vorträge auf die innere Verwandtschaft des Dichterberufs mit der Aufgabe des Gechichtschreibers hinweisen konnte.

Darin liegt ja der unvergleichliche Reiz historischer Probleme, dass jedes einzelne uns in das volle, reiche Menschenleben hineinführt und alle Saiten unseres Gemüths anklingen lässt — aber wir steuern auch bei jedem, das Nächstliegende überschreitenden Versuche in ein klippenreiches Fahrwasser hinaus, wo wir mit dem, was doch jeder wissenschaftlichen Forschung Endziel ist, ein allgemein gültiges Schlussergebniss zu finden, Schiffbruch zu leiden fürchten müssen.

Beim Messen und Wägen können auch die etwa unterlaufenden Täuschungen in Rechnung gebracht werden. Aber wie wäre es möglich, die subjectiven Beeinflussungen, denen die Geschichtsbetrachtung ausgesetzt ist, zu überblicken und zu controliren?

Sie liegen zum Theil schon im Temperament. Die Einen sind von Natur geneigt, jeder ansprechenden Überlieferung zuzustimmen, die Andern lehnen sich dagegen, wie eine ungebührliche Zumuthung auf.

Auch besteht zwischen dem Gegenstande und dem Betrachtenden eine Art von persönlichem Verhältniss, insofern die Völkergeschichte den Lebensbeschreibungen vergleichbar ist. Niemand wird leicht auf den Gedanken kommen, Biograph eines Bildhauers zu werden, wenn er nicht ein angeborenes Interesse für die Kunst des Meisters hat. So fühlen wir uns zu den Völkern hingezogen, für deren geschicht-

liches Wesen wir eine volle Auffassung zu haben glauben, und diesem Zuge der Wahlverwandtschaft wird man die Berechtigung nicht absprechen wollen. Ein tief empfundener Antheil an dem Gegenstand der Darstellung steht ja mit kritischer Quellenforschung nicht im Widerspruch. Wer hat mit seinem persönlichen Urtheil weniger zurückgehalten als Niebuhr und wie sehr das Gemüth von Böckh bei Beurtheilung der athenischen Staatsmänner betheiligt war, dafür zeugt, dass er sich gedrungen fühlte, Abbitte zu thun, als er an dem lautern Charakter des Perikles einen Zweifel ausgesprochen hatte.

Auch wird man dem Geschichtsschreiber das Recht einräumen, das man dem Bildhauer giebt, der die charakteristischen Züge zum vollen Ausdrucke bringt und über die zufälligen Entstellungen des Gesichts hinwegsieht; denn nicht in den Schwächen, die ein grosser Mann mit Allen seines Geschlechts theilt, liegt seine Bedeutung, sondern in dem, was er vor den Andern voraus hat.

Ein gewisser Idealismus ist Recht und Pflicht des Historikers, aber er ruft begründeten Widerspruch hervor. Man vermisst die richtige Vertheilung von Licht und Schatten, von Haupt- und Nebengruppen. Wie kräftig hat O. Müller die hellenische Geschichte gefördert, indem er die Städte und Stämme als die eigentlichen Träger derselben aus dem Dunkel hervorzog! Aber er war so eingenommen für die neu entdeckten Minyer und so begeistert für seine Dorier, dass er sie, wie wir jetzt urtheilen müssen, auf Kosten der Wahrheit ausgestattet hat.

Der Mensch kann in Betreff des Menschlichen von sich selbst nicht frei werden. Der Eine schwärmt für die Idee des mittelalterlichen Kaiserthums, der Andere legt den Maassstab nüchterner Politik an, der Eine sieht in dem religiös-sittlichen Verhalten eines Volkes die Ursachen seines Vor- und Rückganges, die Anderen fesselt mehr als alles Andere der Gegensatz der Parteien, in denen sie der Gegenwart entsprechende Richtungen wiederfinden. Darum schrieb Milford die Geschichte der Griechen als Tory, George Grote als Whig. Grote glaubte aus seinem parlamentarischen Leben die Erfahrungen mitzubringen, um die antiperikleische Partei zum ersten Mal in das rechte Licht zu stellen und er ruhte nicht seinen Kleon so zurechtzumachen, dass der alte Gerbermeister, nothdürftig gesäubert, berechtigt schien neben ihm auf den Vorderbänken einer lieberalen Opposition Platz zu nehmen.

Wenn es sich um die Beurtheilung von Personen handelt, mit denen unser Leben so eng verknüpft ist, dass wir es ohne dieselben gar nicht denken können, werden wir uns mit einem grösseren Kreise am wenigsten verständigen können. Wir sind hier am empfindlichsten

und am wenigsten zu Compromissen geneigt. So ist es auch mit den Völkern der Geschichte. An den Hellenen haben wir Alle zuerst die Schwungkraft des Geistes erprobt, uns in fremde Länder und Zeiten lebendig zu versetzen; es sind die ersten Eindrücke, die uns aus der Welt des Alltäglichen herausheben. Als Knaben nehmen wir Partei für Achill oder Hektor und als Männer finden wir in der Griechenwelt am meisten wahre, volle Menschengeschichte, die unsere ganze Persönlichkeit in Anspruch nimmt.

So kommt es, dass, während die urkundliche Kenntniss des klassischen Alterthums seit Niebuhr und Böckh so riesenhafte Fortschritte gemacht hat, der Gegensatz der Ansichten in Hauptfragen der Wissenschaft nirgends grösser ist, und nirgends vermissen wir mehr eine ruhige Objectivität, die allein zu allgemein gültigen Anschauungen führen kann.

Auf der einen Seite glaubt man noch die Brandspuren vom Untergange Ilions nachweisen zu können und die Gebeine der Atriden zu besitzen, auf der anderen wird Alles, was die Sage meldet, als willkürliche Erfindung eines Poeten angesehen. Die Einen erkennen es als eine der wichtigsten Aufgaben, das von den älteren Völkern in Glauben und Sitte den Hellenen Überlieferte so zu erörtern, dass sie den Übergang derselben in hellenisches Eigenthum nachweisen, die Anderen verfolgen Jeden, der in dem Wesen der Athena einen Keim des Ausländischen nachweisen will, wie den Schänder eines Heiligthums.

Wir bewegen uns auf Gebieten, wo es unmöglich ist, die Unrichtigkeit der einen, die Gültigkeit der entgegengesetzten Anschauung mit Gründen, die keinen Zweifel lassen, zu erweisen. Daher verharren so Viele bei den Anschauungen, in welche sie sich einmal eingelebt haben, während Andere wiederum den Spielraum, welcher der historischen Combination gewährt ist, als einen Tummelplatz benutzen, auf dem ein glänzender Scharfsinn seine Triumphe zu feiern sucht, indem er eine Überlieferung des Alterthums nach der andern aus dem Wege räumt, ohne auch nur den ernsten Versuch eines Beweises anzutreten.

Das sind Zustände, welche den Eindruck von Anarchie machen, weil für die Lösung unserer Probleme keine Methoden vorliegen, deren correcte Befolgung den Erfolg verbürgt, weil die unberechenbare Autonomie des geistigen Lebens aller gesetzlichen Normen spottet, unter denen die Natur sich begreifen lässt, weil keine Schranke vorhanden ist, welche von Abwegen zurückhält, kein Beobachtungsinstrument, welches den Punkt angiebt, wo der Thatbestand aufhört, den Anschauungen zu entsprechen. Das ist also die sittliche Forderung, die unausgesetzt an den Geschichtsforscher herantritt, dass er in sich das

Maass finde und, je mehr Freiheit ihm gegeben ist, um so mehr Selbstbeschränkung und Selbstverläugnung übe.

Unsere Alterthumsforschung hat sich der physikalisch-mathematischen Methode genähert, indem sie mehr als früher eine empirische geworden ist und durch Erzielung thatsächlicher Aufschlüsse das Gebiet subjectiver Vorstellungen einzuschränken gelernt hat. Sie hat die Gefahren eines einseitigen Idealismus auch dadurch bekämpft, dass sie die Welt der Alten in allen Beziehungen des praktischen Lebens zu erforschen begonnen hat, und Niemand hat mehr als BÖCKH uns darin ein Vorbild gegeben. Niemand hat kühner neue Aufgaben gestellt, Niemand hat sich vorsichtiger der Wahrheit genähert, Niemand gewissenhafter den vollen Beweis für seine Anschauungen zu geben sich bemüht. Darum sind während der massenhaften Erweiterung unseres Urkundenvorraths seine Darstellungen des antiken Lebens in allen Hauptpunkten unerschüttert geblieben und wir ehren in ihm den Meister der Tugend, welche für die philosophisch-historische Forschung das höchste Lob ist und zugleich die Bedingung jedes dauernden Erfolgs, weil sie die subjectiven Neigungen zügelt und regelt, der Tugend besonnener Maasshaltung, der attischen Sophrosyne.

---

Darauf hielt Hr. SCHULZE folgende Antrittsrede:

In der grossen Auszeichnung, mit welcher mich die Akademie durch die Wahl zum ordentlichen Mitgliede geehrt hat, erblicke ich vorwiegend eine Anerkennung meiner wissenschaftlichen Arbeitsrichtung. Gerade für den Zoologen, dessen Aufgaben von entgegengesetzten Seiten so verschieden beurtheilt werden, muss es von besonderem Werthe sein, die Richtung seines Strebens von den berufensten Beurtheilern gebilligt zu sehen.

Meinem Bildungsgange entsprechend, welcher mich von dem Studium der Medicin aus, von der berufsmässigen Beschäftigung mit der Anatomie des Menschen durch die vergleichende Anatomie zur Zoologie geführt hat, ist die Grundrichtung meiner Arbeiten stets die vergleichend anatomische gewesen.

Durch den Einfluss meines Lehrers MAX SCHULTZE war früh eine besondere Neigung zu histiologischen Untersuchungen, sowie zur Erforschung der mikroskopischen Thierwelt in mir geweckt worden, und durch die selbstgewonnene Überzeugung von der grossen Bedeutung der Entwickelungsgeschichte für die thierische Morphologie ward ich zu embryologischen Studien veranlasst.

So kam es, dass auf meine descriptiven und vergleichend anatomischen Arbeiten zunächst rein histiologische, darauf Studien über mikroskopische Organismen und schliesslich eine fortlaufende Reihe von Untersuchungen über den Bau und die Entwickelung der bisher so auffallend vernachlässigten Spongien folgte. Diese merkwürdige Thiergruppe, mit deren Studium ich noch jetzt beschäftigt bin, verspricht trotz oder vielmehr gerade wegen der Einfachheit ihrer Organisation für die Lösung mancher allgemeinen Fragen von hervorragender Bedeutung zu werden.

Wenn ich bisher zu diesen Untersuchungen absichtlich nur die mir lebend zu Gebote stehenden Arten verwandt habe, so glaubte ich doch die von der grossen englischen Tiefsee-Erforschungs-Expedition erbeuteten und mir zur wissenschaftlichen Verwerthung angebotenen reichen Schätze von Glasschwämmen nicht zurückweisen zu dürfen, da ein eingehendes Studium der feineren Organisationsverhältnisse dieser bisher noch fast unbekannten Bewohner der grössten Meerestiefen besonders wichtige Ergebnisse zu liefern versprach.

Die bis jetzt gewonnenen Resultate erscheinen geeignet, eine feste Stütze für jene Theorie zu liefern, welche uns zu einer ungezwungenen und einheitlichen Auffassung der gesammten Lebewelt und ihrer Geschichte führt — für die Abstammungslehre, nach welcher sich die ganze ausgestorbene und lebende Thierwelt wie ein gewaltiger Baum darstellt, dessen zarte Wurzeln als allereinfachste Lebewesen schon lange vor der Silurperiode entstanden, in dessen stattlicher Krone wir jetzt an einem der jüngsten grünen Zweige das Geschlecht der Menschen blühen sehen.

Durch die Aufnahme in diesen Kreis hervorragender Gelehrter habe ich neue Anregung zu freudigem wissenschaftlichen Schaffen gewonnen, und ich hoffe, dass es mir auch gelingen wird, meinen Pflichten als Mitglied der Akademie gerecht zu werden.

---

Hr. du Bois-Reymond, als Secretar der physikalisch-mathematischen Classe, antwortete:

Ihr Erscheinen in unserem Kreise, Hr. Schulze, ist ein neues Glied in der Reihe von Wandlungen, welche die Wissenschaft von den Lebewesen, und deren Vertretung in der Akademie und an der ihr eng verbundenen Hochschule, während des letzten Vierteljahrhunderts erfuhren. Es wäre hier nicht an der Zeit zu verfolgen, wie einst Lichtenstein aus einem Arzt in holländischen Diensten am Cap

der erste Professor der Zoologie an der jungen Berliner Universität, der Begründer der zoologischen Sammlung und des zoologischen Gartens, und jahrzehndelang der Zoologe der Akademie ward. Ausser dem Erforscher des kleinsten Lebens, wie Ehrenberg selber das Feld seiner Thätigkeit nannte, und dem feinen Kenner der Insectenwelt, Klug, gab es aber damals unter uns neben Lichtenstein noch einen Zoologen, und zwar ersten Ranges, Niemand anders als Johannes Müller, dessen ragendes Haupt im Gedenken des heutigen Geschlechtes schon mythischer Nebelglanz umfängt.

Ausgegangen von der vergleichenden Physiologie, durcharbeitete er mit der ihm eigenen Energie, zum Theil unterstützt durch Gehülfen wie Henle, Troschel, Hrn. Cabanis, mehrere der wichtigsten Abtheilungen des lebenden und des ausgestorbenen Thierreiches, indem er bei tiefster Kenntniss der Gesammtorganisation aller Thiere im Sinne der alten Cuvier'schen Systematik classificirend verfuhr, und besonders absoluten Merkmalen nachging, in welchen er den Stein der Weisen für die Systematik erblickte. Der Mikrographie sich zuwendend, schuf er dann bei uns, wie Edward Forbes in England, jene wissenschaftliche Seefischerei, aus der, im Verein mit Liebig's Welt im Glase, allmählich die heutigen Aquarien und zoologischen Stationen sich entwickelten, und schliesslich auch die Challenger-Expedition hervorging, deren Ergebnisse zu verwerthen das sonst so eifersüchtige Ausland Ihrer Sachkenntniss, Hr. Schulze, zum Theil überlässt.

Aber wie bewundernswerth auch Müller's zoologische Arbeiten erscheinen, der ihn dabei leitende Gedanke kennzeichnet einen heute völlig überwundenen Standpunkt: der Gedanke, den allgemeinen Plan zu enträthseln, dessen Verwirklichung die periodisch schaffende Macht von Anbeginn der Lebewesen bis zum Auftreten des Menschen auf Erden sich vorsetzte. Müller's schmerzliche Sehnsucht nach besserer Einsicht, wie sie gelegentlich seines Fundes der Entstehung von Schnecken in Holothurien sich Luft machte, zu einer Zeit, wo Charles Darwin längst im Besitz des Geheimnisses war, erinnert fast an die Klage, welche Geibel dem greisen König auf Sans-Souci in den Mund legt, einem Volk als Held gesandt zu sein, dem nie die Dichtung auf goldener Wolke erschien, zu einer Zeit, wo Götz und Werther schon den Sonnenaufgang der deutschen Poësie verkündet hatten.

Mit der Gewalt des Genius zog Johannes Müller stets Talente aller Art in die gerade von ihm bevorzugten Forschungskreise. Einer seiner Schüler aus früheren Jahren war Ihr unmittelbarer Vorgänger, Hr. Wilhelm Peters. Nachdem er sich in Nizza als Sammler bewährt hatte, entsandte ihn Müller nach dem südöstlichen Afrika, von wo er,

betrifft, nahezu gelöst und nur wenige Bände, zu denen leider auch die von mir übernommenen gehören, sind noch nicht zu vollständigem Abschluss gebracht. Die weitreichende Bedeutung dieses Werkes ganz zu ermessen, darf füglich einer späteren Zeit vorbehalten bleiben; dass dasselbe aber der Alterthums- und Sprachforschung, und zwar nicht allein auf dem sogenannten classischen Gebiet, ein reiches Material zu wissenschaftlicher Benutzung erschlossen hat, dass auch die Rechtswissenschaft manche fruchtbare Anregung demselben verdankt, darüber kann bereits heute kein Zweifel bestehen. Wohl haben die glänzenden Entdeckungen, die in den letzten Decennien auf dem Boden von Griechenland und Kleinasien gemacht worden sind, für den Augenblick das Interesse an den unscheinbaren und vielleicht gerade durch ihre Massenhaftigkeit weniger wirkenden römischen Inschriftfunden, insbesondere in Deutschland abgeschwächt, und die hier mehr als auf anderen Gebieten nothwendige Kleinarbeit wird, selbst in benachbarten wissenschaftlichen Kreisen, nicht selten mit einer gewissen Geringschätzung angesehen. Gewiss ist Niemand mehr von einer Überschätzung seiner Arbeit entfernt, als diejenigen, die an diesem Werke theilgenommen haben; sie sind sich wohl bewusst, dass sie als bescheidene Werkleute nur die Bausteine sammeln und behauen, dass sie sich mit dem Lobe eines verständigen, wohl angewandten Fleisses bescheiden und vielleicht darauf verzichten müssen, da zu ernten, wo sie gesäet haben. Aber sie sind sich auch bewusst, den kommenden Geschlechtern den Boden bereitet, das Unkraut aus demselben ausgerottet und Quellen erschlossen zu haben, die bisher nur Wenigen und auch diesen nur in unvollkommenem und getrübtem Zustande bekannt und zugänglich waren. Durch die systematische Ausnutzung der Bibliotheken und Museen ist ein seit mehr als vier Jahrhunderten angehäuftes Material, von dessen Umfang selbst die Eingeweihten nur eine sehr unzureichende Vorstellung besassen, gesammelt, kritisch bearbeitet und, insoweit dies mit der Anlage des Werkes vereinbar war, wissenschaftlich verwerthet worden. Mit der Unzulänglichkeit und Unzuverlässigkeit der epigraphischen Hilfsmittel hat noch in unseren Tagen ein Borghesi vergeblich gerungen und hat darauf Verzicht leisten müssen, seine Lebensarbeit zu Ende zu führen. Nach Abschluss des Corpus inscriptionum Latinarum wird jeder einigermaassen philologisch Geschulte im Stande sein, das vordem unübersehbare Material mit leichter Mühe für seinen speciellen Zweck zusammenzubringen und ohne Besorgniss, eine ahnungslose Beute epigraphischer Fälscher zu werden, zu verwerthen. Die Epigraphik hört damit auf, eine eigene wissenschaftliche Disciplin zu bilden und stellt ihr Inventar wohlgeordnet und registrirt der philologisch-historischen Forschung zur Verfügung.

Als die Aufgabe der classischen Philologie hat der ausgezeichnete Gelehrte, dessen hundertjährigen Geburtstag wir in diesem Jahre begehen werden, August Boeckh, bekanntlich die Erkenntniss des Alterthums in seiner gesammten historischen Erscheinung bezeichnet und in diesem Sinne hat er selbst im Auftrage dieser Akademie die grundlegende Sammlung der griechischen Inschriften zu Stande gebracht. Als einen bedeutsamen Beitrag zu der Lösung dieser Aufgabe wird man das Corpus inscriptionum Latinarum ansehen dürfen, denn nirgend wohl tritt uns lebendiger und unmittelbarer das Bild antiken Lebens entgegen, als in den gleichzeitigen monumentalen Zeugen der Vergangenheit. Aber bereits jetzt, da das einst gesteckte Ziel noch kaum erreicht ist, tritt eine neue Ehrenpflicht an die Akademie heran. Durch systematische Ausgrabungen und zufällige Funde, durch epigraphische Forschungsreisen und localen Sammeleifer mehrt sich von Jahr zu Jahr der Denkmälerbestand in ungeahnter Weise und die Fruchtbarkeit der wissenschaftlichen Redactionsarbeit zeigt sich nicht zum mindesten in den Impulsen, die das Werk auf die Forscherthätigkeit in allen Culturländern, die einst unter römischem Scepter gestanden haben, ausübt. Hier dauernd eine Concentration zu schaffen, das Neugewonnene an seine richtige Stelle zu setzen und der wissenschaftlichen Verwerthung zuzuführen, den Faden stets weiterzuspinnen, das ist eine unendliche Aufgabe, für welche weder die Kraft, noch das Leben des Einzelnen ausreicht, eine Aufgabe, die nur durch eine nach menschlichem Ermessen ewige Institution und durch ausreichende öffentliche Mittel geleistet und gewährleistet werden kann. Die Berliner Akademie hat es als ihre Pflicht erkannt, dieser Aufgabe sich zu unterziehen, und wenn Sie, hochverehrte Herren, mir die Ehre erwiesen haben, mich in Ihre Mitte zu berufen, so kann ich das nur als eine Aufforderung betrachten, mich an diesem Werke zu betheiligen an der Seite des Mannes, der uns die Bahn gewiesen und den Weg bereitet hat.

Über meine eigenen Arbeiten, insoweit sie nicht dem Corpus inscriptionum gewidmet sind, habe ich nur wenig zu sagen. Von dem Studium der classischen Philologie bin ich ausgegangen und habe mich bestrebt, diesen Boden auch in meinen historischen Untersuchungen nicht zu verlassen. Die Geschichte des Alterthums, die erst während meiner Lern- und Lehrzeit als eigene wissenschaftliche Disciplin sich abgezweigt und eine selbständige Vertretung auf den Universitäten Deutschlands und Österreichs gefunden hat, ist naturgemäss ein Grenzgebiet, das von Historikern, wie von Philologen gemeinsam bebaut wird. Wer als Philolog sich diesem Studienkreise zuwendet, läuft oder lief doch bis vor Kurzem noch leicht Gefahr, von den Einen

als Eindringling, von den Anderen als Abtrünniger angesehen zu werden. Gewiss bin ich weit entfernt, der universalhistorischen Forschung ihr Recht an diesem Gebiete streitig zu machen, aber wie einerseits der Philolog ohne Weite des historischen Blickes nothwendig an dem Einzelnen haften bleibt, so wird der Historiker, wenn er nicht auf sicherer philologischer Basis steht, nimmermehr im Stande sein, sich das volle Heimatsrecht auf classischem Boden zu erwerben. In meinen hauptsächlich der römischen Kaiserzeit und insbesondere der römischen Verwaltungsgeschichte gewidmeten Studien habe ich versucht, eingehende Detailforschung historisch fruchtbar zu machen und mit Hilfe der epigraphischen und literarischen Quellen ein bisher von Philologen und Historikern kaum berührtes, von Juristen nur gelegentlich gestreiftes Gebiet einigermaassen zu erhellen. Das für eine Darstellung der Steuer- und Provinzialverwaltung vor langen Jahren gesammelte Material habe ich vorläufig bei Seite legen müssen, da die für die Akademie übernommene Arbeit neben meinen Berufspflichten in Österreich, zu denen sich in diesem, an römischen Monumenten so reichen Lande die praktische Pflege der Epigraphik gesellte, mir nur zur Publication kleinerer Untersuchungen die nothwendige Musse gelassen hat. Wenn ich jetzt bei der Übernahme eines Lehramtes in meinem Vaterlande in Ihren Kreis einzutreten gewürdigt worden bin, so wird mir die ehrenvolle Gemeinschaft mit den vornehmsten Vertretern deutscher Wissenschaft eine stete Anregung und Mahnung sein, die unvollendeten Arbeiten zu Ende zu führen und von dem Einzelnen zum Allgemeinen, von der Epigraphik zur Geschichte wiederum den Weg zu finden.

---

Hr. Curtius erwiderte die Antrittsrede des Hrn. Hirschfeld, als Secretar der philosophisch-historischen Classe, mit folgenden Worten:

An Stelle des Mannes, in dessen Arbeitsfeld Sie zunächst einzutreten berufen sind, wird mir heute die Freude zu Theil, Ihre Worte zu erwidern und Sie in unserer Mitte willkommen zu heissen. Sie sind uns kein Fremder. In demselben Jahre, als Sie einem Rufe in's Ausland folgten, erhielten Sie von der Akademie die Aufforderung, Sich an einem vaterländischen Werke zu betheiligen. So blieben Sie geistig der Unserige und die damals geschlossene Verbindung ist das Band geworden, das Sie in's Vaterland zurückgeführt und Sie persönlich mit uns vereinigt hat.

Es ist, wie mir scheint, immer ein besonderer Vorzug, wenn bei mannigfaltigem Wechsel äusserer Lebensverhältnisse, welche die

Kräfte des Geistes entwickeln, und dem Historiker einen freiern Umblick über Länder und Volkszustände öffnen, ein innerer Zusammenhang unverkennbar hindurchgeht und dem wissenschaftlichen Streben eine harmonische Einheit giebt.

So werden auch Sie, davon zeugen Ihre Worte, am heutigen Tage mit dankbarer Befriedigung auf Ihre Lebensführung zurückblicken.

Sie sprechen von der Kleinarbeit, die Sie geleistet; aber durch die hohen Ziele, welche sie verfolgt, durch den Umfang, in dem sie angelegt ist, durch den sichern Fortschritt, mit dem sie ein massenhaftes Urkundenmaterial überwältigt, durch die grundlegende Bedeutung für die Kenntniss menschlicher Schrift und Sprache sowie des ganzen socialen und politischen Lebens des Alterthums ist es eine Arbeit in grossem Stil, der Sie Ihre Kräfte gewidmet, und der selbstverläugnende Fleiss, den sie fordert, trägt nur dazu bei, ihren sittlichen Werth zu erhöhen. Mit gerechtem Stolz blicken wir auf den gesegneten Fortgang des gewaltigen Werks, das seiner Vollendung entgegenreift, auf die ganze Reihe älterer und jüngerer Mitarbeiter, die aus Schülern zu Kennern, aus Kennern zu Meistern geworden sind. Es ist neben dem griechischen Urkundenwerk ein Monument deutscher Geisteskraft zu Ehren des Vaterlandes, und wir erkennen es mit tief empfundenem Danke, dass unsere Staatsregierung in voller Würdigung der Bedeutung des Werks, über den ersten Ausbau desselben hinaus Fürsorge getragen hat, es auch für die Zukunft lebensfähig zu erhalten.

Die beiden akademischen Zwillingswerke sind zwei Bäumen vergleichbar, von deren Früchten die ganze Alterthumswissenschaft neue Lebenskraft gewonnen hat und deren Kronen sich schon berühren. Die lateinischen Urkunden lehren uns den Fortbestand hellenischer Cultur kennen und aus der Insel des Minos tauchen die Urkunden auf, aus denen sich eine neue Wissenschaft griechisch-römischer Rechtsgeschichte entwickelt.

Auch Ihre Studien haben Sie nach geschichtlichen Gesichtspunkten über die Masse der Einzelheiten glücklich zu erheben gewusst. Sie haben die Verschiedenartigkeit des Provinzialregiments in ein helleres Licht gestellt, die lohnende Aufgabe Roms in den Landschaften des Westens, wo durch Verschmelzung mit dem Einheimischen eine reiche Cultur friedlich aufsprosste und die undankbarere Arbeit in den Donauländern, wo der Staat zum Zweck der Selbsterhaltung erobern musste und entvölkerte Länder mit schweren Opfern mühsam zusammenhielt. Sie haben drei Jahrhunderte hindurch, in denen die weltbeherrschende Stadt zwischen Principat und Senat, zwischen Despotismus und Republik haltlos schwankte, das gesammte Verwaltungssystem in allen

Formen verfolgt und eine Fülle von Wandlungen nachgewiesen, wo man eine gleichförmigere Tradition vorausgesetzt hatte.

Sie werden uns mit Ihrer frischen Kraft helfen, der Vorgänger würdig zu bleiben, an die wir heute Beide ohne Verabredung zu erinnern uns gedrungen fühlten, die diesen unscheinbaren Räumen eine unsterbliche Weihe gegeben haben. Damals ruhte des Vaterlandes Grösse auf seiner Kunst und Wissenschaft. Wir wollen das Unsrige thun, dass im neu gegründeten Reiche die alte Kraft wissenschaftlicher Forschung unvermindert fortwirke.

---

Darauf verlas Hr. Zeller folgenden Bericht über die zur Beantwortung der philosophischen Preisfrage von 1882 eingegangenen Arbeiten:

In ihrer öffentlichen Sitzung vom 29. Juni 1882 hatte die Akademie zu Preisarbeiten eingeladen, deren Thema in den Worten ausgedrückt war:

> »Die Akademie wünscht eine Darstellung und Prüfung der Theorieen über den Ursprung, den Sinn und die Geltung des Causalitätsgesetzes, welche auf die wissenschaftliche Entwickelung der letzten drei Jahrhunderte Einfluss gewonnen haben.«

Diese Aufgabe hat drei Bearbeitungen gefunden.

Die erste von diesen, mit dem Motto: »Suum cuique«, welche in französischer Sprache abgefasst ist, und schon vor dem Ende des Jahres 1883 eingieng, macht den Eindruck einer Schrift, die in ihrem Hauptkörper nach einem andern Plan ausgeführt, der von der Akademie gestellten Aufgabe erst nachträglich und unvollständig angepasst wurde. Nur ein Drittheil derselben ist nämlich der Geschichte der Theorieen über das Causalgesetz gewidmet, während der doppelt so starke Rest in einer selbständigen philosophischen Erörterung besteht, welche über das Gesetz der Causalität weit hinausgeht. In seinen historischen Ausführungen beschränkt sich der Verfasser auf das allgemein bekannte, und er behandelt auch dieses oberflächlich und ungenügend, mit starken Verstössen im einzelnen, und bemüht sich weder um eine klare Hervorhebung der Momente, auf die es für die Lösung der vorliegenden Aufgabe ankam, noch um eine tiefere Erkenntniss des geschichtlichen Zusammenhangs. Seine Schrift würde daher den von der Akademie zu stellenden Anforderungen auch dann nicht entsprechen, wenn die systematische Ausführung ihres zweiten Theils tiefer in den Gegenstand eindränge und ihn mit grösserer

Schärfe behandelte, als diess — trotz einzelner treffenden Bemerkungen und guten Auseinandersetzungen — geschehen ist.

Noch weniger genügt eine zweite Arbeit mit dem Motto: »Ratio sufficiens«, da dieselbe statt der von der Akademie verlangten Geschichte und Beurtheilung der neueren Theorieen über das Causalgesetz lediglich die eigenen, nicht sehr tief gehenden, Reflexionen des Verfassers enthält, und dabei nur ein paarmal auf einige von den bekanntesten früheren Philosophen einen flüchtigen Blick wirft.

Viel gründlicher verfährt die dritte Arbeit, welche, 711 Folioseiten stark, das Motto trägt: »Vere scire est per causas scire«. Auch sie deckt sich zwar, ihrem Umfang und ihrer Abzweckung nach, nicht genau mit der Aufgabe, deren Lösung die Akademie gewünscht hatte; denn nur ihr erster Theil, drei Fünftel des Ganzen umfassend, beschäftigt sich mit den neueren Theorieen über die Causalität, der zweite dagegen bringt speculative Untersuchungen über diesen Gegenstand, welche die Grenzen der von der Akademie gestellten Aufgabe zu weit überschreiten, um bei der Frage nach der Beantwortung der letzteren in Betracht kommen zu können, welche aber auch an sich selbst in ihrer dogmatistischen Haltung zur wissenschaftlichen Erkenntniss der Frage wenig beitragen. Dagegen werden in dem ersten Theil die Ansichten von mehr als vierzig Philosophen, theils ausführlicher, theils kürzer, dargestellt und beurtheilt. So anerkennenswerth aber auch der Fleiss und die Sorgfalt ist, welche der Verfasser diesem Theil seiner Schrift gewidmet hat, so leidet er doch, auch abgesehen von minder wichtigen Einzelheiten, an sehr erheblichen Mängeln. Für's erste geht nämlich aus der ganzen Darstellung hervor, dass sich ihr Urheber die ihm gestellte Aufgabe nicht klar gemacht hat. Während die Akademie eine Darstellung und Prüfung der Theorieen über das Causalitätsgesetz verlangt hatte, beschäftigt sich der grössere Theil seiner Ausführungen nicht speciell mit den hierauf bezüglichen Untersuchungen der von ihm besprochenen Philosophen, sondern mit dem ganzen Inhalt ihrer Systeme; was sich ihnen dagegen in Beziehung auf den Ursprung, den Sinn und die Geltung des Causalitätsgesetzes entnehmen lässt, tritt bei den meisten durchaus nicht scharf und klar hervor. Wenn ferner der Werth einer monographischen Untersuchung, wie die von der Akademie verlangte, neben anderem wesentlich auch darauf beruht, dass ihre Angaben durch einen in's einzelne gehenden Nachweis ihrer Urkundlichkeit sichergestellt werden, so hat es der Verfasser hieran viel zu sehr fehlen lassen, und einzelne der von ihm besprochenen Theorieen scheint er überhaupt nur aus secundären Quellen zu kennen. Auch hinsichtlich der Vollständigkeit und Gleichmässigkeit in der Benutzung des geschichtlichen Materials ist nament-

lich in den Abschnitten seiner Arbeit, welche sich mit den letzten Jahrzehenden beschäftigen, manches zu vermissen. Ein wesentlicher Mangel dieser Arbeit besteht endlich darin, dass sie sich fast durchweg begnügt, die Philosophen einzeln an einander zu reihen, statt zu zeigen, um welche Fragen es sich bei der Untersuchung über das Causalitätsgesetz handelt, wie weit man in der Beantwortung derselben bis zum 16. Jahrhundert gekommen war, was jeder von den Späteren zur Berichtigung und Ergänzung seiner Vorgänger that, welche Anregungen und Einflüsse er von ihnen erfuhr und wie er seinerseits auf seine Nachfolger einwirkte. Auch diese Lösung der von der Akademie gestellten Aufgabe kann daher als eine befriedigende nicht anerkannt werden.

Der vorsitzende Secretar theilte mit, dass die Akademie beschlossen habe, die philosophische Preisfrage nicht zu erneuern.

Zum Schluss hielt Hr. Dillmann die Gedächtnissrede auf Richard Lepsius. Sie wird in den Abhandlungen veröffentlicht werden.

---

Ausgegeben am 9. Juli.

Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei.

1885.

**XXXIV.**

# SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

# AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

ZU BERLIN.

---

9. Juli. Gesammtsitzung.

---

Vorsitzender Secretar: Hr. Curtius.

1. Hr. Weierstrass las über die analytische Darstellbarkeit sogenannter willkürlicher Functionen einer reellen Veränderlichen.

2. Hr. Kronecker las über das Dirichlet'sche Integral.

Beide Vorträge erscheinen in diesem Sitzungsberichte.

3. Das correspondirende Mitglied der Akademie, Hr. Charles Alphonse Léon Rénier, ist in Paris am 12. Juni gestorben.

---

# Über die analytische Darstellbarkeit sogenannter willkürlicher Functionen einer reellen Veränderlichen.

Von K. Weierstrass.

Erste Mittheilung.

Ist $f(x)$ eine für jeden reellen Werth der Veränderlichen $x$ eindeutig definirte, reelle und stetige Function, deren absoluter Betrag eine endliche obere Grenze hat, so gilt bekanntlich die nachstehende Gleichung, in der $u$ eine zweite reelle Veränderliche bedeutet und unter $k$ eine von $x$ und $u$ unabhängige positive Grösse zu verstehen ist:

$$(1.)\qquad \operatorname*{Lim}_{k=0} \cdot \frac{1}{k\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(u)\, e^{-\left(\frac{u-x}{k}\right)^2} du = f(x).$$

Der in dieser Gleichung ausgesprochene Satz lässt sich leicht verallgemeinern.

Es werde irgend eine Function $\psi(x)$ von derselben Beschaffenheit wie $f(x)$ angenommen, welche ihr Zeichen nicht ändert, der Gleichung $\psi(-x) = \psi(x)$ genügt und überdies der Bedingung entspricht, dass das Integral

$$\int_0^{+\infty} \psi(x)\, dx = \omega$$

einen endlichen Werth haben muss, der mit $\omega$ bezeichnet werden möge. Setzt man dann

$$(2.)\qquad F(x, k) = \frac{1}{2k\omega} \int_{-\infty}^{+\infty} f(u)\, \psi\left(\frac{u-x}{k}\right) du,$$

so ist

$$(3.)\qquad \operatorname*{Lim}_{k=0} \cdot F(x, k) = f(x).$$

In Betreff des Beweises der Gleichungen (1, 3) möge Folgendes bemerkt werden. Es seien $a_1, a_2, b_1, b_2$ positive Grössen, $b_1 > a_1$, $b_2 > a_2$, so hat man

$$\frac{1}{k}\int_{-b_1}^{b_2} f(u)\,\psi\left(\frac{u-x}{k}\right)du - \frac{1}{k}\int_{-a_1}^{a_2} f(u)\,\psi\left(\frac{u-x}{k}\right)du$$

$$= \frac{1}{k}\int_{-b_1}^{-a_1} f(u)\,\psi\left(\frac{u-x}{k}\right)du + \frac{1}{k}\int_{a_2}^{b_2} f(u)\,\psi\left(\frac{u-x}{k}\right)du$$

$$= f(-b_1\ldots -a_1)\int_{\frac{a_1+x}{k}}^{\frac{b_1+x}{k}} \psi(u)\,du + f(a_2\ldots b_2)\int_{\frac{a_2-x}{k}}^{\frac{b_2-x}{k}} \psi(u)\,du.$$ [1]

In Verbindung mit den in Betreff der Functionen $f(x)$, $\psi(x)$ gemachten Annahmen lehrt diese Gleichung, dass das Integral

$$\frac{1}{k}\int_{-a_1}^{a_2} f(u)\,\psi\left(\frac{u-x}{k}\right)du,$$

wenn man den Grössen $x, k$ bestimmte Werthe giebt und dann $a_1, a_2$ unabhängig von einander unendlich gross werden lässt, sich einer bestimmten endlichen Grenze nähert und somit das Integral

$$\frac{1}{k}\int_{-\infty}^{+\infty} f(u)\,\psi\left(\frac{u-x}{k}\right)du$$

eine wohldefinirte Grösse ist.

Dies festgestellt, sei nun $\delta$ eine beliebig klein anzunehmende positive Grösse, so ist

$$F(x,k) = \frac{1}{2k\omega}\int_{-\infty}^{x-\delta} f(u)\,\psi\left(\frac{u-x}{k}\right)du + \frac{1}{2k\omega}\int_{x+\delta}^{+\infty} f(u)\,\psi\left(\frac{u-x}{k}\right)du$$

$$+ \frac{1}{2k\omega}\int_{x-\delta}^{x} f(u)\,\psi\left(\frac{u-x}{k}\right)du + \frac{1}{2k\omega}\int_{x}^{x+\delta} f(u)\,\psi\left(\frac{u-x}{k}\right)du$$

$$= \frac{1}{2\omega}f(-\infty\ldots x-\delta)\int_{\frac{\delta}{k}}^{+\infty}\psi(u)\,du + \frac{1}{2\omega}f(x+\delta\ldots+\infty)\int_{\frac{\delta}{k}}^{+\infty}\psi(u)\,du$$

$$+ \frac{1}{2\omega}\int_{0}^{\frac{\delta}{k}}\Big(f(x-ku)+f(x+ku)\Big)\,\psi(u)\,du.$$

[1] Ich bezeichne mit $f(x_1\ldots x_2)$ einen Mittelwerth zwischen dem kleinsten und grössten derjenigen Werthe, welche $f(x)$ in dem Intervall von $x = x_1$ bis $x = x_2$ annimmt.

Daraus folgt:

$$F(x,k) - f(x) = \frac{f(-\infty\ldots+\infty) - f(x)}{\omega}\int_{\frac{\delta}{k}}^{\infty}\psi(u)\,du$$

$$+\frac{1}{2\omega}\int_{0}^{\frac{\delta}{k}}\Big(f(x-ku)+f(x+ku)-2f(x)\Big)\psi(u)\,du$$

$$= \frac{f(-\infty\ldots+\infty) - f(x)}{\omega}\int_{\frac{\delta}{k}}^{+\infty}\psi(u)\,du$$

$$+\tfrac{1}{2}\,\varepsilon_1\Big(f(x-\varepsilon\delta)+f(x+\varepsilon\delta)-2f(x)\Big),$$

wo $\varepsilon, \varepsilon_1$ positive, zwischen 0 und 1 enthaltene Grössen bedeuten.

Nun seien $x_1, x_2$ irgend zwei bestimmte Werthe von $x$, $G$ die obere Grenze für den absoluten Betrag von $f(x)$, und $g_1, g_2$ zwei positive Grössen, die beliebig klein angenommen werden können. Dann kann man zunächst der Grösse $\delta$ einen so kleinen Werth geben, dass der absolute Betrag von

$$\tfrac{1}{2}\Big(f(x-u)+f(x+u)-2f(x)\Big)$$

stets kleiner als $g_1$ ist, wenn $x$ in dem Intervall $(x_1\ldots x_2)$, und zugleich $u$ in dem Intervall $(0\ldots\delta)$ angenommen wird. Hat man einen solchen Werth von $\delta$ fixirt, so kann man ferner eine positive Grösse $k'$ so bestimmen, dass für jeden Werth von $k$, der $< k'$,

$$\frac{2G}{\omega}\int_{\frac{\delta}{k}}^{+\infty}\psi(u)\,du < g_2,$$

also vermöge der vorstehenden Gleichung die Differenz zwischen $F(x,k)$ und $f(x)$ ihrem absoluten Betrage nach kleiner als $g_1+g_2$ ist, und zwar für jeden der betrachteten Werthe von $x$.

Hiermit ist also nicht nur bewiesen, dass $F(x,k)$ für jeden einzelnen Werth von $x$ der Grenze $f(x)$ sich nähert, wenn $k$ unendlich klein wird, sondern auch, dass die Annäherung für alle einem endlichen Intervalle angehörigen Werthe von $x$ eine gleichmässige ist.

Aus der Gleichung (3.) ziehe ich nun eine bemerkenswerthe Folgerung.

Unter den Functionen $\psi(x)$, welche den oben angegebenen Bedingungen entsprechen, giebt es unzählige, welche transcendente ganze Functionen und zugleich so beschaffen sind, dass auch die zugehörigen Functionen $F(x,k)$ für jeden bestimmten Werth der Grösse $k$ in be-

ständig convergirende Potenzreihen von $x$ entwickelt werden können. Nimmt man für $\psi(x)$ eine derartige Function, z. B. $\psi(x) = e^{-xx}$, so ergiebt sich der folgende, wie es mir scheint, merkwürdige und fruchtbare Satz:

A. »Ist $f(x)$ eine nur für reelle Werthe der Veränderlichen $x$ eindeutig definirte und durchweg stetige Function, so lässt sich auf mannigfaltige Weise eine transcendente ganze Function $F(x, k)$ herstellen, welche ausser $x$ noch einen veränderlichen (positiven) Parameter $k$ enthält und so beschaffen ist, dass für jeden reellen Werth von $x$ die Gleichung

$$\operatorname*{Lim}_{k=0} \cdot F(x, k) = f(x)$$

besteht.«

Unter der Bedingung, dass die Veränderliche $x$ auf irgend ein endliches Intervall beschränkt werde, kann man ferner, wie gezeigt worden ist, nach Annahme einer beliebig kleinen Grösse $g'$, dem Parameter $k$ einen so kleinen Werth $k'$ geben, dass für jeden Werth von $x$ die Differenz zwischen $F(x, k')$ und $f(x)$ ihrem absoluten Betrage nach kleiner als $g'$ ist. Stellt man sodann $F(x, k')$ in der Form einer Potenzreihe

$$A_0 + A_1 x + A_2 x^2 + \dots$$

dar und bezeichnet die Summe der $n$ ersten Glieder dieser Reihe mit $G(x)$, so kann man, nach Annahme einer anderen positiven Grösse $g''$, dem $n$ einen so grossen Werth geben, dass für jeden dem angenommenen Intervall angehörigen Werth von $x$ der absolute Betrag von $F(x, k') - G(x)$ kleiner als $g''$, mithin der absolute Betrag von $f(x) - G(x)$ kleiner als $g' + g''$ ist.

Damit ist bewiesen:

B. »Ist $f(x)$ eine Function von der angegebenen Beschaffenheit, und wird die Veränderliche $x$ auf irgend ein endliches Intervall beschränkt, so lässt sich, nach Annahme einer beliebig kleinen positiven Grösse $g$, auf mannigfaltige Weise eine ganze rationale Function $G(x)$ bestimmen, welche in dem festgesetzten Intervalle sich der Function $f(x)$ so genau anschliesst, dass die Differenz $f(x) - G(x)$ ihrem absoluten Betrage nach beständig kleiner als $g$ ist.«

Nun nehme man zwei unendliche Reihen positiver Grössen

$$a_1, a_2, a_3, \dots$$
$$g_1, g_2, g_3, \dots$$

so an, dass $\operatorname*{Lim}_{x=\infty} \cdot a_n = \infty$ ist und $\sum_{\nu=1}^{\infty} g_\nu$ einen endlichen Werth hat;

dann kann man dem Vorstehenden gemäss eine Reihe von ganzen rationalen Functionen

$$G_1(x), G_2(x), G_3(x), \ldots$$

so bestimmen, dass (für $\nu = 1, 2, \ldots \infty$)

$$|f(x) - G_\nu(x)| < g_\nu$$

ist, wenn $x$ in dem Intervall $(-a_\nu \ldots a_\nu)$ liegt. Setzt man sodann

$$f_0(x) = G_1(x), f_\nu(x) = G_{\nu+1}(x) - G_\nu(x),$$

so ist

$$\sum_{\nu=0}^{n} f_\nu(x) = G_{n+1}(x),$$

und für jeden bestimmten Werth von $x$

$$\operatorname{Lim}_{n=\infty} \cdot G_{n+1}(x) = f(x);$$

woraus sich

$$f(x) = \sum_{\nu=0}^{\infty} f_\nu(x)$$

ergiebt.

Nun seien $x_1, x_2$ irgend zwei bestimmte, endliche Werthe von $x$, so ergiebt sich aus den Ungleichheiten

$$\begin{aligned} &|f(x) - G_\nu(x)| < g_\nu, \ (-a_\nu \leqq x \leqq a_\nu,) \\ &|f(x) - G_{\nu+1}(x)| < g_{\nu+1}, \ (-a_{\nu+1} \leqq x \leqq a_{\nu+1}) \end{aligned}$$

dass für jeden dem Intervalle $(x_1 \ldots x_2)$ angehörigen Werth von $x$

$$|f_\nu(x)| < g_\nu + g_{\nu+1}$$

ist, sobald $\nu$ grösser ist als eine bestimmte Zahl $\nu'$, die dadurch definirt wird, dass jedes Intervall $(-a_\nu \ldots a_\nu)$, für welches $\nu > \nu'$, die Werthe $x_1, x_2$ beide enthalten muss. Man hat also

$$\sum_{\nu=\nu'+1}^{\infty} |f_\nu(x)| < \sum_{\nu=\nu'+1}^{\infty} (g_\nu + g_{\nu+1}), \text{ wenn } x_1 \leqq x \leqq x_2;$$

und es convergirt demzufolge die Reihe

$$\sum_{\nu=\nu'+1}^{\infty} f_\nu(x)$$

und somit auch die Reihe

$$\sum_{\nu=0}^{\infty} f_\nu(x)$$

unbedingt und gleichmässig für die dem Intervalle $(x_1 \ldots x_2)$ angehörigen Werthe von $x$. Es ist aber die Wahl der Grössen $x_1, x_2$ keiner andern Beschränkung unterworfen, als dass sie endliche reelle Werthe haben müssen, und die Functionen $f_\nu(x)$ sind unabhängig von

denselben; die vorstehende Reihe convergirt also unbedingt für jeden Werth von $x$ und gleichmässig in jedem Intervall

$$x_1 \leqq x \leqq x_2,$$

dessen Grenzen endliche Werthe haben. Es gilt also das Theorem:

C. »Jede Function $f(x)$ von der angegebenen Beschaffenheit lässt sich auf mannigfaltige Weise darstellen in der Form einer unendlichen Reihe, deren Glieder ganze rationale Functionen von $x$ sind; diese Reihe convergirt unbedingt für jeden endlichen Werth von $x$, und gleichmässig in jedem Intervalle $(x_1 \ldots x_2)$, dessen Grenzen endliche Grössen sind.«

In Betreff des Satzes (B.) ist zu bemerken, dass man zur Begründung desselben nur anzunehmen braucht, es sei $\psi(x)$ eine transcendente ganze Function, welche für reelle Werthe von $x$ die im Vorstehenden angegebenen Eigenschaften besitzt, nicht aber, dass auch $F(x, k)$ eine ganze Function von $x$ sei, was keine nothwendige Folge der ersteren Annahme ist.

Setzt man nämlich, unter $a, b$ zwei beliebig anzunehmende reelle Grössen verstehend,

$$F_1(x, k) = \frac{1}{2k\omega} \int_a^b f(u)\, \psi\left(\frac{u-x}{k}\right) du,$$

so hat man für reelle Werthe von $x$

$$F(x, k) = F_1(x, k) + \frac{1}{2\omega} \int_{\frac{x-a}{k}}^{+\infty} f(x-ku)\, \psi(u)\, du + \frac{1}{2\omega} \int_{\frac{b-x}{a}}^{+\infty} f(x+ku)\, \psi(u)\, du,$$

und kann also, wenn $a, b, x_1, x_2$ der Bedingung

$$a < x_1 < x_2 < b$$

gemäss angenommen worden, und eine beliebig kleine positive Grösse $g_1$ gegeben ist, den Werth von $k$ so fixiren, dass für jeden dem Intervalle $(x_1 \ldots x_2)$ angehörigen Werth von $x$ der absolute Betrag der Differenz $f(x) - F_1(x, k)$ kleiner als $g_1$ ist. Dies vorausgesetzt, kann man ferner, da $F_1(x, k)$ unbedingt eine (transcendente) ganze Function von $x$ ist, nach Annahme irgend einer zweiten positiven Grösse $g_2$, eine ganze rationale Function $G(x)$ so bestimmen, dass in dem Intervall $(x_1 \leqq x \leqq x_2)$

$$|\, G(x) - F_1(x, k) \,| < g_2,$$

also

$$|f(x) - G(x)\,| < g_1 + g_2$$

ist; was den Satz (B.) giebt.

Dieser Beweis des in Rede stehenden Satzes ist, wie ich glaube, vollkommen streng und reicht aus, wenn nur gezeigt werden soll, dass ganze rationale Functionen $G(x)$, welche sich einer gegebenen Function $f(x)$ in allen Punkten eines beliebig angenommenen Intervalls $(x_1 \ldots x_2)$ so genau anschliessen, wie man will, existiren und auch wirklich bestimmt werden können. Dagegen leidet die im Vorstehenden angegebene Bildungsweise solcher Functionen an einem wesentlichen Mangel. Setzt man

$$F_1(x, k) = \sum_{\nu=0}^{\infty} (k)_\nu x^\nu,$$

wo $(k)_\nu$ eine Function von $k$ ist, für die sich der Ausdruck

$$(k)_\nu = \frac{(-1)^\nu}{\nu!\, \omega k^\nu} \int_{\frac{a}{k}}^{\frac{b}{k}} f(ku) \frac{d^\nu \psi(u)}{du^\nu} \cdot du$$

ergiebt, und

$$G^{(n)}(x, k) = \sum_{\nu=0}^{n-1} (k)_\nu x^\nu;$$

so existiren zwar, wenn irgend eine positive Grösse $\delta$ gegeben ist, Werthe von $k$ und $n$, für welche in dem Intervall $(x_1 \leqq x \leqq x_2)$

$$|f(x) - G^{(n)}(x, k)| < \delta$$

ist; es wird aber, wenn $\delta$ unendlich klein wird, $k$ ebenfalls unendlich klein, und es tritt der Übelstand ein, dass aus dem vorstehenden Ausdruck von $(k)_\nu$ nicht zu ersehen ist, ob derselbe, wenn $k$ unendlich klein wird, einer endlichen Grenze sich nähere oder doch wenigstens endlich bleibe, was unbedingt erforderlich ist, wenn auf die in Rede stehende Weise für einen beliebig kleinen Werth $\delta$ ein brauchbarer Annäherungsausdruck der Function $f(x)$ sich soll herstellen lassen

Wie dem angeführten Übelstande abzuhelfen ist, werde ich in einer folgenden Mittheilung zeigen.

---

# Über das Dirichlet'sche Integral.

Von L. Kronecker.

---

I. Bedeutet $x$ eine reelle positive, auf das Intervall von Null bis $X$ beschränkte, Veränderliche und $f(x)$ eine eindeutige, reelle, integrirbare, ihrem absoluten Werthe nach stets unter einer bestimmten Grösse $M$ bleibende Function von $x$, welche sich für bis zu Null abnehmende Werthe von $x$ einem bestimmten Grenzwerthe $f(0)$ nähert, so kann die allgemeine Frage nach den weiteren Bedingungen, unter welchen das Dirichlet'sche Integral:

$$\int_0^{x'} f(x) \sin wx\pi \, d\log x,$$

für alle in dem Intervall von Null bis $X$ liegenden Werthe von $x'$, sich mit wachsendem $w$ dem Werthe $\frac{1}{2}\pi f(0)$ nähert, unmittelbar auf die speciellere zurückgeführt werden, bei welcher der Grenzwerth der Function, für $x = 0$, selbst gleich Null ist.

Setzt man nämlich $f(x) - f(0) = f_0(x)$, so ist:

$$\int_0^{x'} f(x) \sin wx\pi \, d\log x = \int_0^{x'} f_0(x) \sin wx\pi \, d\log x + f(0)\int_0^{x'} \sin wx\pi \, d\log x,$$

und dass hier der Factor von $f(0)$ sich mit wachsendem $w$ in der That dem Werthe $\frac{1}{2}\pi$ nähert, geht am Einfachsten daraus hervor, dass

$$\lim_{w=\infty} \int_0^{x'} \sin wx\pi \, d\log x = \frac{1}{2} \lim_{w=\infty} \int_{-x'w}^{+x'w} \sin z\pi \, d\log z = \lim_{n=\infty} \sum_{k=-n}^{k=+n} \int_k^{k+1} \sin z\pi \, d\log z,$$

$$\int_k^{k+1} \frac{\sin z\pi}{z} dz = \int_0^1 (-1)^k \frac{\sin z\pi}{z+k} dz \quad \text{und} \quad \lim_{n=\infty} \sum_{k=-n}^{k=+n} \frac{(-1)^k}{z+k} = \frac{\pi}{\sin z\pi}$$

ist.

II. Es sind hiernach nur für Functionen $f_0(x)$, die sich für $x = 0$ der Null nähern, die Bedingungen zu untersuchen, unter denen der Grenzwerth des Integrals:

(A) $$\int_0^{x'} f_0(x) \sin w x \pi \, d\log x,$$

für wachsende Werthe von $w$, oder also der Grenzwerth des Integrals:

(A°) $$\int_0^{x'} f_0(x) \sin \frac{x\pi}{\sigma} \, d\log x$$

für bis zu Null abnehmende Werthe von $\sigma$, gleich Null wird.

Das Integral (A°) geht, wenn man darin $\sigma x$ an Stelle der Integrationsvariabeln $x$ setzt, in das Integral:

(A′) $$\int_0^{\frac{x'}{\sigma}} f_0(\sigma x) \sin x\pi \, d\log x$$

über. Da nun, auf Grund der Voraussetzung: $\lim\limits_{x=0} f_0(x) = 0$, für irgend eine gegebene, beliebig kleine, positive Grösse $\tau$ und für irgend eine gegebene positive Grösse $\xi$ der Werth $x_0$ so klein angenommen werden kann, dass für alle Werthe von $x$, die kleiner als $x_0$ sind,

$$|f_0(x)| < \frac{\tau}{\pi\xi}$$

wird, und da für alle positiven Werthe von $x$:

$$|\sin x\pi| < x\pi$$

ist, so wird für alle positiven Werthe von $x$, die kleiner als $\xi$ sind, und für alle positiven Werthe von $\sigma$, die kleiner als $\frac{x_0}{\xi}$ sind,

$$\left| f_0(\sigma x) \frac{\sin x\pi}{x} \right| < \frac{\tau}{\xi},$$

und also der absolute Werth des Integrals:

(B) $$\int_0^{\xi} f_0(\sigma x) \sin x\pi \, d\log x$$

kleiner als $\tau$. Der Grenzwerth des Integrals (B) für abnehmende Werthe von $\sigma$ ist daher gleich Null, und die Gleichung:

(B°) $$\lim_{\sigma=0} \int_{\xi}^{\frac{x'}{\sigma}} f_0(\sigma x) \sin x\pi \, d\log x = \lim_{\sigma=0} \int_{\xi\sigma}^{x'} f_0(x) \sin \frac{x\pi}{\sigma} \, d\log x = 0,$$

in welcher man für $\xi$ irgend einen bestimmten positiven Werth, z. B. den Werth $\xi = 1$ nehmen kann, stellt also eine nothwendige

und hinreichende Bedingung dafür dar, dass der Grenzwerth des Integrals (A′) mit abnehmendem Werthe von $\sigma$ verschwinde.

III. Ebenso wie das Integral (B) nähert sich auch, für irgend welche positiven Werthe von $x'$ und $\xi'$, das Integral:

$$\int_{\frac{x'}{\sigma}}^{\frac{x'}{\sigma}+\xi'} f_0(\sigma x) \sin x\pi \, d \log x \qquad (\xi' > 0)$$

mit abnehmendem $\sigma$ dem Werthe Null. Denn es verwandelt sich, wenn man $x = \frac{x'}{\sigma} + z$ setzt, in

$$\sigma \int_0^{\xi'} f_0(\sigma z + x') \sin\left(z + \frac{x'}{\sigma}\right)\pi \frac{dz}{\sigma z + x'},$$

und das mit $\sigma$ multiplicirte Integral ist seinem absoluten Werthe nach kleiner als $\frac{\xi' M_0}{x'}$, da der absolute Werth von $f_0(x)$ (für alle Werthe von $x$ in dem betrachteten Intervalle, d. h. für $0 < x < X$) kleiner als $M_0$ ist, wenn mit $M_0$ der Werth: $M + |f(0)|$ bezeichnet wird.

IV. Man kann hiernach in dem Integral (A′) — ohne den Werth, dem es sich für $\sigma = 0$ nähert, zu ändern — die Grenzen $0$ und $\frac{x'}{\sigma}$ durch die Grenzen $\xi$ und $\frac{x'}{\sigma} + \xi'$ ersetzen, wo $\xi$ und $\xi'$ willkürlich anzunehmende positive Grössen bedeuten. Es wird also, wenn der Einfachheit halber:

$$f_0(x) = x\phi(x)$$

gesetzt wird:

$$\text{(C)} \qquad \lim_{\sigma=0} \int_0^{x'} f_0(x) \sin \frac{x\pi}{\sigma} \, d \log x = \lim_{\sigma=0} \int_{\xi}^{\frac{x'}{\sigma}+\xi'} \sigma\phi(\sigma x) \sin x\pi \, dx.$$

Wenn man nun für $\xi$ irgend eine ungrade Zahl $2m+1$ setzt und dann $\xi'$ so wählt, dass $\frac{x'}{\sigma} + \xi'$ der nächsten über dem Werth von $\frac{x'}{\sigma}$ liegenden graden Zahl gleich wird, so lässt sich das Integral auf der rechten Seite der Gleichung (C) als Summe von Integralen:

$$\sum_h \int_h^{h+1} \sigma\phi(\sigma x) \sin x\pi \, dx$$

darstellen, welche, wenn in jedem einzelnen Integrale $x + h$ an Stelle der Integrationsvariabeln $x$ gesetzt wird, in:

$$(C') \qquad \int_0^1 \sigma \sum_h (-1)^h \phi(\sigma x + \sigma h) \sin x\pi\, dx$$

übergeht. Die Summation in Beziehung auf $h$ ist hier durch die Bedingungen:

$$2m + 1 \leqq h \leqq 2\left[\frac{x'}{2\sigma}\right] + 1$$

bestimmt, wenn nach Gauss'scher Weise mit $[a]$ die der Grösse $a$ nächste, kleinere ganze Zahl bezeichnet wird.

Für abnehmende Werthe von $\sigma$ verschwindet der Grenzwerth eines einzelnen $h$ten Gliedes der unter dem Integralzeichen stehenden Summe sowohl dann, wenn $h$ eine bestimmte Zahl, und also der Grenzwerth von $\sigma(x + h)$ für $\sigma = 0$ gleich Null, als auch dann, wenn dieser Grenzwerth eine bestimmte positive Grösse $\mathfrak{p}$ ist. Denn

$$\lim_{\sigma=0} \sigma\phi(\sigma x + \sigma h) \text{ oder } \lim_{\sigma=0} \frac{f_0(\sigma x + \sigma h)}{x + h}$$

ist in dem einen Falle gleich Null, weil $\lim\limits_{\sigma=0}(\sigma x + \sigma h) = 0$ und demnach

$$\lim_{\sigma=0} f_0(\sigma x + \sigma h) = \lim_{x=0} f_0(x) = 0$$

ist, in dem anderen Falle, weil $\lim\limits_{\sigma=0} f_0(\sigma x + \sigma h) = f_0(\mathfrak{p}) < M_0$ und

$$\lim_{\sigma=0} \frac{1}{x + h} = \lim_{\sigma=0} \frac{\sigma}{\sigma x + \sigma h} = \lim_{\sigma=0} \frac{\sigma}{\mathfrak{p}} = 0$$

ist. Man kann daher zu dem Integrale (C'), ohne seinen Grenzwerth für $\sigma = 0$ zu verändern, das Integral:

$$\frac{1}{2}\int_0^1 \sigma\Big(\phi(\sigma x + 2m\sigma + \sigma) + \phi(\sigma x + 2r\sigma + \sigma)\Big) \sin x\pi\, dx \qquad \left(r = \left[\frac{x'}{2\sigma}\right]\right)$$

addiren und demgemäss an Stelle des Integrals (C') das Integral:

$$\int_0^1 \sigma \overline{\sum_h} (-1)^h \phi(\sigma x + \sigma h) \sin x\pi\, dx$$

nehmen, wenn die Summation auf die Werthe:

$$h = 1, 2, 3, \ldots\ldots 2\left[\frac{x'}{2\sigma}\right] + 1$$

erstreckt und durch den Strich über dem Summenzeichen angedeutet wird, dass das erste und letzte Glied der Summe mit dem Factor $\frac{1}{2}$ zu versehen ist. Hiernach wird:

$$\text{(D)}\qquad \lim_{\sigma=0}\int_0^{x'} f_0(x)\sin\frac{x\pi}{\sigma}\,d\log x = \lim_{\sigma=0}\int_0^1 \sigma\overline{\sum_h}(-1)^h\phi(\sigma x+\sigma h)\sin x\pi\,dx,$$

und die Gleichung:

$$\text{(D}^0\text{)}\qquad \lim_{\sigma=0}\int_0^1 \sigma\overline{\sum_h}(-1)^h\phi(\sigma x+\sigma h)\,d\cos x\pi = 0$$

stellt also eine nothwendige und hinreichende Bedingung dafür dar, dass mit abnehmenden Werthen von $\sigma$ zugleich der Werth des Integrals (A′) verschwinde.

V. Bedeutet $x^0$ irgend eine positive Grösse, die kleiner als $x'$ ist, so verschwindet offenbar der Grenzwerth:

$$\lim_{\sigma=0}\sigma\overline{\sum_h}(-1)^h\phi(\sigma x+\sigma h)\qquad\qquad (0\leqq x\leqq 1),$$

wenn die Summation nur auf alle diejenigen Zahlen $h$ erstreckt wird, für welche

$$h > 2\left[\frac{x^0}{2\sigma}\right]$$

ist. Denn, da für alle diese Zahlen $h$ die Werthe von $\phi(\sigma x+\sigma h)$, für beliebig kleine Werthe von $\sigma$, unter einer bestimmten Grenze bleiben, indem

$$|\phi(\sigma x+\sigma h)| = \left|\frac{f_0(\sigma x+\sigma h)}{\sigma x+\sigma h}\right| < \frac{M_0}{x^0}$$

ist, so nähert sich

$$\sigma\sum_k\phi(2\sigma\delta+2\sigma k)\qquad\qquad \left(\left[\frac{x_0}{2\sigma}\right]<k\leqq\left[\frac{x'}{2\sigma}\right]\right),$$

für jeden beliebigen zwischen Null und Eins liegenden Werth von $\delta$, mit abnehmendem $\sigma$ einem und demselben festen durch das Integral $\int_{x^0}^{x'}\phi(z)\,dz$ bezeichneten Grenzwerth. Das Aggregat der positiven Glieder in der obigen Summe:

$$\overline{\sum_h}(-1)^h\sigma\phi(\sigma x+\sigma h)$$

erreicht also bei abnehmendem $\sigma$ denselben Werth wie das der negativen, d. h. es ist:

$$\lim_{\sigma=0}\sigma\overline{\sum_h}(-1)^h\phi(\sigma x+\sigma h)$$

und also auch:

$$\lim_{\sigma=0}\int_0^1\sigma\overline{\sum_h}(-1)^h\phi(\sigma x+\sigma h)\,d\cos x\pi$$

gleich Null, wenn die Summation auf alle in dem Intervalle von $\frac{x^0}{\sigma}$ bis $\frac{x'}{\sigma}$ enthaltenen ganzen Zahlen $h$ erstreckt wird. Es besteht demnach für je zwei beliebige (in dem betrachteten Intervalle von o bis $X$ liegende) Grössen $x^0$, $x'$ die Gleichung:

$$\text{(E)}\qquad \lim_{\sigma=0}\int_{\frac{x^0}{\sigma}}^{\frac{x'}{\sigma}} \sigma\phi(\sigma x)\sin x\pi\, dx = \lim_{\sigma=0}\int_{x^0}^{x'} f_0(x)\sin\frac{x\pi}{\sigma}\, d\log x = 0,$$

und die Gleichung ($B^0$) muss daher für jede beliebige positive Grösse $x'$ gelten, sobald sie nur für irgend eine bestimmte Grösse $x^0$ besteht.

Das Resultat der bisherigen Entwickelungen lässt sich demgemäss in folgender Weise formuliren:

> Um erschliessen zu können, dass der Grenzwerth des über jeden beliebigen Theil des Intervalles (o, $X$) ausgedehnten Integrals:
>
> $$\int f_0(x)\sin\frac{x\pi}{\sigma}\, d\log x$$
>
> für $\sigma = 0$ verschwinde, genügt der Nachweis, dass dies für irgend ein bestimmtes Theilintervall ($\xi\sigma$, $x^0$) der Fall ist, d. h. dass
>
> $$\text{(F)}\qquad \lim_{\sigma=0}\int_{\xi\sigma}^{x^0} f_0(x)\sin\frac{x\pi}{\sigma}\, d\log x = 0$$
>
> wird, wenn für $\xi$ und $x^0$ irgend zwei bestimmte positive Grössen genommen werden.

Es genügt also z. B. der Nachweis, dass die Gleichung (F) für $\xi = x^0 = 1$ besteht, d. h. also, dass

$$\text{(F')}\qquad \lim_{\sigma=0}\int_{\sigma}^{1} f_0(x)\sin\frac{x\pi}{\sigma}\, d\log x = 0$$

ist.

Die Gleichung (F) kann durch die oben mit ($D^0$) bezeichnete Gleichung ersetzt werden. Es genügt also der Nachweis, dass für irgend eine ganze Zahl $m$ und für irgend eine Grösse $x^0$:

$$\text{(F}^0\text{)}\qquad \lim_{\sigma=0}\int_0^1 \sigma\sum_h(-1)^h\phi(\sigma x+\sigma h)\, d\cos\pi x = 0 \qquad \left(m \leqq \tfrac{1}{2}(h-1) \leqq \left[\frac{x^0}{2\sigma}\right]\right)$$

wird.

VI. Die Gleichung (F') kann durch die Gleichung:

$$\text{(G)} \qquad \lim_{x^0=0}\lim_{\xi=\infty}\lim_{\sigma=0}\int_{\xi\sigma}^{x^0} f_0(x)\sin\frac{x\pi}{\sigma}\,d\log x = 0$$

ersetzt werden. Denn einerseits folgt offenbar die Gleichung (G) aus der Gleichung (F'), da für jeden Werth von $x^0$, das Integrationsgebiet $(\xi\sigma, x^0)$ ein Theil des Intervalles $(0, X)$ ist; andererseits lässt sich aber auch die Gleichung (F') aus der Gleichung (G) erschliessen. Wenn nämlich für jede gegebene, positive, beliebig kleine Grösse $\tau$ eine (wenn auch noch so kleine) Grösse $x^0$ und eine (wenn auch noch so grosse) Zahl $\xi$ bezeichnet werden kann, für die sich nachweisen lässt, dass der absolute Werth von:

$$\lim_{\sigma=0}\int_{\xi\sigma}^{x^0} f_0(x)\sin\frac{x\pi}{\sigma}\,d\log x$$

kleiner als $\tau$ ist, so folgt mit Hülfe der Gleichungen:

$$\lim_{\sigma=0}\int_{\xi\sigma}^{\sigma} f_0(x)\sin\frac{x\pi}{\sigma}\,d\log x = 0\,, \qquad \lim_{\sigma=0}\int_{x^0}^{1} f_0(x)\sin\frac{x\pi}{\sigma}\,d\log x = 0\,,$$

dass auch der absolute Werth von:

$$\lim_{\sigma=0}\int_{0}^{1} f_0(x)\sin\frac{x\pi}{\sigma}\,d\log x$$

kleiner als jene gegebene, beliebig kleine Grösse $\tau$ sein muss.

Es kann nun ebenso die Gleichung ($F^{\circ}$) durch die Gleichung:

$$(G^{\circ}) \quad \lim_{x^0=0}\lim_{m=\infty}\lim_{\sigma=0}\int_0^1 \sigma\overline{\sum_h}(-1)^h\phi(\sigma x+\sigma h)\,d\cos x\pi = 0 \qquad \left(m\leqq\tfrac{1}{2}(h-1)\leqq\left[\frac{x^0}{2\sigma}\right]\right)$$

ersetzt werden; denn für $\sigma = 0$ verschwindet, wie schon oben gezeigt worden ist, der Werth von:

$$\sigma\overline{\sum_h}(-1)^h\phi(\sigma x+\sigma h)\,,$$

sobald die Summation auf die Zahlen von 1 bis $m$ und auf alle in irgend einem Intervalle von $\frac{x^0}{\sigma}$ bis $\frac{x'}{\sigma}$ enthaltenen ganzen Zahlen ausgedehnt wird.

Um das Bestehen der Gleichung ($G^{\circ}$) erschliessen zu können, bedarf es nur des Nachweises, dass für jede gegebene positive Grösse $\tau$ eine (wenn auch noch so kleine) Grösse $x^0$ und eine (wenn auch noch so

grosse) Zahl $m$ bezeichnet werden kann, für die der absolute Werth des Integrals:

$$\int_0^1 \sigma \overline{\sum_h} (-1)^h \phi(\sigma x + \sigma h)\, d\cos x\pi \qquad \left(m \leqq \tfrac{1}{2}(h-1) < \frac{x^0}{2\sigma}\right),$$

bei hinreichend kleinen Werthen von $\sigma$, kleiner als $\tau$ bleibt.

VII. Die Gleichung (G) ist offenbar erfüllt, wenn das Integral:

$$\int_0^x f_0(x)\, d\log x$$

absolut convergent ist, da alsdann:

$$\lim_{x^0=0} \int_0^{x^0} |f_0(x)|\, d\log x = 0$$

und demnach auch für jeden Werth von $\sigma$:

$$\lim_{x^0=0} \int_0^{x^0} f_0(x) \sin\frac{x\pi}{\sigma}\, d\log x = 0$$

wird.[1] Da ferner die Gleichung (G), wenn man darin $\xi = 0$ setzt, mittels partieller Integration in folgende übergeht:

---

[1] Vergl. Hrn. P du Bois-Reymond's Note: »Sur les formules de représentations de fonctions« in den Comptes Rendus von 1881. Bd. 92. S. 915 und 962. Hier ist ferner folgende Äusserung Dirichlet's zu citiren, welche sich in einem von ihm an Gauss gerichteten Briefe vom 20. Februar 1853 findet:

»Ist $f(\beta)$ so beschaffen, dass die Differenz $f(\beta) - f(0)$ sich als ein Product darstellen lässt, dessen erster Factor $\phi(\beta)$ für ein unendlich kleines $\beta$ endlich bleibt, während der zweite, den ich positiv voraussetze und $\psi(\beta)$ nennen will, die Eigenschaft besitzt, dass das Integral $\int_0^\delta \psi(\beta)\frac{d\beta}{\beta}$, wie es z. B. für jede positive Potenz $\beta^p$ der Fall ist, für ein unendlich kleines $\delta$ selbst unendlich klein wird, so darf man $\int_0^\delta f(\beta)\frac{\sin k\beta}{\sin\beta}\, d\beta$ nur in die beiden Bestandtheile

$$f(0)\int_0^\delta \frac{\sin k\beta}{\sin\beta}\, d\beta + \int_0^\delta \phi(\beta) \sin k\beta \frac{\psi(\beta)}{\sin\beta}\, d\beta$$

zerlegen, von denen der erste für ein unveränderliches $\delta$ durch Wachsen von $k$ in $\frac{\pi}{2} f(0)$ übergeht, während der zweite für ein gehörig klein gewähltes $\delta$ immer kleiner bleibt als eine beliebig kleine Grösse.«

Unser Correspondent Hr. E. Schering hat die Freundlichkeit gehabt, mir die von Dirichlet an Gauss gerichteten Briefe zu übersenden, um davon Abschrift zu nehmen und sie für die Herausgabe der Dirichlet'schen Werke zu benutzen.

$$\lim_{x^0=0}\lim_{\sigma=0}\int_0^{x^0}\left(\sin\frac{x\pi}{\sigma}-\int_0^x\sin\frac{x\pi}{\sigma}\,d\log x\right)d\psi(x)=0,$$

wo $\psi(x)=\frac{1}{x}\int_0^x f_0(x)dx$ ist, so resultirt hier auch die Bedingung:

$$\lim_{x^0=0}\int_0^{x^0}|\psi'(x)|\,dx=0,$$

welche sich ebenfalls schon in der angeführten Note des Hrn. P. DU BOIS-REYMOND findet.

VIII. Um die Bedeutung der mit $(G^0)$ bezeichneten Bedingungsgleichung darzulegen, bemerke ich zuvörderst, dass die Summe:

$$\bar{\sum_h}(-1)^h\phi(\sigma x+\sigma h)\qquad (h=2m+1,\ 2m+2,\ldots 2r+1)$$

in der Form:

$$\frac{1}{2}\sum_h'(-1)^h\big(\phi(\sigma x+\sigma h)-\phi(\sigma x+\sigma h+\sigma)\big)\qquad (h=2m+1, 2m+2,\ldots 2r)$$

dargestellt werden kann.

Setzt man nun voraus, dass die Gleichung $y=\phi(x)$ in rechtwinkligen Coordinaten $x, y$ eine Curve $\mathfrak{C}$ repräsentirt, so kann man sich dazu für jeden bestimmten Werth von $\sigma$ eine zweite Curve $\mathfrak{C}_\sigma$ construiren, welche durch die Gleichung:

$$y=\phi(x)+\big(\phi(x)-\phi(x+\sigma)\big)\sin\frac{x\pi}{\sigma}$$

für die Werthe von $x=(2m+1)\sigma$ bis $x=x^0$ dargestellt wird. Jede solche Curve $\mathfrak{C}_\sigma$, deren Ordinaten für einen zwischen $\sigma h$ und $\sigma(h+1)$ gelegenen Abscissenwerth $\sigma x+\sigma h$ auch durch:

$$\phi(\sigma x+\sigma h)+(-1)^h\big(\phi(\sigma x+\sigma h)-\phi(\sigma x+\sigma h+\sigma)\big)\sin x\pi\qquad (0\leqq x\leqq 1)$$

ausgedrückt werden, schneidet die ursprüngliche Curve $\mathfrak{C}$ in den Punkten, deren Abscissen ganze Vielfache von $\sigma$ sind. Denkt man sich in diesen Schnittpunkten die Curve $\mathfrak{C}_\sigma$ abwechselnd über und unter der Curve $\mathfrak{C}$ verlaufend, so »umschlingt« sie die Curve $\mathfrak{C}$ desto enger, je kleiner $\sigma$ wird. Das Integral in $(G^0)$:

$$\int_0^1\sigma\bar{\sum_h}(-1)^h\phi(\sigma x+\sigma h)\,d\cos x\pi$$

drückt aber offenbar den von den beiden Curven $\mathfrak{C}$ und $\mathfrak{C}_\sigma$ umschlossenen (in üblicher Weise positiv oder negativ zu rechnenden) Flächenraum aus, und es lässt sich daher die Bedeutung der Bedingungsgleichung $(G^0)$ dahin formuliren:

Es soll die Umschlingung der Curve $\mathfrak{C}_\sigma$ um die Curve $\mathfrak{C}$ mit abnehmendem $\sigma$ eine immer engere werden, und zwar in der Weise, dass dabei der Gesammt-Zwischenraum beliebig verkleinert wird.

IX. Die Gleichung ($G^0$) wird offenbar erfüllt, wenn der Ausdruck selbst, der dort unter dem Integralzeichen mit $d\cos x\pi$ multiplicirt ist, den Grenzwerth Null hat, und die Gleichung:

$$\text{(H)}\quad \lim_{x^0=0}\ \lim_{m=\infty}\ \lim_{\sigma=0} \sigma \overline{\sum_h} (-1)^h \phi(\sigma x + \sigma h) = 0 \qquad \left(m \leqq \tfrac{1}{2}(h-1) \leqq \left[\frac{x^0}{2\sigma}\right]; (0 \leqq x \leqq 1)\right)$$

enthält daher eine hinreichende Bedingung für das Verschwinden des Grenzwerthes:

$$\lim_{\sigma=0} \int_0^{x'} \phi(x) \sin\frac{x\pi}{\sigma}\, dx$$

bei beliebigem Werthe von $x'$

Um die Bedeutung der Bedingung (H) darzulegen, sei zuvörderst bemerkt, dass:

$$\sigma \overline{\sum_h} (-1)^h \phi(\sigma x + \sigma h) \qquad \left(m \leqq \tfrac{1}{2}(h-1) \leqq \left[\frac{x^0}{2\sigma}\right]\right)$$

sich als eine Summe von zweiten Differenzen:

$$\sum_k \sigma\left(-\tfrac{1}{2}\phi(\sigma x + 2\sigma k - \sigma) + \phi(\sigma x + 2\sigma k) - \tfrac{1}{2}\phi(\sigma x + 2\sigma k + \sigma)\right)$$
$$\left(k = m+1,\ m+2, \ldots \left[\frac{x^0}{2\sigma}\right]\right)$$

darstellen lässt. Jede dieser zweiten Differenzen giebt den (in üblicher Weise positiv oder negativ genommenen) Werth des Flächeninhalts eines Dreiecks an, dessen Eckpunkte durch die Abscissen:

$$\sigma x + 2\sigma k - \sigma\ ,\quad \sigma x + 2\sigma k\ ,\quad \sigma x + 2\sigma k + \sigma$$

und die zugehörigen Ordinaten:

$$\phi(\sigma x + 2\sigma k - \sigma)\ ,\quad \phi(\sigma x + 2\sigma k)\ ,\quad \phi(\sigma x + 2\sigma k + \sigma)$$

bestimmt sind. Die Bedingung (H) verlangt daher,

dass die algebraische Summe der Inhalte aller dieser Dreiecke, für

$$k = m+1\ ,\ m+2\ , \ldots . \left[\frac{x^0}{2\sigma}\right],$$

mit abnehmendem $\sigma$ sich der Null nähere.

Jene Summe $\sigma\overline{\sum}(-1)^h \phi(\sigma x + \sigma h)$ ist ferner als der Zuwachs aufzufassen, den die Summe:

$$(J_{2\sigma})\qquad \overline{\overline{\sum_k}}\, 2\sigma\phi(\sigma x + \sigma + 2\sigma k) \qquad \left(k = m,\ m+1,\ m+2, \ldots \left[\frac{x^0}{2\sigma}\right]\right)$$

erhält, wenn man zur Summe:

$$(J_\sigma)\qquad \overline{\sum_h}\, \sigma\phi(\sigma x + \sigma h) \qquad \left(m \leqq \tfrac{1}{2}(h-1) \leqq \left[\frac{x^0}{2\sigma}\right]\right)$$

übergeht. Für solche Functionen $\phi$, für die sich diese Summe mit abnehmendem $\sigma$ einem bestimmten Grenzwerthe, also dem Werthe des Integrals:

$$\int_0^{x^0} \phi(z)\, dz$$

nähert, ist daher $\sigma \overline{\sum} (-1)^h \phi(\sigma x + \sigma h)$ der Zuwachs, welchen der durch die Summe $(J_{2\sigma})$ dargestellte »angenäherte« Integralwerth erhält, wenn man in der Mitte zwischen je zwei Ordinaten noch eine neue einschaltet.

Die Bedingung (H) kann aber, wie das Beispiel:

$$\phi(z) = \frac{1}{z \log z}$$

zeigt, auch erfüllt sein, wenn $\int \phi(z)\, dz$, von Null an genommen, keinen endlichen Werth hat.

Behufs Orientirung über das Maass der Anforderung, welche durch die Bedingung (H) an die Natur der Function $\phi$ gestellt wird, kann man den Fall in's Auge fassen, in welchem die Function $\phi$ Differentialquotienten $\phi'$, $\phi''$ hat, und in welchem:

$$\sum_k \sigma \left( -\tfrac{1}{2} \phi(\sigma x + 2\sigma k - \sigma) + \phi(\sigma x + 2\sigma k) - \tfrac{1}{2} \phi(\sigma x + 2\sigma k + \sigma) \right)$$

mit hinreichender Annäherung durch:

$$-\tfrac{1}{2} \sigma^3 \sum_k \phi''(\sigma x + 2\sigma k)$$

oder auch durch:

$$\tfrac{1}{2} \sigma^2 \left( \phi'(0) - \phi'(x^0) \right)$$

dargestellt wird. In diesem Falle wird — bei endlichen Werthen der Ableitungen $\phi'(x)$ — die linke Seite der Gleichung (H) mit abnehmenden $\sigma$ unendlich klein wie $\sigma^2$.

X. Die Gleichung (H) geht, wenn man darin die Function $\dfrac{f_0(x)}{x}$ an Stelle von $\phi(x)$ einführt, in folgende über:

$$(\mathrm{H}^0) \qquad \lim_{x^0=0} \lim_{m=\infty} \lim_{\sigma=0} \overline{\sum_h} (-1)^h \frac{f_0(\sigma x + \sigma h)}{x + h} = 0 \quad \left( m \leqq \tfrac{1}{2}(h-1) \leqq \left[ \frac{x^0}{2\sigma} \right],\ 0 \leqq x \leqq 1 \right).$$

Falls nun nachgewiesen werden kann, dass der absolute Werth jeder von $h = 2m + 1$ bis zu irgend einem der folgenden Werthe von $h$ erstreckten Summe:

$$\sum_h (-1)^h f_0(\sigma x + \sigma h) \qquad (0 \leqq x \leqq 1),$$

für hinreichend kleine Werthe von $\sigma$, kleiner als eine bestimmte Zahl $N_0$ ist, so lässt sich daraus nach jener bekannten ABEL'schen Methode[1] erschliessen, dass der absolute Werth der Summe:

[1] CRELLE's Journal, Bd. I, S. 314 und ABEL, Oeuvres complètes, Nouvelle édition 1881, Tome I, p. 222.

$$\sum_h{}' (-1)^h \frac{f_0(\sigma x + \sigma h)}{x+h} \quad \left(m \leqq \tfrac{1}{2}(h-1) \leqq \left[\frac{x^0}{2\sigma}\right], \ 0 \leqq x \leqq 1\right),$$

für hinreichend kleine Werthe von $\sigma$, kleiner als $\dfrac{N_0}{2m+1}$ und also:

$$\lim_{m=\infty} \lim_{\sigma=0} \overline{\sum_h}{}' (-1)^h \frac{f_0(\sigma x + \sigma h)}{x+h} = 0 \quad \left(m \leqq \tfrac{1}{2}(h-1) \leqq \left[\frac{x^0}{2\sigma}\right], \ 0 \leqq x \leqq 1\right)$$

sein muss. Da ferner:

$$f(0) \sum_h (-1)^h + \sum_h (-1)^h f_0(\sigma x + \sigma h) = \sum_h (-1)^h f(\sigma x + \sigma h)$$

ist, und also die Voraussetzung, dass die Summe rechts, für hinreichend kleine Werthe von $\sigma$, ihrem absoluten Werthe nach kleiner als eine bestimmte Zahl $N_1$ bleibt, mit der oben bezüglich der Summe $\Sigma(-1)^h f_0(\sigma x + \sigma h)$ gemachten Voraussetzung zusammenfällt, sobald $N_1 > N_0 + |f(0)|$ angenommen wird, so ergiebt sich das Resultat:

Um erschliessen zu können, dass für beliebige Werthe von $x'$, die kleiner als $X$ sind,

$$\lim_{w=\infty} \int_0^{x'} f(x) \sin wx\pi \, d\log x = \tfrac{1}{2}\pi f(0)$$

ist, reicht es hin, eine positive Zahl $N$ und irgend welche (beliebig kleine) Grössen $\sigma^0$, $x^0$ so bestimmen zu können, dass der absolute Werth der Reihe:

(K) $$\overline{\sum_h} (-1)^h f(\sigma x + \sigma h) \qquad (h = 1, 2, \ldots 2r+1; \ 0 \leqq x \leqq 1)$$

oder:

$$-\tfrac{1}{2} f(\sigma x + \sigma) + f(\sigma x + 2\sigma) - f(\sigma x + 3\sigma) + \ldots + f(\sigma x + 2r\sigma) - \tfrac{1}{2} f(\sigma x + 2r\sigma + \sigma) \qquad (0 \leqq x \leqq 1)$$

für alle Werthe von $\sigma$, die kleiner als $\sigma^0$ sind, und für alle Werthe von $r$, die kleiner als $\dfrac{x^0}{2\sigma}$ sind, stets kleiner als $N$ bleibt.

Denn, wenn jede der beiden Summen:

$$\sum_{h=1}^{h=2m+1}{}' (-1)^h f(\sigma x + \sigma h), \qquad \sum_{h=1}^{h=2r+1}{}' (-1)^h f(\sigma x + \sigma h)$$

ihrem absoluten Werthe nach kleiner als $N$ ist, so ist ihre Differenz, absolut genommen, kleiner als $2N$.

Um die Bedeutung der Bedingung (K) darzulegen, erinnere ich zuvörderst daran, dass durch:

$$\sigma \overline{\sum_h} (-1)^h f(\sigma x + \sigma h) \qquad (h = 1, 2, \ldots 2r+1)$$

oder:

$$\sum_{k=1}^{k=r}\sigma\left(-\tfrac{1}{2}f(\sigma x+2\sigma k-\sigma)+f(\sigma x+2\sigma k)-\tfrac{1}{2}f(\sigma x+2\sigma k+\sigma)\right)$$

die algebraische Summe der Inhalte aller derjenigen Dreiecke dargestellt wird, deren Eckpunkte durch die Abscissen:

$$\sigma x+2\sigma k-\sigma,\ \ \sigma x+2\sigma k,\ \ \sigma x+2\sigma k+\sigma$$

und die Ordinaten:

$$f(\sigma x+2\sigma k-\sigma),\, f(\sigma x+2\sigma k),\, f(\sigma x+2\sigma k+\sigma)$$

bestimmt sind. Die Bedingung (K) verlangt daher, dass der (algebraische) Gesammtinhalt dieser Dreiecke, dividirt durch $2\sigma$ — d. h. durch den Werth der Projection jedes einzelnen Dreiecks, auf die Abcissenaxe — bei beliebig abnehmendem $\sigma$, stets unter einer festen endlichen Grenze bleibe.

Ich erinnere ferner daran, dass durch jene Summe

$$\sigma\overline{\sum_h}(-1)^h f(\sigma x+\sigma h)$$

der Zuwachs dargestellt wird, den die Summe:

$$\overline{\sum_k} 2\sigma f(\sigma x-\sigma+2\sigma k) \qquad (k=1,2,\ldots r+1)$$

erhält, wenn man zur Summe:

$$\overline{\sum_h}\sigma f(\sigma x+\sigma h) \qquad (h=1,2,\ldots 2r+1)$$

übergeht, d. h. also der Zuwachs, den der durch die Summe:

$$\overline{\sum_k} 2\sigma f(\sigma x-\sigma+2\sigma k) \qquad (k=1,2,\ldots r+1)$$

(für hinreichend kleine Werthe von $\sigma$) dargestellte »angenäherte« Integralwerth:

$$\int_0^{2\sigma r} f(z)\,dz$$

erhält, wenn man in der Mitte zwischen je zwei Ordinaten noch eine neue einschaltet.

Endlich sei bemerkt, dass unter der Voraussetzung der Existenz von Ableitungen $f'(z), f''(z)$ der Werth von:

$$\overline{\sum_h}(-1)^h f(\sigma x+\sigma h) \qquad (h=1,2,\ldots 2r+1),$$

für hinreichend kleine Werthe von $\sigma$, annäherungsweise durch:

$$\tfrac{1}{2}\sigma\left(f'(0)-f'(2r\sigma)\right)$$

ausgedrückt werden kann und sich also — vorausgesetzt, dass die Differentialquotienten von $f(z)$ endlich sind — nicht nur als unter einer festen endlichen Grenze bleibend, sondern sogar als mit abnehmendem $\sigma$ von derselben Ordnung unendlich klein werdend erweist.

XI. Sowohl dann, wenn für alle Werthe $x' < x'' \leqq x^0$

$$f(x') > f(x'')$$

ist, als auch dann, wenn durchweg die Ungleichheit:

$$f(x') < f(x'')$$

stattfindet, liegt der Werth der Reihe:

$$\overline{\sum_h}(-1)^h f(\sigma x + \sigma h) \qquad (h = 1, 2, \ldots)$$

zwischen dem Werthe des ersten und dem des letzten Gliedes. Die obige Bedingung (K), und daher auch die Bedingung (H), aus der sie abgeleitet ist, umfasst also jene, welche Dirichlet in seiner ersten (im IV. Bande des Crelle'schen Journals) über diesen Gegenstand veröffentlichten Abhandlung als bestehend vorausgesetzt hat.

XII. Wenn die Differenz:

$$\text{(L)} \qquad \int_0^{x^0} f(x)\,dx - \sigma \overline{\sum_h} f(\sigma\delta + \sigma h) \qquad \left(\begin{matrix} 0 < h < \frac{x^0}{\sigma} \\ 0 \leqq \delta \leqq 1 \end{matrix}\right),$$

dividirt durch $\sigma$, bei beliebig abnehmendem $\sigma$ stets unter einer festen endlichen Grenze $N'$ bleibt, so ist der absolute Werth der Differenz:

$$2\sigma \overline{\sum_k} f(\sigma\delta - \sigma + 2\sigma k) - \sigma \overline{\sum_h} f(\sigma\delta + \sigma h) \qquad \left(\begin{matrix} 0 < k < \frac{x^0}{2\sigma} \\ 0 < h < \frac{x^0}{\sigma} \end{matrix}\right),$$

dividirt durch $\sigma$, d. h. also der absolute Werth von:

$$\overline{\sum_h}(-1)^h f(\sigma\delta + \sigma h) \qquad \left(0 < h < \frac{x^0}{\sigma}\right),$$

bei beliebig abnehmendem $\sigma$ stets kleiner als $2N'$, und die Bedingung (K) ist daher erfüllt. Da nun die Differenz (L) sich von der über alle Werthe von $h$ erstreckten Summe der Differenzen:

$$\text{(L')} \qquad \int_{\sigma\delta + \sigma h}^{\sigma\delta + \sigma h + \sigma} f(x)\,dx - \tfrac{1}{2}\sigma\big(f(\sigma\delta + \sigma h) + f(\sigma\delta + \sigma h + \sigma)\big)$$

nur um die Werthe von:

$$\int_0^{\sigma\delta + \sigma} f(x)\,dx \quad \text{und} \quad \int_{x^0}^{\sigma\delta + \sigma\left[\frac{x^0}{\sigma}\right]} f(x)\,dx$$

d. h. nur um solche Werthe unterscheidet, welche, wenn sie durch $\sigma$ dividirt werden, bei beliebig abnehmendem $\sigma$ endlich bleiben, so kann an Stelle von (L) eben jene Summe der Differenzen (L') genommen werden. Jede dieser Differenzen stellt aber den Flächeninhalt des Segments dar, welcher einerseits von der Curve $y = f(x)$ und andererseits von der durch die beiden Punkte:

$$\big(x = \sigma\delta + \sigma h\,,\ y = f(\sigma\delta + \sigma h)\big)\ ,\quad \big(x = \sigma\delta + \sigma h + \sigma\,,\ y = f(\sigma\delta + \sigma h + \sigma)\big)$$

gehenden Graden begrenzt wird. Die Summe der Differenzen (L') stellt daher die algebraische Summe der Flächeninhalte aller Segmente dar, welche durch die verschiedenen, je zwei aufeinanderfolgende von den Punkten:

$$\left(x = \sigma\delta + \sigma h\,,\ y = f(\sigma\delta + \sigma h)\right) \qquad \left(0 < h < \frac{x^0}{\sigma}\right)$$

mit einander verbindenden Graden von der Curve C abgeschnitten werden. Es genügt also, dass diese algebraische Summe der Segmentflächen, dividirt durch $\sigma$ (d. h. durch den Werth ihrer Projection auf die Abscissenaxe), bei beliebig abnehmendem $\sigma$, unter einer festen endlichen Grenze bleibe, um das Bestehen der Gleichung:

$$\lim_{w=\infty} \int_0^{x'} f(x) \sin wx\pi \, d\log x = \tfrac{1}{2}\pi f(0)$$

erschliessen zu können. Die Bedingung (K) und jene ursprüngliche Bedingung (H) umfasst demnach sowohl die von Hrn. WEIERSTRASS aufgestellte, als auch die daraus von Hrn. HÖLDER entwickelte weitere Bedingung,[1] und folglich auch diejenige, welche von Hrn. CAMILLE JORDAN angegeben worden ist.[2]

XIII. Der Inhalt der Bedingungsgleichung (H°) kann dahin formulirt werden, dass der Werth der Reihe:

$$\text{(R)} \qquad \sum_n \frac{\overline{\sum_h}(-1)^h f(\sigma x + \sigma h + \sigma)}{(x+2n)\,(x+2n+2)} \qquad \left(0 \leqq x \leqq 1\,;\ 2m \leqq h \leqq 2n\,;\ m+1 \leqq n \leqq \left[\frac{x^0}{2\sigma}\right]\right)$$

beliebig klein werden soll, wenn man für $m$ eine beliebig grosse Zahl, für $x^0$ eine beliebig kleine Grösse und alsdann den Werth von $\sigma$ hinreichend klein annimmt. Man kann nämlich, da $f(0)\overline{\sum_h}(1-)^h = 0$ ist, in der Reihe (R), ohne ihren Werth zu ändern, $f_0(\sigma x + \sigma h + \sigma)$ d. h. $f(\sigma x + \sigma h + \sigma) - f(0)$ an die Stelle von $f(\sigma x + \sigma h + \sigma)$ setzen und sie dann als Summe der vier Ausdrücke:

$$\text{(a)} \qquad \frac{1}{2}\overline{\sum_h}(-1)^h \frac{f_0(\sigma x + \sigma h)}{x+h}$$

$$(h = 2m+1,\ 2m+2, \ldots 2r+1)$$

$$\text{(b)} \qquad \frac{1}{2(x+2r+2)\,\sigma}\overline{\sum_h}\sigma(-1)^h f_0(\sigma x + \sigma h)$$

$$\text{(c)} \qquad \frac{1}{4}\sum_{k=m+1}^{k=r}\left(\frac{-1}{x+2k} + \frac{2}{x+2k+1} - \frac{1}{x+2k+2}\right) f_0(\sigma x + 2\sigma k + \sigma)$$

$$\text{(d)} \qquad \frac{1}{4}\left(\frac{f_0(\sigma x + 2\sigma r + \sigma)}{x+2r+2} - \frac{f_0(\sigma x + 2\sigma m + \sigma)}{x+2m+2}\right)$$

---

[1] Sitzungsbericht vom 7. Mai d. J. St. XXIV, S. 419.

[2] Comptes Rendus von 1881. Bd. 92. S. 228.

darstellen, wenn darin $r = \left[\frac{x^0}{2\sigma}\right]$ genommen wird. Der erste dieser vier Ausdrücke ist, abgesehen vom Factor $\frac{1}{2}$, genau derjenige, welcher auf der linken Seite der Gleichung ($H^0$) steht, und jeder der drei anderen verschwindet mit zunehmendem $m$ und abnehmendem $\sigma$. Denn in dem Ausdrucke (b) hat der Factor vor dem Summenzeichen einen positiven Werth, der kleiner als $\frac{1}{2x^0}$ ist, und die Summe:

$$\overline{\sum_h} \sigma(-1)^h f_0(\sigma x + \sigma h)$$

verschwindet für abnehmende $\sigma$, weil das Aggregat der positiven Glieder und das der negativen sich einem und demselben, durch das Integral $\int_0^{x^0} f(z)dz$ bezeichneten Grenzwerthe nähert. Im Ausdrucke (c) ist der Factor von $f_0$, unter dem Summenzeichen, gleich:

$$\frac{-2}{(x+2k)(x+2k+1)(x+2k+2)},$$

also seinem absoluten Werthe nach kleiner als $\frac{1}{4k^3}$. Da nun $|f_0(\sigma x + 2\sigma k + \sigma)| < M_0$ ist, so ist der absolute Werth des Ausdrucks (c) kleiner als:

$$\tfrac{1}{16} M_0 \sum_k \frac{1}{k^3} \qquad (k = m+1, m+2, \ldots r)$$

und wird also bei wachsendem $m$ beliebig klein. Endlich werden offenbar die beiden Theile im Ausdruck (d) mit abnehmendem $\sigma$, bei irgend welchen Werthen von $m$, beliebig klein, da einerseits:

$$\frac{|f_0(\sigma x + 2\sigma r + \sigma)|}{x + 2r + 2} < \frac{\sigma M_0}{x^0}$$

und andererseits für jeden endlichen Werth von $m$:

$$\lim_{\sigma=0} f_0(\sigma x + 2\sigma m + \sigma) = 0$$

ist.

Es lässt sich hiernach die mit ($H^0$) bezeichnete Bedingungsgleichung in die ihr aequivalente:

$$(\overline{\mathrm{H}}) \qquad \lim_{x^0=0} \lim_{m=\infty} \lim_{\sigma=0} \sum_n \frac{\overline{\sum_h}(-1)^h f(\sigma x + \sigma h + \sigma)}{(x+2n)(x+2n+2)} = 0,$$
$$\left(0 \leqq x \leqq 1;\ 2m \leqq h \leqq 2n;\ m+1 \leqq n \leqq \left[\frac{x^0}{2\sigma}\right]\right)$$

transformiren, aus welcher das oben bei (K) angegebene Resultat ganz

unmittelbar gefolgert werden kann. Die Gleichung $(\overline{\mathrm{H}})$ geht wiederum, wenn zur Abkürzung:

$$\frac{1}{n-m}\sum_h (-1)^h f(\sigma x + \sigma h + \sigma) = \Delta_m^n f(\sigma x + 2\sigma k) \qquad (2m \leqq h \leqq 2n)$$

gesetzt wird, in folgende über:

$$(\overline{\overline{\mathrm{H}}}) \qquad \lim_{x^0=0}\lim_{m=\infty}\lim_{\sigma=0}\sum_n \frac{(n-m)\Delta_m^n f(\sigma x + 2\sigma k)}{(x+2n)(x+2n+2)} = 0\,.$$
$$\left(0 \leqq x \leqq 1\,;\; m+1 \leqq n \leqq \left[\frac{x^0}{2\sigma}\right]\right)$$

Um deren Bedeutung darzulegen, bemerke ich, dass $\Delta_m^n f(\sigma x + 2\sigma k)$ der »mittlere Werth« der $n-m$ aufeinanderfolgenden zweiten Differenzen:

$$-\tfrac{1}{2}f(\sigma x + 2\sigma k - \sigma) + f(\sigma x + 2\sigma k) - \tfrac{1}{2}f(\sigma x + 2\sigma k + \sigma) \qquad (m \leqq k \leqq n)$$

ist.

Substituirt man in der Summe auf der linken Seite der Gleichung $(\overline{\overline{\mathrm{H}}})$ für jene mittleren Werthe ihre absoluten Beträge und nimmt dann an Stelle des positiven Factors:

$$\frac{n-m}{(x+2n)(x+2n+2)}$$

den grösseren Factor $\frac{1}{n}$, so verwandelt sie sich in folgende:

$$\sum_n \frac{1}{n}\left|\Delta_m^n f(\sigma x + 2\sigma k)\right| \qquad \left(n = m+1\,,\; m+2, \ldots \left[\frac{x^0}{2\sigma}\right]\right).$$

Wenn diese Summe für $\sigma = 0$, $m = \infty$, $x^0 = 0$ verschwindet, so ist offenbar die Gleichung $(\overline{\overline{\mathrm{H}}})$ erfüllt, und es ergiebt sich daher das Resultat:

$(\overline{\mathrm{K}})$ Um erschliessen zu können, dass für beliebige Werthe von $x'$, die kleiner als $X$ sind,

$$\lim_{w=\infty}\int_0^{x'} f(x)\sin wx\pi\, d\log x = \tfrac{1}{2}\pi f(0)$$

ist, reicht es hin, für irgend eine gegebene, noch so kleine Grösse $\tau$ eine Zahl $m$ und eine Grösse $x^0$, und alsdann eine beliebig kleine Grösse $\sigma^0$ so bestimmen zu können, dass der Werth der Reihe:

$$\sum_n \frac{1}{n}\left|\Delta_m^n f(\sigma x + 2\sigma k)\right| \qquad (m < n \leqq r)$$

stets kleiner als $\tau$ bleibt, wenn $0 \leqq x \leqq 1$, $\sigma < \sigma^0$ und $2r\sigma < x^0$ ist.

Um die Bedeutung der hier auftretenden Bedingungsgleichung:

$$(\overline{\overline{\mathrm{K}}})\qquad \lim_{x^0=0}\lim_{m=\infty}\lim_{\sigma=0}\sum_n \frac{1}{n}\left|\Delta^n_m f(\sigma x+2\sigma k)\right| = 0 \qquad \left(m<n\leqq\left[\frac{x^0}{2\sigma}\right]\right)$$

darzulegen, bemerke ich zuvörderst, dass sie offenbar erfüllt ist, wenn $\sum \frac{1}{n}$, multiplicirt mit dem grössten Werthe von $|\Delta^n_m|$, bei abnehmendem $\sigma$ beliebig klein wird. Da nun der Werth von $\sum \frac{1}{n}$ annäherungsweise durch $\log \frac{x^0}{2\sigma m}$ ausgedrückt wird, so genügt es,

dass jeder der mittleren Werthe der aufeinander folgenden zweiten Differenzen:

$$(\overline{\mathrm{L}})\qquad -\tfrac{1}{2}f(\sigma x+2\sigma k-\sigma)+f(\sigma x+2\sigma k)-\tfrac{1}{2}f(\sigma x+2\sigma k+\sigma)\,,$$

multiplicirt mit $\log \frac{1}{\sigma}$, bei abnehmendem $\sigma$ sich der Null nähere,

und es zeigt sich also, dass die Bedingung (H) auch diejenige umfasst, welche Hr. Lipschitz in seiner im 63. Bande des Journals für Mathematik (S. 296 ff.) veröffentlichten Abhandlung entwickelt hat.

Man kann aber noch weitere Bedingungen aus der Gleichung $(\overline{\overline{\mathrm{K}}})$ ableiten, indem man wiederum von den absoluten Beträgen jener mittleren Werthe zu den mittleren Werthen eben dieser absoluten Beträge übergeht, d. h. also indem man die Summenausdrücke:

$$\frac{1}{p-m}\sum_n \left|\Delta^n_m f(\sigma x+2\sigma k)\right| \qquad (m<n\leqq p-1)$$

einführt. Bezeichnet man einen solchen »mittleren absoluten Betrag« der mittleren Werthe aufeinander folgender zweiter Differenzen:

$$-\tfrac{1}{2}f(\sigma x+2\sigma k-\sigma)+f(\sigma x+2\sigma k)-\tfrac{1}{2}f(\sigma x+2\sigma k+\sigma) \qquad (m\leqq k\leqq n)$$

mit $\theta_p$, so tritt an die Stelle der Summe in $(\overline{\overline{\mathrm{K}}})$ das Aggregat:

$$\sum_k \frac{k\theta_{m+k}}{(m+k)(m+k+1)} + \frac{r-m+1}{r}\,\theta_{r+1} + \frac{1}{r}\left|\Delta^r_m\right| \qquad (k=1,2,\ldots r-m+1),$$

wenn, wie oben $r=\left[\frac{x^0}{2\sigma}\right]$ gesetzt wird. Der Grenzwerth, welchem sich dieser Ausdruck für $\sigma=0$ nähert, verschwindet offenbar, sobald

$$\lim_{\sigma=0}\sum_{k=1}^{k=r-m}\frac{\theta_{m+k}}{m+k}=0 \text{ und } \lim_{\sigma=0}\theta_{r+1}=0$$

ist, und man schliesst daher in derselben Weise, wie oben, dass es schon genügt,

wenn jeder der mit $\theta$ bezeichneten »mittleren absoluten Beträge« der mittleren Werthe jener zweiten Differenzen, mit $\log\frac{1}{\sigma}$ multiplicirt, bei abnehmendem $\sigma$ sich der Null nähert.

XIV. Substituirt man in der oben mit ($\mathrm{H}^0$) bezeichneten Gleichung:

$$\lim_{x^0=0}\lim_{m=\infty}\lim_{\sigma=0}\overline{\sum_h}(-1)^h\frac{f_0(\sigma x+\sigma h)}{x+h}=0 \qquad \left(m\leqq\tfrac{1}{2}(h-1)\leqq\left[\frac{x^0}{2\sigma}\right];\ 0\leqq x\leqq 1\right)$$

für $f_0(\sigma x+\sigma h)$ seinen Werth:

$$f(\sigma x+\sigma h)-f(0),$$

so wird der Factor von $f(0)$, nämlich der Grenzwerth der Summe:

$$\overline{\sum_h}\frac{(-1)^h}{x+h} \qquad \left(m\leqq\tfrac{1}{2}(h-1)\leqq\left[\frac{x^0}{2\sigma}\right]\right),$$

für wachsende $m$, offenbar gleich Null. Man kann also in der Gleichung ($\mathrm{H}^0$) die Function $f_0$ durch die ursprüngliche Function $f$ ersetzen. Man kann ferner darin den Strich über dem Summenzeichen und zugleich das letzte Glied der Summe weglassen, d. h. nämlich die Glieder:

$$-\frac{f(\sigma x+2\sigma m+\sigma)}{2(x+2m+1)}+\frac{f(\sigma x+2\sigma r+\sigma)}{2(x+2r+1)} \qquad \left(r=\left[\frac{x^0}{2\sigma}\right]\right)$$

hinzufügen, da ja deren Grenzwerth für wachsende Zahlen $m$ und $r$ sich der Null nähert. An die Stelle der Reihe in der Gleichung ($\mathrm{H}^0$) tritt alsdann die Reihe:

$$\sum_h(-1)^h\frac{f(\sigma x+\sigma h)}{x+h} \qquad \left(2m<h\leqq 2\left[\frac{x^0}{2\sigma}\right];\ 0\leqq x\leqq 1\right),$$

und es ergiebt sich das Resultat:

Um erschliessen zu können, dass für beliebige Werthe von $x'$, die kleiner als $X$ sind,

$$\lim_{w=\infty}\int_0^{x'}f(x)\sin wx\pi\, d\log x=\tfrac{1}{2}\pi f(0)$$

($\mathrm{K}_1$) ist, genügt es nachzuweisen, dass der Grenzwerth:

$$\lim_{\sigma=0}\sum_h(-1)^h\frac{f(\sigma x+\sigma h)}{x+h} \qquad \left(2m<h\leqq 2\left[\frac{x^0}{2\sigma}\right];\ 0\leqq x\leqq 1\right)$$

sich mit wachsendem $m$ und mit abnehmendem $x^0$ der Null nähere.

Die hierin enthaltene Forderung lässt sich auch so formuliren:

Für eine gegebene positive, beliebig kleine Grösse $\tau$ soll zuerst eine Zahl $m_1$, und eine Grösse $x_1^0$, und alsdann für jede Zahl $m$, die grösser als $m_1$ ist, und für jede Grösse $x^0$, die kleiner als $x_1^0$ ist, eine Grösse $\sigma^0$ so bestimmt werden

(K$_2$) können, dass der absolute Werth der Reihe:

$$\sum_h (-1)^h \frac{f(\sigma x + \sigma h)}{x+h} \qquad \left(2m < h \leqq 2\left[\frac{x^0}{2\sigma}\right];\ 0 \leqq x \leqq 1\right)$$

stets kleiner als $\tau$ bleibt, sobald $\sigma < \sigma^0$ ist.

Dieses, wie mir scheint, bemerkenswerthe Resultat, welches sich aus den obigen Entwickelungen ergeben hat, soll nunmehr noch direct verificirt werden.

Zu diesem Zwecke ist das Dirichlet'sche Integral:

$$\int_0^{\frac{x'}{\sigma}} f(\sigma x) \sin x\pi \, d\log x$$

als Aggregat von sieben Integralen:

$$J_0 + J_1 + J_2 + J_3 + J_4 + J_5 + J_6$$

darzustellen, welche folgendermaassen definirt sind:

$$J_0 = f(0)\int_0^\infty \sin x\pi \, d\log x\,, \quad J_1 = f(0)\int_\infty^{2m+1} \sin x\pi \, d\log x$$

$$J_2 = \int_{2m+1}^{2r+1} f(\sigma x) \sin x\pi \, d\log x = \int_0^1 \sum_{h=2m+1}^{h=2r} (-1)^h \frac{f(\sigma x + \sigma h)}{x+h} \sin x\pi \, dx$$

$$J_3 = \int_1^{2m+1} \big(f(\sigma x) - f(0)\big) \sin x\pi \, d\log x$$

$$J_4 = \int_0^1 \big(f(\sigma x) - f(0)\big) \frac{\sin x\pi}{x}\, dx$$

$$J_5 = \int_{2r+1}^{\frac{x^0}{\sigma}} f(\sigma x) \sin x\pi \, d\log x\,, \quad J_6 = \int_{\frac{x^0}{\sigma}}^{\frac{x'}{\sigma}} f(\sigma x) \sin x\pi \, d\log x\,,$$

und es ist nun zu zeigen, dass — wenn die bei (K$_2$) formulirte Forderung erfüllt ist — die Zahlen $m, r$ und die Grössen $\sigma, x^0$ stets so gewählt werden können, dass der absolute Werth des Aggregats:

$$J_1 + J_2 + J_3 + J_4 + J_5 + J_6$$

kleiner als irgend eine gegebene, beliebig kleine Grösse $\tau$ wird, d. h.

also, dass sich alsdann der Werth jenes DIRICHLET'schen Integrals von dem Werthe von $J_0$ um weniger als $\tau$ unterscheidet.

Man nehme nun zuerst eine Zahl $m^0$ so an, dass $2m^0+1 > \frac{12}{\pi\tau}$ wird. Dann ist für jede Zahl $m$, die grösser als $m^0$ ist:

$$|J_1| < \frac{2}{\pi(2m+1)} < \tfrac{1}{6}\tau.$$

Man wähle ferner, gemäss der als erfüllbar vorausgesetzten Forderung $(K_2)$, eine Zahl $m$, die grösser als $m_1$ ist, sowie eine Grösse $x^0$, die kleiner als $x_1^0$ ist, und bestimme darnach eine Grösse $\sigma^0$ so, dass der absolute Werth der Summe:

$$\sum_{h=2m+1}^{h=2r} (-1)^h \frac{f(\sigma x+\sigma h)}{x+h} \qquad \left(0 \leqq x \leqq 1\,;\; r = \left[\frac{x^0}{2\sigma}\right]\right),$$

kleiner als $\frac{1}{6}\tau$ wird, sobald $\sigma$ kleiner als $\sigma^0$ ist. Alsdann ist für jeden solchen Werth von $\sigma$:

$$|J_2| < \tfrac{1}{6}\tau.$$

Nunmehr bestimme man eine Grösse $\xi$ so, dass der absolute Werth der Differenz $f(x)-f(0)$ für alle Werthe von $x$, die kleiner als $\xi$ sind, kleiner als:

$$\frac{\tau}{6\log(2m+1)}$$

bleibt, und setze dann $\sigma' = \frac{\xi}{2m+1}$. Dann ist für jede Grösse $\sigma$, die kleiner als $\sigma'$ ist, der absolute Werth der Differenz $f(\sigma x)-f(0)$ kleiner als $\frac{\tau}{6\log(2m+1)}$, so lange $x < 2m+1$ bleibt. Es ist also für jeden solchen Werth von $\sigma$:

$$|J_3| < \tfrac{1}{6}\tau,$$

zugleich aber auch, da $\frac{\sin x\pi}{x}$ kleiner als $\pi$ ist;

$$|J_4| < \frac{\tau\pi}{6\log(2m+1)} < \tfrac{1}{6}\tau.$$

Das Intervall zwischen $2r+1$ und $\frac{x^0}{\sigma}$, über welches sich die Integration in $J_5$ erstreckt, ist höchstens gleich Eins, da $r = \left[\frac{x^0}{2\sigma}\right]$ angenommen worden ist. Der absolute Werth von $J_5$ ist also kleiner als:

$$M\left|\log\left(1-\frac{\sigma}{x^0}\right)\right|,$$

wenn $M$, wie oben, eine Grösse bedeutet, welche von keinem Functionswerthe $f(x)$ übertroffen wird. Man kann hiernach $\sigma''$ hinreichend klein wählen, damit für jeden Werth von $\sigma$, der kleiner als $\sigma''$ ist:

$$|J_5| < \tfrac{1}{6}\tau$$

wird. Dass endlich eine hinreichend kleine Grösse $\sigma'''$ so bestimmt werden kann, dass für alle Werthe von $\sigma$, die kleiner als $\sigma'''$ sind, der absolute Werth von $J_6$ beliebig klein gemacht, also die Ungleichheitsbedingung:

$$|J_6| < \tfrac{1}{6}\tau$$

erfüllt werden kann, ist bereits oben in art. V ausführlich dargelegt worden.

Man braucht also nur $\sigma$ kleiner als die kleinste der vorstehend definirten Grössen $\sigma^0, \sigma', \sigma'', \sigma'''$ anzunehmen, um sicher zu sein, dass der absolute Werth jedes der sechs Integrale $J_1, J_2, \ldots J_6$ kleiner als $\frac{1}{6}\tau$, dass also:

$$|J_1 + J_2 + J_3 + J_4 + J_5 + J_6|$$

kleiner als $\tau$, d. h. kleiner als eine gegebene, beliebig kleine Grösse wird.

XV. Die hiermit verificirte Bedingung für die Gültigkeit der Gleichung:

$$\lim_{w=\infty} \int_0^{x'} f(x) \sin wx\pi d \log x = \tfrac{1}{2}\pi f(0)$$

ist eine »weitere«, d. h. sie enthält weniger Beschränkungen für die Function $f(x)$ und lässt also deren Bereich weiter, als die bisher bekannten Bedingungen[1]; sie umfasst namentlich, wie oben gezeigt worden ist, sowohl die Dirichlet'schen als auch diejenigen Bedingungen, welche oben aus den Arbeiten der HH. Lipschitz, P. du Bois-Reymond, C. Jordan und Hölder citirt sind; und sie steht dabei in Bezug auf die Einfachheit und Durchsichtigkeit ihrer Bedeutung hinter den früher angegebenen Bedingungen kaum zurück. Die Möglichkeit ihrer Aufstellung beruht wesentlich auf jener gleich Anfangs (art. II [B]) entwickelten Gleichung:

$$\lim_{\sigma=0} \int_0^{\xi} f_0(\sigma x) \sin x\pi d \log x = 0 ,$$

welche meines Wissens bisher nicht hervorgehoben oder wenigstens nicht vollständig für die Bedingungen der Gültigkeit der Dirichlet'schen Integralgleichung benutzt worden ist.

[1] Die verschiedenen Bedingungen, welche in dem 1880 erschienenen Werke des Hrn. Ulisse Dini vorkommen, habe ich noch nicht sämmtlich, in Bezug auf ihren Umfang, mit der obigen Bedingung verglichen.

Aber man kann noch eine weitere Anwendung von dem Principe machen, welches der erwähnten Gleichung und also auch der obigen Zerlegung des Dirichlet'schen Integrals in sieben Integrale zu Grunde liegt, indem man irgend eine Beziehung zwischen der Zahl $2m+1$ und der Grösse $\sigma$ sucht, für welche die Grenzwerthe der beiden Integrale $J_2$ und $J_3$ bei abnehmendem $\sigma$ verschwinden. Setzt man nämlich, um eine solche Beziehung anzudeuten:

$$\text{(S)} \qquad 2m = \frac{\vartheta(\sigma)}{\sigma},$$

so ist die mit $\vartheta(\sigma)$ bezeichnete Function von $\sigma$ so zu bestimmen, dass zu gleicher Zeit:

$$\text{(S}^\circ\text{)} \qquad \lim_{\sigma=0} \frac{\sigma}{\vartheta(\sigma)} = 0,$$

$$\text{(S')} \qquad \lim_{\tau=0} \int_\tau^{\tau+\vartheta(\tau)} \big(f(x)-f(0)\big) \sin\frac{x\pi}{\sigma}\, d\log x = 0,$$

$$\text{(G}_1^\circ\text{)} \qquad \lim_{x^0=0}\lim_{\tau=0}\int_0^1 \sum_h (-1)^h \frac{f(\sigma x+\sigma h)}{x+h} \sin x\pi dx = 0.$$

$$\left(\frac{\vartheta(\sigma)}{2\sigma} \leqq \tfrac{1}{2}(h-1) \leqq \left[\frac{x^0}{2\sigma}\right],\ 0 \leqq x \leqq 1\right)$$

wird, und man kann demnach den oben mit (G°), (H°), ($\overline{\text{H}}$), ($\overline{\overline{\text{H}}}$) bezeichneten Bedingungsgleichungen eine **allgemeinere** Bedeutung beilegen, indem man, statt, wie es dort geschehen ist, die Zahl $m$ unabhängig von $\sigma$ wachsen zu lassen, zwischen $m$ und $\sigma$ irgend eine durch die Gleichung (S) angedeutete Beziehung zulässt, für welche die beiden Gleichungen (S°) und (S') befriedigt werden. Die hier mit ($G_1^\circ$) bezeichnete Gleichung unterscheidet sich von der Gleichung (G°) des Art. VI eben nur dadurch, dass in den Summationsbedingungen die Zahl $m$ durch ihren aus der Gleichung (S) entnommenen Werth ersetzt und mit Rücksicht auf die Gleichung (S°) die dadurch unnöthig gewordene Bestimmung: *limes* $m=\infty$ weggelassen worden ist.

Nimmt man für die bei ($K_1$) formulirte Bedingung:

$$\lim_{x^0=0}\lim_{m=\infty}\lim_{\tau=0}\sum_h (-1)^h \frac{f(\sigma x+\sigma h)}{x+h} = 0 \qquad \left(m \leqq \tfrac{1}{2}(h-1) < r:\ r = \left[\frac{x^0}{2\sigma}\right]; 0 \leqq x \leqq 1\right)$$

die ihr aequivalente:

$$\lim_{x^0=0}\lim_{m=\infty}\lim_{\tau=0}\sum_k \frac{f(\sigma x+2\sigma k)-f(\sigma x+2\sigma k-\sigma)}{x+2k} = 0 \qquad (m < k \leqq r;\ 0 \leqq x \leqq 1),$$

so sieht man, dass es genügt, wenn:

$$\big(f(x+\sigma)-f(x)\big)\sum_{k=m+1}^{k=r}\frac{1}{k},$$

mit abnehmendem $\sigma$, für jeden Werth von $x$, der kleiner als $x^0$ ist, verschwindet. Da hier die Summe der reciproken Zahlen von $m+1$ bis $r$ durch $\log\frac{r}{m}$, oder also auch durch $\log\frac{x^0}{\theta(\sigma)}$ ersetzt werden kann, so folgt, dass man an Stelle jener Gleichung ($G_1^0$) die Gleichung:

$$\lim_{x^0=0}\lim_{\sigma=0}\big(f(x+\sigma)-f(x)\big)\log\frac{x^0}{\theta(\sigma)}=0 \qquad (0\leqq x<x^0),$$

oder auch, da wegen der Stetigkeit der Function $f(x)$ der Grenzwerth von $\big(f(x+\sigma)-f(x)\big)\log x^0$ für $\sigma=0$ verschwindet, die Gleichung:

$$(S_1') \qquad \lim_{\sigma=0}\big(f(x+\sigma)-f(x)\big)\log\frac{1}{\theta(\sigma)}=0 \qquad (0\leqq x<x^0)$$

als eine (freilich nur) hinreichende Bedingung für das Bestehen der Dirichlet'schen Integralgleichung nehmen kann, wenn dabei die Function $\theta(\sigma)$ so gewählt wird, dass sie die beiden Gleichungen ($S^0$) und ($S'$) befriedigt.

Der Werth des Integrals in der Gleichung ($S'$) kann durch den Ausdruck:

$$\varepsilon\Big(f\big(\sigma+\delta\theta(\sigma)\big)-f(0)\Big)\log\Big(1+\frac{\theta(\sigma)}{\sigma}\Big)$$

dargestellt werden, in welchem $-1\leqq\varepsilon\leqq+1$ und $0\leqq\delta\leqq1$ ist, und an die Stelle der Gleichung ($S'$) selbst kann daher die Gleichung:

$$(S_2') \qquad \lim_{\sigma=0}\Big(f\big(\sigma+\delta\theta(\sigma)\big)-f(0)\Big)\log\frac{\theta(\sigma)}{\sigma}=0$$

treten.

Bezeichnet man mit $\Delta\sigma$ den grössten Werth der Differenzen $f(x+\sigma)-f(x)$ für die verschiedenen Werthe von $x$, die kleiner als $x^0$ sind, so ist $\Delta\sigma$ um so kleiner, je stetiger die Function $f(x)$ in dem Intervalle von $0$ bis $x^0$ ist, und man kann sich nunmehr die Function $\theta(\sigma)$ gemäss der aus ($S_1'$) hervorgehenden Gleichung:

$$(T) \qquad \lim_{\sigma=0}\Delta\sigma\log\frac{1}{\theta(\sigma)}=0$$

definirt denken, so dass also nur irgend eine mit $\sigma$ selbst verschwindende Function $\psi(\sigma)$ anzunehmen und alsdann:

$$\theta(\sigma)=e^{-\frac{\psi(\sigma)}{\Delta\sigma}}$$

zu setzen ist. Die Gleichung ($S_2'$) liefert hiernach, da sich die Differenz: $f\big(\sigma+\delta\theta(\sigma)\big)-f(0)$ aus den Differenzen $f\big(\sigma+\delta\theta(\sigma)\big)-f(\sigma)$, $f(\sigma)-f(0)$ zusammensetzen lässt, die Relation:

$$\lim_{\sigma=0} \Delta\sigma \log \frac{\theta(\sigma)}{\sigma} = 0\,,$$

und aus dieser geht endlich in Verbindung mit jener Gleichung (T) die Relation:

$$(T^0) \qquad \lim_{\sigma=0} \Delta\sigma \log \frac{1}{\sigma} = 0$$

hervor. Es ergiebt sich also hierbei nur jenes Resultat, welches schon in dem oben mit $(\bar{L})$ bezeichneten enthalten ist, nämlich:

> wenn die Function $f(x)$ in hinreichender Nähe von $x = 0$ einen solchen Grad von Stetigkeit hat, dass jede Differenz $f(x+\sigma) - f(x)$, multiplicirt mit $\log \frac{1}{\sigma}$, für abnehmende Werthe von $\sigma$ verschwindet, so ist der Grenzwerth des Integrals:
>
> $$\int_0^{x'} f(x) \sin \frac{x\pi}{\sigma}\, d \log x\,,$$
>
> für abnehmende Werthe von $\sigma$, gleich $\frac{1}{2}\pi f(0)$.

Diese Bedingung selbst schliesst sich unmittelbar an jene LIPSCHITZ-sche an, welche schon oben citirt worden ist, aber die bei der Herleitung angewendete Methode steht in naher Beziehung zu jener, deren sich Hr. P. DU BOIS-REYMOND im I. Capitel seiner »Untersuchungen über die Convergenz und Divergenz der FOURIER'schen Darstellungsformeln« bedient hat, um Bedingungen der Gültigkeit der DIRICHLET-schen Integralformel für dort besonders charakterisirte Functionen $f(x)$ herzuleiten.[1] Ob auch diese speciellen, auf besondere Functionen $f(x)$ bezüglichen, DU BOIS-REYMOND'schen Bedingungen in jener Bedingungsgleichung (H) — wenn sie in der oben bei $(G_1^0)$ charakterisirten allgemeineren Bedeutung genommen wird — enthalten ist, habe ich noch nicht ergründet.

Dass alle solche Bedingungen, — also auch diejenigen, welche in dem vorliegenden Aufsatze hergeleitet worden sind, — in Bedingungen für die Entwickelbarkeit von Functionen in FOURIER'sche Reihen umgesetzt werden können, ist an sich klar.

---

[1] Abhandlungen der K. Bayer. Akademie der Wissenschaften. II. Cl. XII. Bd. II. Abth. München 1876.

Ausgegeben am 16. Juli.

Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei.

1885.
**XXXV.**

# SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

# AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

ZU BERLIN.

16. Juli. Sitzung der philosophisch-historischen Classe.

Vorsitzender Secretar: Hr. Curtius.

Hr. Schrader las über die Keilinschriften im Eingang der Quellgrotte des Sebeneh-Su.

Die Mittheilung erfolgt in den Abhandlungen.

# Epigraphische Miscellen.

Von Julius Euting.

(Vorgelegt von Hrn. Dillmann am 11. Juni [s. oben S. 575].)

Hierzu Taf. VI bis XII.

Ich gebe hier eine Anzahl von Inschriften und kleinen Fragmenten, welche ich grösstentheils bei Gelegenheit meiner Reise in Syrien und Arabien 1883/84 gesammelt habe. Es sind darunter:

2 phönikische (No. 1. 98); 2 aegyptisch-aramäische Papyrusse (No. 2. 3); 1 alt-aramäische (No. 45); 40 palmyrenische (No. 4—43); 1 alt-hebräische (No. 46); 22 hebräische und griechisch-hebräische (No. 47—69); 28 griechische (meist: jüdisch-griechische) No. 70—97.

No. **1.** (phönikisch. Atheniensis 8a).

Diese Stele wurde im April 1884 gefunden in der kleinen Bucht Κρεμμυδαροῦ, einem westlichen Anhängsel des Piræeus, also in derselben Gegend wie Athen. 7a (= C. I. S. 118), und befindet sich im Besitz des Hrn. Alex. Meletopulos im Piræeus, welcher sie, jedoch ohne Erklärung, in der Ἐφημερὶς ἀρχαιολογική 1884, p. 68 f. veröffentlicht hat. Renan hat in den Comptes rendus de l'Acad. des Inscr. 1884 p. 192 f. von dem Funde Mittheilung gemacht, unter Beifügung einer Notiz von Foucart, dem Director des französischen Instituts zu Athen, wonach die Kaufleute aus Kition durch ein athenisches Decret vom Jahre 333 vor Chr. die Erlaubniss erhielten, einen Tempel der Astarte im Piræeus zu errichten.

Die Inschrift lautet:

אנך מחדש בן פנסמלת אש כתי

Νουμήνιος ⁝ Κιτιεύς

»*Ich Mahdaš Sohn des Pene-Simlat, ein Mann aus Kition.*«

מחדש] Mahdâš oder Mehaddeš wird in der griechischen Gegenschrift durch Νουμήνιος wiedergegeben. In Athen. 2a (= C. I. S. 117) wird durch denselben griechischen Namen das phönikische N. pr. בנחדש Benhodeš ersetzt.

פנסמלת] Über die Lesung kann kein Zweifel sein. Was ist aber der seltsame Name? Er scheint eine Zusammensetzung, wie פנבעל Penê-Baal; also eigentlich »*Angesicht der Simlat*« סמלת müsste eine Göttin sein.

No. **2** und **3** sind zwei aegyptisch-aramäische Papyrus, deren Existenz man zwar schon länger kennt, die aber bis jetzt unpublicirt geblieben sind.[1] Der erste derselben befindet sich im Museum zu Bûlâq (unter der Nummer 4736). Durch die Güte des Hrn. Emil Brugsch-Bey erhielt ich eine Photographie davon, und habe auch von dem Original selbst noch eine Handzeichnung genommen. Hr. Abbé J. J. L. Bargès in seinem Papyrus égypto-araméen appartenant au musée ég. du Louvre (Paris 1862. 4.) sagt auf S. 2: [Les papyrus] du musée du Caire se composent, l'un, de quatre lignes tronquées au commencement et à la fin, avec des lacunes au milieu et des caractères oblitérés; l'autre, qui n'est qu'un bout d'épigraphe, offre à peine une quinzaine de lettres. — Quant à ceux que l'on garde à Rome,[2] si l'on juge par ce que nous dit l'abbé Lanci [La sacra scrittura illustrata. Roma 1827. 4.], ils ne paraissent pas avoir été moins maltraités par le temps et se trouver, par conséquent dans un meilleur état de conservation.« Wiewohl das Ergebniss ein winziges ist, will ich doch wenigstens vorlegen, was ich sehe und zu erkennen glaube.[3]

No. **2.** (Mus. Bûlâq, Pap. No. 4736, Fragment A und B) scheinen mir Bruchstücke eines Briefes zu sein.

A:
1 . . . ם על כמו . . עם אל חימר . . נאחיאת
2 עביד
3 ר וכנותה הוש . . . . . גהרה צחא זך
4 ה צחה זך ל . . כה בידם אלכהני כעת
5 . . . . תפעל משאלתא . . תאלי עם

Sicher ist nur Z. 4: »in ihrer Hand . . . . um die Zeit« Z. 5: »du sollst ausführen die Bitte . . . . mitsammt«. Ob in Zeile 2 das hineingeflickte Wort עביד »gemacht« oder עבדך »dein Diener« heissen soll, wage ich nicht zu entscheiden. Das Suffix ם in בידם ist, weil hebräisch, auffallend.

B: Av. 1 שלם רבא »vielen Gruss«
2 עלימחדתמ . . . . . . .
R̦ unleserlich.

[1] Vergl. Gesenius, Monumenta phön. p. 245; de Vogüé, Inscr. sémit. p. 132.

[2] Nämlich: einer im Vatican, seither von de Vogüé, Inscr. sém. p. 125—131 veröffentlicht; der andere ehemals im Museum Borgianum, jetzt in der Propaganda, hier als No. 3 nach einer Photolithographie, die ich Hrn. Prof. I. Guidi in Rom verdanke, gezeichnet.

[3] Zweifelhafte Buchstaben sind mit darüber gesetztem Punkte versehen.

No. 3. (Papyrus in der Propaganda) ist eine Liste von unsemitischen (aegyptischen?) Eigennamen, die alle durch das aramäische Wort בר »Sohn« von einander getrennt sind. Vielleicht gelingt es einem Aegyptologen, sie richtig zu stellen. Die Lesung der Buchstaben selbst bietet Schwierigkeiten:

1 . אל בר וחפי אהתורצא
2 פסמשך בר פ ? ען בר . . בבגי
3 פמן בר כנ . . . .
4 סמתק בר עחמ ? .
5 הבאר בר כ . . . א
6 ח III . . בר פמאר

No. 4. (palmyr. 1) wurde von Hrn. Lüttücke, kais. deutschem Vice-Consul zu Damascus, im März 1883 entdeckt. Sie steckt in einem Loch, etwa 150 Schritte nördlich von dem grossen, die Säulenstrasse eröffnenden Porticus, unweit des wohlerhaltenen Tempels, der den Fremden als Diocletianstempel gezeigt wird.

No. 4.
Z. 1 עמודיא אלן חמשא ושריתהון ותטלילהון קרב זבדי בר זבדנבו קחזן די מן בני מעזין לבעל שמן אלהא טבא
Z. 2 ושכרא על חיוהי וחיי בנוהי ואחוהי בירח אלול שנת III ב—333—ע IIII

Z. 1: »*Diese fünf Säulen und ihre Balken und ihre Bedachung hat dargebracht Zabdai Sohn des Zabdnebô Qaḥzan, welcher zur Familie Ma'zijân (?) gehört, dem Ba'al des Himmels, dem guten und belohnenden*

Z. 2: *Gotte, wegen seines Lebens und des Lebens seiner Söhne und seines Bruders (oder: seiner Brüder) im Monate Elûl im Jahre 378*« d. i. im September 67 n. Chr.

זבדי] Zabdai, im N. T. Ζεβεδαῖος, Pesh. ܙܒܕܝ Matth. 4, 21 etc. und

זבדנבו] Zabdnebo, sind bis jetzt noch nicht auf Inschriften nachgewiesen, so viel Formen von זבד auch schon vorkommen.

קחזן] Qaḥzan N. pr.; Nöldeke: »kommt gewiss von قحز oder dessen erweiterter Form قحزن »stossen«. Etwas kühn wäre es, darnach Wadd. 2184 Καζανου zu verbessern, denn Wadd. hat da ein deutliches C, Wetzstein 142 ein unklares ܣ, das wenigstens nicht eben grosse Ähnlichkeit mit Z zeigt.«

מעזין] Nöldeke: »etwa مَعْزِيَان oder مَغْزِيَان?«

שכרא] Nöld.: »muss Adjectivum sein, wie sonst טבא ורחמנא, und gehört zu hebr. שׂכר arab. شكر, »belohnend«. Im Aramäischen sonst nicht nachweisbar, abgesehen von ein paar sehr unsicheren Spuren bei Castellus.«

No. 5. (palm. 2.) In Qarjatein befindet sich rechts am Eingange zum Hause des Ḥusain Ibrâhîm, als Thürpfosten eingemauert eine

Säule, die ich behufs näherer Untersuchung vorübergehend aus ihrem Standort habe herausnehmen lassen. Sie trägt eine elfzeilige Inschrift in palmyrenischer, bezw. frühsyrischer Schrift, die aber wegen der durchweg rohbehauenen Oberfläche nicht gut zu lesen ist.

1 ?שנת IIII ב־ 33 ד־ > II
2 בירח סיון עמודא
3 דנא ותטלילא דלעל
4 מנה עבדו . סרסל
5 ו . בתנור ומלכו ועמר
6 וידיעבל לבני ברשמש
7 בר זבדבול תדמריא
8 . . . זלי . לא . . . א דנא
9 די פזמי דנח . . . קנפת
10 תנע מן חיוהי וחיי
11 ´ ברתה מנ . . . ת . .

»*Im Jahre 457 [der Seleuc. = 157 n. Chr.] im Monate Siwân. Diese Säule und die Bedachung, welche oberhalb von ihr haben gemacht* S-R-S-L *und* ... B-T-N-V-R *und Malku und* 'A-M-R *und Jedi'abel für die Söhne des Bar-šemeš des Sohnes des Zabdibôl aus Palmyra ......... sein (?) Leben und das Leben seiner (?) Tochter ....*«

Z. 2 ist der Name des Monats unklar; ich denke, es soll סיון gemeint sein.

Z. 3. Die Schreibung דנא für דנה ist auffallend.

In Z. 3 ist das palmyren. Relativum די durch das syrische ד ersetzt. An den zwei anderen Stellen de Vog. 18, 5 und 22, 5 (nach A. D. Mordtmann, Neue Beitr. S. 24) ist es mir noch zweifelhaft. Vergl. די מן לעל unter No. 22.

Die Eigennamen und die letzten vier Zeilen bleiben unklar.

No. 6. (palm. 3) ist zwar schon einmal veröffentlicht; ich hätte sie aber kaum wieder erkannt. Das Original ist in meinen Besitz.

A. D. Mordtmann[1] las:

| | |
|---|---|
| לבריך שמה לעלמא | »*Benedicto nomini in aeternum* |
| טבא ורחמנא עשתה | »*Optimo et Misercordi, Aschthe,* |
| ברת בול......בר | »*filia Bul ....., filii* |
| . שכ[....ע]ל חיא | » ........ *pro salute* |
| ברתה ב[ירח] טבת | »*filiae suae, mense Tebeth* |
| שנת 533 | »*anni DXXXIII (Januar 222.)*« |

[1] Neue Beiträge zur Kunde Palmyra's (in: Sitzungsb. der ph.-ph. u. hist. Cl. der Akad. zu München 1875 Band II (Supplement-) Heft III) S. 38, No. 6.

Sie lautet:

| | |
|---|---|
| לבריך שמה לעלמא | »*Dem, dessen Name gepriesen sei in Ewigkeit,* |
| טבא ורחמנא עלתא | *dem Guten und Barmherzigen, hat diesen* |
| דנה עבדת מכי ברת | *Altar gemacht Makkai, die Tochter* |
| עגא אתת מלא בר | *des 'Oggâ, die Frau des Malê, des Sohnes* |
| מלכו לחיה ולחיא | *des Malku, für ihr Leben und für das Leben* |
| ברתה בירה טבת | *ihrer Tochter, im Monate Ṭêbêt* |
| שנת ע⌐3⌐ע III | *im Jahre 538*« *(= 227 n. Chr.)* |

Es sind lauter bekannte Namen, nur מכי ist neu (vergl. No. 42); für die Bildung als Femininum vergleiche מקי N. pr. fem.[1] und masc.[2] (= Μακκαῖος).

No. **7.** (palm. 4) ebenfalls ein Altar; Original in meinem Besitz; unvollständig bei de Vog. No. 109 (nur die zwei ersten Linien); ungenau bei A. D. Mordtmann S. 33.

| | |
|---|---|
| מודא בורפא | »*Als Dankopfer dargebracht von Bûrefâ* |
| בר ח . . . א | *dem Sohn des Ḥ—â* |
| . . . . . . שנת | *. . . . im Jahre* |
| ע⌐33⌐I | *551* |
| בירח אדר | *im Monate Adar.*« |

בורפא] wohl für בולרפא »Bôl heilt«; ebenso unten No. 38 Mordtm. No. 71. 73, vergl. de Vog. 75, 6 u. Halévy, Mélanges d'épigr. p. 106; ähnlich שמרפא für שמשרפא ZDMG 38, 587. Auf der Schmalseite des Altars der Weihende; darüber drei verstümmelte Köpfe, wovon die beiden äusseren mit Strahlenkrone.

No. **8.** (palm. 5) Fragment in meinem Besitz.

| | |
|---|---|
| . כ . | *. n .* |
| בר ש . . . | »*Sohn des Ś . . .* |
| בר בלש[ורי] | *Sohnes des Belśûrî* |
| בר חירן | *Sohnes des Ḥêrân* |
| בלשורי | *[Sohnes des] Belśûrî.* |
| חבל | *Ach!*« |

בלשורי] »*Bel ist meine Mauer*« (?) ebenso in A. D. Mordtm. Beitr. No. 13, wozu ZDMG. 38, 587; vergl. בלשור Chwolson in den Mél. asiat. T. VII, 445.

No. **9.** (palm. 6) Fragment in meinem Besitz.

| | |
|---|---|
| ב . . | . |
| נהשדי | *. . Śaddai* |
| חבל | *Ach!*« |

[1] D. H. Müller, Vier palmyr. Grabinschriften (Sitzungsber. der Wiener Akad. Ph. Cl. Bd. 108, S. 977, No. 4.

[2] Rom. 2 (Levy, ZDMG XV, 621) u. de Vog. 116, 5.

Ich vermuthe, der Punkt über ד ist nur zufällige Beschädigung, vergl. unten No. 13 (palm. 10) und No. 14 (palm. 11). שדי = Σαδδαῖος Wadd. 2197, vergl. Σαδδα Wadd. 2562[1].

No. 10. (palm. 7) Fragment in meinem Besitz.

| | |
|---|---|
| וֹס | »... *us* |
| [ח]בל | *Ach!*« |

No. 11. (palm. 8) Fragment in meinem Besitz.

| | |
|---|---|
| ע... | ... |
| ב... | ... |
| יד.. | ... |
| חבל | »*Ach!*« |

No. 12. (palm. 9) Fragment in meinem Besitz.

| | |
|---|---|
| חבל | »*Ach!* |
| .יא בת | .... |
| מימקטֹד | .... |
| בזפֹ... | .... |

No. 13. (palm. 10) St. O.: Palmyra S. W. in einem Grabthurm.

| | |
|---|---|
| חבל פציאל | »*Ach! Peṣî'êl,* |
| בר שדי בר | *Sohn des Šaddai, Sohnes* |
| רפבול אראש | *des Refâbôl Ar'aš.*« |

פציאל] »*der Befreite Gottes*« von פצא, فصا, فصى »*befreien*«.
רפבול] = רפאבול »*Bûl heilt*« de Vog. 66 bis, und unten No. 19.
אראש] Der Name kommt auch in No. 15 und 19 vor. Nöldeke meint* أرأس »*Grosskopf*«.

No. 14. (palm. 11) Ebendaselbst.

| | |
|---|---|
| שלמא ברת | »*Šelâmâ, Tochter* |
| אֹקמיֹ | *des Aqmî* (?) |
| שדי חבל | *Šaddai. Ach!* |
| חבל שלמא | *Ach! Šelâmâ!*« |
| ....שכיא | ...... |

אקמי] Das Jod am Schlusse ist unsicher. Bis jetzt ist nur ein Femininum אקמא 'Ακμή bekannt (Mordtm. 12 und Sachau 2. 3 in ZDMG. 1881. 35, 735 f.).

No. 15. (palm. 12) Ebendaselbst, mit Mennig auf den Gips gemalt.

| | |
|---|---|
| ...ברת | »... *Tochter* |
| שדי אראש | *des Šaddai Ar'aš.*« |

שדי] s. No. 9.
אראש] s. No. 13.

No. **16.** (palm. 13) Ebendaselbst, ebenso.
Unleserlich; vielleicht אלהבל »*Elâhbêl*«?

No. **17.** (palm. 14) Ebendaselbst, in den Gips eingeritzt; vergl. No. 14.

| | |
|---|---|
| חבל שלמא | »*Ach! Šelâmâ!*« |

No. **18.** (palm. 15) Ebendaselbst, mit Mennig auf den Gips gemalt.

| | |
|---|---|
| חבל אמה | »*Ach! Amah,* |
| ברת עתעקב | *die Tochter des ʿÂteʿâqab* |
| ....... | ..... |
| ....... | ..... |
| חבל | *Ach!*« |

עתעקב] »*ʿÂte hat vergolten*« auch No. 19 und de Vog. 32 bis. 66 bis.

No. **19.** (palm. 16) Ebendaselbst, ebenso.

| | |
|---|---|
| חבל רפבול בר עתעקב | »*Ach! Refâbôl, der Sohn des ʿÂteʿâqab* |
| בר זבד זבדעתה אראש | *Sohnes des Zĕbed Zabdʿâtê Arʾaś.* |
| חבל | *Ach!*« |

רפבול] s. No. 13.
זבד] Zĕbed, wie de Vog. 112 = biblischem זָבָד.

No. **20. 21.** (palm. 17. 18) Ebendaselbst, ebenso.

No. 20. 21 sind schon von de Vogüé No. 68. 69, und A. D. Mordtmann S. 28 mitgetheilt.

Die letztere Abbildung ist unbrauchbar.

בל דכיר ירחי בר נשא מכי בטב לעלמא

darunter No. 21: . דכיר ירחי מכי בטב

No. 20: ».. *Es werde gedacht des Jarḥi Nesi Makkai (?) in Gutem, in Ewigkeit.*«

No. 21: ».. *Es werde gedacht des Jarḥi Makkai (?) in Gutem.*«

Über das vorgesetzte בל, worin ich eine Abkürzung vermuthe, die sich des öfteren auf sinaïtischen und ḥegräischen Inschriften findet, verweise ich auf meine »Nabatäischen Inschriften« Einl. S. 18, Anm. — Die Meinung Halévy's (Mél. d'épigr. p. 105), dass hier מזל נעם = מסיב טב stehe, ist hinfällig, weil graphisch nicht begründet.

No. **22.** (palm. 19) ausserhalb eines Grabthurmes in Palmyra S. W. liegend.

| | |
|---|---|
| חבל חרא | »*Ach! Ḥerâ (?)* |
| ברת מקימו | *die Tochter des Moqîmu* |
| בר צעדי א . ה | *des Sohnes des Ṣaʿdi . . .* |
| די אקמת דה | . . . . . . . . |
| . די מן לעל | *welches oberhalb.*« |

No. **23.** (palm. 20) St. O.: Damascus, Haus des Photographen Slîmân, No. 1.

| | |
|---|---|
| צלמת | »*Bildniss* |
| [ש]כיי ברת | »*der Šukkai, der Tochter* |
| והבא | »*des Wahbâ,* |
| עשתור | »*[Sohnes des] 'Aštôr.* |
| חבל | »*Ach!*« |

Zu והבא »*Wahbâ*« und והבי »*Wahbî*« in No. 25 vergleiche והבו in den nabatäischen Inschriften von el-Ḥegr.

No. **24.** (palm. 21) Ebendaselbst No. 2.

| | |
|---|---|
| ... בר שמעו[ן] | »... *Sohn des Šim'ôn* |
| .. ח בר אר[אש] | »..*ḥ, Sohnes des Ar'aš (?)*« |

Die jüdischen[1] Namen sind in Palmyra nicht häufig; doch findet sich gerade שמעון »*Simeon*« mehrmals, z. B. DE VOG. No. 13. 114. 129, und in einer bilinguis zu Lambesa C. I. L. VIII, 3917 und Auctar. p. 955.

No. **25.** (palm. 22) Ebendaselbst No. 3.

| | |
|---|---|
| בתוהבי | »*Batwahbî* |
| בתעדן | »*[Tochter der] Bat'adn.*« |

Diese zwei Eigennamen sind neu.

No. **26.** (palm. 23) St. O: Damascus, im englischen Consulate.

| | |
|---|---|
| חבל | »*Ach!* |
| מריון | *Marion,* |
| בר | *der Sohn* |
| אלהבל | *des Elâhbêl.*« |

מריון] schon in der palm. Inschr. Oxford No. 2 = Μαρίων, ist eine griechische Weiterbildung aus ܡܪܝܐ (cfr. Moëd qaton fol. 11b: מריון, Codices (Rabbinowicz auch: מרייון); ebenso nab. (el-Ḥegr 5, 1) מלכיון vergl. Μαλχίων, Ἀζιζίων Wadd. 1910. 2557a, 2413e, und die jüdischen Namen bei J. DERENBOURG, Hist. de la Palest. p. 253.

No. **27.** (palm. 24) St. O: Damascus, Haus des Hrn. Portalis.

| | |
|---|---|
| ירחי בר | »*Jarḥî, der Sohn* |
| אלהזבן | *des Elâhzabbên.* |
| חבל | *Ach!*« |

אלהזבן] N.: אֱלָהזַבֵּן. Das N. pr. »*Gott hat verkauft*« ist neu. NÖLDEKE vergleicht das syr. N. pr. ܐܙܒܢܐ »*Gekauft*« und das hebr. מָכִיר.

No. **28—36.** (palm. 25—33) sind im Besitze des Ḳâïmmaḳâms zu Ba'albek, und wohl identisch mit den von Hrn. POGNON in den Comptes rendus de l'Ac. des Inscr. 1883, p. 393 signalisirten. Die Abklatsche, durch die Post etwas misshandelt, verdanke ich Hrn.

[1] Vergl. DE VOG. No. 65.

Jûsuf Effendi Maṭrân aus Ba'albek (Ehren-Dragoman des französischen General-Consulates zu Beirût).

No. 28. (palm. 25) St. O: Ba'albek, Kâïmmakâm.

| | |
|---|---|
| חבל תימרצ[ו] | »*Ach! Taimreṣû,* |
| בר זבדבול | *der Sohn des Zabdibôl*«. |

No. 29. (palm. 26) Ebend.

| | |
|---|---|
| חבל זבדבול | »*Ach! Zabdibôl,* |
| בר מלכו בר . . | *der Sohn des Malku(?), Sohnes? . .* |

Der Name מלכו ist unsicher; vielleicht sogar מלכאל wie in No. 30.

No. 30. (palm. 27) Ebend.

| | |
|---|---|
| חבל מלכאל בר | »*Ach! Malak-Êl, der Sohn* |
| זבדבול ברה | *Zabdibôl. Sein Sohn.*« |

מלכאל] gebildet wie das häufige מלכבל Μαλάχβηλος.

ברה] »*sein Sohn*«. Das Suffixum bezieht sich wohl auf die abgeschlagene Hälfte einer Doppelbüste (wie in אחתה D. H. Müller No. 4) vergl. unten No. 34.

No. 31. (palm. 28) Ebend.

| | |
|---|---|
| . . . | . . . |
| בר מקימו | »*Sohn des Moqîmu.* |
| חבל | *Ach!*« |

No. 32. (palm. 29) Ebend.

| | |
|---|---|
| חבא בר | »*. . . Sohn* |
| עתעקב תימא בר | *des 'Âte'aqab Taimâ, Sohnes . . .*« |

חבא] oder צבא? sehr unsicher.

No. 33. (palm. 30) Ebend.

| | |
|---|---|
| מלכו ב[ר] | »*Malku, der Sohn* |
| מלכו | *des Malku* |
| שעדי | *Ša'dî.*« |

שעדי] *Ša'dî*; sonst nur שעדו (Gen. Σοάδου) bekannt.

No. 34. (palm. 31) Ebend.

| | |
|---|---|
| פלינס | »*Philinus,* |
| אחוהי | *sein Bruder.* |
| חבל | *Ach!*« |

פלינס] Φιλῖνος, Φιλεῖνος.

אחוהי] also auch wieder von einer der vielen zerschlagenen Doppelbüsten! (vergl. No. 30).

No. **35**. (palm. 32) Ebend.

| | |
|---|---|
| תימא | »*Taimâ,* |
| בר והבלת | »*der Sohn des Wahballât,* |
| בר תימא | »*Sohnes des Taimâ.* |
| חבל | »*Ach!*« |

No. **36**. (palm. 33) Ebend.

| | |
|---|---|
| ....א בר | »....*â, der Sohn* |
| דמירבותי | *des Demê-rabbûthî* |
| חבל | *Ach!*« |

דמירבותי] seltsamer Name! »*Werth meiner Herrschaft*«? vergl. Wadd. 2258.

No. **37—39**. 3 palmyrenische Thonsigel; sind von Hrn. Prof. Heinr. Lengyel aus Gross-Kanizsa unweit Riblah (bei Ḥömṣ) gefunden worden, und befinden sich in seinem Besitz.

No. **37**. (palm. 34) St. O.: Gross-Kanizsa, Heinr. Lengyel.

Av. בורפא »*Bôrefâ*«

Rev. unleserlich.

Der Name schon oben No. 7.

No. **38**. (palm. 35) Ebend.

| | |
|---|---|
| אגן | »*Beschütze,* |
| בל | *oh Bel!*« |

vergl. de Vog. No. 132—134 (143), A. D. Mordtm. No. 49. 51. 53. 54. 56. 57.

No. **39**. (palm. 36) Ebend.

זבדבול »*Zabdibôl*«.

No. **40—42** sind in meinem Besitz, ich habe sie in Palmyra erworben, nachdem ein rasender Sandsturm, während der Nacht, mir etliche 20 andere sammt der Schachtel, in der sie versteckt waren, auf Nimmerwiedersehen entführt hatte.

No. **40**. (palm. 37)

| | |
|---|---|
| תימרצו | »*Taimreṣû* |
| חביבי | *Ḥabîbi*«. |

No. **41**. (palm. 38)

Av. אגן »*Beschütze!*« unter einem Ruhe- (Todten?-)bett rechts und links zwei Figuren, darüber eine geflügelte Sonnenscheibe, oder Ormuzd (?) in dem geflügelten Ring.

Rev. eine sechsblättrige Blume.

No. **42**. (palm. 39)

Av. תמר מלא מכי »*Tamar(?), Malê(?), Makkai.*«

Rev. מלכו מקימו אגתא »*Malku, Moqîmû, Agathe.*«

אגתא] = Ἀγάθη, vergl. No. 61.

Nr. 43. (palm. 40)

מקימו עמתורגא »*Moqîmu* ......«

Die zweite Hälfte ist mir unverständlich.

No. 44. St. O.: Gross-Kanizsa, Heinr. Lengyel.

הלנא »*Helena*«.

Dieser kleine Stempel mit archaïstischen Buchstaben, ist eingedrückt auf dem Bruchstück eines Henkels von einem groben Thongefässe, welches Hr. Lengyel unter dem Schutt der Aufräumungsarbeiten in den sogenannten Königsgräbern (d. h. Grab der Königin Helena von Adiabene) bei Jerusalem im vorigen Jahre gefunden hat. Ich kann nicht sagen, dass ich beim Anblick des Gegenstandes irgend einen Verdacht über seine Ächtheit gehabt hätte; auch Baron von Ustinow zu Jaffa, der ein ziemlich scharfes Auge hat, stimmte mir in dieser Hinsicht bei. Und doch wird man stutzig beim Anblick dieser alterthümlichen Buchstaben, welche rein phönikisches Gepräge haben. (No. 46 würde man zwar der Schrift nach auch um ein paar hundert Jahre früher taxiren!) Wie kommt aber das seltsame Zusammentreffen mit dem Namen der Königin Helena von Adiabene (I. Jahrh. n. Chr.)? Ist's am Ende doch auch gefälscht?

Nr. 45. ist ein altaramäischer Siegelstein mit der Aufschrift להדדעזר »*dem Hadad'ezer*«. Maspero, Guide du visiteur au musée de Boulaq (1883) p. 396 (Salle gréco-romaine, armoire BG): »Le scarabéoïde en quartz (No. 5797, H. $0^{m},03$) est de travail syrien, à l'imitation du style égyptien, et porte en caractères phéniciens la légende »à Hadadézer«. Il provient de Saqqarah.« NB. ד und ר deutlich unterschieden.

No. 46. althebräische Inschrift auf einem Capitell von 'Amwâs;[1] heliographisch mitgetheilt von Clermont-Ganneau,[2] Mission Pl. I, C. D. und p. 105, No. 50. 51, vergl. C. R. de l'Acad. 1881, p. 186.

ברוך שמ »*Gepriesen sei sein*
ו לעולם *Name in Ewigkeit.*«

Die Schrift ist künstlich alterthümlich; das Ganze stammt frühestens aus dem 4. Jahrh. n. Chr. Auf der andern Seite: ЄІC ΘЄΟC (vergl. unten No. 80).

---

[1] Socin-Bädeker, Palästina S. 14.

[2] Mission en Palestine et en Phénicie entreprise en 1881 par M. Ch. Clermont-Ganneau. Cinquième Rapport. Extrait des Archives des Missions scientifiques et littéraires. III. Série T. XI. Paris, Impr. nat. 1884. pp. 106. Pl. XII. Sie ist besprochen auch von Walter Besant im Athenäum v. 10. Dec. 1881, S. 780, von A. Neubauer im Athenäum v. 17. Dec. 1881 S. 814 und in einem (wo erschienenen?) Artikel von J. J. L. Bargès laut Revue crit. 1881, II, p. 140.

No. 47. (hebr. 1) Fundort: Jaffa, Necropole.[1] Standort: Jaffa, Cabinet des Hrn. Baron Plato von Ustinow.[2]

הדא קבורתא דיודן ברה
דרבי טרפון בירבי נוח נפש זיכרונו
לברכה שלום

*»Das ist das Grab des Judan, Sohnes
des Rabbi Tarphon Birrebbi. Ruhe der Seele! Sein Andenken
sei zum Segen! Friede!«*

Die Inschrift ist zuerst bekannt gemacht worden von Clermont-Ganneau in den Proceedings of the Society of biblical archaeology, March 1884, 123 ff. (vergl. auch dessen Mission p. 100), und ausführlich behandelt von H. Zimmer im Jewish World (London) vom 25. Apr. 2. 16. 30. Mai 1884.[3]

Ich bemerke hier nur noch, dass יודן eine spätere Bildung ist aus dem Accusativus von Ἰȣ́δας; טרפון ist natürlich Τρύφων, und בירבי, zusammengezogen aus בר רבי, ist Ehrentitel eines Gelehrten *»Gelehrter«* s. J. Levy Neuhebr. Wb. I. 260, vergl. unten No. 54. נוח נפש unklare Construction; ebenso in Venosa (Ascoli No. 19. 21. 23. p. 61. 63). Nöldeke: »נוח muss adjectivisch sein. Die Syrer sagen ܢܝܚ ܢܦܫܐ.« זיכרונו plene. — Die Schrift scheint mir aus dem zweiten bis dritten Jahrhundert n. Chr. zu stammen; die griechischen Steine aus dieser Necropole mögen bis zu einer weit späteren Zeit heruntersteigen.

No. 48. (hebr. 2) Ebend.

| | |
|---|---|
| דיאן קורא | *». . . Richter [und] Vorleser* |
| ברתה דבי | *». . . seine Tochter, welche in* |
| סכא לות | *». . . . . . . vor . . .«* |
| . . . . . . | . . . . . . |

No. 49. (hebr. 3) Ebend.

| | |
|---|---|
| א . | . . . |
| ש . . | . . . |
| בר . . . | *»Sohn . .* |
| בר מודע | *»Sohnes . . . .* |
| דקבורתו | *»seines Grabes«* |
| . . | . . |

מודעי?] *»aus Modaʿîm«?* Diesen Beinamen führt z. B. R. Elieʿzer, Zeitgenosse des R. ʿAkîbâ.

---

[1] Dieselbe, im Osten der heutigen Stadt gelegen, scheint noch nicht erschöpft.

[2] Die Alterthümer, welche dieser eifrige und kunstsinnige Sammler in seinem Hause mit grösster Liberalität zugänglich macht, verdienen in mehr als einer Hinsicht besucht zu werden.

[3] Die späteren Fortsetzungen habe ich nicht mehr zu Gesicht bekommen.

No. **50.** (hebr. 4) Geritzt auf einem Knochensarg;[1] F.O.: Jerusalem; St.O.: Jaffa, VON USTINOW.

... אלעזר בר נתי

»*El'âzar, Sohn des Nittai*«.

Schon bei CLERMONT-GANNEAU, Épigr. hébr. p. 5, No. 6.

נתי] »*Nittai*«. Der Name kommt ziemlich früh vor; in Abot 1, 6: נִתַּי הָאַרְבֵּלִי.

No. **51.** (hebr. 5) Ebend., ebenso.

ליא = ? oder ליּ * »*mir* *«

auch bei CLERMONT-GANNEAU, Épigr. p. 11, No. 30. Schrift alterthümlich.

No. **52.** (hebr. 6) F. O.: Jaffa, Necropole; St. O.: Jaffa, VON USTINOW.

| | |
|---|---|
| ....... | ...... |
| שלום | »*Friede!* |
| ЄΥΜΥΡΟΥ | »*[Grab] des Eumyros.*« |

Εὐμύρου wohl für Εὐμοίρου.

No. **53.** (hebr. 7) F. O): Jaffa, Necropole. St. O.: Jaffa, russisches Kloster.

| | |
|---|---|
| Μνῆμα | »*Denkmal* |
| Κυρίλλου | *des Kyrillos* |
| καὶ Ἀλεξάνδρου | *und Alexandros* |
| Ἀλεξανδρέων | *aus Alexandria.* |
| שלום | *Friede!*« |

No. **54.** (hebr.) Ebend.

| | |
|---|---|
| Σαμου- | »*Samuel* |
| ὴλ Γάλ- | *Sohn des Gallus* |
| λου Βηρ | *Berrebbi* |
| έβι שלום | *Friede!*« |

Über Berrebbi s. oben zu No. 47.

No. **55.** (hebr. 9) Ebend. Bruchstück.

| | |
|---|---|
| ... μίνης | .... |
| .. τρος | ... |
| .. τινα | ... |
| .. קי | »*Kî*... |
| שלום | *Friede!*« |

[1] Épigraphes hébraïques et grecques sur des ossuaires juifs inédits. Extr. de la Revue archéol. Mai-Juin 1883. Paris, Baer 1883. pp. 20 & 1 Pl. (Pl. IX), vergl. seine früheren Artikel in der Revue arch. 1873 Juin p. 398 ff. Nov. 302 ff. 1878 Nov., 305 ff., dazu CHWOLSON, Corp. Inscr. hebr. No. 11—15, p. 76 ff. u. 225 f., auch VICTOR SCHULTZE in: Zeitschr. d. D. Paläst. Vereins 1881 IV, 9 ff., H. GRÄTZ in: Monatssch. f. Gesch. u. Wiss. des Judenthums 1881. XXX, S. 529—539.

No. **56.** (hebr. 10) Ebend.

| | |
|---|---|
| Θήκη Ἰωσῆ | »*Behälter des Jose* |
| κὲ Δανι- | *und Dani-* |
| ήλου | *el.* |
| שלום | *Friede!*« |

Θήκη und Σωματοθήκη auf christlichen Grabinschriften äusserst häufig, s. C.I.G. IV. 9164 ff. 9201 ff., vergl. unten Nr. 77. 79.

Ἰωσᾶ] No. 87 Ἰόσῆ, C.I.G. IV. 8948 Ἰωσῆς = יוסי (für יוסף).

No. **57.** (hebr. 11) F.O.: Jaffa; St.O.: Jerusalem, Antoninos, russ. Archimandrit.

| | |
|---|---|
| Θανοῦμ υἱὸς | »*Tanḥûm, der Sohn* |
| Σιμῶνος ἐν- | *des Simon, En-* |
| γόνιν Βενια- | *kelchen des Benjamin* |
| μὶν τοῦ Κεν- | *des Cen-* |
| τηναριου τῆς | *tenarius ca-* |
| παρενμβολῆς | *strorum (?)* |
| שלום | *Friede*« |

Θανοῦμ] = תנחום.

ἐνγόνιν] No. 80: ἐγγόνην = ἐγγόνιον, Diminutivum von ἔγγονος »*Enkelchen*«. INΓONIN (aus Venosa) Rev. Et. juives 1883, VI, 201.

No. **58.** (hebr. 12) Geritzt auf einer steinernen Knochenkiste; F.O: Wadi Jasûl, St. O.: Strassburg, Euting. (Geschenk des Hrn. Dr. Einssler in Jerusalem.)

יהוחנן בן יהוסף »*Jehôḥânân Sohn des Jehôsêph.*«

Auch bei Clermont-Ganneau, Épigr. p. 14 No. 35.

No. **59.** (hebr. 13) Geritzt auf einer Knochenkiste; F. O.: Wâdî Jasûl, St. O.: Strassburg, Euting. (Geschenk des Hrn. Baurath Schick in Jerusalem.)

יהוחנן

Auch bei Clermont-Ganneau Épigr. p. 15 No. 39. Revue archéol. 1878 Nov. p. 307; danach Chwolson, C. I. H. No. 15, S. 77 f. und 226.

No. **60.** (hebr. 14) Geritzt auf einer Knochenkiste; F. O.: Wâdî Jasûl, St. O.: Strassburg, Euting. (Geschenk des Hrn. Schönecken in Jerusalem.)

| | |
|---|---|
| יהוסף | *Jehôsêph* |
| מנחם | *Menaḥêm* |
| Μανάημ | *Manaëm* |
| Ἰοσ | *Jos[eph].* |

Auch bei Clermont-Ganneau Épigr. p. 17 No. 41; es ist jedoch nicht zu lesen Μανάημος, vielmehr hängt das Jota von dem abgekürzten Ἰωσήφ als Verlängerung an dem rechten Schenkel des Alpha.

No. **61.** (hebr. 15) Geritzt auf einer Knochenkiste; F. O. und St. O.: Jerusalem, syrisches Waisenhaus.

אגתה »*Agathe*«

Vergl. palmyr. אגתא oben No. 42.

No. **62.** (hebr. 16) Geritzt auf einer Knochenkiste; F. O.: Mâliḥa bei Jerusalem, St. O.: Jerus., Kreuzkloster.

ישוע בר נתי »*Jesus, der Sohn des Nittai (oder Nathan?)*«.

Vergl. Clermont-Ganneau, Mission p. 99 No. 26, welcher מתי liest. Über נתי siehe zu No. 50.

No. **63.** (hebr. 17) Geritzt auf der Rückseite von No. 17.

ישוע »*Jesus*«.

No. **64.** (hebr. 18) Auf einer Grabplatte; F. O.: Ölberg, St. O.: Jerusalem, Kreuzkloster.

מריה הגירת הדולקת »*Mariah (?), die feurige (?) Proselytin*«
oder »*Mariah, die Proselytin, die Anzünderin*«?

Siehe Clermont-Ganneau, Miss. p. 113 No. 76 und Épigr. p. 19 No. 52. Der Eigenname ist nicht sicher, müsste als lautliche Umschrift von Maria gefasst werden, sieht übrigens eher aus wie מרוח od. dergl.

No. **65.** (hebr. 19) Geritzt auf einer Knochenkiste; F. O. und St. O.: Jerusalem, Sanatorium.

שמעון עיסהמחפות »*Simeon* . . . . . . . .«

Die Schrift ist in der zweiten Hälfte so schwach, dass kaum ein Buchstabe sicher festgestellt werden kann.

No. **66.** Ein Block, F. O. unbekannt, St. O.: Jerusalem, Sanatorium. Zeichen mir unbekannt; Fälschung? Soll vom Palestine Exploration Fund hier zurückgelassen worden sein.

No. **67.** (hebr. 20) Auf einer kleinen Rundsäule, die mir durch einen Maurer zu Jerusalem für 2 Napoléons (!) zum Kauf angeboten wurde. Da ich auf den Kauf nicht einging, durfte ich bloss eine Zeichnung der schlechten Inschrift nehmen, von welcher nur נע = נחו עדן zu erkennen ist.

No. **68.** (hebr. 21) die bekannte Inschrift auf einer mächtigen Säule in den Gewölben unter der Moschee el-Akṣâ schon bei de Saulcy, Voyage II, 326 und Chwolson C. I. H. p. 96 No. 49.

No. **69**. (hebr. 22) St. O.: Ǵebêïl, Hospiz der Maroniten.

| | |
|---|---|
| נאסף תמ״ים | »*Versammelt wurde Tamîm,* |
| הלויר ב״ר מנש ה | *der Levit, der Sohn des R. Menascheh,* |
| ראש הקהל | *das Oberhaupt der Gemeinde,* |
| נ״ע שנת אתיא | *möge seine Ruhe in 'Eden sein! im Jahre 1411* |
| לשטרות | *der Contracte.*« (d. i. Seleuc. = 1100 n. Chr.) |

Vergl. Clermont-Ganneau in der Revue crit. 1883, 19 Févr. und 21. Mai und Mission, p. 136 No. 128.

No. **70**. (gr. 1) Geritzt auf einer Knochenkiste; F. O.: Jerusalem, syrisches Waisenhaus. St. O.: Strassburg, Euting.

Μητέρα »*Mutter*«.

No. **71**. (gr. 2) Geritzt auf einer Knochenkiste; F. O. und St. O.: Jerusalem, syrisches Waisenhaus.

Ἀδελφς »*Bruder*«.

No. **72**. (gr. 3) F. O.: Jaffa, Necropole; St. O.: Jaffa, von Ustinow.

| | |
|---|---|
| Ἀββομαρῖ υἱοῦ Ἅα | »*Des Abbomari, des Sohnes des Aḥâ* |
| Λευείτες | *der Levit,* |
| Βαβέλης ἀρτοκό[πος] | *Babli, der Bäcker.*« |

Ἀββουαρῖ] Nöldeke: »Die Aussprache Αββομαρι (mit ο) ist auffallend. Der Name kommt vor als אבא מרי und אבמרי (J. Levy, Neuhebr. Wb. I, 4b), מרי Mârî auch allein.« (Vergl. Ἀββομαρῆς und Ἀββωνὲς unten No. 90, und Ἀββωσᾶς [aus Apamea] C. I. G. IV, 9871.) Αα = אחא als jüdischer Name bekannt, »auch bei den Syrern kommen mehrere ܐܚܐ vor« (Nöld.), vergl. den modernen jüdischen Familiennamen Ah (z. B. in Hagenau).

Βαβέλης בבלי oder בַּבְלַי, »der Babylonier«?

No. **73**. (gr. 4) F. O., St. O.: Ebend.

| | |
|---|---|
| Τοῦτο τὸ μνῆ- | »*Dieses Denkmal* |
| μα διαφέρι ἀ- | *rührt her von* |
| πὸ Πατρίκης. | *der Patrike.*« |

Πατρίκη] sonderbare Form, wohl für Πατρικία?

No. **74**. (gr. 5) F.O., St.O.: Ebend.

| | |
|---|---|
| Μιμόριων Σύ- | »*Gedächtnissstätte dem* |
| μονος Εἰσακί- | *Simon Isaki* |
| ου διαφέρον | *gehörend.*« |

Μιμώριον] »*Memorium*« = Μνῆμα, μνημεῖον; vergl. μνημάριον C. I. G. IV, 9441. μεμόριον und μεμόριν in den Wörterbüchern von du Cange und Sophokles. (Die Belegstellen aus dem Concil. von Chalcedon konnte ich nicht finden.) Vergl. Rev. Ét. juiv. 1885, X, p. 78: μημόριον.

Εἰσάκιος] יצחקי. Über die diphthongische Schreibung vergl. No. 75. 92. 97. und Εἰακώβ C. I. G. IV, 9897, Εἰουδέα 9916.

No. 75. (gr. 6) F.O. St.O.: Ebend.

| | |
|---|---|
| Ἰουλίνου | »*Des Julinos* |
| καὶ Γληγο- | *und der Gle-* |
| ρίας καὶ Ἐ- | *goria und des* |
| ισακ πα- | *Isak . . -* |
| ρὰ Ἰακώβ | *. . . Iacob.*« |

Γλεγορία] statt Γρηγορία vergl. C. I. G. IV, 9570.
Der Schluss soll wohl heissen: »*[gesetzt] von Jakob*«.

No. 76. (gr. 7) F.O.: Gaza; St.O.: Jaffa, von Ustinow.

Πρεσβ(ευτὴς) κ(αὶ) Α . .
. . . ς κ(αὶ) πρεσ . . .

No. 77. (gr. 8) F. O.: Cäsarea; St. O.: Jaffa, von Ustinow.

| | |
|---|---|
| † Θήκη Προκοπ^α . . | »† *Behälter der Prokopia,* |
| Θυγατὲρ Προκο- | *eine Tochter des Proko-* |
| πίου κὲ Κυριακῆς (?) | *pios und der Kyriake* |
| Κούμμα Ἀρχιπ- | *Kumma (?), des Ober-* |
| εριπόλου † | *grenzbereiters* †« |

No. 78. (gr. 9) Ebend.

| | |
|---|---|
| Τόπος | »*Ort der* |
| Καλε | *Kale-* |
| ώνις | *one (?)*« |

No. 79. (gr. 10) Ebend.

| | |
|---|---|
| Θήκη . . . | »*Behälter des . . .* |
| τȣ̃ ἱερέ[ως] | *des Priesters* |
| Φ . . | *Ph . .*« |

No. 80. (gr. 11) F. O.: Arsûf; St. O.: Jaffa, von Ustinow.

Εἷς Θεὸς ὁ ζῶν Βαβᾶς Μαξίμου
ἐγγόνην Κοσμᾶ ἐποίησεν τὸ μν-
ημῖον Νκᾶ (??) Μαρκελλιναίου ⊗

»*Ein einiger ist Gott, der Lebendige. Babas der Sohn des Maximus, Enkelchen des Kosmas. Es hat gemacht das Denkmal . . . . der Sohn des Marcellinaeus.*«

Βαβᾶς], = בבא; בבא בן בוטא hiess ein Schüler Schammais Nöld.
ἐγγόνην] s. zu No. 57.

Das Denkmal trägt oberhalb des Bogenrandes kleine keilförmige Löcher, die noch Spuren von rother Farbe tragen; doch nicht Schriftzeichen?

No. **81.** (gr. 12) Segment[1] einer Marmorsäule; F. O.: Askalon,[2] St. O.: Jaffa, von Ustinow.

| | |
|---|---|
| [῎Ε]τους ΙΒ Αὐτοκ | *Im Jahre 12 des Imper.* |
| [Κ]αίσαρος Κομμ | *Cäsar Commodus* |
| [᾽Α]ντωνεινει . ν | *Antoninus* |
| . ας τούτου κ | . . . |
| [ἑ]ξαμήνου | . . . |
| . κοδόττου τὸ | . . . |
| . τιάδου Εγερσ | . . . |
| . προέδρου | . . . |
| Ζ | |

No. **82.** (gr. 13) F. O.: Tyrus; St. O.: Jaffa, von Ustinow.

Clermont-Ganneau, Miss. p. 93 No. 2 beschreibt sie:

»Plaque brisée en quatre morceaux A, B, C, D. Épaisseur, $0^m07$, Inscription grecque de quatre ou cinq lignes. C et D se joignent certainement; A et B probablement. La jonction entre les groupes AB et CD est douteuse.«

No. **83.** (gr. 14) F. O.: unbekannt; St. O.: Jaffa, von Ustinow.

| | |
|---|---|
| ᾽Αριστότουτε | »*Aristotutos* |
| ἄλυπε χαῖρε | *kummerfreier! lebewohl!*« |

ich bemerke ausdrücklich, dass die Buchstaben des seltsamen Namens ganz deutlich sind, und keinem Zweifel unterliegen.

No. **84.** (gr. 15) F. O.: Bassa (Gegend von Tyrus); St. O.: Jaffa, von Ustinow.

✝ Ὑπὲρ σωτερίας Κ[αίσαρος] »*Für das Wohl . . .*«

No. **85.** (gr. 16) Ziegelstempel. F. O.: Burg bei Ajjalon: St. O.: Jaffa, von Ustinow.

CAIKΠP

No. **86.** (gr. 17) Ziegelstempel. F. O.: Rhodos. St. O.: Jaffa, von Ustinow.

Μένωνος Δαλίου »*Des Menon Dalios.*«

No. **87.** (gr. 18) F. O.: Jaffa, Necropole; St. O.: Jaffa, russisches Kloster.

| | |
|---|---|
| [᾽Ενθά] | »[*Hier*] |
| δε κῖ- | *liegt* |
| τε ᾽Ιού- | *Judas* |
| δας υἱ- | *der Sohn* |
| ὸς ᾽Ιοσῆ | *des Jose* |
| Ταρσεύς. | *aus Tarsos.*« |

---

[1] Der Rest soll in einen Kalkofen gewandert sein.

[2] Vergl. jedoch Clermont-Ganneau, Miss. p. 93, No. 1.

No. **88.** (gr. 19) Ebend.

| | |
|---|---|
| Βίζζου | »*Des Bizzos.* |
| Ῥέβκα γυνὴ | *Rebekka, die Frau* |
| Ῥουφίνου | *des Rufinus* |
| πρεσβευτοῦ | *des Presbeuten.*« |

Βίζζος] N: 'kommt in Ruweiha bei Apamea vor, Wadd. 2670f. C. I. G. IV, 9151. Ferner Βίζος, Bischof von Seleucia (5. Jahrh.) bei Photius (Bekker) p. 12b.'

Ῥέβκα] N: 'beachte die masoretische Aussprache רִבְקָה (kurzes Chirek ist durchweg ε) statt des Ῥεβέκκα der Alexandriner.'

πρεσβευτής] gewiss ein jüdisches Gemeindeamt, vielleicht: שְׁלִיחַ צִבּוּר.

No. **89.** (gr. 20) Ebend.

| | |
|---|---|
| Μνῆμα Ἰο- | »*Denkmal des* |
| ύδα Ζαχαὶ | *Juda Zakkaj* |
| Ψιμιών (oder Ψιμεών) | *Bsimeon*«. |

יודא זכי בשמעון; Ψιμεών muss contrahiert sein für בן שמעון, wie auch im vulgären Arabisch Berrašîd (für ابن رشيد) Berrifâdeh (für ابن رفاده).

No. **90.** (gr. 21) Ebend.

| | |
|---|---|
| . . . μωης | ». . . *moes* |
| Ἀββομαρῆς | »*Abbomares* |
| Ἠσσῆς | »*Esses* |
| υἱοὶ Ἀββωνες | »*die Söhne des Abbones* |
| οἱ Τασελήας | »*von der Taselea.*« |

Ἀββομαρῆς] vergl. oben No. 72.

Ἠσσῆς] wohl = biblischem יִשְׁעִי 1. Chr. 2, 31. 4, 20. 5. 24 oder יִשַׁי Jesse, LXX Ἰέσσαί.

No. **91.** (gr. 22) Ebend.

| | |
|---|---|
| Ἀλζὰν Συ- | »*Alzan, der Sohn* |
| μῶνος | *des Symon.*« |

Ἀλζάν] barbarischer Name.

No. **92.** (gr. 23) Ebend.

| | |
|---|---|
| Εἰσιδότη Ἀρίστω- | »*Isidote, Tochter des Ariston.* |
| νος. χρηστὴ | *Gute!* |
| χαῖρε. | *Lebwohl!*« |

Εἰσιδότη] auch C. I. G. IV, 1598, sonst Ἰσιδότη »*Gabe der Isis*«.

No. **93.** (gr. 24) Ebend.

| | |
|---|---|
| Πρωτάρχις | »*Protarchis,* |
| Τιτίου | *Tochter des Titios.* |
| Χρηστὴ χαῖρε | *Gute! Lebwohl:*« |

No. 94. (gr. 25)

| | |
|---|---|
| Ἰούδας | *Judas,* |
| Παρεγο- | *Sohn des* |
| ρίου | *Paregorios.* |

Παρεγόριος] auch C. I. G. IV, 8656; NÖLDEKE: ‚Im Talmud jerus. (J. LEVY, Neuhebr. Wb. IV, 100) kommt ein פריגורי vor (י ‚oder vollkommener Abfall für -ΙΟΣ ganz gewöhnlich im Syr. und Jüd.)‘

No. 95. (gr. 26) Ebend.

| | |
|---|---|
| Μέκη ἀρτο- | »*Des Meke* |
| κόπου | *des Bäckers.*« |

No. 96. (gr. 27) Ebend.

| | |
|---|---|
| Μνῆμα . . . | »*Denkmal des . . .* |
| ήνου κ . . . | *. . . enos und . . .* |

No. 97. (gr. 28) Ebend.

| | |
|---|---|
| Ζόειλος | »*Zoïlos,* |
| υἱὸς Λευὶ | *der Sohn des Levi,* |
| ἡ καὶ μήτηρ | *während seine Mutter* |
| Νόννα | *Nonna [hiess].*« |

Der in späterer Zeit so häufige Name Nonnus, fem. Nonna, findet sich sonst auf jüdischen Inschriften nicht.

No. 98. (phön. 2). F. O.: Kition, St. O.: Larnaka, PIERIDES.

| | |
|---|---|
| יתן בן עבד | »*. . . jâtan, Sohn des 'Abd . . .*« |

Hr. PIERIDES hat seiner bekannten Alterthümersammlung neuerdings ein kleines Bruchstück einer phönik. Inschrift aus Kition hinzugefügt, von der ich durch gütige Vermittelung des Hrn. MAX OHNEFALSCH-RICHTER am 16. Juni 1885 einige Papierabdrücke erhalten habe. Eine Zugehörigkeit zu einem der bisher von dort bekannten Fragmente (etwa im Metropolitan Museum zu New-York) bin ich nicht im Stande nachzuweisen.

---

Ausgegeben am 23. Juli.

EUTING: Epigraphische Miscellen.

Nº 4 (palm 1.) StO: Palmyra, neben dem Diocletianstempel im Boden steckend.

Nº 5 (palm 2.) StO.: Qarjatein, Haus des Husein Ibrâhîm.

Nº 6 (palm 3) Mordtmann 6 (J.E 1)

Nº 7 (palm. 4) de Vog. 109 Mordtm. p. 33 (J.E. 2)

JE. 85

**Euting: Epigraphische Miscellen.**

Nº 4 (palm 1.) StO: Palmyra, neben dem Diocletians-tempel im Boden steckend.

Nº 5 (palm 2.) StO: Qarjatein, Haus des Husein Ibrâhîm.

Nº 6 (palm 3) Mordtmann 6 (J.E 1)

Nº 7 (palm. 4) de Vog. 109 Mordtm. p33 (JE.2) JE.85

**Euting: Epigraphische Miscellen.**

No 8 palm. 5 (J. E 3)

No 9 palm 6 (J. E 4)

No 10 palm. 7. (J. E. 5)

No 11. palm. 8 (J. E. 6)

No 12 palm 9 (J. E 7.)

No 13 palm 10. St 0 PALMYRA, S.W im einem Grabthurm

(über No 13) No 14 palm 11 Ebendas.

No 15 palm. 12. Ebd m. rother Farbe auf Gips gemalt

No 16 palm. 13 Eb

No 17 palm 14 Ebd in Gips gerizt

No 18 palm 15 Ebd. m rother F gemalt

No 19 palm 16 Ebendas m rother Farbe gemalt

No 20 p. 17 = de Vogüé No 68 (Mordtm p 28) Ebdas m rother F. gem

No 21 palm. 18 = de Vogüé No 69 Ebendaselbst Unterhalb von No 20 mit gelb-rother Farbe gemalt.

No 22 palm 19 außerhalb eines Thurmes

J. E. Apr 85

EUTING: Epigraphische Miscellen.




**Euting: Epigraphische Miscellen.**




**Euting: Epigraphische Miscellen.**

N° 61 hebr. 15
FO. JERUSALEM
StO: JER., sgr. Waisenhaus.

N° 62 hebr. 16
FO. JERUS. StO: JERUS., Kreuz-Kloster.
Cl.-G. Miss. p. 99 N° 26

N° 63 hebr. 17
StO: JERUS. Kreuz-Kl.

N° 65 hebr. 19
FO. & StO. JERUSALEM, Sanatorium.

N° 66
FO. unbekannt StO. JER., Sanat.

N° 67 hebr. 20

מרוח חגירת חדולקת

N° 64 hebr 18
FO: JERUS. StO: JERUS., Kreuz-Kloster
Cl.-G. Miss. p. N° 76. Ep. hebr. N° 52

N° 68 hebr 21
StO JERUSALEM,
Gewölbe unter der AKsS.
Chwols. CIHp 96 N° 49
Sauley Voy. II. 326

N° 69 hebr 22
FO & StO. GEBEIL, Antûsch el-Mawârneh (Mar Hel.)
Cl. Ganneau, Miss. p. 136, N° 23.

N° 70 gr 1 StO Strassb.
FO. JERUS., sgr. Waisenhaus.

N° 71 gr 2
FO u. StO JERUS., sgr. Waisenhaus.

N° 72 gr 3
FO JAFFA, Necrop.
StO JAFFA, v. Ust.

N° 73 gr 4
FO: JAFFA, Necrop.
StO: JAFFA, v. Ustinow

N° 74 gr 5
FO: JAFFA, Necrop. StO: JAFFA, v. Ustin.

N° 76 gr 7
FO GAZA StO JAFFA, v. Ust.

N77 gr 8
FO CASAREA StO JAFFA, v. Ustin.

N° 78 gr 9
FO: CÄSAREA
StO: JAFFA, v. Ust.

N° 79 gr 10
Ebd.

N° 75 gr 6 Ebd.

N° 80 gr 11 FO. ARSÛF StO. JAFFA, von Ustinow.

J. E. Apr. 85.

**EUTING: Epigraphische Miscellen.**




**Euting: Epigraphische Miscellen.**

# Lebende Zitterrochen in Berlin.

Zweite Mittheilung.[1]

Von E. du Bois-Reymond.

## §. I. *Einleitung.*

Ich habe im verflossenen Sommer (1884) und in diesem Winter und Frühling (1884—85) durch gütige Vermittelung des Directors des Berliner Aquariums, Hrn. Dr. Otto Hermes, wieder über mehrere lebende Zitterrochen (*T. marmorata*) aus Triest verfügt. Im Sommer waren es vier Weibchen, I, II, III, IV, von beziehlich 29.5, 35, 31.5, 31.5$^{cm}$ Länge. Torpedo I kam am 9. Juni sehr krank an. Als ich sie Tages darauf verarbeitete, athmete sie noch regelmässig, sie schloss aber die Spritzlöcher nur zum Theil, und merkwürdigerweise befand sie sich in einer Art von Opisthotonus, so dass ihr Rücken in sagittaler Richtung stark concav war. II, III, IV kamen am 23. Juni an, und wurden beziehlich am 9. und 16. Juli und am 13. August, nach rund 2, 3, 7 Wochen Aufenthalt in den Becken des Berliner Aquariums (I. S. 183) getödtet. Der Wintervorrath, am 22. October eingebracht, bestand aus drei Weibchen, V, VI, VII, von beziehlich 28.5, 26.5, 28$^{cm}$ Länge; sie wurden am 21. und 30. December 1884 und am 6. Mai 1885, nach rund 8, 9, 28 Wochen geopfert. Eine erste Frühlingssendung in diesem Jahre verunglückte, doch kam noch am 8. Mai ein 34$^{cm}$ langes Weibchen (VIII) wohlbehalten an und wurde am 3. Juni verarbeitet.

Auch im Sommer 1883 hatte ich von der Ankunft der Fische bis zur Tödtung 3 und 5, im Winter 1883—84 8, 10 und 15 Wochen verstreichen lassen. Der Grund dieser Zögerungen liegt darin, dass man, um eine Torpedo auszunutzen, mindestens zwei volle Tage nacheinander ununterbrochen muss dabei bleiben können, was meine

[1] Die Erste Mittheilung findet sich im ersten Bande des Jahrganges 1884 dieser Berichte, S. 181—242 (s. auch Mathematische und naturwissenschaftliche Mittheilungen, 1884. S. 87—148; — Archiv für Physiologie, 1885. S. 86—145). Sie wird hier stets einfach mit »I.« bezeichnet und ihre Seitenzahlen werden nach der ersten Quelle angeführt. Die dort S. 181 Anm. 2 und S. 182 Anm. 1 eingeführten Abkürzungen von Selbstcitaten gelten auch für diese Mittheilung.

Geschäfte mir nur in weiten Zwischenräumen gestatten. Ich erwähne dies, weil natürlich die Leistungsfähigkeit der Thiere, namentlich im Sommer, sehr unter Verlängerung ihrer Haft leidet. Im Sommer 1883, wo sie früher hier eintrafen, hatten sie sich verhältnissmässig gut gehalten. Die Fische der Frühlingssendung 1884 blieben zwar ruhig im Kies eingewühlt — eine Stellung, welche sie verlassen, sobald sie ernstlich erkranken (I. S. 183) — sie sahen ganz gut aus, athmeten regelmässig und sträubten sich lebhaft, wenn man sie am Schwanz aufhob. Sie schlugen aber erst nach wiederholten heftigen Reizen, und ihre elektrische Kraft war so gesunken, dass es mir am 29. Juli nicht gelang, in der (I. S. 192) geschilderten Art den Schlag der vierten Torpedo meinen Zuhörern fühlbar zu machen. Dieser geringen Leistungsfähigkeit des Organs entsprach sichtlich dessen Beschaffenheit, ganz wie man schlecht reagirenden Froschpraeparaten sogleich ihre üble Verfassung ansieht;[1] es war weich, zerfliesslich, die Schnittflächen troffen von Flüssigkeit, und bei dem fehlenden Turgor fielen die Organpraeparate nicht so gut aus wie früher (I. S. 206. 207). Auch ihr Organstrom erschien minder stark und in eigener Art unregelmässig (s. unten §. II). Unstreitig kam dies daher, dass die Fische bei vergleichsweise hoher Temperatur fasteten; bisher hat sich aber keine Art gefunden, sie zu füttern (I. S. 184). Von der siebenten Torpedo, welche den ganzen vorigen Winter, über ein halbes Jahr, im Aquarium gelebt hatte, glaubten die Wärter, dass sie Nahrung zu sich genommen habe; sie schlossen dies aber nur aus ihrem scheinbar kräftigen Zustand. Ich fand Magen und Darm ganz leer.

Die im Winter bei nur 10.5—12° C. gehaltenen Fische leiden zwar weniger als die Sommerfische unter der Gefangenschaft. Doch auch sie sind, nach ihrer elektrischen Leistungsfähigkeit zu urtheilen, weit entfernt vom normalen Zustande.[2] Selbst vierundzwanzig Stunden vor den Versuchen in gewärmtes Seewasser gebracht, schlagen sie nur schwach, und nur auf stärkere Reize.

Unsere Versuche an elektrischen Fischen bewegen sich noch vielfach diesseit der Grenze, wo das höchste Maass von Leistungsfähigkeit unentbehrlich wird, und trotz des schlechten Zustandes mancher Praeparate glückten mir doch wieder einige, wie ich glaube, nicht unwichtige Ermittelungen. Diese beabsichtige ich jetzt mitzutheilen, ohne auf neue Sendungen zu warten, deren glückliches Eintreffen mehr oder weniger vom Zufall abhängt. Andererseits hatte jener Mangel an Leistungsfähigkeit allerdings zur Folge, dass gewisse andere Fragen

---

[1] Untersuchungen über thierische Elektricität, Bd. II. Abth. I. S. 168.
[2] Vergl. I. S. 191; — Untersuchungen u. s. w. S. 266.

noch nicht völlig erledigt werden konnten. Doch werde ich auch über diese dem augenblicklichen Stande der Dinge gemäss berichten, wie denn überhaupt die Beschränktheit des Materials und die Unsicherheit seiner Beschaffung mich zwingen, hier von der Regel abzuweichen, die ich an den Muskeln und Nerven stets zu befolgen strebte, nur nach bestem Wissen und Können abgeschlossene Untersuchungen zu veröffentlichen.

Die Vorbereitungen zu den Versuchen waren dieselben, wie bei denen der Ersten Mittheilung (I. S. 184). Die Tödtung der Thiere geschah in allen Fällen auf die dort S. 205 beschriebene Art durch Ausstanzen der elektrischen Lappen des Gehirnes mittels eines einzigen Hammerschlages. Mit Savi's Abbildung[1] vor Augen hat diese Operation keine Schwierigkeit auch für Jemand, dem die Zitterrochen-Anatomie nicht so vertraut ist, wie Prof. Fritsch. Es empfiehlt sich, zuerst die Haut in der Sagittalebene zu spalten, da sie leicht unter dem Locheisen seitlich ausgleitet und das Eisen mitnimmt, so dass die Sagittalebene nicht das Loch hälftet. Nie schlägt das Thier nach Entfernung der Lappen, auch wenn diese nicht tadellos gelang, doch kann es noch lange sowohl von selber zappeln wie auch reflectorisch sich sträuben. Das von den Organen nicht am Schlachttage Verbrauchte wurde bei wärmerer Witterung auf Eis bewahrt.

Vielleicht ist es nicht unnütz zu bemerken, dass die von mir seit vielen Jahren und auch im Folgenden wieder angewendete Polarisationswippe mit ihren die Dauer eines polarisirenden Stromes regelnden Zeitscheiben[2] sich in der unlängst erschienenen Schlusslieferung meiner 'Untersuchungen über thierische Elektricität' jetzt beschrieben und abgebildet findet.[3] Hier sind auch meine Untersuchungen über Polarisation an der Grenze ungleichartiger Elektrolyte und im Inneren feuchter poröser Halbleiter vollständig mitgetheilt, welche für alle Ermittelungen an den elektromotorischen Geweben eine der wichtigsten Grundlagen bilden und bisher erst auszugsweise im ersten Bande der 'Gesammelten Abhandlungen' vorlagen.

---

[1] Matteucci, Traité des Phénomènes électro-physiologiques des Animaux. Paris 1844. Planche I.

[2] Gesammelte Abhandlungen u. s. w. Bd. I. S. 3. 13. 34; — Bd. II. S. 718; — diese Berichte 1883. Bd. I. S. 351. 352; — 1884. Bd. I. S. 211 ff.

[3] A. a. O. Bd. II. Abth. II. Berlin bei G. Reimer 1884. S. 389—395. Taf. VI. Fig. 151. 152. A. B. — Die Mittel, welche mir zu Gebote stehen, um einen polarisirenden oder tetanisirenden Strömungsvorgang fein abgestufte Bruchtheile der Secunde dauern zu lassen, sind hier noch nicht dargelegt; dies soll bei nächster Gelegenheit geschehen.

## §. II. *Vom elektromotorischen Verhalten der Haut der Zitterfische.*

An den Organpraeparaten vom Zitterwelse hatte ich umsonst nach einer elektromotorischen Wirkung in der Ruhe, einem Organstrome, gesucht. Dieser Misserfolg muss jetzt befremden, wo am Zitteraal und Zitterrochen, angeblich sogar am unvollkommenen elektrischen Organ des gemeinen Rochen, solche Wirkungen nachgewiesen sind.[1] Er erklärt sich weder durch gesunkene Leistungsfähigkeit der Praeparate, denn sie waren in viel besserem Zustand als viele Praeparate vom Zitterrochen, welche mir jetzt den Organstrom gaben, noch durch die Unvollkommenheit der Versuchsweise, denn ich bediente mich des Nervenmultiplicators, und der Widerstand der alten Zuleitungsgefässe und der mit Eiweisshäutchen bekleideten Kochsalzbäusche war sicher kleiner als der der jetzigen, unpolarisirbaren Vorrichtung. Die Polarisation des Platins in den alten Zuleitungsgefässen bliebe übrig, um zu erklären, dass eine beständige schwache Wirkung mir entgehen konnte; sie hinderte aber doch nicht die Wahrnehmung einer geringen Positivität der äusseren Hautfläche gegen alle übrigen natürlichen wie künstlichen Begrenzungen des Organpraeparates, einer Wirkung, mit welcher, wie sich jetzt zeigen wird, der Organstrom, wenn vorhanden, von gleicher Ordnung gewesen wäre.

Am Zitteraal fand Sachs Punkte der Haut schwach positiv (0.0050 Daniell = 0.0053 Raoult; — s. I. S. 208) gegen in derselben Querebene gelegenen Punkte natürlicher, nicht mit Haut bekleideter Längsschnitte, sowie gegen solche Punkte künstlicher Längs- und Querschnitte. Gegen die Kopffläche eines Organstückes verhält sich die Haut schwächer positiv, gleichartig, oder sehr schwach negativ, gegen die Schwanzfläche stärker positiv: da man die algebraïsche Summe des Organstromes der zwischen den Ableitungspunkten gelegenen Strecke und des Hautstromes erhält. Bei der ersten Anordnung betrug beispielsweise die Kraft im Mittel 0.0040, bei der zweiten 0.0195, woraus die Hautstromkraft sich zu 0.0155/2 = 0.00775 berechnet, was mit der unmittelbaren obigen Messung (0.005) hinlänglich stimmt.[2]

Natürlich drängte sich mir die Frage auf, wie sich am Zitterrochen die Haut elektromotorisch zum Inneren des Organes verhalte. Die Dinge liegen hier nicht so einfach, wie beim Zitterwelse, wo kein merklicher Organstrom sich einmischte, und beim Zitteraale, wo das Organ seitlich von Haut begrenzt ist, folglich der Organstrom ausgeschaltet werden kann, indem man die Ableitung von Haut und Organ auf

---

[1] Untersuchungen u. s. w. S. 169 ff.
[2] Untersuchungen u. s. w. S. 172.

einer und derselben, rücksichtlich des Schlages und des Organstromes isoëlektrischen Curve vornimmt. Beim Zitterrochen sind die Polflächen der Organpraeparate mit Haut bekleidet, und wenn die Ableitung einerseits von der einen dieser Flächen, andererseits von der Seitenfläche oder einem Querschnitt des Praeparates geschieht, hat man stets den Organstrom der zwischen beiden Ableitungspunkten begriffenen Säulenstrecke im Kreise, und kann etwaige elektromotorische Wirkungen der Haut erst durch Elimination bestimmen, was aber folgendermaassen ausführbar ist.

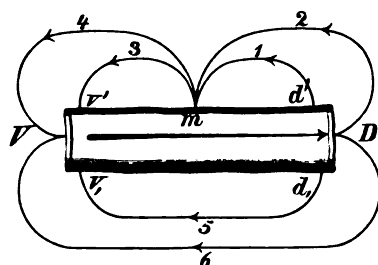


*Fig. 1.*

In Fig. 1 erkennt man ein Organpraeparat, bei *V* von der Bauch-, bei *D* von der Rückenhaut begrenzt. Die Bögen 1—6 stellen verschiedene Lagen des Bussolkreises vor, dessen Enden die Thonspitzen der unpolarisirbaren Leitungsröhren bilden, und in welchem mittels des runden Compensators das Gleichgewicht zur Messung elektromotorischer Kräfte hergestellt wird. Der Punkt *m* hälftet möglichst genau die Länge des Praeparates; die Punkte $d'$, $d_,$ und $v'$, $v_,$ liegen beziehlich der Rücken- und der Bauchhaut möglichst nahe.[1]

In allen Fällen hat man Organstromkraft im Kreise, in den Fällen 2, 4, 6 überdies die etwaige elektromotorische Wirkung der Haut. Rückt man aber mit der dorsalen Spitze von $d'$, $d_,$ nach *D*, oder mit der ventralen Spitze von $v'$, $v_,$ nach *V*, so nimmt man nicht nur die Haut in den Kreis auf, man verlängert auch ein wenig die Säulenstrecke zwischen den Spitzen. Ist die Haut elektromotorisch unwirksam, so muss also der Übergang von $d'$, $d_,$ zu *D*, sowie der von $v'$, $v_,$ zu *V*, eine geringe Verstärkung der positiven Organstromkraft zur Folge haben, welche bei regelmässiger säulenartiger Anordnung im Praeparat, und bei gleicher Länge der hinzugetretenen Säulenstrecken, in beiden Fällen dieselbe sein wird. Eine Abweichung von diesem Verhalten dagegen wird unter Umständen auf elektromotorische Wirksamkeit der Haut zu deuten sein.

Solche Abweichung zeigt sich nun wirklich mit grosser Regelmässigkeit in dem Sinne, dass man am Rücken beim Übergange von 1 zu 2 (von *md'* zu *mD*) ansehnliche Verstärkung, am Bauche beim Über-

[1] Die Anordnungen *mV*, *mD* wurden schon von Hrn. Eckhard untersucht, der aber dabei so wenig wie zwischen *V* und *D* am ruhenden Organ elektromotorische Wirkung erhielt (Beiträge zur Anatomie und Physiologie. Bd. I. Giessen 1858. 4. S. 161. 162).

gange von 3 zu 4 (von $mv'$ zu $mV$) etwas geringere Schwächung der positiven Kraft beobachtet. Letzterer Erfolg kann nicht von Verlängerung der Säulenstrecke herrühren. Dagegen erklären sich beide Erfolge vollkommen bei der Annahme schwacher Positivität der Haut gegen das Innere. Dass die Schwächung am Bauche weniger beträgt, als die Verstärkung am Rücken, könnte man beim ersten Anblick von verschiedener elektromotorischer Beschaffenheit der pigmentirten Rücken- und pigmentlosen Bauchhaut ableiten wollen, welche übrigens beim Frosch nicht sicher nachweisbar ist.[1] Doch liegt ein anderer Grund näher, der keine neue Voraussetzung nöthig macht, nämlich dass die in beiden Fällen aus der Verlängerung der Säulenstrecke zwischen den Spitzen entspringende Verstärkung des Organstromes am Rücken sich zur Hautwirkung hinzufügt, am Bauche davon abzieht.

Die Versuche wurden zuerst am letzten Sommerfisch (IV) angestellt. In einem gut gelungenen Versuch erhielt ich

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| im Bogen 1 ($md'$) | | ..... | + | 0.0057 | Raoult |
| » » 2 ($mD$) | | ..... | » | 0.0103 | » |
| » » 3 ($mv'$) | { | ..... | » | 0.0049 | » |
| | | ..... | » | 0.0063 | » |
| | | Mittel | » | 0.0056 | » |
| » » 4 ($mV$) | { | ..... | » | 0.0034 | » |
| | | ..... | » | 0.0029 | » |
| | | Mittel | » | 0.0032 | » |

Die Verstärkung am Rücken beim Übergang von $md'$ zu $mD$ betrug also 0.0046, die Schwächung am Bauche beim Übergange von $mv'$ zu $mV$, gemäss dem oben Gesagten, nur etwa die Hälfte, 0.0024. Sei $x$ der Potentialunterschied zwischen Haut und Innerem des Organs, $\delta$ die Kraft der Säulenstrecken zwischen der Haut und den ihr zunächst anliegenden Spitzen, so haben wir am Rücken

$$0.0057 + \delta + x = 0.0103,$$

am Bauche

$$0.0056 + \delta - x = 0.00315,$$

woraus sich ergeben

$$\delta = 0.0011,\ x = 0.0036.$$

Als ich die Versuche im verflossenen Winter an dem am 21. December geopferten Fische (V) wiederholen wollte, stiess ich zunächst auf eine neue Erscheinungsweise des Organstromes. Ich fand ihn nämlich an mehreren Organpraeparaten regelmässig positiv in der dorsalen, dagegen regelwidrig negativ in der ventralen Hälfte der

---

[1] Untersuchungen über thierische Elektricität. Bd. II. Abth. II. S. 14.

Säulen. Da der Fisch aus den kalten Becken des Aquariums rasch in wärmeres Wasser versetzt worden war, glaubte ich anfangs an eine Störung durch Hydrothermoströme. Ich musste aber diese Meinung aufgeben, als Fisch VI, den ich am 30. December tödtete, nachdem er über vierundzwanzig Stunden bei mir in Wasser von 17°5 gehalten worden war, dieselbe Erscheinung zeigte, nur mit dem Unterschiede, dass diesmal die dorsale Hälfte der Säulen negativ wirkte. Ich schritt nun wieder zu Messungen und erhielt

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| im Bogen | 1 | $(md')$ | ..... | $-$ 0.0021 | Raoult |
| » | » 2 | $(mD)$ | ..... | $-$ 0.0012 | » |
| » | » 3 | $(mv')$ | ..... | $+$ 0.0067 | » |
| » | » 4 | $(mV)$ | ..... | $+$ 0.0057 | » |
| » | » 5 | $(v_{,}d_{,})$ | ..... | $+$ 0.0029 | » |
| » | » 6 | $(VD)$ | ..... | $+$ 0.0029 | » |

Zunächst ist zu bemerken, dass, wie in der ersten Reihe und in dieser $mV < mv'$, diesmal auch $mD < md'$ ausfiel, weil nämlich jetzt auch am Rücken die Hautstromkraft von der Organstromkraft sich abzog; ferner dass die Kraft in den Bögen 5 und 6 wegen der entgegengesetzten Wirkung beider Säulenhälften kleiner war als die der stärkeren Hälfte, wenn auch $v_{,}d_{,}$ etwas $<$, $VD$ etwas $>$ 0.0045 hätte sein müssen, statt dass beide nur, und ununterschiedlich, 0.0029 betrugen.

Um aus unseren Zahlen $x$ zu bestimmen, darf man nicht so verfahren, wie oben, wo wir $\delta$, den Zuwachs der Organstromkraft durch die Verlängerung der Säulenstrecken beim Übergange von $md'$ zu $mD$, $mv'$ zu $mV$, wegen der merklich gleichen Wirksamkeit beider Hälften der Säulen, an Bauch und Rücken gleich setzen konnten. Nimmt man aber an, dass die ganze eine Hälfte der Säulen positiv, die ganze andere negativ wirkte, so kann man folgendermaassen verfahren.

Heisse $\delta_d$ der Zuwachs am Rücken, $\delta_v$ der am Bauche, so hat man zur Bestimmung von $x$, $\delta_d$, $\delta_v$ die drei Gleichungen:

$$-0.0021 - \delta_d + x = -0.0012$$
$$+0.0067 + \delta_v - x = +0.0057$$
$$\delta_v = -\delta_d \frac{67}{21},$$

woraus sich ergeben

$$\delta_d = 0.00024\,,\ \delta_v = 0.00131,$$

und, je nachdem man $x$ aus der ersten oder zweiten der es enthaltenden, wegen der Beobachtungsfehler nicht völlig mit einander stimmenden Gleichungen berechnet:

$$x = 0.000924 \text{ oder} = 0.000869\text{, im Mittel} = 0.000896.$$

Das Längenverhältniss der positiv und der negativ wirksamen Säulenabschnitte genauer anzugeben, wäre kaum ausführbar gewesen; die Gewinnung besserer Zahlen muss überhaupt, sofern sie der Mühe werth ist, der Zukunft vorbehalten bleiben. Vorläufig scheint es, als sei die elektromotorische Kraft der Haut an den Winterfischen bedeutend (etwa viermal) kleiner als an den Sommerfischen, was leicht möglich ist.

Sowohl der Richtung wie der Grössenordnung der Wirkung nach verhält sich also beim Zitterrochen die Haut elektromotorisch wie beim Zitteraal; der Richtung nach sicher auch so beim Zitterwelse, und wahrscheinlich ist auch die Grösse der Kraft hier von derselben Ordnung wie bei den beiden anderen Fischen (s. oben S. 694). Diese Wirkung kann auf dreierlei Art aufgefasst werden.

Erstens liegt es nahe zu fragen, ob man nicht darin auf einen Potentialunterschied zwischen Längs- und Querschnitt der Säulen gestossen sei, da vielleicht die Haut einen unwirksamen leitenden Überzug über den natürlichen Querschnitt der Säulen vorstellt, ähnlich wie die sehnigen Ausbreitungen über dem natürlichen Muskelquerschnitt. Diese Meinung wird dadurch widerlegt, dass man zwischen der Seitenfläche der Säulen und einem künstlichen Querschnitt keine in Betracht kommende Wirkung erkennt, keine merkliche Veränderung des Organstromes beim Rücken der einem solchen Querschnitt nahen Thonspitze auf den Querschnitt selber.

Die zweite Vermuthung ist, dass die Haut mit dem zur Ableitung dienenden Material und dem Organ eine Flüssigkeitskette bildet, beim Zitteraal nach dem Schema:[1]

| | | | |
|---|---|---|---|
| Physiologischer Thon | Organ + Organ | Haut + Haut mit Flusswasser benetzt | Thon; |
| | ———— | ————→ | |

beim Zitterrochen nach dem Schema:

| | | | |
|---|---|---|---|
| Physiologischer Thon | Organ + Organ | Haut + Haut mit Seewasser benetzt | Thon, |
| | ———— | ————→ | |

und beim Zitterwelse nach dem Schema:

| | | | |
|---|---|---|---|
| Hühnereiweiss | Organ + Organ | Haut + Haut mit Flusswasser benetzt | Hühnereiweiss. |
| | ———— | ————→ | |

Es kann auffallen, dass die Dazwischenkunft des Seewassers, vollends des alkalisch reagirenden Hühnereiweisses statt des mit phy-

[1] Gesammelte Abhandlungen u. s. w. Bd. II. S. 265.

siologischer Chlornatriumlösung angekneteten Thones nicht ansehnlichere Unterschiede der Wirkung bedingt. Doch müsste man, um hier sicher zu urtheilen, erst die chemische Reaction der Zitterrochenhaut studiren, und auch Versuche mit zuleitenden Flüssigkeiten von mehr ausgesprochenem elektrochemischen Charakter anstellen.

Die dritte Vermuthung ist, dass die Haut selbständig elektromotorisch wirkt, wie, nach meiner Entdeckung,[1] die Haut der nackten Amphibien. Auch diese Annahme hat mancherlei gegen sich. Erstens wäre die Richtung der Kraft die umgekehrte, da bei den Amphibien die Haut von aussen nach innen wirkt. Zweitens wäre sie über elfmal kleiner als dort, wo die Hautstromkraft vielmehr von der Ordnung der Muskel- und Nervenstromkraft gefunden wird.[2] Drittens wurden bisher bei keinem der untersuchten Fische, unter denen auch schuppenlose waren, wie der Aal, Hautströme beobachtet.[3] Viertens schien mir beim Zitterrochen die elektromotorische Wirksamkeit der Haut die des Organs zu überdauern, was mehr zu einer Flüssigkeitskette passen würde. Fünftens gelang es mir nicht, an abgelösten Stücken Haut eine elektromotorische Wirkung von bestimmter Richtung und Grösse zwischen äusserer und innerer Fläche zu beobachten. Ich verfuhr dabei wie einst Hr. Rosenthal mit der Froschhaut:[4] in zwei aufeinanderpassende Glimmerblätter schlug ich Fenster mit dem Locheisen, legte die Haut dazwischen, und presste die Glimmerblätter zwischen die Thonschilde der Zuleitungsbäusche so ein, dass einerseits nur Bauch-, andererseits nur Rückenfläche der Haut den Thon berührte. Es ist zu sagen, dass bei diesem Versuche die Haut nicht mehr frisch war, und durch Trockniss wie durch häufiges Anfassen des Fisches gelitten haben mochte. Inzwischen scheint der Erfolg im Verein mit den übrigen Gründen doch sehr gegen selbständige elektromotorische Wirkung der Haut zu sprechen.

Um zwischen den beiden letzteren Auffassungen zu entscheiden, wären Versuche nöthig wie die, durch welche ich die elektromotorische Wirkung der Froschhaut feststellte.[5] Leider stossen sie hier auf grosse Schwierigkeiten. Das Ablösen hinreichend grosser Stücke unversehrter Haut, welches beim Frosch durch die unter der Haut liegenden Lymphräume begünstigt wird, ist am Zitterrochen nicht wohl ausführbar. Ich versuchte daher an den beiden ersten Winterfischen (V und VI)

---

[1] Monatsberichte der Akademie. 1851. S. 380; — Untersuchungen über thierische Elektricität. Bd. II. Abth. II. S. 9 ff.

[2] Gesammelte Abhandlungen u. s. w. Bd. II. S. 261.

[3] Untersuchungen über thierische Elektricität. A. a. O. S. 16. 17.

[4] Archiv für Anatomie, Physiologie u. s. w. 1865. S. 309.

[5] Untersuchungen über thierische Elektricität, a. a. O.

Ströme durch ungleichzeitiges Anlegen von Bäuschen zu beobachten, welche mit gesättigter Chlornatriumlösung getränkt waren. Beim Frosch und anderen nackten Amphibien erhält man dabei stets einen starken Strom von der jüngeren zur älteren Berührungsstelle in der Haut, weil durch deren Anätzung ihre in der Haut von aussen nach innen gerichtete elektromotorische Kraft vermindert, ja vernichtet wird. Ich stellte die Versuche am Schwanz der Rochen an, den ich mit einem Stück Rückenwirbelsäule und Körperscheibe hoch oben amputirt hatte. Natürlich fehlte es nicht an Strömen, doch hatten sie bald die eine, bald die andere Richtung, verschwanden auch öfter nicht bei fortgesetztem Anliegen beider Bäusche, so dass nichts darauf zu geben war, um so weniger, als theils aus dem Inneren der Körpertheile, theils von den benachbarten Wundflächen her Täuschungen drohten. Die Stärke der Ströme mit der beim Frosch zu vergleichen, hätte keinen Sinn gehabt; Kraftmessungen sind durch die Vergänglichkeit der Wirkungen ausgeschlossen.

Die ganze Angelegenheit ist nicht sehr wichtig, und hat schwerlich Bezug auf das elektromotorische Vermögen des Zitterrochen- und des Zitteraal-Organs; vielmehr ist zu vermuthen, dass auch bei anderen Fischen die Haut sich schwach positiv gegen elektromotorisch unwirksame innere Theile verhält, nur dass es dort an solchen Theilen fehlt, welche, wie die Organpraeparate, nur aus Haut und einem elektromotorisch unwirksamen oder nach bekanntem Gesetze schwach wirksamen Gewebe bestehen. Ob die beim Zitterwels beobachtete Positivität der Haut etwas zur Begründung der von Hrn. Fritsch aufgestellten Hypothese beitragen könne, nach welcher das Organ dieses Fisches aus Schleimzellen der Haut entstanden wäre,[1] muss dahingestellt bleiben. Immerhin bildet die Erforschung der Hautungleichartigkeiten ein nothwendiges Glied in der Untersuchung des Organstromes, und die Möglichkeit, diese beiden Wirkungen von einander zu trennen, wo bis vor Kurzem noch jede Wirkung zweifelhaft, ja in Abrede gestellt war, zeugt wenigstens von der Überlegenheit unserer Versuchsweisen.

## §. III. *Über Polarisation des Organs durch Wechselströme.*

Die wichtigsten Fragen über das elektrische Organ knüpfen sich augenblicklich an dessen Verhalten beim Hindurchsenden fremder homodromer oder heterodromer Ströme, in Betreff erstens der hinter-

[1] Monatsberichte u. s. w. 1881. S. 1154; — Archiv für Physiologie u. s. w. 1882. S. 66.

bleibenden Polarisationen, zweitens der scheinbar irreciproken Leitung des Organs. Giebt es relativ positive Polarisation des Organs, oder ist sie nichts als die allmählich in den Organstrom auslaufende Nachwirkung eines Schlages? Leitet das Organ irreciprok, oder entsteht nur der Anschein solcher Leitung durch absolut positive, zum homodromen Strom sich addirende Polarisation, was auch der letzteren Ursache und Bedeutung sei?

Zur Entscheidung der ersten Frage hatte ich schon früher Organpraeparate mit Wechselströmen tetanisirt, in der Meinung, dass, wenn die absolut positive Polarisation Nachwirkung des Schlages wäre, sie nach kurzem Tetanus mit grösster Stärke auftreten müsste. Ich bediente mich des Schlitteninductoriums mit gewöhnlicher Einrichtung, auf dessen ganz mit Stäben gefüllter primärer Rolle die secundäre Rolle ganz aufgeschoben war. Die Enden dieser Rolle wurden mit den beiden Klemmen der Polarisationswippe verbunden, welche sonst die Enden des Säulenkreises aufnehmen.[1] Die Feder des Inductoriums spielte, und sobald die Wippe nach doppelter Öffnung des Bussolkreises den secundären Kreis doppelt schloss, trafen die in letzterem inducirten Ströme das Praeparat. Beim Zurückfallen der Wippe erwartete ich unter allen Umständen stärkste absolut positive Polarisation, erhielt aber nach 5″ langem Tetanisiren nur schwache Polarisation in dem Sinne, als seien die Öffnungsschläge allein vorhanden, nämlich absolut und relativ positive Polarisation bei homodromen, absolut positive und relativ negative Polarisation bei heterodromen Öffnungsschlägen.[2] Das Ergebniss konnte nicht für entscheidend gelten, sofern die Versuche im Winter 1883—84 am letzten Fisch und am zweiten Tage angestellt wurden, wo das Organ nicht mehr gehörig leistungsfähig war; eben deshalb konnten sie damals nicht wiederholt werden.

Als im Sommer darauf neue Zitterrochen eintrafen, nahm ich bei erster Gelegenheit den Faden dieser Untersuchung wieder auf. Auch die zu den nächstfolgenden Versuchen verwendeten Praeparate liessen zu wünschen übrig, denn sie stammten von dem zuerst angelangten, im Opisthotonus befindlichen Fische her (s. oben S. 691), und abermals waren seit dem Tode 24—27 Stunden verflossen, doch gaben

[1] In Fig. 151 auf Taf. VI der 2. Abth. 2. Bds. der Untersuchungen über thierische Elektricität sind es die, zu welchen die mit $s_1$ und $s_4$ bezeichneten Drähte hingehen.

[2] Vergl. I. S. 228. Hier steht Z. 19 v. o. durch einen Schreibfehler, dass die Wippe statt des Säulenkreises den primären Kreis des Inductoriums schloss. Diese bei einer früheren Gelegenheit (diese Berichte 1883, S. 366) geübte Art, einen Tetanus von bestimmter Dauer mittels der Wippe zu erzeugen, war selbstverständlich hier ausgeschlossen, da die secundäre Rolle eine Nebenschliessung zur Bussole abgegeben hätte.

sie noch kräftigen Organstrom, als untrügliches Zeichen erhaltener Leistungsfähigkeit.

Um unter einfacheren Verhältnissen zu arbeiten als das vorige Mal, begann ich damit, am Schlitteninductorium die gewöhnliche Einrichtung mit der HELMHOLTZ'schen zu vertauschen, jedoch ohne die gewünschte Congruenz des zeitlichen Verlaufes des Schliessungs- und Öffnungsschlages zu erreichen, was in der Praxis bei etwas strengeren Anforderungen nicht so leicht ist, wie in der Theorie. Aus Gründen, welche sich meinen Formeln[1] entnehmen lassen, war jetzt der Schliessungsschlag der kürzere stärkere, der Öffnungsschlag der längere schwächere. Demgemäss spielte der Schliessungsschlag jetzt die Rolle, wie früher der Öffnungsschlag: war er homodrom, so folgte 5″ langem Tetanus starke absolut und relativ positive, war er heterodrom, schwache absolut positive, relativ negative Polarisation. Erstere Wirkung nahm bei öfterem Wechsel der Richtungen sehr schnell ab.

Nun ersetzte ich aber das Inductorium durch die schon öfter, zuletzt in der Abhandlung 'Über secundär-elektromotorische Erscheinungen u. s. w.' von mir erwähnte SAXTON'sche Maschine, welche einst OERTLING für DOVE baute, aus dessen Nachlass ich sie für das physiologische Institut erwarb.[2] Die Drehscheibe wurde von der Maschine entfernt, und deren Achse durch einen Schnurlauf mit dem Wirtel eines Wassermotors verbunden, der den Anker siebenmal in der Secunde drehte. Der Pachytrop stand auf »Physiologisch«. Mit den Federn 1 und 2 auf Walze I, 9 auf Walze II lieferte jede Umdrehung zwischen den Ständern *C* und *D*[3] zwei gleiche und entgegengesetzte Extraströme von unerträglicher Stärke bei subjectiver Prüfung mit Handhaben. Die Enden der Rollen der Maschine wurden anstatt der Enden des inducirten Kreises des Inductoriums mit der Wippe verbunden. Indem diese während des Ganges der Maschine ihren Hin- und Hergang vollzog, liess sich die polarisirende Wirkung einer Reihe wahrhaft congruenter Wechselströme auf das Organ studiren. Die etwaige Fernwirkung der Maschine auf die Bussole konnte bei der stetigen Rotation des Ankers durch das Spiel der Wippe nicht verändert werden, doch wurde noch besonders darauf geachtet, dass wirklich keine Änderung stattfand.

Ich wendete folgweise die 1″- und die 5″-Scheibe der Polarisationswippe an, auch tetanisirte ich nach der Uhr 30, 45, 120″ lang. Der Erfolg war sehr einförmig. Gleichviel wie die Enden

---

[1] Gesammelte Abhandlungen u. s. w. Bd. I. S. 233 ff.

[2] Diese Berichte, 1883. Bd. I. S. 360.

[3] Vergl. die Abbildung in POGGENDORFF's Annalen u. s. w. 1842. Bd. LVI. Taf. II. Fig. 1.

der rotirenden Rollen mit Rücken- und Bauchfläche der Praeparate verbunden wurden, und gleichviel wie lange der Tetanus dauerte, ich bekam nichts zu sehen als absolut positive Polarisation, an frischen Praeparaten von solcher Stärke, dass bei 5000 Windungen in $30^{mm}$ Abstand vom Magnetspiegel und bei $\varepsilon = n$ die Scale aus dem Gesichtsfelde verschwand, dann schwächer und schwächer, wie denn an manchen Praeparaten die Wirkung auch von vornherein sehr schwach war. Absolut negativ ward sie nie. Der einzige Unterschied, den längere Dauer des Tetanus mit sich zu bringen schien, betraf die Nachhaltigkeit der homodromen Polarisation. Je länger tetanisirt worden war, um so schneller verschwand sie.

Staunenswerth war es, wie die Organpraeparate die gewaltigen Schläge ertrugen, zu deren Abstufung denn auch keine Veranstaltung getroffen wurde; man merkte ihnen gleichsam an, dass sie vom Handwerk seien, gewohnt, selber solche Schläge zu ertheilen.

Es hält nicht schwer, die Ergebnisse beim Tetanisiren mit congruenten Wechselströmen zu verstehen. Zunächst ist klar, dass, sobald congruente Schläge sich in abwechselnder Richtung und in gleichen Zeitabständen folgen, das Umkehren der Verbindungen der Maschine mit dem Praeparat illusorisch ist, und in Wahrheit keinerlei Änderung hervorbringt. Bei beiden Anordnungen hat man es mit einer gleichbeschaffenen Reihe abwechselnd homodromer und heterodromer Ströme zu thun. Für das Praeparat ist es gleichgültig, ob die homodromen Ströme bei der Stellung des Ankers im Azimuth 90°, die heterodromen bei der im Azimuth 270° entstehen, oder umgekehrt. Nach unseren Voraussetzungen erzeugen die homodromen und die heterodromen Ströme gleich starke negative Polarisation, und diese Polarisationen, welche übrigens wegen der Kürze der Schläge wohl keine grosse Höhe erreichen, heben einander auf. Ausser der relativ negativen Polarisation erzeugen aber die homodromen Ströme absolut und relativ positive Polarisation, die heterodromen, wiederum nach unseren Voraussetzungen, keine oder nur spurweise relativ positive, absolut negative Polarisation, so dass die absolut positive Polarisation durch die homodromen Ströme fast oder ganz rein, unter günstigen Umständen mit grosser Kraft zum Vorschein kommt. Nur worauf das schnellere Sinken der homodromen Polarisation nach längerem Tetanisiren mit congruenten Wechselströmen beruht, bleibt im Dunkeln.

## §. IV. *Es wird versucht, die negative Polarisation durch die ausgesonderten Schliessungsschläge eines Inductoriums mit der durch die ausgesonderten Öffnungsschläge zu vergleichen.*

Um über die secundär-elektromotorischen Erscheinungen am elektrischen Organ bei ungleichem Verlauf der Wechselströme etwas sicherer urtheilen zu können, wäre es zweckmässig, zuerst noch die Frage zu beantworten, welche Ströme bei gleicher darin sich abgleichender Elektricitätsmenge stärker negativ polarisiren, die längeren schwächeren Schliessungs- oder die kürzeren stärkeren Öffnungsschläge. Dies müsste sich dadurch entscheiden lassen, dass man ein Organpraeparat in heterodromer Richtung abwechselnd der ausgesonderten Reihe der Schliessungs- und der der Öffnungsschläge des Inductoriums aussetzte. Bei dieser Gelegenheit bemerkte ich, dass ich, bei meinen Versuchen über innere Polarisation feuchter poröser Leiter überhaupt, diesen scheinbar so einfachen und doch so lehrreichen Versuch anzustellen versäumt hatte, daher ich beschloss, jetzt zugleich diese Lücke auszufüllen. Mit Hülfe von Dove's Disjunctor schien dies leicht ausführbar.

Dieser Apparat, der nach seinem Tode gleichfalls in den Besitz des physiologischen Institutes überging,[1] besteht aus drei Paaren kupferner Räder auf gemeinschaftlicher gläserner Achse, um welche sie durch Drehung gegeneinander verstellbar sind. Die beiden Räder jeden Paares sind mit einander leitend verbunden; die drei Paare, welche $A$, $B$, $C$ heissen mögen, durch die Achse von einander isolirt. Das eine Rad jeden Paares taucht mit verquicktem Rande stetig in eine Quecksilberrinne. Der Rand des anderen hat acht kupferne und acht gläserne Sectoren von gleicher Länge, und an seinem Umfange schleift eine kupferne Feder.

Man lässt das eine Paar, $A$, den primären Kreis schliessen und unterbrechen. Indem man eines der anderen Paare, etwa $B$, in den secundären Kreis schaltet und es um eine halbe Sectorbreite so gegen $A$ verstellt, dass seine Feder auf Glas steht, wenn die von $A$ auf Glas geräth, wird nur die Reihe der Schliessungsschläge durchgelassen. Verstellt man auch $C$ gegen $A$ um eine halbe Sectorbreite, jedoch so, dass seine Feder auf Glas steht, wenn die von $A$ auf Metall geräth, so wird nur die Reihe der Öffnungsschläge durchgelassen. Man kann aber dasselbe noch einfacher erreichen, indem man ausser dem Paare $A$

---

[1] Ich hatte schon früher einmal durch Dove's Güte zu ähnlichem Zweck mit demselben Apparat gearbeitet. Untersuchungen über thierische Elektricität. Bd. II. Abth. I. 1849. S. 405.

nur ein zweites Paar, *B* oder *C*, anwendet, und das eine Mal die Räder in dem einen, das andere Mal in dem anderen Sinne sich drehen lässt.

In meinen Versuchen wurde die Drehung zunächst wieder durch den Wassermotor bewirkt, dessen Wirtel mit einer Schnurscheibe an der Disjunctor-Achse verbunden war. Der Wechsel im Sinne der Drehung wurde dadurch hervorgebracht, dass der Schnurlauf das eine Mal ungekreuzt, das andere gekreuzt verlief. Die Entfernung des Disjunctors vom Wassermotor war so gross gewählt, dass durch die Kreuzung der Pese kein merklicher Unterschied ihrer Spannung entstand. Die Zahl der Schläge betrug 44 in der Secunde.

Die Aussonderung der einen und der anderen Reihe von Schlägen geschieht freilich nur mit der Sicherheit, mit welcher auf stetige Berührung schleifender Federn zu rechnen ist. Doch schien diese Stetigkeit in genügendem Maasse vorhanden zu sein. Denn als ich bei ausgeschlossenen Öffnungsschlägen mich mit Handhaben in den Kreis der secundären Rolle schaltete, welche der primären bis auf ein oder zwei Centimeter genähert war, hatte ich eine ganz gleichmässige Empfindung, da doch, wenn die den primären Kreis schliessende Feder gehüpft hätte, mir jede Öffnung als heftiger Schlag bemerklich geworden wäre.

Mit diesen Mitteln hoffte ich nun, wie gesagt, leicht zu erfahren, wie die innere Polarisation feuchter poröser Körper, und die zunächst mit ihr vergleichbare negative Polarisation des elektrischen Organs, weiterhin vielleicht der Muskeln und Nerven, bei beständiger Elektricitätsmenge von der Abgleichungszeit abhängt. Die Polarisationswippe wurde in den secundären Kreis geschaltet, und die Reihe der Schläge 5″ lang dem Polarisationsobject durch die mit Thonschilden versehenen gewöhnlichen Zuleitungsgefässe zugeführt. Als Polarisationsobjecte sollten dienen balkenförmige Fliesspapierbäusche, Weissbuchenholz, Bimsstein, Dachziegel von den üblichen Dimensionen, d. h. $50^{mm}$ lang und von einem Quadratcentimeter Querschnitt; das Fliesspapier war mit destillirtem Wasser getränkt, Holz, Bimsstein und Ziegel bis zum Untersinken darin gesotten.[1] In demselben, bezüglich der Induction secundären, der Polarisation primären Kreise befand sich wie gewöhnlich die Bussole (*P*), mit 53 Windungen in $20^{mm}$ Abstand vom Spiegel. Ein zweites Paar Zuleitungsgefässe mit Keilbäuschen, deren mit physiologischem Thon verwahrte Schneiden dem Polarisationsobject anlagen, stellte, gleichfalls in gewohnter Weise, die Enden der Bussole (*S*) vor.

[1] Vergl. Untersuchungen über thierische Elektricität. Bd. II. Abth. II. S. 430 ff.

Im ersten Anlauf schienen die Schliessungsschläge an negativ polarisirender Wirkung die Öffnungsschläge zu übertreffen. Doch stellte sich alsbald heraus, dass darauf nichts zu geben war. Bei richtigem Gange der Versuche hätte nämlich an der Bussole (*P*) die Ablenkung durch die Schliessungsschläge der durch die Öffnungsschläge merklich gleich sein müssen. Es zeigte sich aber, dass stets die Schliessungsschläge bei weitem stärkere Ablenkungen erzeugten. Da ich mich zuerst gewöhnlicher Schlitteninductorien bediente, an deren secundären Rollen keine besonderen Maassregeln zur Isolirung der Windungen von einander getroffen sind, fasste ich den Verdacht, dass sich im Inneren der Rollen ein Funkencanal gebildet habe, in welchem bei der Öffnungsinduction die hochgespannte Elektricität überspränge, anstatt den Weg durch das Polarisationsobject und die Bussole (*P*) einzuschlagen. Um unter einfacheren Verhältnissen zu arbeiten, liess ich das Polarisationsobject und die damit in Verbindung stehenden Zuleitungsgefässe fort, und ersetzte sie durch eine oder zwei Widerstandsrollen aus einem Stöpselrheostat, welche einen Widerstand von beziehlich 60 und 120 S. E. darboten. An Stelle der gewöhnlichen Inductorien nahm ich ein Ruhmkorff'sches Inductorium von Siemens und Halske, und da dessen Schläge, auch mit nur zwei Bunsen'schen Chromsäure-Elementen im primären Kreise, den Bussolen Gefahr zu drohen schienen, zog ich die primäre Rolle aus der secundären zum Theil heraus, so dass ich die Wirkung abstufte, wie am Schlitteninductorium. Im Inneren der secundären Rolle sprangen an diesem Apparat sicher keine Funken mehr über; bei der Länge der Leitung, welche nothwendig war, damit die Fernwirkungen des Inductoriums auf die Bussolen verschwänden, war es dagegen sehr schwer, allen Funken und Seitenentladungen ein Ende zu machen. Nachdem alle Leitungen aus dick mit Guttapercha überzogenem Draht hergestellt waren, schien dies in befriedigendem Maass erreicht zu sein. Es zeigte sich aber auch hier, dass die Öffnungsschläge an Bussole (*P*) viel schwächer ausfielen als die Schliessungsschläge, und zwar war der Unterschied um so grösser, je tiefer die primäre Rolle in die secundäre geschoben wurde; ja bei einer gewissen Stärke der Induction wurde sie Null, und darüber hinaus kehrte sie sich um, so dass die Öffnungsschläge den Spiegel in derselben Richtung ablenkten, wie die Schliessungsschläge, nur viel schwächer und sehr unregelmässig.

Nun argwöhnte ich, dass in der Bussolrolle selber Funken übersprangen, obschon ich nicht verstand, wie dabei verkehrte Ablenkungen stattfinden konnten. Um indess ganz sicher zu gehen, ersetzte ich die gewöhnliche Thermorolle der Bussole durch eine solche, welche aus mit Guttapercha bekleidetem Drahte gewickelt war, aber der Er-

folg blieb der nämliche: nach wie vor erzeugten die ausgesonderten Öffnungsschläge eine verschwindend kleine Ablenkung im Vergleich zu der durch die Schliessungsschläge, und bei grösserer Stärke der Induction kehrte sich erstere Ablenkung um, d. h. die Öffnungsschläge wirkten scheinbar im selben Sinne wie die Schliessungsschläge. Dass die Öffnungsinduction dabei in voller Stärke vor sich ging, bewiesen die Funken in jeder irgendwo angebrachten Unterbrechung, und die Seitenentladungen, wenn einem entblössten Theile der Leitung Gelegenheit dazu geboten wurde.

Einzelne Schliessungs- und Öffnungsschläge, bei stillstehendem Disjunctor mittels eines Schlüssels im primären Kreise erzeugt, bewirkten ganz regelmässige Ausschläge von gleicher Grösse zu beiden Seiten des Nullpunktes, und was das Merkwürdigste war, als statt des Disjunctors der Wagner'sche Hammer oder der Foucault'sche Quecksilber-Unterbrecher in den primären Kreis gebracht wurden, hielten sich die Schliessungs- und Öffnungsschläge das Gleichgewicht so vollkommen, wie nur zu erwarten war.

Da man dabei den Spiegel im Takte der Unterbrechungen zittern sah, entstand die Vermuthung, dass das Verschwinden der durch die Öffnungsschläge auf den Spiegel erzeugten Wirkung an die grössere Zahl der Unterbrechungen geknüpft sei, welche am Disjunctor bei seiner Drehung durch den Wassermotor geschahen. Ich liess deshalb einen Gehülfen den Disjunctor erst langsam, dann schneller und schneller mittels der daran befindlichen Schnurscheibe drehen, wobei sich herausstellte, dass in der That bei langsamem Drehen die Öffnungsschläge noch regelmässig wirkten, bei schnellerem Drehen aber schwächer und schwächer, bis ihre Wirkung sich umkehrte. Wurde solche Einrichtung getroffen, dass beide Schläge durchgingen, so überwogen stets die Schliessungsschläge, um so stärker, je schneller gedreht wurde.

Jetzt war nur noch die Frage, ob die am Disjunctor bei grosser Umdrehungsgeschwindigkeit hervortretende Unregelmässigkeit dieser Vorrichtung eigen sei, oder bei rascherer Aufeinanderfolge von Schliessung und Öffnung, als der Wagner'sche Hammer oder der Foucault'sche Unterbrecher sie gestatten, auch sonst sich zeigen würde. Ich brachte in den primären Kreis des Ruhmkorff'schen Inductoriums die Unterbrechungsfeder eines gewöhnlichen Schlittenapparates, welche nach einer älteren Bestimmung von Hrn. von Helmholtz 150—300 mal in der Secunde den Kreis öffnet, und ferner eine auf $Ut_2$ abgestimmte Unterbrechungs-Stimmgabel von König in Paris, welche also 256 einfache Schwingungen in der Secunde vollzieht, oder 128 mal den Kreis öffnet. Allein auch mit diesen Hülfsmitteln erhielt ich, so gut wie mit dem Wagner'schen Hammer und mit dem Foucault'schen Unter-

brecher, regelmässige Wirkungen, obschon die Aufeinanderfolge der Schliessungs- und Öffnungsschläge eine viel schnellere war, als am Disjunctor, der höchstens 45 Öffnungsschläge in der Secunde lieferte (s. oben S. 705).

Damit war ausgemacht, dass in Folge eines unerklärlichen Umstandes der Disjunctor über eine gewisse, schwer zu bestimmende und innezuhaltende Geschwindigkeit hinaus nicht vermag Reihen ausgesonderter Schliessungs- und Öffnungsschläge zu liefern, in denen dieselbe Elektricitätsmenge sich abgleicht. Die nächste Aufgabe wäre, jenem Umstande weiter nachzuspüren und herauszubringen, was aus den grossen, in den Öffnungsschlägen des Inductoriums unter hoher Spannung fortgetriebenen Elektricitätsmengen werde, welche hier spurlos zu verschwinden scheinen. Diese Ermittelung ist unentbehrlich, um für Theorie und Ausführung eines so wichtigen Apparates wie der Disjunctor die Grundlage zu gewinnen, weshalb ich auch glaubte, diese Versuchsreihe, trotz ihres unerfreulichen Ergebnisses, nicht vorenthalten zu sollen.

Man frägt vielleicht, warum ich, nach unverrichteter Sache am Disjunctor, nicht versuchte, die negative Polarisation durch einen einzigen Schliessungs- und Öffnungsschlag zu vergleichen, wie sie nach Obigem und nach sonstigen Erfahrungen ja gut zu erhalten sind. Natürlich liegt dies nahe, und ich behalte mir vor auf diesen Plan zurückzukommen. Es wird aber gar nicht leicht zu bewerkstelligen sein, dass in beiden Fällen der Bussolkreis dieselbe Zeit nach dem polarisirenden Schlage geschlossen wird. Auch mit langsam gedrehtem Disjunctor müsste zuletzt das Ziel zu erreichen sein, freilich nicht ohne weitere Vorkehrungen, um die Zahl der das Polarisationsobject treffenden Schläge zu regeln, und ausserdem, wie im Fall der einzelnen Schläge, gleichmässige Schliessung des Bussolkreises nach dem letzten Schlage zu bewirken.

Dies Alles erfordert eine besondere Untersuchung, zu der mir augenblicklich die Musse fehlt. Was die Frage betrifft, wie die negative Polarisation im elektrischen Organe sich bei Schliessungs- und Öffnungschlägen gestalte, so müssen wir uns vorläufig mit der einfachsten Annahme begnügen, dass sie der Elektricitätsmenge proportional, also bei beiden Schlägen die nämliche sei.

## §. V. *Fortgesetzte Erörterung der Ergebnisse über Polarisation des Organes durch Wechselströme.*

Unter der zuletzt ausgesprochenen Voraussetzung im Verein mit der unzweifelhaften Thatsache, dass bei homodromer Richtung kurze starke Stromstösse stärkere absolut und relativ positive Polarisation erzeugen, als längere schwächere Ströme, lässt sich auch der Erfolg beim Polarisiren des Organs durch Wechselströme von Inductorien leicht erklären. Dann heben sich nämlich auch hier, wie bei den congruenten Wechselströmen der Saxton'schen Maschine, die relativ negativen Polarisationen in beiden Richtungen auf; da die heterodromen Schläge keine oder nur verschwindende relativ positive Polarisation erzeugen, bleiben nur die homodromen absolut positiven Polarisationen übrig, und diese fallen stärker aus bei homodromen starken kurzen als bei ebenso gerichteten schwachen langen Schlägen.

Eine andere Frage ist es, wie viel diese Versuche zur Entscheidung beigetragen haben, ob die homodrome absolut positive Polarisation nur Nachwirkung eines Schlages, oder eine selbständige Erscheinung sei. So wie ich es mir gedacht hatte, ist diese Entscheidung nicht herbeigeführt. Ich hatte übersehen, dass zwar die relativ negativen Polarisationen durch beide Ströme einander aufheben können, nicht aber, nach meiner eigenen Annahme, die relativ positiven, da, wenn es überhaupt dergleichen im Organ giebt, der heterodrome Strom sie nicht oder nur spurweise erzeugt. Es war also ein Fehlschluss, wenn ich darauf rechnete, dass das Tetanisiren an sich keine Polarisation hinterlassen würde, so dass eine dadurch erzeugte absolut positive Wirkung nunmehr ohne Weiteres als Nachwirkung von Schlägen aufzufassen sein würde. Wenn die beobachteten Erfolge für unsere Frage etwas bedeuten, sprechen sie eher im entgegengesetzten Sinne. Nach der Polarisationstheorie, um mich kurz so auszudrücken, lassen sich die Erscheinungen, wie man sah, unschwer deuten; bei der Nachwirkungstheorie weiss man nicht recht, woher bei heterodromer Richtung der stärkeren kürzeren Schläge die schwache absolut positive Polarisation rühre. Denn es ist schwer sich vorzustellen, dass, wenn einmal ein Schlag ausgelöst wird, er nicht unabhängig von der Stärke der Reizung sollte die Höhe erreichen, welche der Leistungsfähigkeit des Organes entspricht; und eben so wenig wahrscheinlich scheint es, dass die negative Polarisation durch kurze schnelle Schläge die durch lange schwache übertreffen solle. Nach Analogie der Polarisation metallischer Elektroden wäre eher das Gegentheil zu erwarten. Dies ist der Punkt, in welchem uns der im vorigen Paragraphen vergeblich erstrebte erfahrungsmässige Anhalt fehlt.

brecher, regelmässige Wirkungen, obschon die Aufeinanderfolge der Schliessungs- und Öffnungsschläge eine viel schnellere war, als am Disjunctor, der höchstens 45 Öffnungsschläge in der Secunde lieferte (s. oben S. 705).

Damit war ausgemacht, dass in Folge eines unerklärlichen Umstandes der Disjunctor über eine gewisse, schwer zu bestimmende und innezuhaltende Geschwindigkeit hinaus nicht vermag Reihen ausgesonderter Schliessungs- und Öffnungsschläge zu liefern, in denen dieselbe Elektricitätsmenge sich abgleicht. Die nächste Aufgabe wäre, jenem Umstande weiter nachzuspüren und herauszubringen, was aus den grossen, in den Öffnungsschlägen des Inductoriums unter hoher Spannung fortgetriebenen Elektricitätsmengen werde, welche hier spurlos zu verschwinden scheinen. Diese Ermittelung ist unentbehrlich, um für Theorie und Ausführung eines so wichtigen Apparates wie der Disjunctor die Grundlage zu gewinnen, weshalb ich auch glaubte, diese Versuchsreihe, trotz ihres unerfreulichen Ergebnisses, nicht vorenthalten zu sollen.

Man frägt vielleicht, warum ich, nach unverrichteter Sache am Disjunctor, nicht versuchte, die negative Polarisation durch einen einzigen Schliessungs- und Öffnungsschlag zu vergleichen, wie sie nach Obigem und nach sonstigen Erfahrungen ja gut zu erhalten sind. Natürlich liegt dies nahe, und ich behalte mir vor auf diesen Plan zurückzukommen. Es wird aber gar nicht leicht zu bewerkstelligen sein, dass in beiden Fällen der Bussolkreis dieselbe Zeit nach dem polarisirenden Schlage geschlossen wird. Auch mit langsam gedrehtem Disjunctor müsste zuletzt das Ziel zu erreichen sein, freilich nicht ohne weitere Vorkehrungen, um die Zahl der das Polarisationsobject treffenden Schläge zu regeln, und ausserdem, wie im Fall der einzelnen Schläge, gleichmässige Schliessung des Bussolkreises nach dem letzten Schlage zu bewirken.

Dies Alles erfordert eine besondere Untersuchung, zu der mir augenblicklich die Musse fehlt. Was die Frage betrifft, wie die negative Polarisation im elektrischen Organe sich bei Schliessungs- und Öffnungschlägen gestalte, so müssen wir uns vorläufig mit der einfachsten Annahme begnügen, dass sie der Elektricitätsmenge proportional, also bei beiden Schlägen die nämliche sei.

## §. V. *Fortgesetzte Erörterung der Ergebnisse über Polarisation des Organes durch Wechselströme.*

Unter der zuletzt ausgesprochenen Voraussetzung im Verein mit der unzweifelhaften Thatsache, dass bei homodromer Richtung kurze starke Stromstösse stärkere absolut und relativ positive Polarisation erzeugen, als längere schwächere Ströme, lässt sich auch der Erfolg beim Polarisiren des Organs durch Wechselströme von Inductorien leicht erklären. Dann heben sich nämlich auch hier, wie bei den congruenten Wechselströmen der Saxton'schen Maschine, die relativ negativen Polarisationen in beiden Richtungen auf; da die heterodromen Schläge keine oder nur verschwindende relativ positive Polarisation erzeugen, bleiben nur die homodromen absolut positiven Polarisationen übrig, und diese fallen stärker aus bei homodromen starken kurzen als bei ebenso gerichteten schwachen langen Schlägen.

Eine andere Frage ist es, wie viel diese Versuche zur Entscheidung beigetragen haben, ob die homodrome absolut positive Polarisation nur Nachwirkung eines Schlages, oder eine selbständige Erscheinung sei. So wie ich es mir gedacht hatte, ist diese Entscheidung nicht herbeigeführt. Ich hatte übersehen, dass zwar die relativ negativen Polarisationen durch beide Ströme einander aufheben können, nicht aber, nach meiner eigenen Annahme, die relativ positiven, da, wenn es überhaupt dergleichen im Organ giebt, der heterodrome Strom sie nicht oder nur spurweise erzeugt. Es war also ein Fehlschluss, wenn ich darauf rechnete, dass das Tetanisiren an sich keine Polarisation hinterlassen würde, so dass eine dadurch erzeugte absolut positive Wirkung nunmehr ohne Weiteres als Nachwirkung von Schlägen aufzufassen sein würde. Wenn die beobachteten Erfolge für unsere Frage etwas bedeuten, sprechen sie eher im entgegengesetzten Sinne. Nach der Polarisationstheorie, um mich kurz so auszudrücken, lassen sich die Erscheinungen, wie man sah, unschwer deuten; bei der Nachwirkungstheorie weiss man nicht recht, woher bei heterodromer Richtung der stärkeren kürzeren Schläge die schwache absolut positive Polarisation rühre. Denn es ist schwer sich vorzustellen, dass, wenn einmal ein Schlag ausgelöst wird, er nicht unabhängig von der Stärke der Reizung sollte die Höhe erreichen, welche der Leistungsfähigkeit des Organes entspricht; und eben so wenig wahrscheinlich scheint es, dass die negative Polarisation durch kurze schnelle Schläge die durch lange schwache übertreffen solle. Nach Analogie der Polarisation metallischer Elektroden wäre eher das Gegentheil zu erwarten. Dies ist der Punkt, in welchem uns der im vorigen Paragraphen vergeblich erstrebte erfahrungsmässige Anhalt fehlt.

## §. VI. *Vergebliche Versuche, durch heterodrome Ströme relativ positive Polarisation zu erzeugen.*

Bei dem Erwägen dieser Verhältnisse fiel mir auf, dass ich einen Versuchsweg, wenn auch nicht unbetreten gelassen, doch noch nicht bis zur letzten Grenze verfolgt hatte, welcher möglicherweise hier zum Ziele führen könnte. Wir haben nämlich wohl als Erfahrungssatz hingestellt, dass in den Versuchen mit Säulenströmen am Zitterwels, Zitteraal und Zitterrochen noch nie relativ positive Polarisation durch den heterodromen Strom gesehen wurde, aber ausdrücklich auf deren Wahrnehmung gerichtete Versuche bisher nicht unternommen. Diese müssten sich vorsetzen, die Organpraeparate mit möglichst starken und zugleich flüchtigen heterodromen Schlägen zu treffen. Gelänge es, in dieser Art relativ positive, absolut negative Polarisation zu beobachten, so wäre an deren Dasein wohl nicht mehr zu zweifeln, da man nicht füglich Umkehr der Schlagrichtung des Organs annehmen wird.

Zunächst blieb ich noch bei kurz geschlossenen galvanischen Strömen. Ich hatte zwar schon früher (I. S. 240, Reihe 19 und 20) vergeblich den Strom von fünfzig Grove kurze Zeit durch Organpraeparate gesandt; vielmehr hatte sich bei homodromer Richtung öfter ein negativer Vorschlag blicken lassen, bei welchem es schwer war sich etwas zu denken. Die Schliessungszeit betrug 0″.0629; ich wählte jetzt eine zwanzigmal kürzere.

4. Torp. — Frisch. — OS + 0.0078

SZ 0″.00315

| | | ↓ | | ↑ | | ↓ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| L | S | | — 54; — 35 | | + 45; + 15 | | — 14 |
| | P | | 13.5; 13 | | 21; 20.5 | | 15. |

Der Misserfolg konnte nicht deutlicher sein. Jetzt setzte ich meine Hoffnung auf Inductionsschläge.

Die oben angewendete Saxton'sche Maschine bot gute Gelegenheit zu solchen Versuchen. Sie besitzt ein Paar an den angeführten Stellen beschriebener Ypsilonförmiger Federn, welche die Wechselströme der Maschine in gleichgerichtete verwandeln, so dass mit diesen Federn bei sieben Umdrehungen in der Secunde vierzehn Extraströme sich in derselben Richtung folgten. Während die Maschine im Gange war, wurde deren Kreis kürzere oder längere Zeit — 0″.031, 0″.098, 1″.024 — durch das Organpraeparat geschlossen. Bei nur 0″.031 Schliessungszeit hing es vom Zufall ab, ob gerade ein Extrastrom in diesen Zeitraum fiel, bei 0″.098 musste dies schon sicher der Fall sein, und es konnten zwei Ströme zur Wirkung gelangen. Die Versuche wurden

in diesem Winter an dem fünften und sechsten Fisch angestellt, an jenem am zweiten Tage, an diesem in vergleichsweise frischem Zustande. Die Organpraeparate zeigten zwischen Bauch- und Rückenhaut meist verkehrten Organstrom; sie stammten von denselben Organen wie die Praeparate, deren eine Hälfte negativ, die andere positiv wirkte (s. oben S. 696. 697). Der Erfolg der Versuche war wenig befriedigend. Bei der ganz kurzen Schliessung blieb, wie zu erwarten, öfter jede Wirkung aus. Bei homodromer Richtung der Ströme zeigte sich schwache absolut und relativ positive, bei heterodromer meist sehr viel stärkere absolut positive, relativ negative Polarisation. Beispiel:

6. Torp. — Frisch. — OS — 0.0027. — 2'-Per.

SZ 0''031 ... SZ 1''024

↓ — 220 ↑ + 18 ↓ — 210 ↑ + 60 ‖ ↓ — 430 ↑ ?; + 10 ↓ — 295.

Der primäre Strom wurde nicht beobachtet.

Der SAXTON'schen Maschine liess ich ein Schlitteninductorium grösserer Art folgen, in dessen primärem Kreise sich eine Säule aus zwei grossen BUNSEN'schen Chromsäure-Elementen befand. Die Feder des WAGNER'schen Hammers war entfernt; an seine Stelle trat der oben beschriebene Disjunctor, der so eingerichtet war, dass er nur die Öffnungsschläge hindurchliess, deren aber 37 in der Secunde lieferte, von welchen also die Wippe in 0''031 einen oder zwei auffing. Soviel sich nach der Spannung im secundären Kreis urtheilen liess, übertrafen die einzelnen Schläge bei weitem die der SAXTON'schen Maschine. Der Erfolg war im Wesentlichen derselbe, es erschien keine relativ positive heterodrome Polarisation.

6. Torp. — Frisch. — OS + 0.0065.

SZ 0''0031

↓ — 500 + x; — 370 ↑ + 155; + 355.

Im letzten Falle sind vermuthlich zwei Schläge durchgegangen. Von den oben in §. IV beschriebenen Störungen beim Gebrauch des nur auf Öffnungschläge eingerichteten Disjunctors bemerkte ich bei diesen Versuchen, welche vor jenen angestellt wurden, noch nichts. Auf alle Fälle würden sie den hier erhaltenen verneinenden Erfolg nicht erklären.

Auch mit dieser Abweisung wollte ich mich nicht zufrieden geben, sondern ich beschloss, jetzt noch die Wirkung eines einzigen Öffnungsschlages des ungeschwächten RUHMKORFF'schen Inductoriums zu prüfen. Die Polarisationswippe konnte dazu nicht dienen, vielmehr musste eine eigene Wippe gebaut werden, welche gestattete, unmittelbar nach Öffnung des primären Kreises und des Hindurchganges des Schlages durch das Organpraeparat auch den secundären Kreis zu öffnen, welcher

Praeparate waren vielleicht zufällig besser als die den Inductionsschlägen ausgesetzt gewesenen; beispielsweise erhielten wir:

$$\downarrow -448 \uparrow +55 \downarrow -11 \uparrow +48.$$

Doch war es klar, dass die Versuche an einem leistungsfähigeren Thiere wiederholt werden mussten.

Natürlich geschah dies an der jüngst geopferten achten Torpedo zusammen mit dem erneuten Versuche am Inductorium. Diesmal war folgende Vorkehrung getroffen. Ein fünfter Kork am freien Ende der gläsernen Achse der Wippe trug einen rechtwinklig gebogenen starken Messingdraht, dessen einer Schenkel eine Verlängerung der Achse darstellte, und mit der einen verquickten Zinkplatte leitend und beweglich verbunden war, welche dem Organpraeparat den Schlag zuführen sollte. Der andere zur Achse senkrechte Schenkel endete in einen geschlossenen Ring. Die geladene Flasche wurde so gelagert, dass ihre äussere Belegung mit der anderen Zinkplatte leitend verbunden war. Durch Drehung der Achse zwischen den Anschlägen an der ränderirten Scheibe kam der Ring dem Knopfe der inneren Belegung so nahe, dass der Funke übersprang, und der Schlag das Praeparat durchfuhr, kurze Zeit ehe die Thonspitzen es erreichten. In dieser Reihe wurde die Leidener Flasche (von 565 Qudratcentimetern Belegung) am Conductor einer gewöhnlichen Elektrisirmaschine geladen, was durch Regeln der Zahl der Umdrehungen der Scheibe eine grössere Gleichmässigkeit, und eine mehr sichere Abstufung der Ladung gewährte, als das Laden mit der Influenzmaschine.

Die Versuche gelangen ganz vorzüglich, ohne jedoch das gesuchte Ergebniss zu liefern. Zuerst lud ich die Flasche so stark wie möglich, mit fünfzig Umdrehungen der Scheibe, und die durch die Entladung erzeugten Polarisationen — absolut und relativ positiv durch den homodromen, absolut positiv und relativ negativ durch den heterodromen Schlag — erreichten eine unbeschreibliche Heftigkeit: es dauerte viele Minuten, bis das Ende der Scale wieder im Gesichtsfeld erschien. Ich ging dann aber allmählich bis auf fünf, ja zwei Umdrehungen, oder auch nur eine herunter, und immer noch erfolgten, durch die jetzt vergleichsweise nur schwachen Schläge, die Polarisationen mit grosser Stärke und vollkommener Regelmässigkeit. Beispielsweise erhielt ich mit fünf Umdrehungen:

$$\uparrow +270 \downarrow -470 \uparrow +125 \downarrow -250.$$

Von heterodromer positiver Polarisation war nichts zu sehen.

Ich brauche nicht zu sagen, dass alle Vorkehrungen getroffen waren, um unmittelbare Wirkungen der Flaschenschläge auf die Bussole

Trotz den Gefahren, welche so gewaltige Elektricitätsbewegungen in der Nähe einer empfindlichen Bussole mit sich brachten, ging der Versuch ohne jede Störung vor sich. Er wurde zuerst an der seit dem October im Aquarium gehaltenen Torpedo angestellt. Sie schlug nur auf heftige Reizung. Die Praeparate zeigten aber noch angemessenen Organstrom. Der Erfolg des Versuches war abermals verneinend. Es gelang nicht, durch den heterodromen Öffnungsschlag des Inductoriums relativ positive Polarisation zu erhalten, sondern die beobachtete Polarisation war relativ negativ, absolut positiv. Da aber auch der homodrome Schlag meist relativ negative, nur schwächere Polarisation gab, so war es klar, dass die Leistungsfähigkeit des Organs für den Zweck nicht genügte, und dass der Versuch an einem frischen Fisch wiederholt werden musste.

Dies geschah denn auch vor Kurzem an der erst in diesem Frühjahr angelangten achten Torpedo, welche sich in verhältnissmässig gutem Zustande befand. Allein der Erfolg blieb im Wesentlichen derselbe. Der homodrome Schlag erzeugte jetzt absolut und relativ positive Polarisation weit über die Grenzen der Scale hinaus, und der heterodrome gleichfalls über deren Grenzen hinausreichende absolut positive, relativ negative Polarisation; auch hinterblieben sehr allmählich schwindende Wirkungen in demselben Sinne. In dem Maasse, wie bei öfterer Wiederholung des Versuches die Leistungsfähigkeit sank, verminderte sich die Heftigkeit der Erscheinungen, und es kam zum gewohnten Bilde absolut und relativ positiver Ausschläge durch die homodromen, relativ negativer, absolut positiver Ausschläge durch die heterodromen Inductionsströme. Beispielsweise erhielt ich mit 5000 Windungen in $20^{mm}$ Abstand:

$$\downarrow -85 \uparrow +360 \downarrow -57 \uparrow +135.$$

Aber nie erzeugten die heterodromen Schläge relativ positive Polarisation.

Es war immer noch die Möglichkeit da, dass letztere, obschon vorhanden, durch relativ negative Polarisation verdeckt werde. Obschon die Öffnungsschläge des Inductoriums, bei Anwendung des Condensators, nur von sehr kurzer Dauer sind, wollte ich doch, um Nichts unversucht gelassen zu haben, auch noch Entladungsschläge der Leidener Flasche anwenden. Dazu diente dieselbe Wippe, wie für die Ruhmkorff'schen Öffnungsschläge. In einer ersten Versuchsreihe, an derselben siebenten Torpedo, die so lange aufbewahrt worden war, entlud Prof. Christiani die an der Holz'schen Maschine geladene Flasche durch das Praeparat, und ich brachte die Thonspitzen in Berührung damit sobald ich den Funken gehört hatte. Die

Praeparate waren vielleicht zufällig besser als die den Inductionsschlägen ausgesetzt gewesenen; beispielsweise erhielten wir:

$$\downarrow -448 \uparrow +55 \downarrow -11 \uparrow +48.$$

Doch war es klar, dass die Versuche an einem leistungsfähigeren Thiere wiederholt werden mussten.

Natürlich geschah dies an der jüngst geopferten achten Torpedo zusammen mit dem erneuten Versuche am Inductorium. Diesmal war folgende Vorkehrung getroffen. Ein fünfter Kork am freien Ende der gläsernen Achse der Wippe trug einen rechtwinklig gebogenen starken Messingdraht, dessen einer Schenkel eine Verlängerung der Achse darstellte, und mit der einen verquickten Zinkplatte leitend und beweglich verbunden war, welche dem Organpraeparat den Schlag zuführen sollte. Der andere zur Achse senkrechte Schenkel endete in einen geschlossenen Ring. Die geladene Flasche wurde so gelagert, dass ihre äussere Belegung mit der anderen Zinkplatte leitend verbunden war. Durch Drehung der Achse zwischen den Anschlägen an der ränderirten Scheibe kam der Ring dem Knopfe der inneren Belegung so nahe, dass der Funke übersprang, und der Schlag das Praeparat durchfuhr, kurze Zeit ehe die Thonspitzen es erreichten. In dieser Reihe wurde die Leidener Flasche (von 565 Qudratcentimetern Belegung) am Conductor einer gewöhnlichen Elektrisirmaschine geladen, was durch Regeln der Zahl der Umdrehungen der Scheibe eine grössere Gleichmässigkeit, und eine mehr sichere Abstufung der Ladung gewährte, als das Laden mit der Influenzmaschine.

Die Versuche gelangen ganz vorzüglich, ohne jedoch das gesuchte Ergebniss zu liefern. Zuerst lud ich die Flasche so stark wie möglich, mit fünfzig Umdrehungen der Scheibe, und die durch die Entladung erzeugten Polarisationen — absolut und relativ positiv durch den homodromen, absolut positiv und relativ negativ durch den heterodromen Schlag — erreichten eine unbeschreibliche Heftigkeit: es dauerte viele Minuten, bis das Ende der Scale wieder im Gesichtsfeld erschien. Ich ging dann aber allmählich bis auf fünf, ja zwei Umdrehungen, oder auch nur eine herunter, und immer noch erfolgten, durch die jetzt vergleichsweise nur schwachen Schläge, die Polarisationen mit grosser Stärke und vollkommener Regelmässigkeit. Beispielsweise erhielt ich mit fünf Umdrehungen:

$$\uparrow +270 \downarrow -470 \uparrow +125 \downarrow -250.$$

Von heterodromer positiver Polarisation war nichts zu sehen.

Ich brauche nicht zu sagen, dass alle Vorkehrungen getroffen waren, um unmittelbare Wirkungen der Flaschenschläge auf die Bussole

auszuschliessen, und dass ein Thonphantom an Stelle des Praeparates höchstens eine verschwindende Spur negativer Polarisation zeigte.

Weiter bin ich hier nicht gegangen, und glaube auch nicht, dass auf diesem Wege noch ein anderes Ergebniss zu erreichen sei. Wir werden aber unten (§. XV) einen, leider bisher nur einmal geglückten Versuch kennen lernen, in welchem der heterodrome Strom doch wirklich relativ positive, absolut negative Polarisation geliefert hat.

## §. VII. *Die scheinbare Irreprocität der Leitung im elektrischen Organ wächst mit der Stromdichte.*

In der Ersten Mittheilung schloss ich die Erörterung über die Natur der homodromen, absolut und relativ positiven Polarisation mit den Worten: »Noch eine Versuchsweise liegt sehr nahe, welche unter gewissen Bedingungen hier zum Ziele führen könnte: man braucht nur zu beobachten, ob auch bei längerer Schliessungszeit der homodrome Strom seine Überlegenheit bewahrt. Ist dies der Fall, so kann die positive Polarisation nicht einerlei mit dem Schlage sein, denn dieser kann bei längerem Hindurchgang eines beständigen Stromes durch das Organ doch nur im Augenblick der Schliessung« — vielleicht auch der Öffnung — »sich zum Säulenstrom hinzufügen. Ich habe nun in der That auch bei 1″, 5″, ja 20″ Schliessungszeit jene Überlegenheit noch gesehen (Reihe 8, 15, 16, 25); allein die Versuche dieser Art werden erst dann beweiskräftig, wenn die Hypothese von einem irreciproken Widerstande des Organes völlig beseitigt ist« (I. S. 228. 229).

Dass man auch bei noch viel längerer Schliessung den homodromen Strom überwiegen sieht, ist ausser Frage. Der Erfolg wird dadurch getrübt, dass einerseits das Praeparat durch Erwärmung besser leitend wird, andererseits die negative Polarisation den Strom schwächt; doch erhält man auch bei minutenlangem Schliessen der Ströme mit der Hand Reihen, in welchen die Überlegenheit des homodromen Stromes durch alle Hindernisse hindurch, wenn gleich nur schwach, immer noch deutlich sich ausspricht. Solche Reihen werden später mitgetheilt werden (s. unten §. XII). In diesem Sinne sprechen auch Dr. Sachs' Beobachtungen am Zitteraal-Organ.[1]

So lagert sich uns die Frage, ob das Organ wirklich oder nur scheinbar irreciprok leite, hier quer in den Weg, und wir müssen vor allen Dingen suchen, über diesen Punkt in's Klare zu kommen.

---

[1] Untersuchungen u. s. w. S. 218; — I. S. 224.

Das Erste, was sich darbietet, ist die sehr auffällige Abhängigkeit der Erscheinung von der Stromdichte, wie sie beispielsweise in folgendem Versuche sich zeigt.

Ich sandte die Öffnungsschläge des Schlitteninductoriums, dessen primäre Rolle mit Stäben gefüllt war, von Hautfläche zu Hautfläche durch das Praeparat, welches in gewohnter Art auf der dreieckigen Platte zwischen den Thonschilden der Zuleitungsgefässe ruhte. In demselben Kreise befand sich die Bussole. Die Schläge, durch Öffnen des Quecksilberschlüssels erzeugt, trafen, durch eine Pohl'sche Wippe umgekehrt, das Praeparat abwechselnd in homodromer und heterodromer Richtung. RA in folgender Tabelle ist der Abstand der secundären von der primären Rolle; die Zahlen sind die Ausschläge an der Bussole, deren Gewinde bei der sehr verschiedenen Stärke der Schläge in verschiedene Entfernung vom Spiegel gebracht werden musste, reducirt auf 5000 Windungen in 20$^{mm}$ Abstand.

5. Torp. — Frisch. — OS + 0.0031.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| RA = 0 | ↑ 501 | ↓ 215 | ↑ 501 | ↓ 215 | ↑ 453 | ↓ 215 | ↑ 477 | ↓ 191 |
| RA = 10$^{cm}$ | | ↓ 25 | ↑ 28 | ↓ 27 | ↑ 28 | ↓ 27 | ↑ 27 | |
| RA = 15$^{cm}$ | | | ↑ 7 | ↓ 7 | ↑ 7 | ↓ 7 | | |
| RA = 0 | | | ↑ 453 | ↓ 227. | | | | |

Im Mittel der gleichbedeutenden Zahlen verhalten sich die heterodromen zu den homodromen Ablenkungen

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| für RA = 0 | : : 212.3 | : 477.0 | : : 100 | : 224.7 |
| » » = 10$^{cm}$ | : : 26.33 | : 27.66 | : : 100 | : 105.1 |
| » » = 15$^{cm}$ | : : 7 | : 7 | : : 100 | : 100.0. |

Es kann danach kein Zweifel sein, dass erstens die Erscheinung für die angewendeten Mittel erst bemerkbar wird, wenn die Stromstärke eine gewisse Schwelle überschreitet, und dass zweitens die Irreprocität mit der Stromstärke wächst. Indem man den Versuch mit Praeparaten von verschiedenem Querschnitt anstellt, überzeugt man sich, dass es sich dabei nicht um die Stromstärke, sondern, wie zu erwarten war, um die Stromdichte handelt. Drittens geht aus den obigen Zahlen auch schon hervor, dass innerhalb des davon umfassten Bereiches die Irreprocität langsamer wächst als die Stromdichte. Nimmt man, was später gerechtfertigt werden wird (s. unten §. XIII), als Maass der Irreprocität den Unterschied der homodromen und der heterodromen Stromstärke bei gleichem Querschnitt, dividirt durch die homodrome Stromstärke, so findet man die Irreprocität

$$\text{bei } 10^{cm}\,\text{RA}, = \frac{1.33}{27.66} = 0.0481,$$

$$\text{» } 0^{cm} \text{ »}, = \frac{264.7}{477.0} = 0.5549,$$

statt = 0.8293, wie es sein müsste, wenn die Irreciprocität der Stromdichte proportional wäre. Es ist wohl kaum zu bezweifeln, dass die Irreciprocität bezogen auf die Stromdichte sich asymptotisch einer festen Grenze nähern werde.

## §. VIII. *Die scheinbare Irreprocität der Leitung im elektrischen Organ hat ihren Sitz in jeder Querscheibe des Praeparates und wächst mit der Länge der durchströmten Säulenstrecke.*

Demnächst überzeugte ich mich, dass der Unterschied in der Stärke der Ströme nicht bloss sichtbar wird, wenn man sie von der einen mit Haut überzogenen Polfläche der Praeparate zur anderen führt, sondern auch zwischen beliebigen Punkten der Seitenflächen der Praeparate, und zwar um so stärker, je weiter von einander entfernt die Punkte liegen.

Wieder leitete ich die durch Öffnen des Quecksilberschlüssels erzeugten Öffnungsschläge des Schlitteninductoriums durch Praeparat und Bussole, doch wurde, dem Zweck des Versuches gemäss, das Praeparat diesmal nicht von Hautfläche zu Hautfläche durchströmt, sondern an der Seitenfläche mit den Thonspitzen der unpolarisirbaren Röhren zuleitend berührt, welche statt der Zuleitungsgefässe sich mit der Bussole im Kreise der secundären Rolle des Inductoriums befanden. Diese war ganz über die mit Stäben gefüllte primäre Rolle geschoben; an der Bussole befanden sich 5000 Windungen in $100^{mm}$ Abstand vom Spiegel.

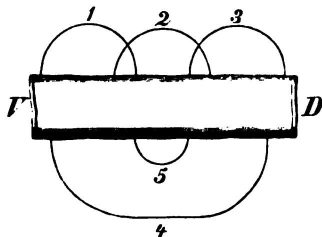


*Fig. 2.*

In Fig. 2 bedeuten die Bögen den durch secundäre und Bussol-Rolle gebildeten Kreis. Das Praeparat stammte von dem Tages zuvor getödteten fünften Fisch; die Organstromkraft betrug anfangs + 0.0072.

Bei der Lage (1) der Thonspitzen erhielt ich

$$\uparrow 42 \downarrow 12 \uparrow 42 \downarrow 15^{sc};$$

bei der (2)

$$\uparrow 38 \downarrow 19 \uparrow 38 \downarrow 20^{sc};$$

endlich bei der (3)

$$\uparrow 40 \downarrow 22 \uparrow 40 \downarrow 22^{sc}.$$

$l$ die Länge der langen,
$k$ die der kurzen Organstrecke;
$q$ der Querschnitt des Praeparates;[1]
$I_l$, $I_k$ die homodrome,
$I_{,l}$, $I_{,k}$ die heterodrome Stromstärke, beziehlich bei langer und bei kurzer Strecke;
$\sigma l/q$, $\sigma k/q$ die Widerstände beziehlich der langen und der kurzen Strecke bei homodromem Strome; endlich
$I_l c/q$, $I_k c/q$, wo $c$ eine Constante, die Irreciprocitäts-Terme beziehlich für die lange und die kurze Strecke.

Dann haben wir

$$I_l = \frac{Et}{R + \frac{l\sigma}{q}}, \quad I_k = \frac{Et}{R + \frac{k\sigma}{q}},$$

$$I_{,l} = \frac{Et}{R + \frac{l\sigma}{q} + \frac{I_l c}{q}}, \quad I_{,k} = \frac{Et}{R + \frac{k\sigma}{q} + \frac{I_k c}{q}} \ldots . (a)$$

Hier ist der irreciproke Widerstand von den Dimensionen der durchflossenen Strecke nur insofern abhängig gemacht, als die homodrome Stromdichte, welcher der Irreciprocitäts-Term proportional gesetzt ist, von jenen Dimensionen abhängt. Nach unseren Beobachtungen muss nun, abgesehen vom verschiedenen Zeichen von $I$ und $I_,$,

$$\frac{I_l}{I_{,l}} > \frac{I_k}{I_{,k}},$$

d. h. es muss

$$\frac{R + \frac{l\sigma}{q} + \frac{I_l c}{q}}{R + \frac{l\sigma}{q}} > \frac{R + \frac{k\sigma}{q} + \frac{I_k c}{q}}{R + \frac{k\sigma}{q}}$$

oder

$$(qR + k\sigma)\, I_l > (qR + l\sigma)\, I_k \ldots . (b)$$

sein. Dies ist unmöglich, da für $R = 0$ oder mittlere Werthe von $R$ die linke Seite Factor für Factor die kleinere ist, und da, wenn man alle Widerstände gegen $R$ verschwinden lässt, höchstens Gleichheit

[1] In der Ersten Mittheilung (S. 221—223) setzten wir bei ähnlichen Betrachtungen den Querschnitt $= 1$. Es würde die Ausdrücke vereinfachen und am Ergebniss nichts ändern, wenn wir auch hier so verführen, doch bleiben die Formeln durchsichtiger, wenn der Querschnitt an gehöriger Stelle erscheint. Übrigens vernachlässigen wir den Umstand, dass in unseren Versuchen der Strom nicht von Querschnitt zu Querschnitt, sondern von einer seitlich angelegten Thonspitze zur anderen das Praeparat durchdrang.

Das Verhältniss der Stromstärken mit der langen Strecke ist wie

$$100 : 13.3,$$

mit der kurzen wie

$$100 : 88.1.$$

Man könnte einwenden, dass die grössere Irreciprocität bei grösserer Länge nur dadurch vorgetäuscht werde, dass alsdann das Praeparat einen grösseren Theil des Gesammtwiderstandes des Kreises ausmache. Der geringe Unterschied zwischen der homodromen Stromstärke bei langer und bei kurzer Strecke zeigt zwar schon, dass der Widerstand der Praeparate, unstreitig wegen desjenigen der Thonspitzen, keineswegs einen grossen Theil des Gesammtwiderstandes bildete. Doch wäre es zweckmässig, einen so wichtigen Punkt, wie das Wachsthum der Irreciprocität mit der Länge der durchflossenen Strecke gegen jeden Zweifel zu sichern.

Die Vorstellung, dass die Irreciprocität der Leitung durch den Gesammtwiderstand des Kreises beeinflusst werde, setzt voraus, dass sie ausgedrückt werden könne durch einen additiven Term im Nenner der die heterodrome Stromstärke vorstellenden Ohm'schen Formel. Dieser Term heisse der Irreciprocitäts-Term. Nach unseren Zahlen scheint er mit der Länge der durchflossenen Strecke zu wachsen. Ist der hiergegen erhobene Einwand begründet, so müssen die Erscheinungen mathematisch darstellbar sein, auch wenn der Term von der Länge der durchflossenen Strecke unabhängig gesetzt wird.

Zunächst entsteht hier die Frage wie die Abhängigkeit der Irreciprocität von der Stromdichte aufzufassen sei. Sicher lässt sich diese Frage nicht beantworten. Doch scheint das Richtigste, die Irreciprocität mit der homodromen Stromdichte wachsen zu lassen, und zwar erlaubt uns der schon hervorgehobene geringe Unterschied der homodromen Stromstärken bei langer und bei kurzer Strecke den Irreciprocitäts-Term dieser Stromstärke ohne grossen Fehler einfach proportional zu setzen, anstatt ihn, dem Ergebniss des vorigen Paragraphen gemäss, langsamer als sie wachsen zu lassen. Alsdann können wir folgendermaassen weiter verfahren. An Stelle des Inductionsschlages denken wir uns ein ihm gleichwerthiges Stück von der kleinen Dauer $t$ aus einem beständigen Strom ausgeschnitten, dem die elektromotorische Kraft $E$ zu Grunde liegt. Es seien sodann:

$R$ der Widerstand des die secundäre Rolle des Inductoriums und die Bussole enthaltenden Kreises von Thonspitze zu Thonspitze;

$\sigma$ der specifische Wiederstand des der Länge nach durchströmten Organs, abgesehen vom irreciproken Widerstande, oder bei homodromem Strom;

$l$ die Länge der langen,
$k$ die der kurzen Organstrecke;
$q$ der Querschnitt des Praeparates;[1]
$I_l$, $I_k$ die homodrome,
$I_{,l}$, $I_{,k}$ die heterodrome Stromstärke, beziehlich bei langer und bei kurzer Strecke;
$\sigma l/q$, $\sigma k/q$ die Widerstände beziehlich der langen und der kurzen Strecke bei homodromem Strome; endlich
$I_l c/q$, $I_k c/q$, wo $c$ eine Constante, die Irreciprocitäts-Terme beziehlich für die lange und die kurze Strecke.

Dann haben wir

$$I_l = \frac{Et}{R + \frac{l\sigma}{q}}, \quad I_k = \frac{Et}{R + \frac{k\sigma}{q}},$$

$$I_{,l} = \frac{Et}{R + \frac{l\sigma}{q} + \frac{I_l c}{q}}, \quad I_{,k} = \frac{Et}{R + \frac{k\sigma}{q} + \frac{I_k c}{q}} \ldots . (a)$$

Hier ist der irreciproke Widerstand von den Dimensionen der durchflossenen Strecke nur insofern abhängig gemacht, als die homodrome Stromdichte, welcher der Irreciprocitäts-Term proportional gesetzt ist, von jenen Dimensionen abhängt. Nach unseren Beobachtungen muss nun, abgesehen vom verschiedenen Zeichen von $I$ und $I_{,}$,

$$\frac{I_l}{I_{,l}} > \frac{I_k}{I_{,k}},$$

d. h. es muss

$$\frac{R + \frac{l\sigma}{q} + \frac{I_l c}{q}}{R + \frac{l\sigma}{q}} > \frac{R + \frac{k\sigma}{q} + \frac{I_k c}{q}}{R + \frac{k\sigma}{q}}$$

oder

$$(qR + k\sigma)\, I_l > (qR + l\sigma)\, I_k \ldots . (b)$$

sein. Dies ist unmöglich, da für $R = 0$ oder mittlere Werthe von $R$ die linke Seite Factor für Factor die kleinere ist, und da, wenn man alle Widerstände gegen $R$ verschwinden lässt, höchstens Gleichheit

---

[1] In der Ersten Mittheilung (S. 221—223) setzten wir bei ähnlichen Betrachtungen den Querschnitt $= 1$. Es würde die Ausdrücke vereinfachen und am Ergebniss nichts ändern, wenn wir auch hier so verführen, doch bleiben die Formeln durchsichtiger, wenn der Querschnitt an gehöriger Stelle erscheint. Übrigens vernachlässigen wir den Umstand, dass in unseren Versuchen der Strom nicht von Querschnitt zu Querschnitt, sondern von einer seitlich angelegten Thonspitze zur anderen das Praeparat durchdrang.

beider Seiten erreicht wird. Man kommt folglich nicht aus mit einem von der Länge der durchflossenen Strecke unabhängigen Irreciprocitäts-Term.

Setzt man dagegen in ($a$) statt $(l\sigma + I_l c)/q$, $(k\sigma + I_k c)/q$ beziehlich $\left(\sigma + \frac{I_l c}{q}\right) l/q$, $\left(\sigma + \frac{I_k c}{q}\right) k/q$, d. h. behandelt man den irreciproken Widerstand wie einen der Stromdichte proportionalen Zuwachs des specifischen Widerstandes bei homodromem Strome, so erhält man statt ($b$) die Ungleichheit

$$(qR + k\sigma)\, l\, I_l > (qR + l\sigma)\, k\, I_k \ldots . (c).$$

Diese ist für $R = 0$ freilich auch noch unmöglich, da sie dann auf $I_l > I_k$ sich reducirt. Für ein grosses $R$ aber, wie das, mit welchem wir es zu thun haben, nähert sie sich der wirklich bestehenden Ungleichheit $l > k$; und damit kann für bewiesen gelten, dass die Irreprocität, alles Übrige gleichgesetzt, mit der Länge der durchflossenen Organstrecke wächst.

## §. IX. *Durch Einführung eines additionellen Widerstandes lässt sich die Frage, ob der Anschein irreciproker Leitung im Organ auf Polarisation oder Leitung beruhe, nicht entscheiden.*

Wir gingen im Vorigen von der Voraussetzung aus, dass die irreciproke Leitung im Organ ausdrückbar sei durch einen additiven Term im Nenner der Ohm'schen Formel für die heterodrome Stromstärke. Dies Verfahren wird sich künftig rechtfertigen lassen, wie es sich auch soeben als für unseren Zweck tauglich erwies; für jetzt dürfen wir nicht vergessen, dass wir noch immer vor der Frage stehen, ob die irreciproke Leitung auf ungleichem Widerstand in beiden Richtungen, oder auf Polarisation beruhe. Als der sicherste Weg, diese Frage zu beantworten, erscheint beim ersten Blick der schon in der früheren Mittheilung (S. 220) erwähnte Versuchsplan, im primären Kreise einen so grossen Widerstand neben dem des Organpraeparates einzuführen, dass letzterer dagegen verschwände. Wenn dann auch der Unterschied der beiden Ströme verschwände, während der der Polarisationen bestehen bliebe, wäre der Ursprung des Unterschiedes aus verschiedenem Widerstande erwiesen. In einem Versuche der Art, den ich mit einem langen und engen Rohre voll physiologischer Steinsalzlösung als additionellem Widerstand anstellte, verschwand in der That der Unterschied der Stromstärken in beiden Richtungen; da aber wegen gesunkener Leistungsfähigkeit auch der

$$I = \frac{nG - l \cdot \frac{I}{q}(\Pi - P)}{nr + R + \frac{l\sigma}{q}} \quad \ldots\ldots (d)$$

$$I_{,} = \frac{nG - l \cdot \frac{I_{,}}{q}\Pi}{nr + R + \frac{l\sigma}{q}} \quad \ldots\ldots (e)$$

Wie schon in der Ersten Mittheilung, S. 221—223, sind hier beide Polarisationen der Stromdichte proportional gesetzt. Selbstverständlich sind sie auch der Länge des Praeparates proportional.

Mit der Aufstellung obiger Formeln ist nun die Frage, ob auf diesem Wege zwischen den beiden Möglichkeiten entschieden werden könne, schon verneint. Denn G. S. Ohm selber hat vor mehr als fünfzig Jahren, als es sich um die ähnliche Frage nach dem Dasein eines Übergangswiderstandes neben der Polarisation der Elektroden handelte, darauf aufmerksam gemacht, dass in Ausdrücken wie $(d)$ und $(e)$ die Polarisation nur scheinbar anders eingehe als die Widerstände, dass sie also auch zu einem additionellen Widerstand in dieselbe Beziehung trete wie die constanten Widerstände, und von diesen durch Einführung eines additionellen Widerstandes nicht unterschieden werden könne.

In der That man findet

$$I = \frac{nG}{nr + R + \frac{l}{q}(\sigma + \Pi - P)}, \qquad I_{,} = \frac{nG}{nr + R + \frac{l}{q}(\sigma + \Pi)}$$

und wenn man kürzehalber setzt:

$$nr + R + \frac{l}{q}(\sigma + \Pi) = \Lambda_n$$

$$I = \frac{nG}{\Lambda_n - \frac{lP}{q}}, \qquad I_{,} = \frac{nG}{\Lambda_n},$$

$$I - I_{,} = \frac{nGlP}{\Lambda_n(q\Lambda_n - lP)} \quad \ldots\ldots (f)$$

Dieser Ausdruck ist endlich und positiv, so lange $q\Lambda_n > lP$; $q\Lambda_n = lP$ würde $I$ unendlich machen, und $q\Lambda_n < lP$ dem heterodromen Strom die Oberhand verschaffen. Durch Einführung des additionellen Widerstandes und Vertauschen von $n$ mit $N$ wird $(f)$

$$I - I_{,} = \frac{NGlP}{(\Lambda_N + W)\,(q\,(\Lambda_N + W) - lP)}.$$

Für ein sehr grosses $W$ nähert sich dieser Ausdruck dem Werthe

$$I - I_{,} = \frac{NGlP}{q\,W^2},$$

d. h. der Null, und somit stellen diese Formeln, in welchen der irreciproke Widerstand ausgelassen und nur die Polarisation berücksichtigt ist, der Thatbestand, soweit er vorliegt, genügend dar.

Nicht anders gestaltet sich das Ergebniss, wenn man die positive Polarisation $P$, statt $I$ proportional, davon unabhängig setzt, was mehr der Hypothese entspricht, wonach sie nur Nachwirkung eines ausgelösten Schlages wäre; denn in diesem Falle kommt einfach

$$I - I_{,} = \frac{lP}{\Lambda_n} \text{ ohne,}$$

$$\text{und } I - I_{,} = \frac{lP}{\Lambda_w + W} \text{ mit}$$

additionellem Widerstand und vielen Grove. Der erste Ausdruck ist positiv, der zweite nähert sich für wachsende $W$ der Null.

Folglich ist es nach den bisherigen Beobachtungen, trotz allem Anschein, nicht nöthig, zur Erklärung des Thatbestandes irreciproken Widerstand anzunehmen. So unwahrscheinlich es ist, dass die absolut und relativ positive Polarisation durch den homodromen Strom eine Verstärkung dieses Stromes im Vergleich zum heterodromen im Verhältniss von 100 : 13.3 bewirken könne (s. oben S. 719), die gewünschte Entscheidung ist auf diese Weise nicht herbeizuführen, und wir müssen sie in einem anderen Gebiet von Erfahrungen suchen.

## §. X. *Maassbestimmungen über den Leitungswiderstand des elektrischen Organs vom Zitterrochen.*

Ganz abgesehen von allen nebenher daran sich knüpfenden Fragen, war es natürlich von grossem Interesse, Etwas über die Leitung des Organs im Vergleich zu der anderer Gewebe zu ermitteln. Das dabei zu befolgende Verfahren war durch die Versuche gegeben, welche ich 1871 über den Widerstand des Froschmuskels, der physiologischen Steinsalzlösung und des damit angekneteten Thones angestellt hatte,[1] wobei ich mich des zuerst von Hrn. Ranke angewendeten Kunstgriffes

[1] Gesammelte Abhandlungen u. s. w. Bd. II. S. 373 ff.

bediente, die Gewebe, Flüssigkeiten u. d. m. in Glasröhren von gleichen Dimensionen einzuschliessen, um ihnen prismatische Gestalt, gleiche Länge und gleichen Querschnitt zu ertheilen.[1] Hinsichtlich der Einzelheiten der Methode verweise ich auf die damals gegebene Beschreibung. Um aber diese verständlicher zu machen, und weil bei aller Einfachheit der Apparat sich für unsere Zwecke doch sehr gut bewährt hat, bilde ich ihn hier in Fig. 3 nachträglich in etwas vervollkommneter Gestalt ab.

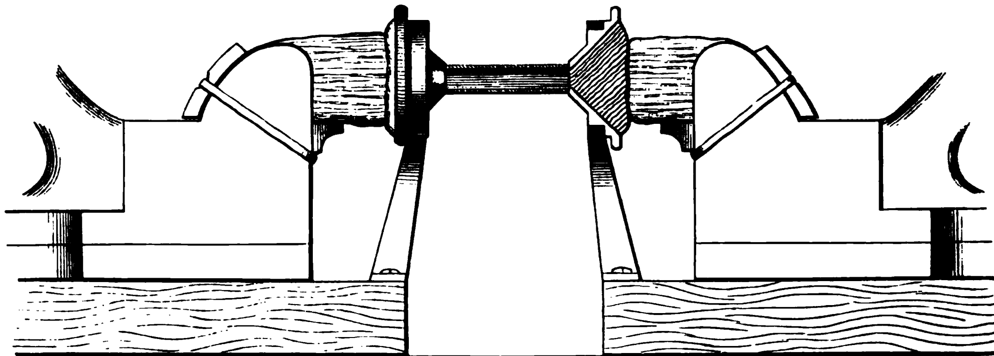


*Fig. 3.* — $^2/_3$ der nat. Grösse.

Der neue Apparat unterscheidet sich in einigen Punkten von meinem ursprünglichen Modell. Unwesentlich ist, dass die Trichter, die mit physiologischem Thon gefüllt die Grundflächen des die Gewebe u. d. m. enthaltenden Rohres mit den Zuleitungsbäuschen verbinden, statt aus Guttapercha aus Kammmasse bestehen, und von stark lackirten messingenen Ständern getragen werden; von grösserer Bedeutung, dass der Durchmesser ihrer Mündung die Dicke der Bäusche nur eben übertrifft, daher die Seite ihrer Kegel nur noch $12.5^{mm}$ lang ist. Dadurch wird ihr Widerstand um einen nicht unbeträchtlichen, und insofern schädlichen Theil vermindert, als es wünschenswerth ist, dass der Widerstand der übrigen Leitung gegen den des Leiters, dessen Widerstand bestimmt werden soll, möglichst klein sei. Leicht erkennt man in der Figur, zwischen den Bäuschen der gewöhnlichen Zuleitungsgefässe, links den im Aufriss, rechts den im Durchschnitt gezeichneten Trichter mit der ihn erfüllenden Thonmasse, und zwischen den Trichtern eingeklemmt das Widerstandsrohr.

Die früher angewendeten Rohre von $25^{mm}$ Länge und $4.6^{mm}$ lichtem Durchmesser, passen gerade für den *M. gracilis* eines Frosches von $22^{cm}$ zwischen Nasenspitze und längster Zehe, was jetzt hier zu Lande eine sicher zu beschaffende mittlere Grösse ist.[2] Ich war noch im

[1] Joh. Ranke. Tetanus. Eine physiologische Studie. Leipzig 1865. S. 44.

[2] Über secundär-elektromotorische Erscheinungen u. s. w. Diese Berichte, 1883. Bd. I. S. 355.

Besitz dieser nämlichen Rohre; es fand sich, dass sie auch für Organpraeparate die geeignete Länge und Weite hatten. Um diese in sie einzuführen, so dass sie die Rohre strotzend ausfüllten, zog ich einen Faden durch die Rücken- oder Bauchhaut des Praeparates, und an dem Faden das Praeparat in das Rohr. Etwa überstehende Enden wurden abgeschnitten. Manchmal unterstützte ich das Eindringen des Praeparates in das Rohr durch Saugen. Dabei begegnete es mir, das Praeparat durch das Rohr hindurchzusaugen, und in den Mund zu bekommen. Zu meinem Erstaunen fand ich das Organ ganz fade schmeckend, ohne eine Spur des Salzgeschmackes, den ich nach Boll's Angabe über den *Liquor cerebrospinalis* des Zitterrochen erwartete.[1]

Nach Boll's Schätzung sind im Leben die Gewebe von Torpedo mit einer 2.5procentigen Salzlösung durchtränkt, so dass erst eine Chlornatriumlösung von diesem Gehalt sich »physiologisch« zu ihnen verhält. Nach Hrn. Léon Fredericq enthält das Blut von *Octopus vulgaris* und *Astacus marinus* etwa viermal mehr Salze als das von Säugern. Ich vermuthete danach, dass die Gewebe von Seethieren, insbesondere von Seefischen, salzreicher seien als die von Süsswasserthieren, und dass sie demgemäss auch besser leiten würden. Dann würden sie von den Stromcurven, mit welchen ein Zitterrochen-Schlag die See um sie her erfüllt, stärker getroffen, als wenn sie nur den Salzgehalt von Süsswasserthieren hätten; denn diese Curven verdünnen sich in einem in die See getauchten schlechter leitenden Körper.[2] Dass dem Zitterrochen selber mit besserer Leitung seines Organs gedient sein müsse, schien vollends einzuleuchten. Aber die Dinge verhalten sich anders.

Zunächst stellte sich heraus, dass die Gewebe von Seefischen nicht merklich salzreicher sind als die von Süsswasserfischen. Hrn. Atwater's und Hrn. König's Tabellen liess sich schon nicht mit Sicherheit grösserer Salzreichthum der Seefische entnehmen, und das Zitterrochen-Organ selber lieferte Hrn. Weyl nur wenig mehr Asche, als das Muskelfleisch von Flussfischen enthält (I. S. 203).[3] Hr. Fredericq aber hatte, was mir entgangen war, schon zur Zeit meiner Ersten Mittheilung das von ihm bei wirbellosen Seethieren erkannte Verhalten bei Seefischen — *Trachinus spec., Solea vulgaris, G. Aeglefinus,* einem Hai — vermisst, und war dazu gelangt, in dieser Unabhängigkeit des Salzgehaltes der Fische von dem des Mittels, in welchem sie leben,

---

[1] Monatsberichte der Akademie. 1875. S. 710; — Archiv für Anatomie, Physiologie u. s. w. 1875. S. 463 Anm.

[2] Untersuchungen u. s. w. S. 133. 415.

[3] Vergl. auch Almén, in Maly's Jahresbericht über die Fortschritte der Thier-Chemie. Bd. VII. 1877. S. 308.

einen Fortschritt ihrer Organisation über die der Wirbellosen zu erblicken.[1] Boll, welcher nur nach dem Geschmack des *Liquor cerebrospinalis* urtheilte, ist vielleicht durch den von Frerichs und Städeler entdeckten Gehalt des Gewebesaftes der Rochen an Harnstoff getäuscht worden.[2]

Wie dem auch sei, das Zitterrochen-Organ, weit entfernt, besonders gut zu leiten, leitet nicht einmal so gut wie der Länge nach durchströmter Froschmuskel. Im Folgenden bezeichnen die durch Indices unterschiedenen $i$ die Anzahl der Scalentheile, um welche der Öffnungsschlag des Schlitteninductoriums bei ganz mit Stäben gefüllter primärer und ganz aufgeschobener secundärer Rolle, durch 5000 Windungen in 100$^{mm}$ Abstand den eben aperiodischen Spiegel ablenkte, wenn die den Indices entsprechenden Widerstände sich zwischen den Thonkegeln befanden. Wie früher ist $i_o$ die Ablenkung ohne Widerstand zwischen den Kegeln; $i_{lg}$, $i_{lw}$, $i_{sw}$ sind die Ablenkungen mit dem Rohre beziehlich voll dreiviertelprocentiger Steinsalzlösung, voll Leitungswasser und voll Seewasser, $i_m$ ist die Ablenkung mit dem Rohre voll Froschmuskelfleisch, endlich $i_{ho}$ und $i_{he}$ sind die Ablenkungen mit dem beziehlich homodrom und heterodrom durchströmten Organ im Rohr. $w_o$, $w_{lg}$, $w_{lw}$, $w_{sw}$, $w_m$, $w_{ho}$ und $w_{he}$ sind die entsprechenden specifischen Widerstände, auf den der dreiviertelprocentigen Steinsalzlösung als Einheit bezogen.

Eine erste Versuchsreihe wurde im vorigen Sommer an der zweiten Torpedo, am dritten Tage, noch mit dem ursprünglichen Apparat angestellt, der mir zu den 1871 beschriebenen Versuchen gedient hatte. Die drei Organpraeparate, deren Widerstand bei homodromer und heterodromer Stromrichtung bestimmt wurde, zeigten den Organstrom in richtigem Sinne und von ansehnlicher Stärke. Im Mittel von fünf wenig von einander abweichenden Bestimmungen nach beiden Richtungen ergab sich

$$i_o = 66.7\,,\quad i_{lg} = 49.2^{sc}$$

In diesem Zustand, ohne Rohr, oder mit dem Rohr voll physiologischer Steinsalzlösung, zeigte der Apparat keine merkliche Irreciprocität der Leitung.

Von den Organpraeparaten gaben:

$$\begin{aligned} \text{I.}\ i_{ho} &= 36.0\,, \ldots\ldots\ i_{he} = 31.0\,,\\ \text{II.}\ i_{ho} &= 31.2\,, \ldots\ldots\ i_{he} = 23.0\,,\\ \text{III.}\ i_{ho} &= 29.0\,, \ldots\ldots\ i_{he} = \phantom{0}8.8. \end{aligned}$$

[1] Bulletins de l'Académie royale des Sciences ... de Belgique. 3$^{me}$ Série. t. IV. No. 8. Août 1882. p. 209.

[2] Erdmann's und Werther's Journal für praktische Chemie. 1858. Bd. LXXIII. S. 48.

Daraus finden sich, $w_{lg} = 1$ gesetzt, nach der Formel

$$w_{ho} : w_{he} : w_{lg} :: \frac{1}{i_{ho}} - \frac{1}{i_0} :: \frac{1}{i_{he}} - \frac{1}{i_0} : \frac{1}{i_{lg}} - \frac{1}{i_0}$$

I. $w_{ho} = 2.397, \ldots w_{he} = 3.238$,
II. $w_{ho} = 3.199, \ldots w_{he} = 5.342$,
III. $w_{ho} = 3.655, \ldots w_{he} = 18.50$.

Dies höchst auffallende Ergebniss veranlasste mich nochmals den Widerstand des Froschmuskels im Vergleich zur physiologischen Lösung, wie auch bei gleicher Gelegenheit den des künstlichen Seewassers des Berliner Aquariums zu bestimmen, welches bei 22.75° C. ein specifisches Gewicht von 1.0250 besass, also scheinbar etwas mehr als bei Gelegenheit von Prof. CHRISTIANI's Bestimmung der Leitungsfähigkeit von Seewasser.[1] Diesmal war $i_0 = 60.9^{sc}$, $i_{lg} = 48.0^{sc}$; $i_m$ fand sich $= 40.0$, $i_{sw} = 56.5^{sc}$, woraus sich ergaben

$$w_m = 1.9383, \quad w_{sw} = 0.3202.$$

Ich hatte $w_m$ früher (1871) $= 1.9045$ gefunden; der Unterschied beträgt $\frac{1}{57}$; auf eine genauere Übereinstimmung ist bei derartigen Bestimmungen kaum zu rechnen.

Eine zweite Versuchsreihe der Art unternahm ich an der dritten Torpedo am zweiten Versuchstage. Ich übergehe die beobachteten Ablenkungen, und theile sogleich die daraus berechneten, auf den specifischen Widerstand der physiologischen Steinsalzlösung als Einheit bezogenen specifischen Widerstände von drei weiteren homo- und heterodrom durchströmten Praeparaten mit, welche kräftigen Organstrom zeigten.

IV. $w_{ho} = 3.5983, \ldots\ldots w_{he} = 13.5517$
V. $w_{ho} = 3.3741, \ldots\ldots w_{he} = 6.2752$
VI. $w_{ho} = 3.7781, \ldots\ldots w_{he} = 6.2752$.

Bei der gleichen Gelegenheit bestimmte ich den Widerstand des Leitungswassers $w_{lw}$ zu 37.955. Es war von Interesse zuzusehen, wie diese Bestimmungen des See- und des Leitungswassers zu den im Zitteraal-Buche a. a. O. mitgetheilten passen würden, welche Prof. CHRISTIANI mittels eines anderen Verfahrens gewann. In Prof. CHRISTIANI's Versuchen leitete das Leitungswasser **126.57** Mal schlechter als das Seewasser des Aquariums. Unsere Zahlen geben

$$0.3202 : 37.955 = 1 : \mathbf{118.52};$$

ein näheres Zusammentreffen ist unter solchen Umständen kaum zu verlangen.

---

[1] Untersuchungen u. s. w. S. 413.

Wie man sieht, leitet das Organ auch in homodromer Richtung, s besser leitet, erheblich, bis zu zweimal, schlechter als Frosch- kel parallel der Faser, und 7.5 bis 12 Mal schlechter als das wasser des Aquariums. Mit dem Seewasser aus dem Mittelmeere, ches fast 150 Mal besser leitet als Leitungswasser, würde das Ver- tniss noch ungünstiger sein. In heterodromer Richtung aber leitet s Organ sogar 20 bis 58 Mal schlechter als Seewasser.

Entsprechende, ziffermässige Bestimmungen für die quere Leitung es Organs zu erhalten, erlaubt unser Verfahren nicht. Dass das elek- trische Organ in querer Richtung völlig reciprok leite, habe ich schon vor langer Zeit am Zitterwelse gezeigt, wo man bequem Streife des Organs senkrecht auf die Schlagrichtung schneiden kann. Jetzt ver- suchte ich am Zitterrochen-Organ aber wenigstens zu ermitteln, wie die quere Leitung im Allgemeinen zur homo- und heterodromen sich verhalte. Ich schnitt aus dem Organ möglichst gleichmässig dicke quadratische Scheiben, deren einer Rand von Rücken-, der gegenüber- liegende von Bauchhaut, die beiden Seitenränder von den Seiten- flächen von Säulen gebildet waren, und sandte Inductionsschläge hindurch bald vom Bauch zum Rücken, bald vom Rücken zum Bauch, bald in querer Richtung vom einen Seitenrand zum anderen. In homo- dromer Richtung erfolgten beispielsweise 80.7, in heterodromer 22.5, in querer Richtung in jedem Sinne 99$^{\text{sc}}$. Es konnte der Verdacht entstehen, dass der Anschein besserer Leitung in querer Richtung davon herrühre, dass die Haut am Rücken- und Bauchrand der Scheibe den Widerstand bei Durchströmung der Länge nach vergrössere. Als ich aber die Seitenränder mit Hautstücken überzog, und durch diese hindurch ihnen den Strom zuführte, erfolgten immer noch 95$^{\text{sc}}$ Aus- schlag; nach Entfernung der künstlichen Hautbekleidung ebensoviel dagegen homodrom jetzt nur noch 75, heterodrom nur 18$^{\text{sc}}$. Danac scheint es, als leite das Organ in querer Richtung sogar besser a in homodromer, doch betrachte ich dies Ergebniss, wegen der Mang haftigkeit der Versuchsweise, noch nicht als sicher.

## §. XI. *Abhängigkeit des irreciproken Widerstandes und des W standes des Organs überhaupt vom Lebenszustande.*

Die geringe Leitungsgüte des Organs und deren Irreprocit an das Leben geknüpft. Wurde das Rohr mit Säulen gefüllt, w beiden Enden herausragten, und mehrere Minuten in siedendes cht, wobei das Organ saure Reaction annimmt, so blieb

der durch das Sieden bewirkten Schrumpfung der Säulen mit Organ gefüllt. Dass gesottenes Organ besser als lebendes leite, gab ich schon früher an (I. S. 224. 225). Ich kann jetzt hinzufügen, dass sein Widerstand erstens in beiden Richtungen völlig derselbe wird, zweitens dass er (nach der Abkühlung) kleiner ist als der kleinste Widerstand des Organs in homodromer Richtung, ja kleiner als der der physiologischen Salzlösung. Auf diesen als Einheit bezogen fand ich ihn nur noch = 0.9294.

Ähnlich, nur selbstverständlich in langen Zeiträumen, verlaufen die Dinge am freiwillig absterbenden Organ. Auch hier nähern sich der homodrome und der heterodrome Widerstand der Gleichheit, und es sinkt der homodrome Widerstand. Natürlich eignet sich das abgestorbene Organ, besonders im mehr vorgeschrittenen Zustand der Fäulniss, nur schlecht zu Praeparaten, welche in das Widerstandsrohr hineingezogen werden sollen. Die daraus dargestellten Praeparate haben, wie ich schon vor langer Zeit bemerkte (I. S. 206), die Neigung, zwischen der derberen Rücken- und Bauchhaut, welche ihre Polflächen überzieht, zu sanduhrähnlicher Gestalt zu zerfliessen. Doch gelingt es, bei einiger Geduld, Bestimmungen wie folgende zu erhalten.

Fünfundfünfzig Stunden nach dem Tode reagirte das bei niederer Temperatur aufbewahrte Organ der siebenten Torpedo nicht deutlich sauer. Es roch schon ammoniakalisch, wahrscheinlich also war die Säure durch das von der Umsetzung des Harnstoffes in den Geweben herrührende kohlensaure Ammonium neutralisirt, wie denn auch an den Muskeln nur stellenweise saure Reaction nachgewiesen werden konnte. Die Praeparate wirkten schwach in homodromem Sinne, doch war dies schwerlich Organstrom, eher eine durch im Inneren des Organs zufällig sich berührende saure und alkalische Flüssigkeit erzeugte elektromotorische Wirkung. An einem ersten Praeparat ergab sich

$$w_{ho} = 2.968, \ldots w_{he} = 3.231.$$

Die Irreprocität betrug also nur noch 8 Procent der homodromen Stromstärke. An einem anderen Praeparat aber wurde sie unmittelbar darauf ganz vermisst, und der nach beiden Richtungen gleiche Widerstand war nur noch

$$w_{ho} = w_{he} = 2.317.$$

Am folgenden Tage, 76 Stunden nach dem Tode bei deutlicher Fäulniss, konnte vollends kein Unterschied der homodromen und heterodromen Leitung mehr wahrgenommen werden, und ich fand an zwei Praeparaten

$$w_{ho} = w_{he} = 1.0826\,; = 0.8553.$$

Im letzteren Fall also war der Widerstand kleiner als der der physiologischen Steinsalzlösung, ja als der des gesottenen Praeparates.

Es fragt sich, woher die bedeutenden Schwankungen im heterodromen Widerstand des Organs herrühren mögen. Wahrscheinlich sind die grössten dafür gefundenen Zahlen die richtigsten, und die kleineren Werthe beruhen auf einer doppelten Ursache. Erstens ist das quetschende Hineinziehen der Säulen in das Widerstandsrohr unstreitig schon an sich ein deren Leistungsfähigkeit schädigendes Verfahren. Zweitens kann es nicht fehlen, dass dabei die Platten zum Theil, wenn nicht sämmtlich, mehr oder weniger schief sich lagern, da dann der an die senkrechte Richtung des Stromes gegen die Platten gebundene heterodrome Widerstand nothwendig sinkt.

Es wäre wünschenswerth gewesen, auch noch die Leitungsgüte anderer Gewebe des Zitterrochen, insbesondere seiner Muskeln, zu bestimmen. Allein erstens habe ich am Zitterrochen bisher keinen Muskel gefunden, der sich einigermaassen als regelmässiger Muskel nach Art einiger Oberschenkelmuskeln des Frosches, des Sartorius des Hundes und anderer mehr, gebrauchen liesse. Dann hatte ich im Anfang der Versuche an jedem Fische stets noch wichtigeren Fragen mein Augenmerk zuzuwenden, und in den wenigen Fällen, wo ich dazu kam, an den Muskeln experimentiren zu wollen, traf ich sie schon mehr oder minder leistungsunfähig, ja zum Theil sauer reagirend an. Dies ist auch der Grund, weshalb ich über die elektromotorische Kraft der Zitterrochen-Muskeln noch nichts zu sagen weiss.

## §. XII. *Die Leitung des elektrischen Organs bei der Untersuchung mittels beständiger Stromquellen.*

Was das elektrische Organ betrifft, so scheint nach Obigem nun doch kein Zweifel mehr daran sein zu können, dass es irreciprok leite. Giebt es keine solche Leitung, so ist man gezwungen, der absolut und relativ positiven, homodromen Polarisation unter Umständen die Kraft von zwanzig Grove'schen Elementen zuzuschreiben (I. S. 218. 219. 223). Wenn solche Kraft die Ursache der Überlegenheit des homodromen Stromes wäre, wie sollte man verstehen, dass selbst in homodromer Richtung das Praeparat schlechter leitet als physiologische Salzlösung, ja als Froschmuskel? Man kann nicht behaupten, dass es an sich so schlecht leite, dass trotz jener ungeheuren homodromen Kraft nur eine so kleine Stromstärke zu Stande kommt, denn dafür ist wieder die heterodrome Leitungsgüte auch im schlimmsten Falle

nicht klein genug. Dazu tritt noch, dass, wenn die Überlegenheit des homodromen Stromes auf Polarisation beruhte, es nicht zu begreifen wäre, wie beim Absterben, beim Todtsieden des Organs, die Leitungsgüte für beide Ströme gleich wird und dabei absolut zunimmt, so dass sie sogar die der physiologischen Salzlösung übertrifft. Das Wegfallen einer gleichsinnigen elektromotorischen Kraft kann nicht Schwächung des Stromes zur Folge haben.

Es scheint, wie gesagt, unmöglich, sich dem Gewicht dieser Gründe zu entziehen, und das Dasein der irreciproken Leitung im elektrischen Organ wird von hier ab als gesichert anzusehen sein. Doch steht unserer Vorstellung von dieser merkwürdigen Eigenschaft des Organs noch eine ansehnliche Wandlung bevor.

Ich erinnerte mich nämlich jetzt, dass ich diese sonst allem Anschein nach beweiskräftigen Versuche nur mit Inductionsschlägen ausgeführt hatte. Es fiel mir auf, dass in den oben S. 715 erwähnten Beobachtungsreihen, in denen der Strom Grove'scher Säulen längere Zeit durch die Praeparate geschlossen wurde, die Überlegenheit des homodromen Stromes zwar bemerkbar blieb, jedoch bei weitem nicht so stark sich geltend machte, wie in den Versuchen mit Inductionsschlägen oder mit kurz dauernden Säulenströmen. Der Verdacht stieg mir auf, dass die Irreciprocität der Leitung, ausser von der Dichte, auch noch vom zeitlichen Verlaufe des Stromes abhänge, und so fand es sich in der That.

An Stelle der secundären Rolle in den vorigen Versuchen wurde die Grove'sche Säule unmittelbar in den Kreis der Bussole aufgenommen, auf deren Spiegel nur 45 Windungen aus passender Entfernung wirkten. Die Säule wurde mittels des Quecksilberschlüssels aus freier Hand beliebig lange nach der Uhr oder auch nur kurze Zeit mittels der oben S. 693 Anm. erwähnten Vorrichtungen geschlossen. Erforderlichenfalls wurde sie mit der secundären Rolle des Inductoriums vertauscht, welche ganz auf die mit Stäben gefüllte primäre Rolle aufgeschoben war. Die Praeparate lagen auf der dreieckigen Glasplatte, mit Bauch- und Rückenhaut zwischen den Thonschilden der Zuleitungsgefässe. In den folgenden Versuchsreihen bedeutet 'Langer Schluss', dass die Säule so lange geschlossen gehalten wurde, wie es ohne zu grosse Störungen durch Erwärmung, Polarisation u. d. m. möglich war. Alle Ablenkungen sind auf die Grösse reducirt, die sie mit den 45 Windungen auf Null gehabt hätten.

## Erste Reihe.

### 6. Torp. — Frisch.

#### Grove'sche Säule.

Langer Schluss.

**I** ↑ 223 ↓ 223 ↑ 223.

Es giebt sich keine Irreciprocität der Leitung kund.

Langer Schluss.

**V** ↓ 1128 ↑ 1159 ↓ 1140 ↑ 1177.

Sichere, wenn auch schwache Irreciprocität.

Langer Schluss.

**XX** ↑ 4439 ↓ 4658 ↑ 5098 ↓ 4927.
— 219 — 440 + 171.

Die Strömung durch Erwärmung des Praeparates und der Thonschilde macht sich bemerkbar, so dass die Irreciprocität deutlich erst in der Reihe der Unterschiede hervortritt.

#### Inductionsschläge.

↑ 15 ↓ 3: 3 ↑ 15: 15.

Man sieht, dass das Praeparat, senkrecht auf die elektrischen Platten durchströmt, sobald nur kurzdauernde Schläge es treffen, die Irreciprocität der Leitung in vollem Maasse offenbart.

#### Grove'sche Säule.

Langer Schluss.

**XX** ↑ 4756 ↓ 4781 ↑ 4903 ↓ 4890
— 25 — 122 — 13.

Wieder zeigt sich die Irreprocität nur in der Reihe der Unterschiede.

SZ 0.0310

**XX** ↓ 86 ↑ 95 ↓ 84 ↑ 95.

Bei kurzem Schlusse tritt sie sofort klar hervor, wenn auch minder ausgesprochen als mit Öffnungsschlägen.

Langer Schluss

**XX** ↓ 5027 ↑ 4318 ↓ 4207 ↑ 4634

Trotz den Nebenwirkungen zeigt sie sich diesmal bei langem Schlusse, auch ohne die Reihe der Unterschiede aufzustellen.

Das Praeparat während der ganzen Versuchsreihe unverrückt.

## Zweite Reihe.

### 6. Torp. — Zweiter Tag.

#### Grove'sche Säule.

SZ [illegible] | Langer Schluss | SZ [illegible]

**I** ↑ [illegible] ↓ [illegible] ↑ [illegible] ↓ [illegible] | ↑ [illegible] ↓ [illegible] ↑ [illegible] ↓ [illegible] | ↑ [illegible] ↓ [illegible] ↑ [illegible] ↓ [illegible]

Hier wurden, statt 45 Windungen auf Null, [illegible] in [illegible] Entfernung angewandt. Die Ausschläge sind im Verhältniss von 45 [illegible] verkleinert und auf den [illegible] Null reducirt, vergl. I. S. [illegible].

Also selbst mit nur Einem Grove zeigt sich unter günstigen Umständen Irreciprocität der Leitung bei kurzem Schlusse, bei langem ist sie nur sehr schwach ausgeprägt, wie sie denn im entsprechenden Versuch der ersten Reihe ganz vermisst wurde.

| | SZ 0″0310 | | | | | | | | Langer Schluss | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **V** | ↑ | 20 | ↓ | 17 | ↑ | 19.5 | ↓ | 15 ‖ | ↑ | 878 | ↓ | 866 | ↑ | 902 | ↓ | 866 |

| | SZ 0″0310 | | | | | | | | Langer Schluss | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **XX** | ↑ | 115 | ↓ | 95 | ↑ | 120 | ↓ | 95 ‖ | ↑ | 5073 | ↓ | 5415 | ↑ | 7073 |
| | | | | | | | | | | | | — 342 | | — 1658. |

Die Erwärmung des Praeparates verhindert weitere Beobachtung; die irreciproke Leitung macht sich trotzdem in der Reihe der Unterschiede bemerkbar.

Diesen Versuchen schliesst sich als gleichbedeutend auch der letzte (25.) Versuch des Anhanges zur Ersten Mittheilung an. Hier wurde die Stromstärke in Kreise der durch ein Praeparat geschlossenen zwanziggliederigen Säule, und zugleich in einer zum Praeparat angebrachten Nebenschliessung beobachtet. Bei kurzer Schliessung war die Irreciprocität sehr stark, dauerte die Schliessung eine Secunde, so war sie schon ungleich schwächer.

## §. XIII. *Vom Gesetz und Wesen des irreciproken Widerstandes.*

Hiernach kann kein Zweifel sein, dass die Irreciprocität der Leitung bei kurzem Kettenschlusse, vollends bei Öffnungsschlägen eines Inductoriums, ungleich stärker hervortritt, als bei längerem Schlusse, und dass die Maassbestimmungen des §. X, sofern sie auf heterodrome Leitung im Organ sich beziehen, nur für Öffnungsinductionsschläge gelten. Folgendermaassen lässt sich nunmehr die doppelte Abhängigkeit der irreciproken Leitung von Stromdichte und -Dauer versinnlichen.

In Fig. 4 sieht man vom Nullpunkt aus nach links und vorn sich erstrecken die $\Delta$-Axe der Stromdichten, nach rechts und vorn die $T$-Axe der Schliessungszeiten. Als Ordinaten sind auf den Punkten der $T$-$\Delta$-Ebene aufgetragen die homodromen Widerstände $W$ und die heterodromen Widerstände $R$. Der homodrome Widerstand ist von Stromdichte und Dauer unabhängig, die ihn darstellenden Ordinaten haben also überall die willkürlich gewählte gleiche Höhe $Ow_1$, und ihre Köpfe liegen sämmtlich in der, der $T$-$\Delta$-Ebene parallelen Ebene $w_{1,2,3,4}$. Der heterodrome Widerstand ist unterhalb der Stromdichte $\Delta_s$ vom homodromen Widerstande nicht merklich verschieden, die Irreciprocität hier scheinbar gleich Null. Ob sie es wirklich sei, ist nicht ausgemacht, denn ich habe leider versäumt, die Versuche mit schwachen Öffnungsschlägen bei höherer Empfindlichkeit der Bussole zu wiederholen, da sich dann vielleicht ein bei der oben S. 728 angewendeten Empfindlichkeit unwahrnehmbarer Unterschied herausgestellt

hätte. Wie dem auch sei, einstweilen sagen wir, dass bei $\Delta_s$ eine Schwelle stattfindet, unterhalb welcher für gewisse Beobachtungsmittel

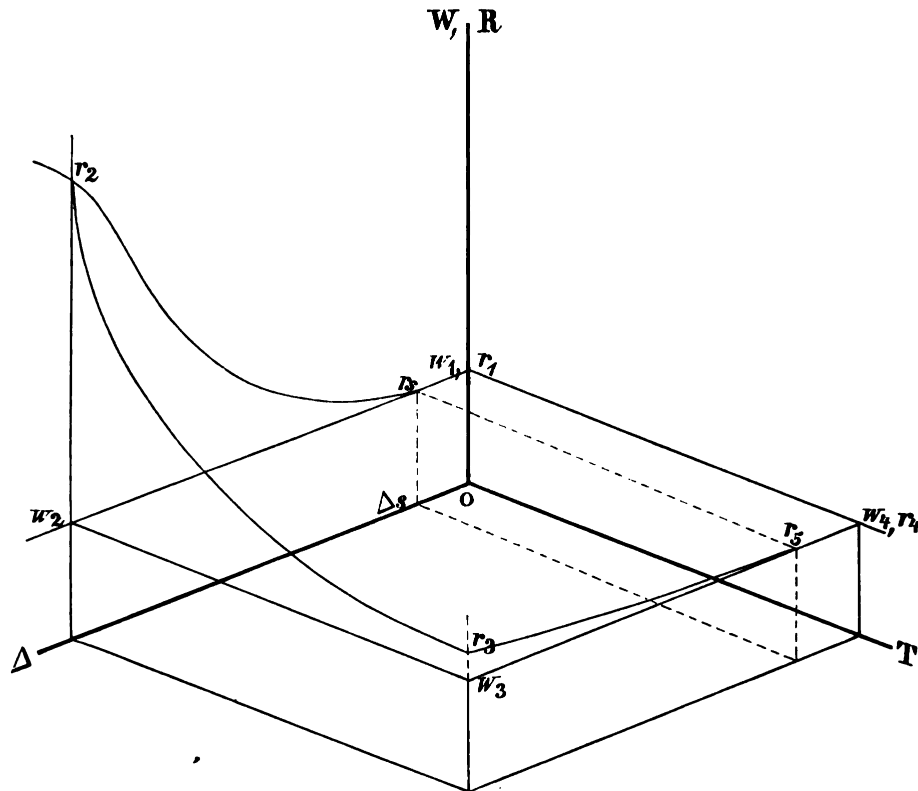



*Fig. 4.*

die Köpfe der die heterodromen Widerstände darstellenden Ordinaten in dem Stück $r_{1,s,5,4}$ der der $T$-$\Delta$-Ebene parallelen Ebene $w_{1,2,3,4}$ zu liegen scheinen. Über diese Schwelle hinaus aber wird der heterodrome Widerstand um so grösser, je grösser die Dichte und je kleiner die Schliessungszeit. Um so höher also erheben sich mit wachsender Dichte und mit abnehmender Schliessungszeit die Köpfe der Ordinaten $r$ über die Ebene $w_{1,2,3,4}$, so dass sie in der verwickelt gekrümmten Fläche $r_{1,2,3,4}$ liegen. Es ist anzunehmen, dass der heterodrome Widerstand mit wachsender Stromdichte einer Grenze sich nähere (s. oben S. 717); dies wird durch den, zuletzt gegen die Axe der Dichten concaven Verlauf der Curve des heterodromen Widerstandes für verschwindend kleine Schliessungszeit ausgedrückt. Ebenso nähert er sich wohl mit wachsender Schliessungszeit einer unteren Grenze, so dass die Curve $r_{2,3}$ sich asymptotisch einer der Axe der Zeiten parallelen Geraden anschliesst: worüber aber noch unten etwas zu bemerken sein wird.

Damit ist das Gesetz der Erscheinung im Grossen und Ganzen erkannt. Die Art, wie wir oben S. 716. 717 die Irreciprocität formulirten, erscheint nun wohl hinlänglich gerechtfertigt. Über die Ursache der Erscheinung ist es für jetzt unmöglich sich eine befriedigende Vorstellung zu bilden. Bei einem im Inneren eines porösen feuchten Leiters auftretenden, mit der Stromdichte wachsenden Widerstande wird man zunächst an etwas dem von mir beschriebenen inneren secundären Widerstand[1] Ähnliches denken. Doch ist kaum eine wahre Analogie zwischen beiden Erscheinungen vorhanden. Zwar hat der innere secundäre Widerstand mit dem heterodromen Widerstand im elektrischen Organ das gemein, dass Siedhitze ihn vernichtet. Aber abgesehen davon, dass er bisher nur an lebendem Pflanzengewebe erkannt wurde, ist er unabhängig von der Stromrichtung; zu seiner Entwickelung bedarf er längeren Schlusses, und ist er einmal entwickelt, längerer Zeit zu seinem Verschwinden, während im Gegentheil der heterodrome Widerstand im ersten Augenblick am stärksten vorhanden mit längerer Dauer des Stromes sinkt, und dann doch bei erneutem kurzem Schlusse wieder in voller Höhe sich zeigt.

Es scheint vielmehr als habe man sich zu denken, dass der heterodrome Strom, sobald seine Dichte einen gewissen Werth, den Schwellenwerth, im Praeparat übersteigt, auf einen besonderen Widerstand stösst, zu dessen Besiegung eine gewisse Zeit gehört. So würde es sich erklären, dass bei kurzen Stromstössen die Irreciprocität der Leitung stark hervortritt, bei längerer Dauer der Ströme nur noch vergleichsweise wenig davon übrig bleibt.

Vielleicht sogar beruht das geringe Maass von Irreprocität bei stetiger Strömung auf etwas Anderem, als die starke Irreciprocität bei Stromstössen. Denn eine schon in der Ersten Mittheilung, S. 223, gemachte Bemerkung darf jetzt hier nicht vergessen werden. Weil an dem Dasein der homodromen positiven Polarisation nicht zu zweifeln ist, muss sie auch dann noch als Mitursache der scheinbar irreciproken Leitung angesehen werden, wenn diese wirklich auf einen in beiden Richtungen ungleichen Widerstand zurückgeführt wird. Bei langem Schlusse wird die Irreciprocität aber so gering, dass der Grund fortfällt, aus welchem wir beim ersten Anblick deren Erklärung allein durch Polarisation für unwahrscheinlich hielten, nämlich die ungeheure, auf viele Grove sich belaufende Kraft, die wir der Polarisation zuschreiben mussten. Bei langem Schlusse beträgt der Unterschied der Stromstärken, soweit die Störungen durch Erwärmung u. d. m. es zu beurtheilen erlauben, nur noch wenige Procent, so dass bei zwanzig

[1] Gesammelte Abhandlungen u. s. w. Bd. I. S. 90 ff. 116 ff.

Grove'schen Gliedern im Kreise zur Erklärung der Irreciprocität eine Polarisationskraft von keinem vollen Grove genügen würde. Sollte diese Ansicht von der Sache sich bestätigen, so wäre also die Irreciprocität der Leitung gänzlich an die Kürze der Stromstösse gebunden. Die Curve $r_{2,3}$ in Fig. 4 müsste mit der Geraden $w_{2,3}$ verschmelzen, anstatt sich einer über ihr verlaufenden Parallelen anzuschliessen.

Dass die Mechanik der irreciproken Leitung im Längenelement der Säulen gänzlich im Dunklen bleibt, braucht nicht gesagt zu werden. Mit dem über irreciproke Leitung in galvanischen und Inductions-Kreisen Bekannten, welches sich in Prof. Christiani's Buch[1] zusammengestellt findet, lässt sich hier nichts anfangen. Als wahrscheinlich können wir hinstellen, dass nicht Nerven, Gefässe, Bindesubstanzen es sind, denen diese Eigenschaft zukommt, sondern die elektrische Platte selber. Von der Boll'schen Strichelung kann sie nicht abhangen, weil, abgesehen davon, dass man nicht begreift wie dies der Fall sein sollte, die Zitterwels-Platten an beiden Flächen gestrichelt sind.[2] Da Absterben und Siedhitze der Irreciprocität ein Ende machen, scheint es, als müsse sie mit der Function der Platte irgend etwas zu schaffen haben. In der Ersten Mittheilung, S. 219, versuchte ich die schlechtere heterodrome Leitung dadurch zu erklären, dass der heterodrome Strom die etwaigen elektromotorischen Molekeln schwer, oder überhaupt nicht, so zu drehen vermag, dass ihr positiver Pol nach der negativen, beim Zitterrochen nach der Bauch-Fläche des Organs hinsieht. Mit dieser Vermuthung scheint es auf den ersten Blick zu stimmen, dass am abgestorbenen Organ, in welchem die hypothetischen Molekeln zu wirken aufgehört haben, die Widerstände nach beiden Richtungen gleich werden. Es entsteht aber die Schwierigkeit, dass sie zugleich abnehmen, so dass sie kleiner werden, als im Leben der kleinere von beiden. Wenn die elektromotorischen Molekeln vermöge der verschiedenen elektrochemischen Natur ihrer Pole bei der elektrolytischen Leitung in der Art in Betracht kämen, wie nach der Grotthuss'schen Theorie aus elektropositiven und -negativen Stoffen zusammengesetzte Molekeln, müsste ja im Gegentheil das abgestorbene Organ in beiden Richtungen schlechter leiten, als das lebende in heterodromer Richtung. An die Auskunft ist doch nicht zu denken, dass das Organ an sich, ohne die durch elektromotorische Molekeln geleistete Hülfe, so schlecht leite, wie bei heterodromer Durchströmung im Leben, und dass durch Leichenveränderung, Säurebildung u. d. m. es dann besser leite, als im Leben homodrom durchströmt.

---

[1] Beiträge zur Electricitätslehre. Über irreciproke Leitung electrischer Ströme u. s. w. Berlin 1876.

[2] Untersuchungen u. s. w. S. 291. 391. 392.

## §. XIV. *Teleologie der irreciproken Leitung im elektrischen Organ.*

Schon wiederholt wurde in diesen Studien daran erinnert, wie die älteren Physiker und Physiologen, von Volta und Nicholson bis zu Faraday und Valentin, bei Erklärung der Wirkungen der Zitterfische nicht glaubten ohne isolirende Scheidewände auskommen zu können, die sie sich seitlich um die Organe angebracht oder im Augenblick des Schlages entstehend dachten. Die erste Frucht meiner Bemühungen auf diesem Gebiete war vor mehr als vierzig Jahren die Beseitigung dieses Irrthums. Aus histologischen Gründen bezweifelte ich Dasein, ja Möglichkeit solcher Hüllen, und zuerst nur theoretisch, später durch schematische Versuche, bewies ich, dass auch ohne isolirende Hüllen Vervielfältigung der elektromotorischen Elementarwirkung im umgebenden leitenden Mittel stattfinde, wenn gleich solche Säulenbildung als unvollkommen zu bezeichnen sei.[1]

Jetzt erfahren wir, dass in den elektrischen Organen eine Art der Leitung herrscht, zu welcher bisher nirgend ein Seitenstück bekannt ist. Jede neue Eigenschaft dieser wunderbaren Gebilde muss Aufmerksamkeit schon insofern erregen, als sich daran die Hoffnung knüpft, einen Blick in deren elektrischen Mechanismus zu erlangen. Die irreciproke Leitung interessirt nun aber ganz besonders noch dadurch, dass sie für das Organ Ähnliches leisten zu müssen scheint, wie isolirende Hüllen, ja dasselbe Ziel wohl gar noch vollständiger erreicht. Je weniger es uns gelang, diese Eigenschaft an sich mit einigem Verständniss zu durchdringen, um so erfreulicher muss es jetzt erscheinen, sie in der Oekonomie des Zitterfisch-Schlages, so zu sagen, eine nicht unwichtige Rolle übernehmen zu sehen. Folgende Betrachtung macht diese Rolle einsichtlich.

Man denke sich zuerst eine einzelne Säule des Zitterrochen-Organes von einer unendlichen leitenden Masse umgeben. Wir sehen vorläufig ab von allen Unterschieden des gewöhnlichen und des irreciproken Widerstandes, und von Polarisation, und stellen uns die Säule stetig wirksam vor. Es ist nicht schwer, das System von Stromcurven im Allgemeinen zu entwerfen, mit welchem die Säule den Raum erfüllt. Zunächst ist dies System selbstverständlich symmetrisch um die Axe der Säule vertheilt. Ferner ist es ebenso symmetrisch in Bezug auf die zur Axe senkrechte, sie hälftende Ebene. Um uns leichter zu verständigen, heisse diese Ebene die quere Mittel-

[1] Vorläufiger Abriss einer Untersuchung über den Muskelstrom und über die elektromotorischen Fische. Poggendorff's Annalen u. s. w. 1843. Bd. LVIII. S. 25 ff.; — Gesammelte Abhandlungen u. s. w. Bd. II. S. 678 ff.; — Untersuchungen u. s. w. S. 259. 284. 300.

ebene, das positive Rückenende der Säule gelegentlich das obere, das negative Bauchende das untere.

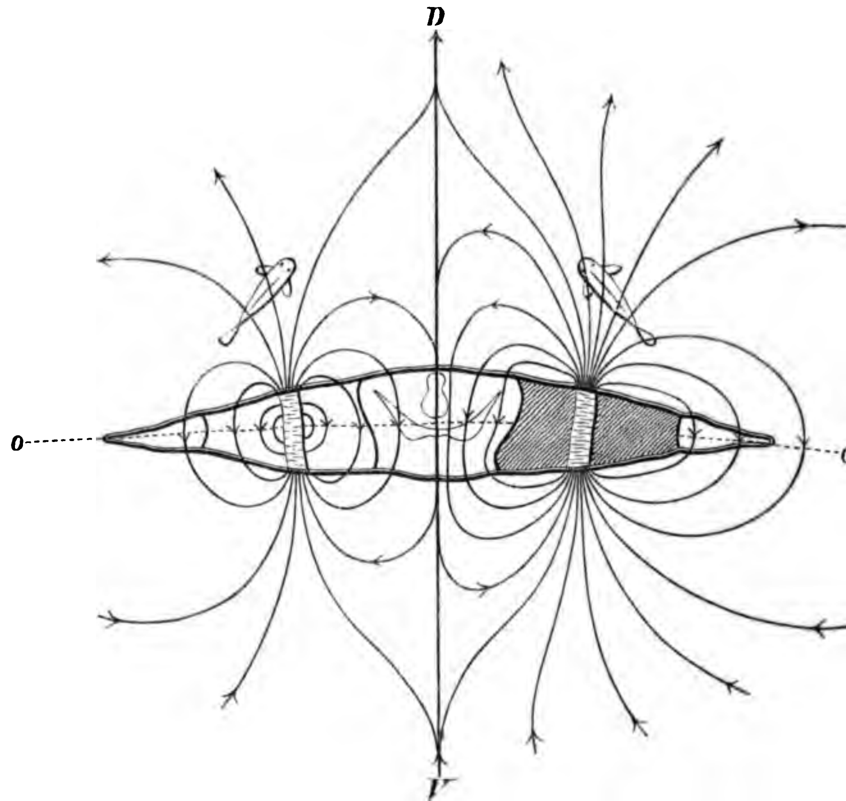



*Fig.* 5.

Stromcurven brechen aus der positiven Rückenfläche der Säule und auch aus Punkten der Seitenflächen oberhalb der mittleren Querebene hervor. Alle Curven schneiden senkrecht die quere Mittelebene *OO*, welche in der That die isoëlektrische Fläche von der Spannung Null ist. Die aus der Seitenfläche kommenden Curven kehren unterhalb der queren Mittelebene auch wieder zur Seitenfläche ein, die von Punkten der Rückenfläche ausgehenden zu entsprechenden Punkten der Bauchfläche. Die Verlängerung der Axe selber ist eine Stromcurve, die sich in der Unendlichkeit verliert. Im Inneren der Säule findet dergestalt eine Strömung vom Bauche zum Rücken statt, näher der Axe dieser fast parallel, näher den Seitenflächen nach oben und nach unten zu auseinanderweichend, so dass die Curven die Seitenfläche schneiden. Man sieht in Fig. 5 linker Hand, durch einen gleich zu erwähnenden Umstand verzerrt, den Durchschnitt des äusseren Curvensystems mit der Transversalebene des Fisches um eine allein [illegible] gedachte Säule entworfen.

Denkt man sich in der unendlichen leitenden Masse neben der ersten Säule eine zweite ganz gleiche Säule, ihre Axe der Axe jener parallel, ihre Rücken- und Bauchfläche in derselben Ebene, also auch die zu beiden Säulen gehörigen queren Mittelebenen zusammenfallend, so erfüllt die zweite Säule den Raum mit einem dem ersten ganz gleichen Systeme von Curven. Die den beiden Systemen angehörigen Stromfäden setzen sich in einem beliebigen Flächenelement des Raumes, gemäss dem Princip der Superposition der Ströme,[1] nach dem Parallelepiped der Kräfte zusammen. Ebenso verhält es sich mit einer dritten, vierten, *n*ten Säule. Verschwinden die Entfernungen der Säulen von einander und ihre Maasse gegen die Entfernung des betrachteten Flächenelementes, so wird die Dichte des Stromes im Element durch Hinzufügung der zweiten Säule verdoppelt, der dritten verdreifacht, der *n*ten ver-*n*-facht. Bei grösserer Nähe des Flächenelementes wird die Dichte des Stromes darin langsamer und in sehr verwickelter Art mit dem Anbringen neuer Säulen wachsen, stets aber mit deren Zahl ansteigen. Da übrigens jede Säule für alle anderen einen Theil des äusseren Raumes darstellt, wird jede von einem Theil der Stromfäden der anderen, meist heterodrom getroffen, und die Componenten der fremden Ströme ziehen sich innerhalb der Säule von denen des eigenen Stromes der Säule ab. Dies ist, was ich das Princip der unvollkommenen Säulenbildung nenne, und so wird verständlich, wie auch ohne isolirende Hüllen eine Vervielfältigung der Elementarwirkung in elektrischen Organen möglich sei.

Die weitere Betrachtung wird vereinfacht durch die Bemerkung, dass, da der Zitterrochen zwei symmetrisch gelegene Organe besitzt, es genügt, gleichzeitig in jedem Organ eine symmetrisch gelegene Säule in's Auge zu fassen. Für den von diesen beiden Säulen erregten Strömungsvorgang wird die in's Unendliche ausgedehnte Sagittalebene *VD* des Fisches eine Strömungsfläche. Wir können sie uns folglich, ohne etwas am Vorgang zu ändern, isolirend denken, oder auch den unendlichen leitenden Raum in dieser Ebene spalten, und wir brauchen nur zu untersuchen, was in dessen einer Hälfte geschieht.

Nach Obigem ist es klar, dass die sämmtlichen übrigen Säulen eines Organes von den Stromfäden der einen darin betrachteten Säule heterodrom durchsetzt werden, wie dies in Fig. 5 links von der Sagittalebene dargestellt ist. Fasst man einen Theil des äusseren Raumes in's Auge, etwa das in der Figur sichtbare Fischchen, so bilden für die das Fischchen treffenden Stromfäden die übrigen Strom-

[1] Vergl. Helmholtz in Poggendorff's Annalen u. s. w. 1853. Bd. LXXXIX. S. 212 ff.

fäden eine Nebenschliessung. Je schlechter diese leitet, um so stärker wird das Fischchen getroffen. Es wird folglich stärker getroffen, wenn man sich das Organ mit Ausnahme der einen gerade betrachteten Säule isolirend denkt, wie es in der Figur rechts von der Sagittalebene dargestellt ist, indem die Schraffirung isolirende Beschaffenheit bedeuten soll. Alsdann können die von den Randpartien der Rückenfläche und der oberen Hälfte der Seitenfläche der Säule ausgehenden Stromfäden sich nicht mehr durch die nächstbenachbarten Säulen zu den entsprechenden Punkten unterhalb der mittleren Querebene begeben, welche beiläufig hier zu einer mittleren Querfläche verbogen sein wird, sondern sie sind zu dem Umweg um die Ränder des Organes gezwungen. So haben sie einen ungleich grösseren Widerstand zu überwinden, und in demselben Maasse bilden sie für die das Fischchen treffenden Stromfäden schlechtere, d. h. weniger schwächende Nebenschliessung. Isolirende Beschaffenheit des Organes wird also die Wirkung der einen leitend und elektromotorisch wirksam gedachten Säule auf einen Theil des äusseren Raumes verstärken.

Zu demselben Ergebniss führt die Bemerkung, dass durch isolirende Beschaffenheit des Organes die Dichte der von jener Säule erregten Strömung rings um das Organ vermehrt werde, wie dies in der Figur erhellt, wenn man die Einschränkung der mittleren Querfläche beachtet, welche rechts als Folge der Isolation erscheint.

Bedingung für die Zulässigkeit dieser Schlüsse ist allein, dass der Widerstand der Säule nicht gegen den des äusseren Raumes verschwinde. Diese Bedingung ist beim Zitterrochen um so sicherer erfüllt, als, wie wir sahen, das Organ, wenn am besten, immer noch erheblich schlechter leitet, als Seewasser.

Das Organ isolirt nun zwar nicht, allein die von uns erkannte irreciproke Leitung leistet, wie bemerkt, hier Ähnliches wie völlige Isolation. Die Stromfäden, auf deren Ablenkung in schlechter leitende Bahnen es ankommt, sind sämmtlich, wo sie das Organ treffen, vorwiegend heterodrom. Sie stossen also im Organ auf einen Widerstand, der praktisch dasselbe bewirkt wie wenn das Organ isolirte. Vermöge der irreciproken Leitung findet das merkwürdige Verhalten statt, dass jede Säule ihren eigenen, homodromen Strom vergleichsweise gut leitet, den heterodromen Stromfäden aller übrigen Säulen aber den Weg versperrt, und da dies für alle Säulen gilt, so werden jene Stromfäden im Wesentlichen ebenso zu dem Umwege um die Ränder des Organs gezwungen, als wenn das Organ aus nicht leitendem Stoff bestände. Der Strom aller Säulen, mithin der Gesammtstrom des Organs, nimmt in Folge davon im äusseren Raum an Dichte oder an physiologischer Wirkung zu.

Die so herbeigeführte Verstärkung des Schlages ist jedenfalls bedeutender, als die, welche sich aus der von den älteren Forschern vermissten isolirenden Beschaffenheit der seitlich das Organ bekleidenden Fascien ergeben würde, denn diese hätte nur die Ströme zwischen Punkten der Seitenflächen der Randsäulen abgeschnitten, nicht aber die heterodromen Stromfäden in ihrem Verlauf durch das Organ selber gestört. Sogar der isolirenden Beschaffenheit der Hülle der einzelnen Säulen ist die bestehende Einrichtung überlegen, denn solche Beschaffenheit würde zwar die Ströme zwischen Punkten der Seitenflächen aller Säulen nöthigen, ihren Weg der Säule entlang zu nehmen, sie würde aber der Rückkehr der Ströme von der Rücken- zur Bauchfläche auf kürzestem Wege durch die benachbarten Säulen nichts in den Weg stellen. Bei der Dünne der Bindegewebescheiden der Säulen fällt übrigens der durch sie, statt durch die äussere leitende Masse, sich abgleichende Theil der Strömung nicht in's Gewicht, so wenig wie der, welcher Nerven und Blutgefässen folgt. Ganz besonderen Nutzen muss die Irreciprocität der Leitung den niedrigen Randsäulen des Organs bringen, in welchen die vereinten heterodromen Stromfäden der um zwei Drittel höheren medialen Säulen den eigenen homodromen, um ebenso viel schwächeren Strom sonst vielleicht grossentheils aufheben würden.

Bemerkt zu werden verdient, dass bei der Annahme zum Schlage sich ordnender dipolar elektromotorischer Molekeln in der elektrischen Platte, alles hier Gesagte ebenso gut auf die einzelne Molekel, wie auf die ganze Säule sich anwenden lässt. Bei dem verschwindenden Querschnitt der homodromen Strombahn in der Molekel fehlt es ihr, trotz der Kürze dieser Bahn, nicht an dem nothwendigen Widerstande, um die obigen Schlüsse auch für sie gerechtfertigt erscheinen zu lassen.

Durch die Irreciprocität der Leitung muss das die beiden Organe umgebende System von Stromcurven, von dessen Gestaltung in einer die Organe ungefähr hälftenden transversalen Ebene ich auf S. 199 der Ersten Mittheilung eine Vorstellung zu geben versuchte, nothwendig abgeändert werden; ich getraue mich aber noch nicht, Bestimmteres darüber zu äussern. Nur Eins ist sicher: der zwischen den medialen Rändern beider Organe liegende Theil des Thieres, namentlich sein Centralnervensystem, wird nicht bloss nach wie vor auf der Bahn der stärksten Strömung sich befinden, sondern sogar von noch dichteren Stromcurven getroffen werden. Bei der nun doch feststehenden Immunität des Zitterrochen gegen elektrische Schläge (I. S. 198. 199) kann es auf den Unterschied nicht ankommen.

Das hier vom Zitterrochen Gesagte passt im Wesentlichen auch auf Zitteraal und Zitterwels. Beim Zitterwels zuerst erkannte ich die

irreciproke Leitung des Organs, und in Dr. SACHS' Versuchen am Zitteraal fehlt es nicht an Spuren davon. Auch bei diesen Thieren wird die Undurchgängigkeit des Organes für heterodrome Ströme Verstärkung der Wirkung auf äussere Punkte zur Folge haben. Doch wird sie am meisten dem Zitterrochen zu statten kommen, da dieser Fisch wegen der guten Leitung des Seewassers gegen die elektrischen Süsswasserfische sehr im Nachtheil sich befindet.

Schon früher gelang es mir, bei den elektrischen Fischen überraschende Beispiele jener organischen Zweckmässigkeit aufzudecken. welche auch den strengen Anhänger mechanischer Causalität immer auf's Neue in Erstaunen setzen. Ich zeigte, wie die Gestalt der elektrischen Organe des Zitterrochen einerseits, des Zitteraales und Zitterwelses andererseits dem verschiedenen Leitvermögen von See- und Süsswasser angepasst sei;[1] wie beim Wachsthum des Zitteraales und des Zitterrochen die Organe ihre Gestalt gerade in dem Sinne ändern, wie Süss- und Seewasser es erheischen;[2] wie auch die elektromotorischen Kräfte beider Fische allem Ermessen nach ungefähr so sich verhalten, wie die Widerstände von Süss- und von Seewasser;[3] wie die positive Polarisirbarkeit des Organes durch schnell vorübergehende Stromstösse geeignet sei den Schlag zu verstärken, die negative durch Tetanisiren den Zweck erfülle, dass eine neue Entladung nahezu wieder von Null anhebe.[4] Ich bewies die den elektrischen Fischen und ihrer Brut unentbehrliche Immunität gegen elektrische Schläge. Endlich die merkwürdigen WAGNER'schen Nervenbüschel im Organ des Zitterrochen schienen die Wirkung haben zu können, dass alle von der nämlichen Primitiv-Nervenfaser innervirten elektrischen Platten möglichst gleichzeitig in Thätigkeit treten.[5] Nur in Einem Punkte verstanden wir die Anordnung der Zitterrochen-Organe nicht: die an die Sagittalebene grenzende Gegend des äusseren Raumes über dem Rücken des Thieres schien uns, obwohl gerade am meisten des Schutzes bedürftig, fortificatorisch gesprochen, ein todter Winkel sein zu müssen (I. 200. 201). Diesem Übelstand ist nun unstreitig durch die irreciproke Leitung bis zu einem gewissen Grade abgeholfen.

Wie dem auch sei, das Beispiel innerer Zweckmässigkeit, auf welches wir jetzt geführt wurden, übertrifft an Sinnigkeit, so zu sagen, alle jene früheren weitaus. Es hätte gewiss des tiefsten Nachdenkens eines guten Kopfes bedurft, um auf den Einfall zu kommen,

---

[1] Gesammelte Abhandlungen u. s. w. Bd. II. S. 696.
[2] Untersuchungen u. s. w. S. 14 ff.; — Archiv für Physiologie. 1883. S. 252.
[3] Untersuchungen u. s. w. S. 411 ff.
[4] Untersuchungen u. s. w. S. 220.
[5] Untersuchungen u. s. w. S. 293.

jede Säule für ihren eigenen Schlag zu einem so guten Leiter zu machen, wie die sonstigen Eigenschaften thierischer Gewebe es gestatten, für den Strom aller anderen Säulen aber vergleichsweise zu einem Nichtleiter. Nicht am wenigsten witzig erscheint dabei, dass, da der Schlag der Zitterfische schnell vorübergeht, das Organ auch nur kurze Stromstösse irreciprok leitet. Was hätte es ihm genützt, wäre es auch für beständige heterodrome Ströme zu einem vollkommenen Nichtleiter geworden?[1]

## §. XV. *Die positive Polarisation in ihrer Abhängigkeit von der Dichte des polarisirenden Stromes. Ein Fall von relativ positiver Polarisation durch den heterodromen Strom.*

Durch Feststellung der irreciproken Leitung ist für die Untersuchung der Polarisationserscheinungen im elektrischen Organ wenigstens nach Einer Richtung hin eine bisher vermisste Grundlage gewonnen. Wir brauchen nicht mehr der relativ positiven Polarisation durch den homodromen Strom eine offenbar ganz sinnlose Stärke und eine mit ihrer späteren Nachhaltigkeit im Widerspruch stehende ebenso maasslose Flüchtigkeit in den ersten Augenblicken nach Öffnung der polarisirenden Kette zuzuschreiben. Daraus, dass auch bei längerem Schluss der homodrome Strom den heterodromen übertrifft, dürfen wir nun aber freilich nicht den Schluss ziehen, den wir in der Ersten Mittheilung, S. 228. 229, für den Fall in Aussicht nahmen, dass es keine irreciproke Leitung gebe. Es giebt solche Leitung, folglich kann von ihr jene Überlegenheit herrühren, folglich beweist letztere noch nicht, dass die positive Polarisation und der Schlag verschiedene Vorgänge sind.

Vor Allem schien es geboten, die Abhängigkeit der absolut positiven Polarisation von der Stromdichte genauer festzustellen, über

---

[1] In geschichtlicher Beziehung sei daran erinnert, dass merkwürdigerweise schon einmal die irreciproke Leitung mit dem Schlag der Zitterfische in Verbindung gebracht worden ist. Den ältesten bekannten Fall irreciproker Leitung boten P. Erman's unipolare Leiter, die Flamme, Seife, Eiweiss, andere thierische Stoffe in einem gewissen Grade der Trockniss dar. »Noch frage man mich nicht,« sagt er in seiner etwas wunderlichen Sprache, »ob ich wohl am Ende zu glauben vermag, dass die erwähnte »isolirende Eigenschaft der unipolaren Leiter... mit dem Mechanismus der Spontaneität »der vorzugsweise sogenannten elektrischen Thiere einen denkbaren Zusammenhang »habe. Ich kann diese Frage zur Zeit nicht beantworten, aber gestehen will ich, dass »ihre Lösung mein Augenmerk bei dieser Untersuchung war.« (Gilbert's Annalen der Physik. 1806. Bd. XXII. S. 44. 45.)

welche es mir am Schluss der Ersten Mittheilung noch an planmässigen Versuchen fehlte. Ich habe jetzt dergleichen in der Art angestellt, dass ich durch ein und dasselbe Praeparat einen Stromstoss von stets derselben Dauer, aber ausgehend von einer Grove'schen Säule schickte, deren Gliederzahl von I bis L wuchs und wieder abnahm. Die folgenden Zahlen geben ein Bild von dem Erfolge.

## I.

4. Torp. — Frisch. — OS 0.0102. — 1'P.

SZ 0''.0764

| | I | V | X | XX | XXX | L | XXX | XX | X | V | I | XX | XXX | L |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| S ↑ | + 500 + x | 500 + x | 250 | 250 | — | 315 | 125 | 41 | 10 | − 3 | 0 | + 60 | + 43 | + 173 |
| P | 3.5 | 20 | 38 | 87 | 148 | 322 | 152 | 78 | 35 | 18 | 2.5 | 78 | 173 | 319. |

Das, wie der starke Organstrom bekundet, sehr leistungsfähige Praeparat schlägt sichtlich die beiden ersten Male, durch den Strom von nur Einem Grove erregt, und zeigt von da ab mit der Stromdichte regelmässig steigend und wieder sinkend, absolut und relativ positive Polarisation. Bei dreissig Gliedern findet eine Störung statt, welche aber die Brauchbarkeit der ganzen Reihe sonst nicht beeinträchtigt.

## II.

Alles sonst wie in Reihe I. — OS 0.0341.

| | I | | V | X | XX | XXX | L | | X |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| S ↑ | + 3; + 3 | ↓ − 12 | ↓ { − 5; − 3<br>{ + 19; + 10 | { − 13<br>{ + 22 | { − 7<br>{ — | { − 13<br>{ + 9 | { − 17<br>{ + 15 | ↑ + 238 | ↓ − 12 |
| P | 3.5 | 2.5 | 15.5; 15 | 32 | 64 | 97 | 178 | 267 | 34 |

Die zweite Reihe habe ich vorzüglich deshalb hergesetzt, weil sie das oben S. 715 erwähnte, bisher freilich alleinstehende, aber doch scheinbar unanfechtbare Beispiel absolut negativer, relativ positiver Polarisation durch den heterodromen Strom bietet. Das Auftreten dieser Polarisation ist um so bedeutungsvoller, als dem relativ positiven Hauptausschlag ein relativ negativer Vorschlag voraufgeht. Dies lässt schliessen, dass die relativ positive heterodrome Polarisation stets vorhanden ist, nur verdeckt durch die homodrome, relativ negative Polarisation.

Die erste Reihe zeigt in voller Ausprägung die Erscheinungen, wie sie in der Ersten Mittheilung, S. 227. 228, in allgemeinen Ausdrücken geschildert wurden. Sie scheint der Annahme einer vom Schlage verschiedenen absolut und relativ positiven Polarisation durch den homodromen Strom das Wort zu reden. Doch fehlt es noch an einem ganz zuverlässigen Beweise für die Richtigkeit der einen oder

der anderen Auffassung, wie als Ersatz für den im §. VI vergeblich angestrebten Erfolg öftere Wiederkehr des in der zweiten Reihe sich kundgebenden Verhaltens ihn liefern würde.

## §. XVI. *Von der doppelsinnigen Leitung in den elektrischen Nerven des Zitterrochen.*

In den Versuchen der Ersten Mittheilung war über anderen Ermittelungen eine Frage unbeantwortet geblieben, welche zwar längst entschieden doch nicht zu oft zum Gegenstand erneuter Prüfung gemacht werden kann: die Frage nach der doppelsinnigen Leitung in den elektrischen Nerven, deren rein centrifugale Beschaffenheit sie zu einem unschätzbaren Versuchsgegenstande für diesen Zweck macht. Der erste Versuch, den ich an dem ersten Fisch (dem im Opisthotonus befindlichen) im vorigen Sommer anstellte, galt dieser Frage.

Mit 10000 Windungen auf Null liess sich der schwache Strom der elektrischen Nerven sehr schön beobachten: stets gab sich die in der Ersten Mittheilung hervorgehobene stärkere Negativität des peripherischen Querschnittes zu erkennen. So erhielt ich an der ersten, kranken Torpedo von den Nerven

| | | I (links) | II | I (rechts) |
|---|---|---|---|---|
| mit peripherischem | Querschnitt | + 0.00718 | + 0.00822 | + 0.00568 |
| » centralem | Querschnitt | — 0.00508 | — 0.00568 | — 0.00409 |
| | Unterschied | + 0.00209 | + 0.00254 | + 0.00159 |

in Raoult: Zahlen, welche sich den in der Ersten Mittheilung angeführten vollkommen anreihen. Bei späterer Gelegenheit versuchte ich auch nachzuweisen, dass die elektromotorische Kraft des zwischen zwei Querschnitten der elektrischen Nerven aufsteigenden Stromes — er mag der Axialstrom heissen — proportional der Länge des Nervenstückes wächst, doch gelang mir dies noch nicht mit der wünschenswerthen Regelmässigkeit. Bei der Beobachtung des Axialstromes zwischen Längsschnittspunkten des unversehrten Nerven, die ich gleichfalls versuchte (vergl. I. S. 231), stiess ich auf die Schwierigkeit, dass, da die elektrischen Lappen ausgestanzt worden waren, die Negativität des oberen Querschnittes sich vorwiegend geltend machte. Man wird den Versuch an der nicht ihrer elektrischen Lappen beraubten Torpedo anstellen müssen, nur dass es dabei schwer sein wird, Störungen durch freiwillige oder reflectorisch ausgelöste Schläge zu vermeiden.[1]

[1] Nächstens erscheint im Archiv für Physiologie eine in der physikalischen Abtheilung des physiologischen Instituts ausgearbeitete Abhandlung von Hrn. Dr. M. Mendelssohn, welche den Axialstrom an verschiedenen rein centrifugal oder centripetal wirkenden Nerven verfolgt.

Ich tetanisirte nun die Nerven der ersten Torpedo, an welchen bei dieser Gelegenheit die obigen Zahlen gewonnen wurden, mit dem Schlitteninductorium in Helmholtz'scher Anordnung. Die primäre Rolle war mit Stäben gefüllt; die Schläge wurden dem Nerven durch die Thonspitzen der unpolarisirbaren Röhren zugeführt. Die secundäre Rolle musste bis auf $30^{mm}$ genähert werden, um gute Schwankung im Betrage von $7—10^{sc}$ zu bekommen. Wiederholt wurde die Schwankung an demselben Nerven sowohl bei ab- wie bei aufsteigender Richtung der Reizung beobachtet, und so diese wichtige Lücke ausgefüllt.

Die Störungen, welche sich in den entsprechenden Versuchen der Ersten Mittheilung dargeboten hatten, traten dabei nur einmal hervor. Ähnliche Beobachtungen machte neuerlich auch Hr. Ewald Hering an Ischiadnerven vom Frosche,[1] so dass die Sache mit der Function der elektrischen Nerven wohl nichts zu thun hat, sondern darauf hinausläuft, dass durch die neuen Methoden an den früher nur in grossen Umrissen skizzirten Erscheinungen jetzt mancher feinere Zug erkennbar wird. Mit einem Thonphantom statt des Nerven blieb jede Wirkung beim Tetanisiren aus.

Darauf wurde an den elektrischen Nerven desselben Fisches auch noch der Elektrotonus beobachtet. Die Versuche wurden ganz wie bei der ersten Gelegenheit geleitet (I. S. 234). Wie schon Prof. Christiani, sah auch ich nunmehr anelektrotonische und katelektrotonische Zuwachse nach beiden Richtungen sich ausbreiten, eine Beobachtung, die ich das erste Mal versäumt hatte, weil meine Aufmerksamkeit durch unerklärt gebliebene Störungen in Anspruch genommen war, welche sich mir, wie schon vorher Prof. Christiani darboten. Auch jetzt machten sie sich wieder bemerkbar. Es erfolgten Elektrotonuszuwachse in falscher Richtung; nach Durchschneiden des Nerven blieben Wirkungen in richtigem Sinne und von ansehnlicher Stärke zurück. Weitere Versuche müssen über die Bedeutung dieser Unregelmässigkeiten entscheiden.

## §. XVII. *Von den secundär-elektromotorischen Erscheinungen an den elektrischen Nerven des Zitterrochen.*

An den elektrischen Nerven des zweiten Fisches suchte ich die Frage nach ihrem secundär-elektromotorischen Verhalten zu beant-

[1] Beiträge zur allgemeinen Nerven- und Muskelphysiologie. 15. Mittheilung. Über positive Nachschwankung des Nervenstromes nach elektrischer Reizung. In den Wiener Sitzungsberichten, 1884. Bd. LXXXIX. S. 137 ff.

worten. Man erinnert sich aus der Abhandlung über die secundär-elektromotorischen Erscheinungen der Muskeln und Nerven, dass an den hinteren Wurzeln der Rückenmarksnerven vom Frosch die positive Polarisation durch den aufsteigenden Strom sehr regelmässig die durch den absteigenden übertrifft. Bezeichnet man die physiologische Wirkungsrichtung der Wurzeln auch hier als homodrom, die entgegengesetzte als heterodrom, so erfolgt also die positive Polarisation in homodromer Richtung stärker als in heterodromer. Dagegen ist an den vorderen Wurzeln der entsprechende Unterschied nicht so deutlich, und wenn er anfangs sich zeigt, verwischt er sich bald, d. h. die positive Polarisation im homodromen, hier absteigenden Sinne übertrifft nicht merklich oder nicht dauernd die im heterodromen, hier aufsteigenden Sinne.[1] Bei der grossen Schwierigkeit, welche für diese Versuche an den Wurzeln aus der letzteren Kürze und Zartheit erwächst, erschien es in hohem Grade wünschenswerth, diese Versuche an den elektrischen Nerven zu wiederholen, welche allem Ermessen nach rein, oder fast rein centrifugal, von einer Länge und Dicke erhalten werden, wie sie in der dem physiologischen Versuche bisher zugänglich gewordenen Thierwelt sonst nicht vorkommen. Ich gab in der Ersten Mittheilung, S. 230, an, dass sie leicht in einer Länge von 3—4$^{cm}$ unverzweigt darstellbar seien, habe sie aber jetzt bis zu 55$^{mm}$ lang, bei 2.5$^{mm}$ Dicke, vor mir gehabt.

Die Nerven kamen in eine Rinne zu liegen, welche mit dem Dreikanter in ein nachmals gefirnisstes Stück Kork gefeilt war. An die beiden Querschnitte stiessen die Thonschilde der Zuleitungsbäusche des Säulenkreises. Die Thonspitzen der unpolarisirbaren Leitungsröhren lagen als Enden des Bussolkreises symmetrischen, den beiden Querschnitten nahen Längsschnittspunkten an. Dabei gab sich der Axialstrom mit einer Kraft von 0.00125 bis 0.00212, den oben S. 747 verzeichneten Unterschieden möglichst genau entsprechend, regelmässig zu erkennen. An der Bussole (*S*) befanden sich 10000 Windungen auf Null, an der Bussole (*P*) 50 Windungen in 20$^{mm}$ Abstand. Ich erhielt folgende Zahlen:

2. Torp. — Frisch. — 1′P.

| | | SZ 0″.0154 | | | | | | | | | SO″.0764 | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| P | V | ↓ — | X | ↓ + 2 | XXX | ↓ + 4.5 | ↑ + 9 | ↓ + 5 | ↑ + 7 | ‖ | ↓ + 12.5 | ↑ + 10 | ↓ + 9 | ↑ + 15 |
| S | | 1.5 | | 5 | | 18 | 18.5 | 18 | 18 | ‖ | 82 | 83 | 83 | 82.5 |

Nur noch halbe Länge des Nerven. SZ 1″.024

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ‖ | ↑ + 14 | ↓ + 10; 6 | ↑ + 10; 9.5 | ‖ | ↓ — 20 | ↑ — 17 | ↓ — 20 | ↑ — 20 |
| ‖ | 162 | 164; 162.5 | 162; 163.5 | ‖ | 1171 | 1079 | 1171 | 1063. |

[1] Diese Berichte, 1883, Bd. I. S. 382—387.

Da mit der halben Nervenlänge die Stärke des primären Stromes sehr nahe verdoppelt erschien (162.8 statt 165.2), war nicht etwa (ein Verdacht, den man hätte fassen können) die Stromdichte wegen des grossen Querschnittes des Nerven kleiner als in den Versuchen an sensiblen Wurzeln vom Frosch. Eine mehr entschiedene Verneinung der gestellten Frage konnte der Versuch nicht ertheilen. Doch liess ich mich dadurch von erneuten Bemühungen nicht abhalten, die jedoch keinen anderen Erfolg hatten. Diesmal wurden an der Bussole (*S*) 20000 Windungen im Abstand Null gebraucht.

4. Torp. — Frisch. — 1′P.

SZ 0″0031 — Erster Nerv — SZ 0″0123

| | | | SZ 0″0031 | | | | | | | ‖ | | | Erster Nerv | | | ‖ | | SZ 0″0123 | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| S | X | ↑ | + 5 | ↓ | − 4 | ↑ | + 5 | ↓ | − 3 | ‖ | XX | ↑ | + 5 | ↓ | − 2 | ‖ | ↑ | − 7 | ↓ | {− 1 ; − 1 / + 3 ; + 4.5} | ↑ | {− ? ; − 0.5 / + 5 ; + 6} |
| P | | | 2 | | 2 | | 2 | | 2 | ‖ | | | 3.5 | | 3 | ‖ | | 10 | | 10 ; 10 | | 10 ; 10. |

SZ 0″0310

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| S | XX | ↓ | {− ? / + 14} | ↑ | {− ? / + 10} | ↓ | {− ? ; − ? / + 10.5 + 7} | ↑ | {− 0.5 / + 12} |
| P | | | 22 | | 22 | | 21.5 ; 21.5 | | 21.5. |

SZ 0″0310 — Zweiter Nerv

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| S | XXX | ↓ | + 15 | ↑ | + 16 | ↓ | + 7.5 | ↑ | + 17 |
| P | | | 25.5 | | 24 | | 24 | | 24. |

Nach Beendigung dieser Versuchsreihe stellte sich heraus, dass an einer Stelle des Säulenkreises die Leitung schadhaft war; es war derselbe Fehler, welcher die oben S. 746 verzeichnete Störung verursacht hatte. Doch scheint es nicht, als ob dies im Geringsten dazu beitragen könne, das abermals vollständig verneinende Ergebniss abzuschwächen, und bei der Mannigfaltigkeit der versuchten Combinationen von Stromdichten und Schliessungszeiten ist kaum zu erwarten, dass spätere Erfolge Etwas an dem jetzigen Ergebniss ändern werden. Doch wird es Schuldigkeit sein, sich noch nicht dabei zu beruhigen, und besonders auch die Prüfungen auf andere Nerven von möglichst vollkommener physiologischer Gleichartigkeit ihrer Fasern auszudehnen.

---

Ausgegeben am 23. Juli.

---

Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei.

1885.
**XXXVII.**

# SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

# AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

ZU BERLIN.

23. Juli. Gesammtsitzung.

Vorsitzender Secretar: Hr. Auwers.

1. Hr. Hofmann las über das pentamethylirte Amidobenzol.

2. Derselbe theilte ferner Untersuchungen über das polymere Sulfocyanmethyl mit:

I. Über die Sulfocyanursäure.
II. Über alkylirte Melamine nebst Betrachtungen über die Constitution des Melamins und der Cyanursäure.
III. Polymerisationen des Phenylcyanamids.

Diese Mittheilungen werden in einem der nächsten Berichte erscheinen.

3. Hr. von Helmholtz überreichte die umstehend folgende Mittheilung des Hrn. Prof. F. Himstedt in Freiburg i. B. über eine Bestimmung des Ohms.

# Eine Bestimmung des Ohms.

Von Prof. F. Himstedt
in Freiburg i. B.

(Vorgelegt von Hrn. von Helmholtz.)

Durch die von der Grossherzoglich Badischen Regierung für eine absolute Widerstandsmessung bewilligten Mittel bin ich in den Stand gesetzt worden, eine Ohmbestimmung nach der von mir kürzlich veröffentlichten Methode[1] auszuführen, und bitte ich um die Erlaubniss, der Königlichen Akademie im Folgenden die Resultate meiner Messungen in Kürze mittheilen zu dürfen.

Bei der erwähnten Methode werden an demselben Galvanometer die constanten Ablenkungen des Magneten beobachtet, welche hervorgebracht werden das eine Mal durch $n$ in der Secunde das Galvanometer passirende Inductionsströme gleicher Richtung, das andere Mal durch einen constanten Strom, dessen Stärke ein bekannter Bruchtheil des inducirenden Stromes ist. Bezeichnen wir die beobachteten Ablenkungswinkel mit $\alpha_1$ und $\alpha_2$, so findet sich, wie a. a. O. näher ausgeführt ist, der gesuchte Widerstand $r$ aus der Gleichung

$$\text{I.} \qquad r = n \cdot V \cdot \frac{\operatorname{tg} \alpha_2}{\operatorname{tg} \alpha_1},$$

in welcher $V$ das Potential der benutzten Inductionsrollen auf einander bezeichnet. Nimmt man für die inducirende Rolle ein Solenoid mit nur einer Drahtlage, gegen dessen Länge der Radius desselben, sowie die Dimensionen der inducirten Rolle nur klein sind, so wird

$$V = 4\pi^2 R^2 K \cdot b \cdot (1 + 2a),$$

folglich

$$\text{II.} \qquad r = 4\pi^2 R^2 K \cdot b \cdot n(1 + 2a) \frac{\operatorname{tg} \alpha_2}{\operatorname{tg} \alpha_1}.$$

Hierin bezeichnet $R$ den Radius des Solenoids, $K$ die Zahl der Windungen auf der Längeneinheit, $b$ die Gesammtzahl der Windungen,

[1] Wied. Ann. Bd. 22 S. 281. 1884.

aus welchen die Inductionsrolle besteht, und $2a$ ein Correctionsglied, das die Einwirkung der Endflächen des Solenoids zum Ausdruck bringt. Bei den nachfolgend beschriebenen Versuchen war der Werth von $2a$ stets kleiner als 0.03, so dass für die Bestimmung von $r$ nur die genaue Messung der Grössen $R$, $b$, $n$, $K$ und $\mathrm{tg}\,\alpha_2/\mathrm{tg}\,\alpha_1$ in Frage kommt.

Die Vortheile dieser Versuchsanordnung bestehen darin, dass die Zahl der zu messenden Grössen eine verhältnissmässig sehr kleine ist, und dass alle die Grössen in Wegfall kommen, bei deren Bestimmung die erforderliche Genauigkeit anerkannter Maassen nur schwer zu erreichen ist. Ich rechne hierher: die Constanten resp. Variationen des Erdmagnetismus und des Stabmagnetismus, den Inductionscoefficienten resp. die Windungsflächen von Drahtspulen mit vielen Lagen übereinander, den Reductionsfactor eines Galvanometers, Trägheitsmoment und logarithmisches Decrement schwingender Magnete und besonders auch die genaue Bestimmung des Widerstandes von Kupferdrähten, welche oft nicht einmal alle in demselben Zimmer sich befinden und deren Temperatur immer nur angenähert aus der Temperatur der umgebenden Luft gefunden werden kann.[1]

Alle Längenmessungen der folgenden Arbeit sind bezogen auf einen Maassstab, den Hr. Geh. Regierungsrath Foerster die Güte hatte in der Normal-Aichungs-Commission in Berlin mit dem Normalmeter vergleichen zu lassen. Die Zeitmessungen sind ausgeführt mit einem Schiffs-Chronometer von Bröcking, dessen Gang durch Zeitbestimmungen controlirt wurde.

Das Solenoid ist auf eine vielfach verleimte Walze aus Holz gewickelt, wie solche in den Orchestrions verwendet werden. Dieselbe ist im Jahre 1868 angefertigt und im Mai vorigen Jahres nochmals abgeschliffen und auf der Drehbank polirt. Der Durchmesser derselben wurde auf drei verschiedene Arten bestimmt, die so gewählt waren, dass sie zugleich ein Urtheil darüber ermöglichten, ob der Querschnitt der Walze mit genügender Annäherung ein Kreis und ob ebenso die ganze Walze ein Cylinder war. Es wurden

1. mittels einer Mikrometerschraube an dreizehn über die Länge der Walze gleichmässig vertheilten Punkten je sechs Durchmesser desselben Querschnitts verglichen mit der Länge[2] eines Glasstabes von $23.3264^{\mathrm{cm}}$. Für den Durchmesser wurde gefunden:

| der kleinste Werth | der grösste Werth | im Mittel |
|---|---|---|
| $23.3193^{\mathrm{cm}}$ | $23.3286^{\mathrm{cm}}$ | $23.3248^{\mathrm{cm}}$, |

---

[1] Vergl. hierüber Rotti, Nuov. cim. Ser. 3. Vol. XV, Determinazione della resistenza elettrica di un filo in misura assoluta.

[2] Die Länge dieses Glasstabes wurde in der Normal-Aichungs-Commission in Berlin bestimmt.

2. wurden an dreizehn aequidistanten Punkten die Umfänge durch umgelegte Papierstreifen gemessen. Hieraus ergab sich für den Durchmesser

| der kleinste Werth | der grösste Werth | im Mittel |
|---|---|---|
| $23.3186^{cm}$ | $23.3252^{cm}$ | $23.3229^{cm}$, |

3. wurde der Durchmesser berechnet aus der Länge des aufgewickelten Drahtes. Bei der Wickelung wurde gleichzeitig die Drahtdicke mittels Mikróskop mit Ocularmikrometer an 332 Punkten gemessen und gleich $0.0472^{cm}$ gefunden.

Für den Durchmesser der Walze ergab sich:

$$D = 23.3262^{cm}.$$

Die Messungen Nr. 2 wurden nach der Wickelung wiederholt, $D = 23.3190^{cm}$, und am Schlusse aller Beobachtungen nochmals ausgeführt, sowohl mit Papierstreifen als mit einem Stahlbandmaass, $D = 23.3194^{cm}$ und $23.3204^{cm}$. Als Mittel aus allen Messungen ergiebt sich für $R$ (Radius) der Formel II:

$$R = 11.6846^{cm}.$$

Die Isolation der Drahtwindungen gegen einander wurde mittels der HUGHES'schen Inductionswaage geprüft.[1]

Die Zahl der Windungen betrug 2864; sie bedeckten die Walze auf einer Länge von $135.125^{cm}$. Diese Länge wurde mit einem Comparator gemessen. Es ergiebt sich:

$$K = \frac{2864}{135.125}.$$

Die Inductionsrolle ist gleichfalls auf Holz gewickelt und bestand aus 3848 Windungen in 15 Abtheilungen, die beliebig combinirt werden konnten. Die Breite der Spule betrug $4.01^{cm}$. Der mittlere Radius jeder Abtheilung wurde berechnet aus den mit Papierstreifen gemessenen Umfängen der einzelnen Drahtlagen. Um die Isolation der Windungen zu prüfen und um eine Controle für die genannten Messungen mit Papier zu haben, wurde der mittlere Radius jeder Abtheilung des weiteren nach der Methode von BOSSCHA[2] bestimmt. Übrigens gehen die Dimensionen der Spule nur in das Glied $2a$ der Gleichung II ein, so dass ein Fehler von 1 Procent in denselben den Werth von $r$ um höchstens 0.0003 falsch machen würde.

Der Widerstand $r$, welcher in absolutem Maasse gemessen werden sollte, betrug entweder 1 S. E. oder $^1/_2$ S. E. oder 2 S. E. und

[1] Vergl. RAYLEIGH Phil. Trans. 1884. Vol. 175. pag. 419. On the electrochemical equivalent of silver.

[2] WIEDEMANN, Electricität III. S. 213.

wurde gebildet aus 2 S. E. von SIEMENS und HALSKE Nr. 3618 und Nr. 3619, die entweder einzeln oder parallel oder hinter einander geschaltet zur Verwendung kamen. Dieselben waren in Metallbüchsen befestigt, welche mit Kaiseröl angefüllt waren und in einem grossen Bade derselben Flüssigkeit standen. Sowohl vor als nach den Versuchen wurden die beiden Etalons mit einer dritten Doseneinheit und unter einander verglichen.

Die Thermometer waren in Zehntelgrade getheilt und drei Mal sorgfältig mit dem Normalthermometer des physikalischen Instituts verglichen.

Der Disjunctor wurde durch ein phonisches Rad getrieben.[1] Zur Ermittelung von $n$, der Zahl der Unterbrechungen, war an der Rotationsaxe ein Zählwerk befestigt, das direct $^1/_{60}$ Umdrehung abzulesen gestattete. Bei jedem Versuche wurden mindestens 700 Umdrehungen gezählt, so dass die erforderliche Genauigkeit von 0.01 Procent leicht zu erreichen war. Der Apparat arbeitete sehr gleichmässig, so dass die Ablenkungen am Galvanometer durchaus constant waren. Es scheint mir dies ein wesentlicher Vortheil dieses Disjunctors gegenüber dem von Hrn. ROITI[2] benutzten zu sein, und ich glaube, dass die Abweichungen, welche die einzelnen Beobachtungen des Hrn. ROITI von einander gezeigt haben, gewiss zum grössten Theile, wenn nicht ganz, ihre Erklärung in dem unregelmässigen Gange des von ihm benutzten SCHMIDT'schen Wassermotors finden.

Das Galvanometer war ohne künstliche Dämpfung, die Ruhelage des Magneten wurde aus Umkehrpunkten bestimmt. Die zu beobachtenden Ablenkungen $\alpha_1$ und $\alpha_2$ betrugen bei $4^m$ Scalenabstand mindestens $800^{mm}$ und waren stets bis auf wenige Scalentheile einander gleich, so dass zur Reduction auf Bogen eine angenäherte Kenntniss des Scalenabstandes genügte.

Alle Zuleitungsdrähte waren mit Kautschuk überzogen und leicht zusammengedreht, alle Stromwender etc. waren aus Paraffin und Siegellack angefertigt.

Im Ganzen wurden 67 Versuche angestellt. Allen diesen gemeinsam ist nur das Solenoid. Hier konnte nur die Abänderung getroffen werden, dass die Inductionsspule, statt um die Mitte desselben, $10^{cm}$ mehr nach dem einen oder anderen Ende gelegt wurde. Alle anderen Bestandtheile der Versuchsanordnung wurden von Versuch zu Versuch in weit bedeutenderem Maasse abgeändert. Die Abtheilungen der Inductionsrolle wurden einzeln oder in Combinationen

---

[1] F. HIMSTEDT, Zwei verschiedene Formen eines selbstthätigen Disjunctors. WIED. Ann. Bd. XXII. S. 276. 1884.

[2] l. c. S. 11.

von 2—5 benutzt. Dem entsprechend betrug die Zahl der Stromunterbrechungen in der Secunde 5—13. Die Versuche wurden abwechselnd mit Schliessungs- oder mit Öffnungs-Inductionsströmen angestellt. Die Stromstärke des inducirenden Stromes betrug 0.0005 bis 0.01 Ampère. Die Empfindlichkeit des Galvanometers wurde in weiten Grenzen geändert Die Schwingungsdauer des Magneten in demselben war 15—34 Sec. Um zu untersuchen, ob die durch das Galvanometer geschickten Inductionsströme eine andere Quermagnetisirung der Magnete hervorriefen als constante Ströme von sonst gleicher galvanometrischer Wirkung, wodurch das Verhältniss $\operatorname{tg}\alpha_2/\operatorname{tg}\alpha_1$ fehlerhaft werden würde, wurde eine Reihe von Versuchen ausgeführt mit Magneten, deren Durchmesser je $0.6^{cm}$ waren, während die bei den übrigen Versuchen benutzten Magnete kaum $0.1^{cm}$ dick waren. Es wurde kein Unterschied gefunden. Nachdem eine Anzahl von Versuchen, 43, ausgeführt waren, wurde der Disjunctor neu angefertigt und alle Zuleitungsdrähte sowie alle Stromwender durch neue ersetzt. Aus der Übereinstimmung der folgenden Beobachtungen mit den vorhergehenden darf man schliessen, dass ein Isolationsfehler nicht vorhanden war.

Die ganze Versuchsanordnung beruht auf der Constanz der Elektricitätsquelle, mag diese periodisch, wie bei den Beobachtungen mit Inductionsströmen, oder dauernd, wie bei der Messung des constanten Stromes, in Anspruch genommen sein. Es musste deshalb dem Einwande begegnet werden, dass die Polarisation in der Kette zu Fehlern Veranlassung gäbe. Zu dem Zwecke wurden als Stromquelle benutzt: 1. ein bis vier Daniell'sche Elemente, 2. zwei Punkte eines Drahtwiderstandes, durch welchen eine Anzahl Daniell'scher oder Bunsen-scher Elemente geschlossen war, 3. ein Thermoelement. Alle Stromquellen lieferten dasselbe Resultat.

Das Mittel aus allen angestellten Versuchen hat ergeben

1 S. E. = 0.94356 Ohm,

oder ein Ohm entspricht dem Widerstande einer Quecksilbersäule von $1^{qmm}$ Querschnitt und

$105.98^{cm}$

Länge bei 0° C.

Von den einzelnen erhaltenen Werthen war

der kleinste 1 S. E. = 0.94323 Ohm
der grösste 1 S. E. = 0.94380 Ohm.

Ausgegeben am 30. Juli.

Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei.

1885.

XXXVIII.

# SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

# AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

ZU BERLIN.

---

30. Juli. Sitzung der physikalisch-mathematischen Classe.

---

Vorsitzender Secretar: Hr. E. du Bois-Reymond.

1. Hr. Fuchs las über eine Classe linearer Differentialgleichungen zweiter Ordnung. Die Mittheilung wird in einem der folgenden Berichte erscheinen.

2. Hr. Kronecker machte zwei Mittheilungen:
   1. Zur Theorie der elliptischen Functionen,
   2. Über den Cauchy'sche Satz.

3. Hr. Weierstrass machte eine (zweite) Mittheilung über die analytische Darstellbarkeit sogenannter willkürlicher Functionen einer reellen Veränderlichen.

4. Hr. Roth legte einen vorläufigen Bericht über die von Hrn. Prof. F. Noetling mit Unterstützung der Akademie unternommene geognostische Forschungsreise im Ost-Jordanlande, eingesandt aus Haifa in Syrien am 29. Mai d. J., vor.

5. Hr. von Helmholtz legte eine Mittheilung des Hrn. Prof. H. F. Weber in Zürich über das Wärmeleitungsvermögen der tropfbaren Flüssigkeiten vor.

6. Derselbe legte eine Mittheilung über Versuche, welche der Stud. phil. W. Wien im physikalischen Institute der hiesigen Universität über den Einfluss der ponderablen Theile auf das gebeugte Licht ausgeführt hat, vor.

Die Mittheilungen 2—6 folgen im gegenwärtigen Stück.

7. Hr. Pringsheim übergiebt im Auftrage des Hrn. Dr. A. F. Schimper in Bonn ein Exemplar seiner umfangreichen Untersuchungen über die Farbstoffkörper der Pflanzen und spricht in dessen Namen der Akademie den Dank des Verfassers für die ihm zur Ausführung dieser Untersuchungen gewährte Reise-Unterstützung nach Antibes aus.

---

# Zur Theorie der elliptischen Functionen.

Von L. Kronecker.

(Fortsetzung der Mittheilungen vom 19. und 26. April 1883. XX, XXI.)

## VI.

Bezeichnet man mit $u$, $v$ zwei zu einander reciproke complexe Grössen, deren reelle Theile positiv sind, ferner mit $\rho$, $a_0$, $c_0$ (wie im art. V) irgend welche reelle positive Grössen, und mit $b_0$ irgend einen der beiden (als reell vorausgesetzten) Werthe von $\sqrt{4a_0c_0-1}$, so kann man die identische Relation:

$$(\mathfrak{J}^0)\qquad \sqrt{u}\sum_{m,n} e^{-2\pi u(a_0m^2+b_0mn+c_0n^2)} = \sqrt{v}\sum_{m,n} e^{-2\pi v(a_0m^2-b_0mn+c_0n^2)}$$

aufstellen, in welcher die Summationen auf alle ganzen Zahlen $m$, $n$ von $-\infty$ bis $+\infty$ auszudehnen und die Werthe der Quadratwurzeln $\sqrt{u}$, $\sqrt{v}$ durch die Bedingung $\sqrt{u}\sqrt{v}=1$ zu bestimmen sind.

Die Relation $(\mathfrak{J}^0)$ lässt sich durch die Substitution:

$$u=\log x\,,\ v=\log y$$

auf die Form bringen:

$$(\mathfrak{J})\qquad \log\frac{1}{x}\sum_{m,n} x^{2\pi(a_0m^2+b_0mn+c_0n^2)} = \sum_{m,n} y^{2\pi(a_0m^2-b_0mn+c_0n^2)},$$

mit der Bedingung:

$$\log x\log y = 1\,,$$

und ihre Richtigkeit erhellt unmittelbar, wenn man die im art. II erwähnte Transformationsgleichung:

$$\vartheta\left(\zeta,\frac{-1}{w}\right) = -i(\sqrt{-wi})\,e^{\zeta^2 w\pi i}\,\vartheta(\zeta w, w)$$

erst auf die einfache $\vartheta$-Reihe:

$$\sum_m e^{-2\pi u(a_0m^2+b_0mn)}$$

anwendet und dann, nach Multiplication des Resultats mit $e^{-2\pi u c_0 n^2}$ auf diejenige $\vartheta$-Reihe, welche durch die Summation in Beziehung auf $n$ charakterisirt ist.

Wenn man nun, wie im art. III, zur Abkürzung:

$$a_0 m^2 + b_0 mn + c_0 n^2 = f(m, n)$$

setzt und nach Dirichlet'scher Weise die über alle Werthe von $m, n$, mit Ausnahme von $m = n = 0$, erstreckte Summe:

$$\sum_{m,n}' \left(2\pi f(m, n)\right)^{-1-\rho}$$

durch das Integral:

$$\frac{1}{\Gamma(\rho+1)} \int_0^1 \left(\log \frac{1}{x}\right)^{\rho} \sum_{m,n}' x^{2\pi f(m,n)} d \log x$$

darstellt, so erhält man, mit Benutzung der Relation:

$$\frac{\Gamma(\rho+1)}{\rho} = \int_0^1 \left(\log \frac{1}{x}\right)^{\rho-1} dx$$

die Gleichung:

$$(\mathfrak{G}) \quad -\frac{1}{\rho} + \sum_{m,n}' \left(2\pi f(m, n)\right)^{-1-\rho} = \frac{1}{\Gamma(\rho+1)} \int_0^1 \left(\log \frac{1}{x}\right)^{\rho} \left\{ \sum_{m,n}' x^{2\pi f(m,n)} - \frac{x}{\log \frac{1}{x}} \right\} \frac{dx}{x}.$$

Dass das Integral rechts, wenn es nur bis zu einem beliebig nahe der Eins liegenden Werthe $\delta$ erstreckt wird, eine bis zum Werthe $\rho = 0$ stetige Function von $\rho$ darstellt, ist an sich klar. Für den übrigen Theil des Integrations-Intervalles, von $\delta$ bis $1$, erhellt es aus jener Relation $(\mathfrak{F})$, die eben zu diesem Zwecke oben aufgestellt worden ist.

Wird nämlich zuvörderst in der Gleichung $(\mathfrak{G})$ die Summe unter dem Integralzeichen rechts durch:

$$-1 + \sum_{m,n} x^{2\pi f(m,n)}$$

ersetzt, wo nunmehr — genau wie in der Relation $(\mathfrak{F})$ — die Summation auf alle ganzzahligen Werthe von $m, n$ ohne Ausnahme zu erstrecken ist, so kann vermöge eben dieser Relation der Ausdruck unter dem Integralzeichen auf folgende Form gebracht werden:

$$\left(\log \frac{1}{x}\right)^{\rho-1} \left\{ \sum_{m,n} y^{2\pi(a_0 m^2 - b_0 mn + c_0 n^2)} - x + \log x \right\},$$

und er lässt sich daher nach Absonderung des einen Gliedes der Reihe für $m = n = 0$, als Aggregat von drei Ausdrücken darstellen:

$$\left(\log \frac{1}{x}\right)^{\rho} \log \frac{1}{y} \sum_{m,n}' y^{2\pi(a_0 m^2 - b_0 mn + c_0 n^2)} + \left(\log \frac{1}{x}\right)^{\rho-1} (1 - x) - \left(\log \frac{1}{x}\right)^{\rho}.$$

In dem ersten dieser drei Ausdrücke ist die Summation auf alle ganzzahligen Werthe von $m$, $n$, jedoch mit Ausnahme des Werthsystems $m = n = 0$, zu erstrecken, und es ist ferner darin $y$ durch die Gleichung:

$$\log x \log y = 1$$

zu bestimmen. Dieser Ausdruck verschwindet demnach, ebenso wie die beiden folgenden, für $x = 1$ oder, was dasselbe ist, für $y = 0$, und es bleiben daher alle drei Ausdrücke in dem Intervalle von $x = \delta$ bis $x = 1$ endlich, auch wenn $\rho$ bis zu Null abnimmt.

Man kann also um den Grenzwerth:

$$\lim_{\rho=0} \left\{ -\frac{1}{\rho} + \sum_{m,n} \bigl(2\pi f(m, n)\bigr)^{-1-\rho} \right\}$$

zu erhalten, auf der rechten Seite der Gleichung (𝔊) $\rho = 0$ setzen; und dieser Grenzwerth wird alsdann durch das Integral:

$$\int_0^1 \left\{ \sum_{m,n} x^{2\pi f(m,n)} - \frac{x}{\log \frac{1}{x}} \right\} d \log x$$

dargestellt, wenn hierbei stets die Summation auf alle ganzzahligen Werthe von $m, n$, mit Ausnahme des Werthsystems $m = n = 0$, erstreckt wird.

Dass dieses Integral, für alle reellen positiven Grössen $a_0$, $c_0$, einen endlichen Werth hat, und dass also, wenn:

$$\lim_{\rho=0} \left\{ -\frac{1}{\rho} + \sum_{m,n} \bigl(2\pi (a_0 m^2 + b_0 mn + c_0 n^2)\bigr)^{-1-\rho} \right\} = L(a_0, c_0)$$

gesetzt wird, durch $L(a_0, c_0)$ eine bestimmte, endliche Function der beiden reellen positiven Variabeln $a_0, c_0$ dargestellt wird, ist als das Resultat und auch als das Ziel der bisherigen Entwickelungen zu bezeichnen. Dass sich die Werthe dieser Function $L(a_0, c_0)$ für alle diejenigen Argumente $a_0$, $c_0$, für welche die Verhältnisse der drei Grössen $a_0 : b_0 : c_0$ oder:

$$a_0 : \sqrt{4 a_0 c_0 - 1} : c_0$$

in ganzen Zahlen ausdrückbar sind, mit Hülfe der elliptischen Functionen darstellen lassen, soll im Folgenden gezeigt werden.

## VII.

Ist $a_0 : b_0 : c_0 = a : b : c$ und bedeuten $a, b, c$ drei ganze Zahlen, von denen die erste und dritte positiv ist, so kann man, wie im art. IV:

$$a = a_0\sqrt{\Delta}\,,\quad b = b_0\sqrt{\Delta}\,,\quad c = c_0\sqrt{\Delta}$$
$$4ac - b^2 = \Delta$$
$$w_1 = \frac{-b + i\sqrt{\Delta}}{2c}\,,\quad w_2 = \frac{b + i\sqrt{\Delta}}{2c}$$

setzen, und es ist alsdann sowohl $\Delta$ als auch $\sqrt{\Delta}$ positiv. Ferner ist gemäss der Gleichung ($\mathfrak{D}$) des art. IV:

$$(\mathfrak{D})\qquad \log \Lambda(\sigma, \tau, w_1, w_2) = \frac{-\sqrt{\Delta}}{2\pi} \lim_{\rho=0} \sum_{m,n} \frac{e^{2(m\sigma+n\tau)\pi i}}{(am^2+bmn+cn^2)^{1+\rho}},$$

wo die Summation, wie stets im Folgenden, auf alle ganzen Zahlen $m, n$, mit Ausschluss des Systems $m = n = 0$, zu erstrecken ist..

Nimmt man nun rechts an Stelle der quadratischen Form:

$$am^2 + bmn + cn^2$$

den Ausdruck:

$$\frac{1}{4c}\Big(\Delta m^2 + (bm + 2cn)^2\Big)$$

und setzt dann zur Abkürzung:

$$n_1 = bm + 2cn\,,\quad \sigma' = \sigma - \frac{b\tau}{2c}\,,\quad \tau' = \frac{\tau}{2c}\,,$$

so kommt:

$$\log \Lambda(\sigma, \tau, w_1, w_2) = \frac{-\sqrt{\Delta}}{2\pi} \lim_{\rho=0} \sum_{m,n} \frac{(4c)^{1+\rho}\, e^{2(m\sigma'+n_1\tau')\pi i}}{(\Delta m^2 + n_1^2)^{1+\rho}}\,.$$

Die Summation bezieht sich hier auf alle ganzzahligen Werthe von $m$, während für $n_1$ nur diejenigen ganzen Zahlen zu nehmen sind, wofür:

$$n_1 \equiv bm \pmod{2c}$$

wird, jedoch mit Ausschluss des Werthsystems $m = 0\,, n_1 = 0$. Das Resultat dieser Summationsbeschränkung in Beziehung auf $n_1$ erlangt man aber auch, wenn man die auf alle Werthe von $m$ und $n$, mit Ausschluss von $m = n = 0$, ausgedehnte Summe:

$$\sum_{m,n} \frac{e^{2(m\sigma'+n\tau')\pi i}}{(\Delta m^2 + n^2)^{1+\rho}}$$

mit $\frac{1}{2c}\, e^{\frac{n-bm}{c}h\pi i}$ multiplicirt und dann in Beziehung auf $h = 0, 1, 2, \ldots 2c-1$ summirt. Hiernach wird:

$$\log \Lambda(\sigma, \tau, w_1, w_2) = \frac{-\sqrt{\Delta}}{2\pi} \lim_{\rho=0} (2c)^{\rho} \sum_{h=0}^{h=2c-1} \sum_{m,n} \frac{e^{\frac{n-bm}{c}h\pi i} \cdot e^{2(m\sigma'+n\tau')\pi i}}{(\frac{1}{2}\Delta m^2 + \frac{1}{2}n^2)^{1+\rho}}\,.$$

Gemäss den Entwickelungen im art. IV nähert sich jede der $2c$ verschiedenen Reihen, welche den Werthen $h = 0, 1, 2 \ldots 2c-1$ ent-

sprechen, für $\rho = 0$ einem bestimmten endlichen Grenzwerth; jedoch für $h = 0$ nur unter der Voraussetzung, dass nicht $\sigma$ und $\tau$ zugleich Null sind. Wenn nunmehr diese Voraussetzung gemacht wird, so kann der Factor $(2c)^\rho$ auf der rechten Seite weggelassen werden. Führt man dann noch $\sigma, \tau$ an Stelle von $\sigma', \tau'$ wieder ein, so geht die Gleichung in folgende über:

$$(\mathfrak{H}) \quad \log \Lambda(\sigma, \tau, w_1, w_2) = \frac{-\sqrt{\Delta}}{2\pi} \sum_{h=0}^{h=2c-1} \lim_{\rho=0} \sum_{m,n} \frac{e^{2\left(m\left(\sigma - b\frac{\tau+h}{2c}\right) + n\cdot\frac{\tau+h}{2c}\right)\pi i}}{\left(\frac{1}{2}\Delta m^2 + \frac{1}{2}n^2\right)^{1+\rho}}.$$

Werden endlich gemäss der Formel $(\mathfrak{D})$:

$$\log \Lambda(\sigma_1, \tau_1, w, w) = -\frac{\sqrt{\Delta}}{2\pi} \lim_{\rho=0} \sum_{m,n} \frac{e^{2(m\sigma_1 + n\tau_1)\pi i}}{\left(\frac{1}{2}\Delta m^2 + \frac{1}{2}n^2\right)^{1+\rho}} \qquad (w = i\sqrt{\Delta})$$

die Summen auf der rechten Seite der Gleichung $(\mathfrak{H})$ durch die bezüglichen Ausdrücke: $\log \Lambda$ ersetzt, so resultiren die Gleichungen:

$$(\mathfrak{H}^0) \quad \log \Lambda(\sigma, \tau, w_1, w_2) = \sum_{h=0}^{h=2c-1} \log \Lambda\left(\sigma - b\frac{\tau+h}{2c}, \frac{\tau+h}{2c}, w, w\right)$$

$$(\mathfrak{H}') \quad \Lambda(\sigma, \tau, w_1, w_2) = \prod_{h=0}^{h=2c-1} \Lambda\left(\sigma - b\frac{\tau+h}{2c}, \frac{\tau+h}{2c}, w, w\right),$$

welche als »Transformations-Formeln« für die Function $\Lambda$ bezeichnet werden können.

Die Formel $(\mathfrak{H}')$ ergiebt sich direct, wenn man für die Functionen $\Lambda$ auf beiden Seiten ihre im art. I angegebenen Product-Ausdrücke nimmt. Man erhält nämlich dann auf der linken Seite den Ausdruck:

$$(A_1) \qquad e^{\left(\tau^2 - \tau + \frac{1}{6}\right)\frac{w}{c}\pi i} \prod_{\alpha,\varepsilon,n} \left(1 - e^{2(n w_\alpha + \varepsilon\tau w_\alpha \pm \varepsilon\sigma)\pi i}\right)$$

und auf der rechten Seite:

$$(A_2) \quad \prod_{h=0}^{h=2c-1} e^{2\left(\left(\frac{\tau+h}{2c}\right)^2 - \frac{\tau+h}{2c} + \frac{1}{6}\right) w\pi i} \prod_{\alpha,\varepsilon,h,n} \left(1 - e^{2((2cn + \varepsilon h) w_\alpha + \varepsilon\tau w_\alpha \pm \varepsilon\sigma)\pi i}\right),$$

wo die Multiplication auf die Werthe $\alpha = 1, 2$ und $\varepsilon = +1, -1$, und für $\varepsilon = +1$ auf die Werthe $n = 0, 1, 2, 3, \ldots$, für $\varepsilon = -1$, aber nur auf die Werthe $n = 1, 2, 3, \ldots$ zu erstrecken ist; das obere oder untere Zeichen bei $\pm\varepsilon\sigma$ gilt, je nachdem $\alpha = 1$ oder $\alpha = 2$ ist. Der Werth des ersteren der beiden Producte in $(A_2)$ ist gleich dem Exponentialfactor in $(A_1)$; es stimmt ferner das zweite Product in $(A_2)$ mit dem unendlichen Product in $(A_1)$ überein, da einerseits die Zahlen:

$$2cn + h \qquad (h = 0, 1, \ldots 2c-1;\ n = 0, 1, 2, 3, \ldots)$$

in $(A_2)$ die sämmtlichen Werthe $0, 1, 2, 3, \ldots$ annehmen, welche

$n$ in $(A_1)$ für $\varepsilon = +1$ anzunehmen hat; und da andererseits auch die Zahlen:

$$2cn - h \qquad (h = 0, 1, \ldots 2c-1;\; n = 1, 2, 3, \ldots)$$

in $(A_2)$ genau die sämmtlichen Werthe $1, 2, 3, \ldots$ erhalten, welche $n$ in $(A_1)$ für $\varepsilon = -1$ zu erhalten hat.

Bezeichnet man, wie oben im art. III, mit $P(\sigma, \tau, w_1, w_2)$ das Product:

$$e^{\tau^2(w_1+w_2)\pi i}\,\vartheta(\sigma + \tau w_1, w_1)\,\vartheta(\sigma - \tau w_2, w_2),$$

so ist:

$$\frac{\Lambda(\sigma, \tau, w_1, w_2)}{\Lambda(\sigma', \tau', w, w)} = \left(\frac{\vartheta'(0, w)\;\vartheta'(0, w)}{\vartheta'(0, w_1)\,\vartheta'(0, w_2)}\right)^{\frac{1}{3}} \frac{P(\sigma, \tau, w_1, w_2)}{P(\sigma', \tau', w, w)},$$

und gemäss den a. a. O. entwickelten Werthen von:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial\sigma\,\partial\sigma}, \quad \frac{\partial^2 P}{\partial\sigma\,\partial\tau}, \quad \frac{\partial^2 P}{\partial\tau\,\partial\tau}$$

wird:

$$\lim_{\sigma=\tau=0} \frac{P(\sigma, \tau, w_1, w_2)}{(\sigma + \tau w_1)(\sigma - \tau w_2)} = 2\vartheta'(0, w_1)\,\vartheta'(0, w_2)$$

und ebenso:

$$\lim_{\sigma'=\tau'=0} \frac{P(\sigma', \tau', w, w)}{(\sigma' + \tau' w)(\sigma' - \tau' w)} = 2\vartheta'(0, w)\,\vartheta'(0, w).$$

Da nun:

$$\sigma' + \tau' w = \sigma + \tau w_1, \quad \sigma' - \tau' w = \sigma - \tau w_2$$

ist, so ergiebt sich die Relation:

$$\lim_{\sigma=\tau=0} \frac{\Lambda(\sigma, \tau, w_1, w_2)}{\Lambda(\sigma', \tau', w, w)} = \left(\frac{\vartheta'(0, w_1)\,\vartheta'(0, w_2)}{\vartheta'(0, w)\,\vartheta'(0, w)}\right)^{\frac{2}{3}},$$

mit deren Benutzung die Gleichungen $(\mathfrak{H})$ und $(\mathfrak{H}^0)$ für $\sigma = \tau = 0$ in folgende übergehen:

$$(\mathfrak{J}) \qquad \tfrac{2}{3}\log \frac{\vartheta'(0, w_1)\,\vartheta'(0, w_2)}{\vartheta'(0, w)\,\vartheta'(0, w)} = \frac{-\sqrt{\Delta}}{2\pi} \lim_{\varrho=0} \sum_{h=1}^{h=2c-1} \sum_{m,n} \frac{e^{\frac{n-bm}{c}h\pi i}}{(\frac{1}{2}\Delta m^2 + \frac{1}{2} n^2)^{1+\varrho}}$$

$$(\mathfrak{J}^0) \qquad \tfrac{2}{3}\log \frac{\vartheta'(0, w_1)\,\vartheta'(0, w_2)}{\vartheta'(0, w)\,\vartheta'(0, w)} = \sum_{h=1}^{h=2c-1} \log \Lambda\left(\frac{-bh}{2c}, \frac{h}{2c}, w, w\right).$$

Führt man in der Formel $(\mathfrak{J})$ die Summation in Beziehung auf $h$ aus, so verwandelt sich der Ausdruck auf der rechten Seite in folgenden:

$$\frac{\sqrt{\Delta}}{2\pi} \lim_{\varrho=0} \left\{ \sum_{m,n} \frac{1}{(\frac{1}{2}\Delta m^2 + \frac{1}{2} n^2)^{1+\varrho}} - \sum_{m,n} \frac{(2c)^{-\varrho}}{(am^2 + bmn + cn^2)^{1+\varrho}} \right\}.$$

Es ist aber gemäss den Entwickelungen im art. VI:

$$\lim_{\rho=0} \rho \sum_{m,n} \left(2\pi(a^0m^2+b^0mn+c^0n^2)\right)^{-1-\rho} = 1, \text{ also } \lim_{\rho=0} \rho \sum_{m,n} \left(2\pi(am^2+bmn+cn^2)\right)^{-1-\rho} = \frac{1}{\sqrt{\Delta}},$$

und folglich:

$$\lim_{\rho=0} \sum_{m,n} \frac{1-(2c)^{-\rho}}{(am^2+bmn+cn^2)^{1+\rho}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\Delta}} \log 2c .$$

Die Gleichung ($\mathfrak{J}$) lässt sich daher auf folgende Gestalt bringen:

$$\frac{2\pi}{\sqrt{\Delta}} \log \frac{1}{2c}\left(\frac{\vartheta'(0,w_1)\,\vartheta'(0,w_2)}{\vartheta'(0,w)\;\vartheta'(0,w)}\right)^{\frac{2}{3}} = \lim_{\rho=0} \sum_{m,n} \left\{ \frac{1}{(\frac{1}{2}\Delta m^2+\frac{1}{2}n^2)^{1+\rho}} - \frac{1}{(am^2+bmn+cn^2)^{1+\rho}} \right\},$$

und wenn man mit dieser Gleichung eine zweite verbindet, in welcher die Grössen:

$$w_1 , w_2 , a , b , c$$

durch andere analoge Grössen:

$$w_1' , w_2' , a' , b' , c' \qquad (4a'c'-b'^2=\Delta)$$

ersetzt sind, so resultirt endlich die merkwürdige Relation:

$$(\mathfrak{K})\quad \lim_{\rho=0} \sum_{m,n} \left\{ \frac{1}{(am^2+bmn+cn^2)^{1+\rho}} - \frac{1}{(a'm^2+b'mn+c'n^2)^{1+\rho}} \right\} = \frac{2\pi}{\sqrt{\Delta}} \log \frac{c\left(\vartheta'(0,w_1')\vartheta'(0,w_2')\right)^{\frac{2}{3}}}{c'\left(\vartheta'(0,w_1)\vartheta'(0,w_2)\right)^{\frac{2}{3}}},$$

in welcher:

$$w_1 = \frac{-b+i\sqrt{\Delta}}{2c}, \quad w_2 = \frac{b+i\sqrt{\Delta}}{2c}, \quad w_1' = \frac{-b'+i\sqrt{\Delta}}{2c'}, \quad w_2' = \frac{b'+i\sqrt{\Delta}}{2c'}$$

ist, und welche ich — nur in etwas anderer Form — schon in meinem mehrfach citirten Aufsatze vom Januar 1863 mitgetheilt habe. Um die Übereinstimmung mit der hier gewählten Form herzustellen, müsste für die dortigen Grössen:

$$\sigma , \tau , a , b , c , D , x , y$$

der Reihe nach:

$$\tau , \sigma , 2c , b , 2a , \Delta , n , m$$

genommen werden.

Der Ausdruck auf der rechten Seite der Gleichung ($\mathfrak{K}$) kann noch, da

$$\vartheta'(0, w) = 2\pi e^{\frac{1}{4}w\pi i}\,\Pi(1-e^{2nw\pi i})^3$$

ist, auf folgende Form gebracht werden:

$$\frac{\pi^2}{3}\left(\frac{1}{c}-\frac{1}{c'}\right) + \frac{2\pi}{\sqrt{\Delta}}(\log c - \log c') - \frac{4\pi}{\sqrt{\Delta}} \sum_{n=1}^{n=\infty} \log \frac{\left(1-e^{2nw_1\pi i}\right)\left(1-e^{2nw_2\pi i}\right)}{\left(1-e^{2nw_1'\pi i}\right)\left(1-e^{2nw_2'\pi i}\right)}.$$

Dass dieser Ausdruck eine Invariante der durch die quadratischen Formen $(a, b, c)$. $(a', b', c')$ repräsentirten Classen sein muss, tritt durch

den Ausdruck auf der linken Seite der Gleichung ($\mathfrak{K}$) in Evidenz. **Es** geht aber auch daraus hervor, dass:

$$\frac{1}{c}\left(\vartheta'(0\,,\,w_1)\,\vartheta'(0\,,\,w_2)\right)^{\frac{2}{3}}$$

eine Invariante der durch die Form $(a\,,\,b\,,\,c)$ repräsentirten Classe ist. Dies erhellt unmittelbar bei Anwendung der Relationen:

$$\vartheta'(0\,,\,w+1) = e^{\frac{1}{4}\pi i}\,\vartheta'(0\,,\,w)\,,$$
$$\vartheta'\left(0\,,\,\frac{-1}{w}\right) = (\sqrt{-wi})^3\,\vartheta'(0\,,\,w)\,,$$

welche schon im art. II für die Invarianten-Eigenschaft der Function $\mathsf{A}$ benutzt worden sind.

## VIII.

Um nun die Anwendungen auseinandersetzen zu können, welche von der Formel ($\mathfrak{K}$) zu machen sind, muss ich hier einige Entwickelungen aus der arithmetischen Theorie der quadratischen Formen voranschicken, wie ich sie seit mehr als zwanzig Jahren in meinen Universitäts-Vorlesungen gegeben habe. Ich sah mich dabei zu gewissen Modificationen der Gauss'schen Terminologie veranlasst, nicht nur weil die Resultate dadurch ganz wesentlich an Einfachheit gewinnen, sondern auch deshalb weil diese Modificationen sich durch die Theorie der höheren Formen als naturgemäss erweisen.

Sind $a\,,\,b\,,\,c$ ganze Zahlen ohne irgend einen allen dreien gemeinsamen Theiler, so soll:

$$ax^2 + bxy + cy^2,$$

oder mit Weglassung der »Unbestimmten« (Indeterminatae) $x, y$:

$$(a\,,\,b\,,\,c)$$

eine »primitive (binäre) quadratische Form der Discriminante $b^2-4a$ heissen. Zwei Formen, die durch ganzzahlige lineare Transformati mit der Determinante Eins in einander übergeführt werden könn sind einander »(eigentlich) aequivalent« und gehören zu dersel »Classe«. Die Discriminante kann nur $\equiv 0$ oder $\equiv 1$ (mod. 4) s und diese Zahlformen sollen deshalb als »Discriminantenformen Zahlen« bezeichnet werden. Ist:

$$b^2 - 4ac = D\,,\quad b_0^2 - 4a_0c_0 = D_0\,,\quad D = D_0Q^2\,,$$

und $D$ nicht ein positives Quadrat, so soll $D_0$ die der Discrimi $D$ entsprechende »Fundamental-Discriminante« genannt werden,

$D_0$ keinen quadratischen Factor oder wenigstens keinen solchen enthält, nach dessen Abtrennung noch eine Zahl von einer »Discriminantenform« übrig bleibt. So sind also z. B. $-4$ und $\pm 12$ Fundamental-Discriminanten. Die möglichen Zahlformen der Fundamental-Discriminanten sind nur folgende:

$$D_0 = P, \text{ wenn } P \equiv 1 \pmod{4} \text{ ist,}$$
$$D_0 = 4P, \text{ wenn } P \equiv -1 \pmod{4} \text{ ist,}$$
$$D_0 = 8P, \text{ wenn } P \equiv \pm 1 \pmod{4} \text{ ist,}$$

wo $P$ irgend ein Product von lauter verschiedenen Primfactoren ist.

Bedeutet $\psi(D, 4A)$ die Anzahl der (mod. $4A$) verschiedenen Lösungen der Congruenz:

$$B^2 \equiv D \pmod{4A},$$

so ist:

$$(\mathfrak{L}) \qquad \tfrac{1}{2}\tau \sum_A \frac{\psi(D, 4A)}{A^{1+\rho}} = \sum_{a,b,c} \sum_{\alpha,\gamma} \frac{1}{(a\alpha^2 + b\alpha\gamma + c\gamma^2)^{1+\rho}} \qquad (\rho > 0).$$

Hierbei ist links die Summation auf alle verschiedenen positiven Zahlen $A$ zu erstrecken,[1] rechts aber erstens auf je zwei Zahlen $\alpha, \gamma$ (ohne gemeinsamen Theiler), für welche — falls $D > 0$ ist — die Ungleichheit:

$$\left(2a\frac{\alpha}{\gamma} + b\right)^2 > \frac{T^2}{U^2}$$

besteht, und zweitens auf irgend welche Systeme:

$$(a', b', c'), \ (a'', b'', c''), \ldots$$

mit positiven ersten Coefficienten $a', a'', \ldots$, durch welche die sämmtlichen verschiedenen Classen quadratischer Formen der Discriminante $D$, und zwar jede nur einmal repräsentirt werden. Ferner bedeuten $T, U$ die Zahlen, für welche:

$$T^2 - DU^2 = 1 \text{ oder } = 4$$

eine Fundamentallösung der PELL'schen Gleichung darstellt, und es ist:

$\tau = 1$ für $D > 0$

$\tau = 6$ für $D = -3$, $\tau = 4$ für $D = -4$, $\tau = 2$ für $D < -4$.

Eine Discussion der Eigenschaften der mit $\psi$ bezeichneten zahlentheoretischen Function, auf welche ich an einer anderen Stelle näher eingehen werde, führt nun, wie bei DIRICHLET, von der Gleichung ($\mathfrak{L}$) zu der Gleichung:

$$(\mathfrak{M}^0) \qquad \tau \sum \left(\frac{D}{h}\right) \frac{1}{(hk)^{1+\rho}} = \sum_{a,b,c} \sum_{m,n} \frac{1}{(am^2 + bmn + cn^2)^{1+\rho}},$$

[1] Dabei kommen doch nur solche Zahlen vor, welche den ersten Coefficienten einer quadratischen Form der Discriminante $D$ bilden können, weil für alle anderen Zahlen $\psi(D, 4A) = 0$ wird.

aus welcher, wegen der Beliebigkeit von $\rho$, die Gültigkeit der allgemeineren Gleichung:

$$(\mathfrak{M}') \qquad \tau \sum \left(\frac{D}{h}\right) F(hk) = \sum_{a,b,c} \sum_{m,n} F(am^2 + bmn + cn^2)$$

unmittelbar zu erschliessen ist.[1] Die Summation links ist auf alle positiven Zahlen $h, k$ zu erstrecken, die zu $Q$ relativ prim sind, rechts auf alle Zahlen $m, n$, für welche $am^2 + bmn + cn^2$ prim zu $Q$ ist. Die Zahl $Q$ hat hier, wie oben, die durch die Gleichung:

$$D = D_0 Q^2$$

definirte Bedeutung. Ferner ist:

$$\left(\frac{D}{h}\right) = 0,$$

sobald $D$ und $h$ einen gemeinsamen Theiler haben. Wenn aber $h$ zu $D$ relativ prim und gleich: $2^g h'$ ist, so ist:

$$\left(\frac{D}{h}\right) = \left(\frac{2^g}{D}\right)\left(\frac{D}{h'}\right)$$

zu setzen, wo $h'$ eine ungerade Zahl und $\left(\frac{2^g}{D}\right)$ sowie $\left(\frac{D}{h'}\right)$ das Jacobi-Legendre'sche Zeichen ist.

Die Gleichung $(\mathfrak{M}')$ kann in folgender eleganteren Weise dargestellt werden:

$$(\mathfrak{M}) \qquad \tau \sum_{h,k} \left(\frac{Q^2}{h}\right)\left(\frac{D}{k}\right) F(hk) = \sum_{a,b,c} \sum_{m,n} \left(\frac{Q^2}{m}\right) F(am^2 + bmn + cn^2),$$

wo nunmehr die Summe links auf alle positiven Zahlen $h, k$ und rechts auf alle Zahlen $m, n$ mit Ausschluss des Systems $m = n = 0$ zu erstrecken ist. Die Systeme $(a, b, c)$ sind hierbei so zu wählen, dass:

$a$ relativ prim zu $Q$, jede der Zahlen $b$ und $c$ aber durch alle Primfactoren von $Q$ theilbar wird.

Dies ist immer möglich und für viele Anwendungen vortheilhaft, und es sollen von jetzt ab die Systeme $(a, b, c)$ stets als so beschaffen vorausgesetzt werden.

Setzt man zur Abkürzung:

$$\sum_h \left(\frac{D}{h}\right)\left(\frac{1}{h}\right) = H(D)$$

und bezeichnet die Anzahl der Systeme $(a, b, c)$, d. h. also die Anzahl

[1] Vergl. meine Mittheilung vom 12. Mai 1864 im betreffenden Monatsbericht (S. 289 Formel IV).

der verschiedenen Classen quadratischer Formen der Discriminante $D$, mit:

$$K(D),$$

so folgt aus der Gleichung ($\mathfrak{M}^0$), dass:

$$(\mathfrak{N})\qquad \begin{aligned} \tau H(D) &= \frac{2\pi}{\sqrt{-D}} K(D) && \text{für } D < 0, \\ H(D) &= \frac{K(D)}{2\,|\sqrt{D}|} \log \frac{T + U\sqrt{D}}{T - U\sqrt{D}} && \text{für } D > 0 \end{aligned}$$

ist. Diese beiden Resultate lassen sich in das eine:

$$(\mathfrak{N}')\qquad H(D) = K(D) \int_{\frac{T}{U}}^{\infty} \frac{dz}{z^2 - D}$$

zusammenfassen, wenn man die Zahlen $T, U$ als diejenigen Lösungen der Gleichung $T^2 - DU^2 = 1$ oder $4$ definirt, für welche das Integral möglichst klein, also die untere Grenze möglichst gross wird.

An Stelle der Gleichung ($\mathfrak{N}'$) kann auch die folgende treten:

$$(\mathfrak{N}^0)\qquad H(D) = \frac{K(D)}{(\sqrt{D})} \log E(D),$$

wo die eingeklammerte Quadratwurzel die im art. II auseinandergesetzte Bedeutung hat, und wo mit $E(D)$ für alle Fälle die Fundamental-Einheit:

$$\frac{T + U\sqrt{D}}{r} \qquad (r = 1, 2)$$

d. h. diejenige Einheit bezeichnet ist, durch deren ganze Potenzen sich sämmtliche Einheiten ausdrücken lassen. Es ist danach:

$$E(-3) = e^{\frac{1}{3}\pi i}, \quad E(-4) = e^{\frac{1}{2}\pi i}, \quad E(D) = e^{\pi i} \qquad (D < -4).$$

Setzt man wieder $D = D_0 Q^2$, wo $D_0$ die Fundamental-Discriminante bedeutet, so ist:

$$H(D) = H(D_0) \prod_q \left(1 - \left(\frac{D_0}{q}\right) \frac{1}{q}\right) \qquad (q \text{ alle Primfactoren von } Q),$$

und also:

$$(\mathfrak{O})\qquad \frac{K(D)}{K(D_0)} = Q \prod_q \left(1 - \left(\frac{D_0}{q}\right) \frac{1}{q}\right) \frac{\log E(D_0)}{\log E(D)}.$$

Hiermit wird die Klassenanzahl jeder Discriminante auf die der Fundamental-Discriminanten zurückgeführt, und für diese selbst ergeben sich mit Hülfe der Gleichung ($\mathfrak{N}^0$) die einfachen Ausdrücke:

$$(\mathfrak{P})\qquad K(D_0) = \frac{\tau}{2D_0}\sum_{k=1}^{k=-D_0-1}\left(\frac{D_0}{k}\right)k \qquad (D_0 < 0),$$

$$(\mathfrak{P}_1)\qquad K(D_0)\log E(D_0) = -\sum_{k=1}^{k=D_0-1}\left(\frac{D_0}{k}\right)\log\left(1-e^{\frac{2k\pi i}{D_0}}\right) \qquad (D_0 > 0).$$

Dass hier nur die beiden Fälle positiver und negativer Discriminanten zu unterscheiden sind, während Dirichlet am Schlusse seiner grundlegenden Abhandlung im XXI. Bande des Crelle'schen Journals (S. 151) acht verschiedene Fälle aufführen musste, ist eben durch die obige Modification der Gauss'schen Theorie ermöglicht worden.

Geht man von den Logarithmen zu den Zahlen über, so kommt an Stelle der Gleichung $(\mathfrak{P}_1)$:

$$(\mathfrak{P}_2)\qquad E(D_0)^{K(D_0)} = \left(\frac{T+U\sqrt{D_0}}{r}\right)^{K(D_0)} = \prod_{k=1}^{k=D_0-1}\left(1-e^{\frac{2k\pi i}{D_0}}\right)^{-\left(\frac{D_0}{k}\right)} \qquad (r=1,2),$$

wo der Ausdruck auf der rechten Seite die sogenannte Kreistheilungs-Einheit der Discriminante $D_0$ ist, d. h. also ein Ausdruck:

$$\frac{\overline{T}+\overline{U}\sqrt{\overline{D_0}}}{r},$$

dessen Elemente $\overline{T}$, $\overline{U}$ einerseits sich aus den $D_0$ten Wurzeln der Einheit und andererseits auch aus den Elementen der Fundamental-Lösung $T$, $U$ zusammensetzen lassen, indem man $\frac{T+U\sqrt{D_0}}{r}$ zur Potenz $K(D_0)$ erhebt.

## IX.

Es soll nun zuvörderst gezeigt werden, wie man mit Hülfe der Formel $(\mathfrak{K})$ zu einer Darstellung der im art. VI mit $L(a_0, c_0)$ bezeichneten Function gelangt, falls $a_0^2$, $a_0c_0$ und $c_0^2$ rationale Werthe haben.

Unter der angegebenen Voraussetzung können nämlich ganze Zahlen $a, b, c$ gefunden werden, für welche:

$$a = a_0\sqrt{\Delta},\; b = b_0\sqrt{\Delta},\; c = c_0\sqrt{\Delta},\; 4ac - b^2 = \Delta$$

ist. Setzt man dann:

$$w_1 = \frac{-b+i\sqrt{\Delta}}{2c},\; w_2 = \frac{b+i\sqrt{\Delta}}{2c},$$

so bestimmen sich daraus unmittelbar die Grössen $a_0, c_0$ mittels der Gleichungen:

$$a_0 = \frac{-iw_1w_2}{w_1+w_2},\quad c_0 = \frac{i}{w_1+w_2},$$

und es sind auch $a, b, c$ als die drei ganzzahligen Coefficienten der quadratischen Gleichung:

$$a + bw + cw^2 = 0\,,$$

welcher $w_1$ und $-w_2$ genügen, bis auf einen allen dreien gemeinsamen Theiler bestimmt.

Der Ausdruck:

$$\log c\left(\vartheta'(0, w_1)\,\vartheta'(0, w_2)\right)^{-\frac{2}{3}}$$

kann bei Festhaltung des Werthes von $\Delta$ als eine Function von $w_1$ und $w_2$ allein betrachtet und zur Abkürzung mit:

$$\mathfrak{L}(w_1, w_2)$$

bezeichnet werden. Die Gleichung ($\mathfrak{K}$) erhält hiernach die Form:

$$(\mathfrak{K}') \quad \lim_{\rho=0}\left\{\sum_{m,n}(am^2+bmn+cn^2)^{-1-\rho}-\sum_{m,n}(a'm^2+b'mn+c'n^2)^{-1-\rho}\right\}=\frac{2\pi}{\sqrt{\Delta}}\left(\mathfrak{L}(w_1,w_2)-\mathfrak{L}(w_1',w_2')\right),$$

wo $(a, b, c)$, $(a', b', c')$ irgend welche Formen derselben Discriminante $-\Delta$ bedeuten, die auch verschiedenen Ordnungen angehören können.

Setzt man hierin für $(a', b', c')$ jedes der übrigen Systeme:

$$(a'', b'', c''),\ (a''', b''', c'''),\ \ldots\ (a^{(K)}, b^{(K)}, c^{(K)}),$$

welche mit $(a', b', c')$ die sämmtlichen einer und derselben Ordnung angehörigen Classen der Discriminante $-\Delta$ repräsentiren, so resultirt bei Summation der auf diese Weise entstehenden Gleichungen die Formel:

$$(\mathfrak{O}) \quad \lim_{\rho=0}\left\{K\sum_{m,n}(am^2+bmn+cn^2)^{-1-\rho}-\sum_{t=1}^{t=K}\sum_{m,n}(a^{(t)}m^2+b^{(t)}mn+c^{(t)}n^2)^{-1-\rho}\right\}=$$
$$\frac{2\pi}{\sqrt{\Delta}}\sum_{t=1}^{t=K}\left\{\mathfrak{L}(w_1, w_2)-\mathfrak{L}(w_1^{(t)}, w_2^{(t)})\right\}.$$

Da die Function $L(a_0, c_0)$ gemäss den Entwickelungen im art. VI als der Grenzwerth von:

$$\frac{\sqrt{\Delta}}{2\pi}\left\{-\left(\frac{2\pi}{\sqrt{\Delta}}\right)^{1+\rho}\frac{1}{\rho}+\sum_{m,n}(am^2+bmn+cn^2)^{-1-\rho}\right\}$$

definirt ist, so kann die Gleichung ($\mathfrak{K}'$) auf folgende Form gebracht werden:

$$(\mathfrak{R}) \quad \mathfrak{L}\left(\frac{-b_0+i}{2c_0}, \frac{b_0+i}{2c_0}\right)-L(a_0, c_0)=\mathfrak{L}\left(\frac{-b_0'+i}{2c_0'}, \frac{b_0'+i}{2c_0'}\right)-L(a_0', c_0'),$$

in welcher $a_0$, $b_0$, $c_0$, $a_0'$, $b_0'$, $c_0'$ durch die Gleichungen:

$a = a_0\sqrt{\Delta}$, $b = b_0\sqrt{\Delta}$, $c = c_0\sqrt{\Delta}$; $a' = a_0'\sqrt{\Delta}$, $b' = b_0'\sqrt{\Delta}$, $c' = c_0'\sqrt{\Delta}$

bestimmt sind.

Geht man andrerseits von irgend welchen Grössen $a_0$, $c_0$, $a'_0$, $c'_0$ aus, so gilt die Relation ($\mathfrak{R}$), wenn beide Verhältnisse:

$$a_0 : b_0 : c_0 , \quad a'_0 : b'_0 : c'_0$$

rational sind, und wenn sie beide mit Hülfe eines und desselben Proportionalitäts-Factors durch die Verhältnisse ganzer Zahlen ausgedrückt werden können. Alsdann bestehen nämlich Gleichungen:

$$a = Pa_0 , \; b = Pb_0 , \; c = Pc_0 ; \quad a' = Pa'_0 , \; b' = Pb'_0 , \; c' = Pc'_0 ,$$

in denen $a$, $b$, $c$, $a'$, $b'$, $c'$ ganze Zahlen sind, und es folgt also aus den Relationen:

$$4ac - b^2 = 4a'c' - b'^2 = P^2 ,$$

dass auch $P^2$ eine ganze Zahl sein muss.

Aus der Gleichung ($\mathfrak{R}$) folgt, dass die Differenz:

$$\mathfrak{L}\left(\frac{-b_0 + i}{2c_0}, \frac{b_0 + i}{2c_0}\right) - L(a_0 , c_0)$$

oder:

$$\mathfrak{L}\left(\frac{-b + i\sqrt{\Delta}}{2c}, \frac{b + i\sqrt{\Delta}}{2c}\right) - L\left(\frac{a}{\sqrt{\Delta}}, \frac{c}{\sqrt{\Delta}}\right)$$

für alle quadratischen Formen $(a, b, c)$ der Discriminante $-\Delta$ einen festen Werth hat. Dieser Werth gehört daher auch denjenigen Formen $(a, b, c)$ an, die von den primitiven Formen der Fundamental-Discriminante abgeleitet sind. Wird, wie oben:

$$\Delta = \Delta_0 Q^2$$

gesetzt, wo unter $-\Delta_0$ die der Discriminante $-\Delta$ entsprechende Fundamental-Discriminante zu verstehen ist, so kann also der Werth jener Differenz mit:

$$M(\Delta_0)$$

bezeichnet und mit Hülfe der Gleichung ($\mathfrak{O}$), indem darin $\Delta = \Delta_0$ genommen wird, bestimmt werden. Alsdann ist nämlich gemäss der Gleichung ($\mathfrak{M}^0$), in welcher nun $Q = 1$ und $D = -\Delta_0$ gesetzt werden muss:

$$(\mathfrak{S}) \qquad \tau \sum_{h,k} \left(\frac{-\Delta_0}{k}\right) (hk)^{-1-\varrho} = \sum_{t=1}^{t=K(-\Delta_0)} \sum_{m,n} (a^{(t)} m^2 + b^{(t)} mn + c^{(t)} n^2)^{-1-\varrho} .$$

Wird nun, wie oben, im art. VIII:

$$\sum_{k=1}^{k=\infty} \left(\frac{-\Delta_0}{k}\right) \frac{1}{k} = H(-\Delta_0) ,$$

und ferner:

$$\sum_{k=1}^{k=\infty} \left(\frac{-\Delta_0}{k}\right) \frac{\log k}{k} = \overline{H}(-\Delta_0) ,$$

gesetzt, so wird der Ausdruck auf der linken Seite der Gleichung ($\mathfrak{S}$) gleich:

$$\tau\left(H(-\Delta_0)-\rho\overline{H}(-\Delta_0)\right)\left(\frac{1}{\rho}+C\right)+Z(\rho),$$

wo $Z(\rho)$ eine Function von $\rho$ ist, welche für $\rho = 0$ verschwindet, und wo $C$ die Euler'sche Constante, d. h. also den Grenzwerth:

$$\lim_{n=\infty}\left(1+\tfrac{1}{2}+\tfrac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{n}-\log n\right)$$

bedeutet. Es ist daher:

$$\sum_{t=1}^{t=K(-\Delta_0)}\sum_{m,n}(a^{(t)}m^2+b^{(t)}mn+c^{(t)}n^2)^{-1-\rho}=\frac{\tau}{\rho}H(-\Delta_0)+\tau CH(-\Delta_0)-\tau\overline{H}(-\Delta_0)+Z^0(\rho);$$

es ist ferner gemäss der Definition von $L(a_0, c_0)$:

$$\sum_{m,n}(am^2+bmn+cn^2)^{-1-\rho}=\frac{2\pi}{\sqrt{\Delta_0}}\left(\frac{1}{\rho}+\log\frac{2\pi}{\sqrt{\Delta_0}}\right)+\frac{2\pi}{\sqrt{\Delta_0}}L\left(\frac{a}{\sqrt{\Delta_0}},\frac{c}{\sqrt{\Delta_0}}\right)+Z'(\rho),$$

wo $Z^0(\rho)$, $Z'(\rho)$ Functionen von $\rho$ bedeuten, die zugleich mit $\rho$ verschwinden; und man kann nun mit Hülfe dieser beiden Gleichungen, sowie unter Hinzuziehung der oben mit ($\mathfrak{R}$) bezeichneten Relation:

$$K(-\Delta_0)=\frac{\tau\sqrt{\Delta_0}}{2\pi}H(-\Delta_0),$$

die Gleichung ($\mathfrak{Q}$) in die folgende transformiren:

$$(\mathfrak{T})\qquad M(\Delta_0)=\mathfrak{M}(\Delta_0)-C+\log\frac{2\pi}{\sqrt{\Delta_0}}+\frac{\overline{H}(-\Delta_0)}{H(-\Delta_0)}.$$

Hier bedeutet $\mathfrak{M}(\Delta_0)$ den mittleren Werth von $\mathfrak{L}\left(\frac{-b+i\sqrt{\Delta_0}}{2c},\frac{b+i\sqrt{\Delta_0}}{2c}\right)$, d. h. die Summe aller Werthe:

$$\sum_{t=1}^{t=K(-\Delta_0)}\mathfrak{L}\left(\frac{-b^{(t)}+i\sqrt{\Delta_0}}{2c^{(t)}},\frac{b^{(t)}+i\sqrt{\Delta_0}}{2c^{(t)}}\right),$$

dividirt durch ihre Anzahl, die Gleichung ($\mathfrak{T}$) stellt also den zu bestimmenden Werth von $M(\Delta_0)$ durch diesen mittleren Werth der Function $\mathfrak{L}$ und durch jene mit $H$, $\overline{H}$ bezeichneten Reihen dar, und der gegesuchte Werth von $L(a_0, c_0)$ wird alsdann durch die Gleichung:

$$L(a_0, c_0)=\mathfrak{L}\left(\frac{-b_0+i}{2c_0},\frac{b_0+i}{2c_0}\right)-M(\Delta_0)$$

ausgedrückt.

## X.

Nimmt man in der Gleichung ($\mathfrak{M}$) des art. VIII für die willkürliche Function: $F(am^2 + bmn + cn^2)$ die folgende:

$$\left(\frac{D_1}{am^2 + bmn + cn^2}\right)(am^2 + bmn + cn^2)^{-1-\varrho},$$

und für $D_1$ irgend einen Divisor der Discriminante $D$, welcher selbst eine Discriminantenform hat, so kann der Factor:

$$\left(\frac{D_1}{am^2 + bmn + cn^2}\right)$$

durch $\left(\frac{D_1}{am^2}\right)$ oder also auch durch:

$$\left(\frac{D_1}{a}\right)\left(\frac{D_1^2}{m}\right)$$

ersetzt werden. Dies ist leicht zu sehen, wenn man für die Form $(a, b, c)$ eine solche wählt, deren mittlerer Coefficient $b$ die Discriminante $D$ als Divisor enthält, und wenn man berücksichtigt, dass für jede Zahl $D_1$ die von der Discriminantenform, d. h. also die $\equiv 0$ oder $1 \pmod{4}$ ist, und für jede positive Zahl $s$ die aus dem Reciprocitäts-Gesetz zu erschliessende Relation:

$$\left(\frac{D_1}{s}\right) = \left(\frac{D_1}{s + D_1}\right)$$

besteht, vorausgesetzt nur, dass auch $s + D_1$ positiv ist.

Die Gleichung ($\mathfrak{M}$) geht hiernach bei jener Bestimmung der Function $F$ in folgende über:

$$\tau \sum_{h,k} \left(\frac{Q^2}{h}\right)\left(\frac{D}{k}\right)\left(\frac{D_1}{hk}\right)\frac{1}{(hk)^{1+\varrho}} = \sum_{a,b,c} \left(\frac{D_1}{a}\right) \sum_{m,n} \left(\frac{D_1^2 Q^2}{m}\right) \frac{1}{(am^2 + bmn + cn^2)^{1+\varrho}},$$

in welcher $Q^2$, wie oben, als Quotient der Discriminante $D$ und der entsprechenden Fundamental-Discriminante $D_0$ bestimmt ist, und welche sich, wenn $D_2 = \frac{D}{D_1}$ gesetzt wird, auch so darstellen lässt:

$$(\mathfrak{U}) \quad \tau \sum_k \left(\frac{D_1 Q^2}{k}\right)\frac{1}{k^{1+\varrho}} \sum_k \left(\frac{D_1^2 D_2}{k}\right)\frac{1}{k^{1+\varrho}} = \sum_{a,b,c} \left(\frac{D_1}{a}\right) \sum_{m,n} \left(\frac{D_1^2 Q^2}{m}\right) \frac{1}{(am^2 + bmn + cn^2)^{1+\varrho}}$$

Aus dieser Gleichung folgt unmittelbar, wie bei Dirichlet, dass die Anzahl der Classen $(a, b, c)$ mit dem Charakter $\left(\frac{D_1}{a}\right) = +1$ genau so gross ist, wie die Anzahl der Classen mit dem Charakter $\left(\frac{D_1}{a}\right) = -1$, sobald nur $D_1$ kein positives Quadrat ist. Denn unter dieser Voraus-

setzung ist auch $D_2$ kein positives Quadrat, und die beiden Reihen auf der linken Seite nähern sich also für $\rho = 0$ endlichen Werthen.

Die Gleichung (𝔘) kann noch in wesentlicher Beziehung vereinfacht werden. Bezeichnet man nämlich mit $p_1', p_1'', p_1''', \ldots$ diejenigen verschiedenen Primfactoren von $D_1$, welche nicht zugleich in $Q$ enthalten und welche also ausschliesslich Primfactoren der Fundamental-Discriminante $D_0$ sind, so ist:

$$\left(\frac{D_1^2}{m}\right) = 0 \text{ oder } 1\,,$$

je nachdem die Zahl $m$ eine von den Primzahlen $p_1', p_1'', p_1''', \ldots$ als Factor enthält oder zu $p_1', p_1'', p_1''', \ldots$ relativ prim ist. Wenn man nun Zahlen $\varpi_0, \varpi_1, \varpi_2, \ldots$ durch die Gleichung:

$$(1 - zp_1')(1 - zp_1'')(1 - zp_1''') \ldots = \varpi_0 - z\varpi_1 + z^2\varpi_2 - \ldots$$

definirt, so kann jener Ausdruck auf der rechten Seite der Gleichung (𝔘) in folgender Weise dargestellt werden:

$$\sum_\nu \sum_{a,b,c} \sum_{m,n} (-1)^\nu \left(\frac{D_1}{a}\right)\left(\frac{Q^2}{m}\right)\left(\frac{Q^2}{\varpi_\nu}\right)(am^2\varpi_\nu^2 + bmn\varpi_\nu + cn^2)^{-1-\rho}\,,$$
$$(\nu = 0, 1, 2, \ldots)$$

und es kann hier auch, da $\varpi_\nu$ zu $Q$ prim ist, der Factor $\left(\frac{Q^2}{\varpi_\nu}\right)$ wegbleiben. Der obigen Festsetzung nach ist $a$ prim zu $D$ und $c \equiv 0 \pmod{D}$, also $\frac{c}{\varpi_\nu}$ eine ganze Zahl; es besteht ferner vermöge der Gleichungen:

$$D = D_1 D_2\,,\; D = b^2 - 4ac \quad \text{also} \left(\frac{D}{a}\right) = 1$$

die Relation:

$$\left(\frac{D_1}{a}\right) = \left(\frac{D_2}{a}\right) = \left(\frac{D_2}{a\varpi_\nu}\right)\left(\frac{D_2}{\varpi_\nu}\right),$$

da keiner der in $D_1$ enthaltenen Primfactoren $p_1', p_1'', p_1''', \ldots$ zugleich in $D_2$ enthalten sein kann. Der Ausdruck auf der rechten Seite der Gleichung (𝔘) wird hiernach gleich:

$$\sum_\nu (-1)^\nu \left(\frac{D_2}{\varpi_\nu}\right)\varpi_\nu^{-1-\rho} \sum_{a,b,c} \sum_{m,n} \left(\frac{D_2}{a\varpi_\nu}\right)\left(\frac{Q^2}{m}\right)\left(a\varpi_\nu m^2 + bmn + \frac{c}{\varpi_\nu}n^2\right)^{-1-\rho}.$$

Nimmt man nun hier für die Form $\left(a\varpi_\nu, b, \frac{c}{\varpi_\nu}\right)$ irgend eine aequivalente Form $(a', b', c')$, in welcher $a'$ wieder prim zu $D$ ist, so wird:

$$\left(\frac{D_2}{a\varpi_\nu}\right) = \left(\frac{D_2}{a'}\right) = \left(\frac{D_1}{a'}\right),$$

und die auf $a, b, c, m, n$ bezügliche Summe wird also von $\varpi_\nu$ unabhängig. Der ganze Ausdruck geht alsdann in folgenden über:

$$\prod_{p_1}\left(1-\left(\frac{D_2}{p_1}\right)p_1^{-1-\varrho}\right)\sum_{a,b,c}\sum_{m,n}\left(\frac{D_1}{a}\right)\left(\frac{Q^2}{m}\right)(am^2+bmn+cn^2)^{-1-\varrho},$$

wo sich die Multiplication auf alle jene Primzahlen $p_1', p_1'', p_1''', \ldots$ erstreckt.

In der zweiten Summe auf der linken Seite der Gleichung (𝔘) kann der Factor $\left(\frac{D_1^2 D_2}{k}\right)$ auch durch $\left(\frac{D_1^2}{k}\right)\left(\frac{D_2 Q^2}{k}\right)$ ersetzt werden, da $\left(\frac{Q^2}{k}\right)=1$ ist, wenn $k$ und $Q$ keinen gemeinschaftlichen Theiler haben, während andernfalls schon:

$$\left(\frac{D_1^2 D_2}{k}\right)=\left(\frac{D_1}{k}\right)\left(\frac{D}{k}\right)=\left(\frac{D_0 Q^2}{k}\right)=0$$

ist. Es folgt nun, wie oben, dass jene zweite Reihe auf der linken Seite der Gleichung (𝔘) nämlich:

$$\sum_k\left(\frac{D_1^2}{k}\right)\left(\frac{D_2 Q^2}{k}\right)\frac{1}{k^{1+\varrho}} \text{ in die Reihe } \sum_\nu\sum_k(-1)^\nu\left(\frac{D_2 Q^2}{k\varpi_\nu}\right)\frac{1}{(k\varpi_\nu)^{1+\varrho}}$$

umgeformt werden kann, welche sich unmittelbar als Product von zwei Reihen:

$$\sum_\nu(-1)^\nu\left(\frac{D_2 Q^2}{\varpi_\nu}\right)\frac{1}{\varpi_\nu^{1+\varrho}}\sum_k\left(\frac{D_2 Q^2}{k}\right)\frac{1}{k^{1+\varrho}}$$

darstellen lässt. Da nun:

$$\left(\frac{Q^2}{\varpi_\nu}\right)=1 \text{ und } \sum_\nu(-1)^\nu\left(\frac{D_2}{\nu}\right)\frac{1}{\varpi_\nu^{1+\varrho}}=\prod_{p_1}\left(1-\left(\frac{D_2}{p_1}\right)p_1^{-1-\varrho}\right)$$

ist, so wird der ganze Ausdruck auf der linken Seite der Gleichung (𝔘) gleich:

$$\tau\prod_{p_1}\left(1-\left(\frac{D_2}{p_1}\right)\frac{1}{p_1^{1+\varrho}}\right)\sum_k\left(\frac{D_1 Q^2}{k}\right)\frac{1}{k^{1+\varrho}}\sum_k\left(\frac{D_2 Q^2}{k}\right)\frac{1}{k^{1+\varrho}},$$

und die Gleichung (𝔘) selbst geht in folgende über:

$$(\bar{\mathfrak{U}})\quad \tau\sum_k\left(\frac{D_1 Q^2}{k}\right)\frac{1}{k^{1+\varrho}}\sum_k\left(\frac{D_2 Q^2}{k}\right)\frac{1}{k^{1+\varrho}}=\frac{1}{2}\sum_{a,b,c}\left\{\left(\frac{D_1}{a}\right)+\left(\frac{D_2}{a}\right)\right\}\sum_{m,n}\left(\frac{Q_2}{m}\right)(am^2+bmn+cn^2)$$

in welcher $D_1, D_2$ irgend zwei complementäre Divisoren der Discriminante $D$ bedeuten, die selbst Discriminantenform haben, und in welcher auf der rechten Seite nur, um auch äusserlich die Symmetrie in Beziehung auf die beiden Divisoren zu wahren:

$$\frac{1}{2}\left\{\left(\frac{D_1}{a}\right)+\left(\frac{D_2}{a}\right)\right\}$$

an Stelle von $\left(\frac{D_1}{a}\right)$ gesetzt ist. Hieraus ergiebt sich unmittelbar die allgemeinere bemerkenswerthe Gleichung:

$$(\mathfrak{M}^*)\qquad \tau\sum_{h,k}\left(\frac{D_1Q^2}{h}\right)\left(\frac{D_2Q^2}{k}\right)F(hk)=\tfrac{1}{2}\sum_{a,b,c}\left\{\left(\frac{D_1}{a}\right)+\left(\frac{D_2}{a}\right)\right\}\sum_{m,n}\left(\frac{Q^2}{m}\right)F(am^2+bmn+cn^2),$$

welche für $D_1 = 1$ mit der Gleichung ($\mathfrak{M}$) im art. VIII identisch ist, und welche auch in folgender Form dargestellt werden kann:

$$(\overline{\mathfrak{M}})\qquad \tau\sum_{r_1,r_2}\left(\frac{D_1}{r_1}\right)\left(\frac{D_2}{r_2}\right)F(r_1r_2)=\tfrac{1}{2}\sum_{a,b,c}\left\{\left(\frac{D_1}{a}\right)+\left(\frac{D_2}{a}\right)\right\}\sum_{m,n}F(am^2+bmn+cn^2),$$

wenn man die Summation links nur auf alle diejenigen positiven Zahlen $r_1, r_2$ erstreckt, die zu $Q$ oder also zum Quotienten $\frac{D_1D_2}{D_0}$ relativ prim sind, rechts aber auf alle diejenigen positiven und negativen Zahlen $m, n$, für welche die Zahl $am^2+bmn+cn^2$ zu $\frac{D_1D_2}{D_0}$ relativ prim wird.

Aus der Gleichung ($\overline{\mathfrak{U}}$) resultirt, wenn man zum Grenzwerth $\rho = 0$ übergeht und von den im art. VIII eingeführten Bezeichnungen Gebrauch macht, die Formel:

$$(\mathfrak{U}^\circ)\qquad \tau H(D_1Q^2)\,H(D_2Q^2)=\lim_{\rho=0}\sum_{a,b,c}\left(\frac{D_1}{a}\right)\sum_{m,n}\left(\frac{Q^2}{m}\right)(am^2+bmn+cn^2)^{-1-\rho},$$

und der Ausdruck auf der linken Seite kann hier gemäss der Gleichung ($\mathfrak{N}^\circ$) im art. VIII mittels der Classenanzahlen und Fundamentaleinheiten für die Discriminanten $D_1Q^2$ und $D_2Q^2$ dargestellt werden.

In dem Falle, wo $D$ negativ und $Q = 1$ ist, lässt sich nun aber der Ausdruck auf der rechten Seite von ($\mathfrak{U}^\circ$) mit Hülfe der Gleichung ($\mathfrak{K}$) durch $\vartheta$-Functionen darstellen. Man erhält alsdann die Gleichung:

$$(\mathfrak{V})\qquad \frac{\tau\sqrt{\Delta}}{2\pi}H(D_1)\,H(D_2)=\sum_{a,b,c}\left(\frac{D_1}{a}\right)\log c\left(\vartheta'\left(0,\frac{-b+i\sqrt{\Delta}}{2c}\right)\vartheta'\left(0,\frac{b+i\sqrt{\Delta}}{2c}\right)\right)^{-\frac{2}{3}},$$

in welcher:

$$D_1D_2 = D = -\Delta$$

und also einer der beiden Divisoren $D_1$ oder $D_2$ negativ ist.

Nimmt man nun $D_1$ als den negativen, also $D_2$ als den positiven Divisor an, so ist gemäss den Gleichungen ($\mathfrak{N}$) im art. VIII:

$$\frac{\tau\sqrt{\Delta}}{\pi}H(D_1)\,H(D_2)=K(D_1)\,K(D_2)\log\frac{T+U\sqrt{D_2}}{T-U\sqrt{D_2}},$$

und daher:

$$(\mathfrak{B}^{0})\quad K(D_1)\,K(D_2)\log\frac{T+U\sqrt{D_2}}{r}=\sum_{a,b,c}\left(\frac{D_1}{a}\right)\log c\left(\vartheta'\left(0,\frac{-b+i\sqrt{\Delta}}{2c}\right)\vartheta'\left(0,\frac{b+i\sqrt{\Delta}}{2c}\right.\right.$$

Wegen der Voraussetzung $Q=1$ sind beide Divisoren $D_1$ und $D_2$ Fundamental-Discriminanten; man kann daher von den Formeln ($\mathfrak{P}$) und ($\mathfrak{P}_1$) des art. VIII Gebrauch machen und erhält alsdann die Gleichung:

$$(\mathfrak{B}')\qquad \tfrac{1}{2}\tau\sum_{k=1}^{k=-D_1-1}\left(\frac{-D_1}{k}\right)\frac{k}{D_1}\sum_{k=1}^{k=D_2-1}\left(\frac{D_2}{k}\right)\log\left(1-e^{\frac{2k\pi i}{D_2}}\right)$$

$$=\sum_{a,b,c}\left(\frac{D_1}{a}\right)\log c\left(\vartheta'\left(0,\frac{-b+i\sqrt{\Delta}}{2c}\right)\vartheta'\left(0,\frac{b+i\sqrt{\Delta}}{2c}\right)\right)^{-\frac{2}{3}},$$

oder wenn man den Factor $K(D_1)$ auf der linken Seite von ($\mathfrak{B}^{0}$) beibehält und von den Logarithmen zu den Grössen selbst übergeht:

$$(\overline{\mathfrak{B}})\qquad \prod_{k=1}^{k=D_2-1}\left(1-e^{\frac{2k\pi i}{D_2}}\right)^{3\left(\frac{D_2}{k}\right)K\left(\frac{-\Delta}{D_2}\right)}=\prod_{a,b,c}\left(\frac{1}{c^3}\vartheta'\left(0,\frac{-b+i\sqrt{\Delta}}{2c}\right)^2\vartheta'\left(0,\frac{b+i\sqrt{\Delta}}{2c}\right)^2\right)^{\left(\frac{D_1}{a}\right)}$$

Diese Gleichung liefert eben jene höchst interessanten Beziehungen, die ich in meiner schon oben citirten Mittheilung vom 22. Januar 1863 angegeben habe, nämlich Beziehungen zwischen Zahlenausdrücken, die aus der Theorie der Kreisfunctionen und solchen, die aus der Theorie der elliptischen Functionen stammen. Sie liefert auch einen zweiten ganz einfachen Beweis jener Zerlegbarkeit der Gleichungen für die singulären Moduln, welche ich in meiner Mittheilung vom 26. Juni 1862 entwickelt habe.

Anknüpfend an jene werthvollen Andeutungen, welche Dirichlet am Schlusse des §. 7 seiner mehrerwähnten classischen Abhandlung gegeben hat,[1] kann man auf die Gleichung ($\mathfrak{M}^*$) die Theorie der elliptischen Functionen noch in ganz anderer Weise, als oben, anwenden.

Um dies darzulegen, sollen zuerst die Jacobi-Legendre'schen Zeichen in der Gleichung ($\mathfrak{M}$) durch die Gauss'schen Reihen ausgedrückt werden. Für den Fall, dass $D_0$ irgend eine Fundamental-Discriminante ist, lässt sich nämlich $\left(\frac{D_0}{r}\right)$ in besonders eleganter Weise, wie folgt, darstellen:

$$\left(\frac{D_0}{r}\right)=\frac{1}{(\sqrt{D_0})}\sum_k\left(\frac{D_0}{k}\right)e^{\frac{2rk\pi i}{|D_0|}}\qquad (k=1,3,5,\ldots 2|D_0|-1).$$

[1] Einige weitere Ausführungen finden sich in einem von Dirichlet an mich gerichteten Briefe, welcher von Hrn. E. Schering in den Göttinger Nachrichten veröffentlicht wird.

Hier bedeutet $r$ irgend eine positive Zahl, mit $|D_0|$ ist in Weierstrass-scher Weise der absolute Werth von $D_0$ bezeichnet, und $(\sqrt{D_0})$ hat die im art. II angegebene und oben durchweg beibehaltene Bedeutung, wonach:

$$(\sqrt{D_0}) = |\sqrt{D_0}| \text{ für } D_0 > 0$$
$$(\sqrt{D_0}) = i|\sqrt{D_0}| \text{ für } D < 0$$

ist. Die Summation rechts kann, wenn $D_0$ ungrade ist, auch auf die Zahlen von 1 bis $|D_0|$ erstreckt werden.

Mit Hülfe der angegebenen Darstellung der Legendre'schen Zeichen verwandelt sich die Gleichung $(\overline{\mathfrak{M}})$ in folgende:

$$(\overline{\overline{\mathfrak{M}}}) \qquad \frac{2\tau}{(\sqrt{D_1})(\sqrt{D_2})}\sum_{k_1,k_2}\sum_{r_1,r_2}\left(\frac{D_1}{k_1}\right)\left(\frac{D_2}{k_2}\right)e^{2\pi i\left(\frac{k_1 r_1}{|D_1|}+\frac{k_2 r_2}{|D_2|}\right)}F(r_1 r_2) =$$
$$\sum_{a,b,c}\left(\left(\frac{D_1}{a}\right)+\left(\frac{D_2}{a}\right)\right)\sum_{m,n}F(am^2+bmn+cn^2),$$

in welcher für $a$, $b$, $c$, $m$, $n$, $r_1$, $r_2$ dieselben Summationsbedingungen gelten wie in der obigen Gleichung $(\overline{\mathfrak{M}})$, während die Summation in Beziehung auf $k_1$, $k_2$ über:

$$k_1 = 1, 3, 5, \ldots 2|D_1| - 1; \quad k_2 = 1, 3, 5, \ldots 2|D_2| - 1$$

zu erstrecken ist. Die beiden Zahlen $D_1$ und $D_2$ sind nur der Bedingung unterworfen, dass sie beide Fundamental-Discriminanten-Form haben müssen, und dass ihr Product der Discriminante $b^2 - 4ac$ gleich sein muss. Es kann dabei auch, wie ausdrücklich hervorzuheben ist, $D_2 = 1$ genommen werden.

Nimmt man jetzt wieder an, dass:

$$D = D_1 D_2 < 0, \; D_1 < 0 \text{ und } Q^2 = \frac{D_1 D_2}{D_0} = 1$$

sei, so ist die Summation in $(\overline{\overline{\mathfrak{M}}})$ auf alle positiven Zahlen $r_1, r_2$ sowie auf alle (positiven und negativen) Zahlen $m, n$ mit alleinigem Ausschluss des Systems $m = n = 0$ auszudehnen. Wenn man nun in der Gleichung $(\overline{\overline{\mathfrak{M}}})$ die Summationsbuchstaben $k_1$, $k_2$ beziehungsweise durch:

$$-2D_1 - k_1, \; 2D_2 - k_2$$

ersetzt und von den Relationen:

$$\left(\frac{D_1}{k}\right) = -\left(\frac{D_1}{-2D_1 - k}\right), \; \left(\frac{D_2}{k}\right) = \left(\frac{D_2}{2D_2 - k}\right)$$

Gebrauch macht, so wird ersichtlich, dass die Gleichung $(\overline{\overline{\mathfrak{M}}})$ bestehen bleibt, sobald man auf der linken Seite im Exponentialfactor $i$ in $-i$ verwandelt, aber zugleich auch den ganzen Ausdruck links mit $-1$ multiplicirt. Addirt man nun die ursprüngliche zu der so veränderten

Gleichung hinzu und berücksichtigt, dass bei den gemachten Annahmen:

$$(\sqrt{D_1})(\sqrt{D_2}) = i\,|\sqrt{D}|$$

ist, so erhält man die Gleichung:

$$(\overline{\overline{\mathfrak{M}}}_1) \qquad \frac{2\tau}{|\sqrt{D}|}\sum_{k_1,k_2}\sum_{r_1,r_2}\left(\frac{D_1}{k_1}\right)\left(\frac{D_2}{k_2}\right)\sin 2\pi\left(\frac{k_2 r_2}{D_2}-\frac{k_1 r_1}{D_1}\right)F(r_1 r_2)$$
$$= \sum_{a,b,c}\left(\left(\frac{D_1}{a}\right)+\left(\frac{D_2}{a}\right)\right)\sum_{m,n}F(am^2+bmn+cn^2),$$

wegen deren Wichtigkeit die Bedeutung aller darin vorkommenden Bezeichnungen hier noch einmal wiederholt werden soll:

1. $D_1$ und $D_2$ sind beide irgend welche Fundamental-Discriminanten, also irgend welche Zahlen, die entweder ungrade oder das Vierfache einer ungraden Zahl oder das Achtfache einer solchen sind, deren ungrade Primfactoren ferner sämmtlich von einander verschieden, und die endlich noch der Beschränkung unterworfen sind, dass sie $\equiv 1$ (mod. 4) sein müssen, wenn sie ungrade sind, und aber $\equiv -4$ (mod. 16), wenn sie nur durch 4 und nicht durch 8 theilbar sind.
2. $D_1$ ist negativ und $D_2$ positiv, und es ist $D = D_1 D_2$. Für $D_1 = -3$ ist $\tau = 6$, für $D_1 = -4$ ist $\tau = 4$, für $D_1 < -4$ ist $\tau = 2$.
3. Für $k_1$ sind die Zahlen $1, 3, 5, \ldots -2D_1 - 1$ zu setzen, für $k_2$ die Zahlen $1, 3, 5, \ldots 2D_2 - 1$.
4. Für $r_1, r_2$ sind alle positiven Zahlen zu nehmen.
5. Für $(a, b, c)$ sind solche Repräsentanten aller verschiedenen Classen von Formen der Discriminante $D$ oder $D_1 D_2$ zu nehmen, in denen $a$ relativ prim zu $D$ ist.
6. Für $m, n$ sind alle Zahlen von $-\infty$ bis $+\infty$ zu setzen, mit alleinigem Ausschluss des Werthsystems $m = n = 0$.

Bedeutet nun, wie bei Jacobi, $q$ eine reelle oder complexe Grösse, wofür $|q| < 1$ ist, so kann man in der allgemeinen Gleichung $(\overline{\overline{\mathfrak{M}}}_1)$:

$$F(h) = \left(1-(-1)^h\right)q^{\frac{1}{2}h}$$

setzen, da alsdann die Reihen auf beiden Seiten convergiren. Man erhält somit die speciellere Gleichung:

$$\frac{2\tau}{|\sqrt{D}|}\sum_{k_1,k_2}\sum_{\nu_1,\nu_2}\left(\frac{D_1}{k_1}\right)\left(\frac{D_2}{k_2}\right)q^{\frac{1}{2}\nu_1\nu_2}\sin 2\pi\left(\frac{k_2\nu_2}{D_2}-\frac{k_1\nu_1}{D_1}\right)=\sum_{a,b,c}\left(\frac{D_1}{a}\right)\sum_{m,n}q^{\frac{1}{2}(am^2+bmn+cn^2)},$$

in welcher die Summation links nur auf alle positiven ungraden Zahlen $\nu_1, \nu_2$ und rechts nur auf alle diejenigen Systeme von Zahlen $m, n$ auszudehnen ist, für welche der Werth von:

$$am^2 + bmn + cn^2$$

ungrade wird.

Die auf $\nu_1$ und $\nu_2$ bezügliche Summation lässt sich mit Hülfe jener Formel:

$$\frac{\vartheta_1'(0)\,\vartheta_1(\xi+\eta)}{\vartheta_0(\xi)\,\vartheta_0(\eta)} = 4\pi \sum_{\mu,\nu} q^{\frac{1}{2}\mu\nu} \sin(\mu\xi + \nu\eta)\pi \qquad (\mu,\nu = 1,3,5,\ldots),$$

welche ich in meiner Mittheilung vom 22. December 1881 entwickelt habe,[1] vollständig ausführen. Man gelangt auf diese Weise ganz unmittelbar zu der Gleichung:

$$(\mathfrak{W}) \quad \frac{\tau\,\vartheta_1'(0)}{2\pi|\sqrt{D}|} \sum_{k_1,k_2} \left(\frac{D_1}{k_1}\right)\left(\frac{D_2}{k_2}\right) \frac{\vartheta_1\left(\frac{k_2}{D_2} - \frac{k_1}{D_1}\right)}{\vartheta_0\left(\frac{k_1}{D_1}\right)\vartheta_0\left(\frac{k_2}{D_2}\right)} = \sum_{a,b,c} \left(\frac{D_1}{a}\right) \sum_{m,n} q^{\frac{1}{2}(am^2+bmn+cn^2)},$$

in welcher die Summation links auf:

$$k_1 = 1, 3, 5, \ldots D_1 - 1; \quad k_2 = 1, 3, 5, \ldots D_2 - 1,$$

rechts aber auf alle diejenigen positiven und negativen Zahlen $m, n$ zu erstrecken ist, wofür $am^2 + bmn + cn^2$ ungrade wird. Die Function $\vartheta_1$ ist mit der hier überall mit $\vartheta$ bezeichneten Function identisch, wenn in dieser $w\pi i = \log q$ gesetzt wird, $\vartheta_0$ ist durch die Relation:

$$\vartheta_0(\zeta) = -iq^{\frac{1}{4}} e^{\zeta\pi i}\,\vartheta\left(\zeta + \frac{1}{2\pi i}\log q\right)$$

definirt, und die $\vartheta$-Functionen in der Formel ($\mathfrak{W}$) sind daher durch die Gleichungen:

$$\vartheta_0(\zeta) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} (-q)^{n^2} \cos 2n\zeta\pi, \quad \vartheta_1(\zeta) = q^{\frac{1}{4}} \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} (-1)^n q^{n^2+n} \sin(2n+1)\zeta\pi$$

bestimmt.

Die zweifache Summe auf der linken Seite der Gleichung ($\mathfrak{W}$) stellt eine in wesentlicher Hinsicht verallgemeinerte GAUSS'sche Reihe dar, und die Wichtigkeit jener in der citirten Mittheilung eingeführten Function zweier Variabeln:

$$\frac{\vartheta_1(\xi+\eta)}{\vartheta_0(\xi)\,\vartheta_0(\eta)},$$

tritt hier, wo sie die Stelle des *sinus* in den GAUSS'schen Reihen einnimmt, besonders deutlich hervor.

Für $D_2 = 1$ reducirt sich die zweifache Summe auf eine einfache GAUSS'sche Summe, in welcher die elliptische Function *sin am* die

Stelle des *sinus* einnimmt. Die Formel (𝔚) geht alsdann in eine speciellere über, deren Herleitung Dirichlet schon a. a. O. im §. 7 seiner Abhandlung skizzirt, und welche er mir in fertiger Gestalt für den Fall, wo $-\frac{1}{4}D_1$ eine Primzahl von der Form $4n+3$ ist, im Juli 1858 brieflich mitgetheilt hat.[2]

Dividirt man die Gleichung (𝔚) durch $q$ und integrirt dann in Beziehung auf $q$ von *Null* an, so resultirt rechts eine Reihe, deren Grenzwerth für $q = 1$ oben sowohl durch Kreisfunctionen, als auch durch elliptische Functionen mit singulären Moduln ausgedrückt worden ist. Mit $\frac{\sqrt{-D}}{\pi}$ multiplicirt, wird dieser Grenzwerth gleich dem Logarithmus einer Einheit von der Form: $t + u\sqrt{D_2}$, und durch einen solchen Werth findet sich also schliesslich das von 0 bis 1 erstreckte Integral jener allgemeineren zweifachen Gauss'schen Reihe ausgedrückt.

Nicht bloss diese Ergebnisse der Gleichung (𝔚), sondern auch die übrigen in diesem Paragraphen entwickelten Resultate gehören wohl zu den merkwürdigsten von allen, die bisher aus der Theorie der elliptischen Functionen abgeleitet worden sind.

---

[1] Monatsbericht vom December 1881 S. 1168. (I').

[2] Vergl. die obige Anmerkung S. 780.

(Fortsetzung folgt.)

# Über den CAUCHY'schen Satz.

Von L. KRONECKER.

---

In meiner Mittheilung vom 29. Juli 1880 habe ich den CAUCHY'schen Satz, wonach das über eine geschlossene Curve erstreckte Integral $\int df(x, y)$ unter gewissen in Beziehung auf die Function $f(x, y)$ zu machenden Voraussetzungen gleich Null ist, mittels einer Transformation der Variabeln $x, y$ bewiesen, bei welcher die Umgrenzungs-Curve durch die Constanz der einen von den beiden neuen Variabeln charakterisirt ist. Wie einfach und naturgemäss auch diese Beweismethode ist, so scheint mir doch — wenigstens in pädagogischer Hinsicht — die folgende vorzuziehen, welche ich neulich in meinen Universitäts-Vorlesungen entwickelt habe.

Ich formulire zunächst den zu beweisenden Satz folgendermaassen:

»Wenn von einer Function $f(x, y)$ vorausgesetzt wird, dass ihre ersten und zweiten Ableitungen in einem von einer geschlossenen Curve umgrenzten Gebiete durchweg endlich und eindeutig sind, so lässt sich erschliessen, dass das über diese Curve erstreckte Integral $\int df(x, y)$ gleich Null, und dass also die Function $f(x, y)$ in dem bezeichneten Gebiete eindeutig ist.«

Ich bemerke dabei, dass diese Eindeutigkeit von $f(x, y)$ selbst in meiner erwähnten Mittheilung vom Juli 1880 durch ein Versehen an Stelle der Eindeutigkeit der Ableitungen unter die Voraussetzungen aufgenommen ist. Doch ist natürlich beim Beweise kein Gebrauch davon gemacht worden.

Da die zweiten Ableitungen von $f(x, y)$ in dem betrachteten Gebiete als endlich vorausgesetzt sind, so nähern sich die Werthe der beiden nach $x$ und $y$ genommenen ersten Ableitungen von $f(x, y)$ in gleichmässiger Weise vom Innern her denjenigen Werthen, die sie auf der Begrenzung erhalten. An Stelle der Begrenzungscurve kann daher ein derselben eingeschriebenes gradliniges Polygon genommen werden, welches sich der Curve hinreichend nahe anschliesst, und da sich ein Polygon in lauter rechtwinklige Dreiecke zerlegen lässt, deren Katheten den beiden Coordinatenaxen parallel sind, so genügt

es, den zu beweisenden Satz für die Umgrenzung eines solchen Dreiecks zu entwickeln.

Zu diesem Behufe braucht man aber nur den Werth des über die Fläche des Dreiecks zu erstreckenden Integrals:

$$\iint \frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial x \partial y} dx dy$$

in den beiden möglichen Integrations-Folgen wirklich darzustellen und die beiden Resultate zu identificiren.

Setzt man:

$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} = f_1(x,y), \quad \frac{\partial f(x,y)}{\partial y} = f_2(x,y)$$

und bezeichnet mit $(\xi, \eta)$, $(\xi', \eta)$, $(\xi', \eta')$ die drei Eckpunkte des rechtwinkligen Dreiecks, so kann die Hypotenuse durch die Gleichung:

$$x = \xi' + t(\xi - \xi'), \quad y = \eta' + t(\eta - \eta') \qquad (0 < t < 1)$$

dargestellt werden. Wenn nun zuerst in Beziehung auf $y$ von $\eta$ bis $\eta' + t(\eta - \eta')$ bei dem durch die Gleichung:

$$t = \frac{x - \xi'}{\xi - \xi'}$$

bestimmten Werthe von $t$ und dann in Beziehung auf $x$ von $\xi$ bis $\xi'$ integrirt wird, so erhält man den Ausdruck:

$$-\int_{\xi}^{\xi'} f_1(x,\eta)\, dx + \int_{\xi}^{\xi'} f_1\big(x, \eta' + t(\eta - \eta')\big)\, dx.$$

Wenn aber zuerst in Beziehung auf $x$ von $\xi' + t(\xi - \xi')$ bis $x = \xi'$ und dann in Beziehung auf $y$ von $\eta$ bis $\eta'$ integrirt wird, so kommt:

$$\int_{\eta}^{\eta'} f_2(\xi', y)\, dy - \int_{\eta}^{\eta'} f_2\big(\xi' + t(\xi - \xi'), y\big)\, dy.$$

Subtrahirt man diesen Ausdruck von dem vorhergehenden, so resultirt die Gleichung:

$$\int_{\xi}^{\xi'} f_1(x,\eta)\, dx + \int_{\eta}^{\eta'} f_2(\xi', y)\, dy + \int_{\xi'}^{\xi} f_1\big(x, \eta' + t(\eta - \eta')\big)\, dx + \int_{\eta'}^{\eta} f_2\big(\xi' + t(\xi - \xi'), y\big)\, dy = 0.$$

Diese Gleichung kann auch in folgender Form dargestellt werden:

$$\int_{\xi \atop (y=\eta)}^{\xi'} df(x,y) + \int_{\eta \atop x=\xi'}^{\eta'} df(x,y) + \int_{t=0 \atop \left(x = \xi' + t(\xi - \xi') \atop y = \eta' + t(\eta - \eta')\right)}^{t=0} df(x,y) = 0,$$

in welcher sich unmittelbar zeigt, dass das über die drei Seiten des Dreiecks erstreckte Integral $\int df(x,y)$ gleich Null ist.

Der Zerlegung des Polygons in lauter rechtwinklige Dreiecke ist eine solche in Rechtecke, deren Seiten den Coordinatenaxen parallel sind, insofern vorzuziehen, als der zu beweisende Satz für die Umgrenzung eines solchen Rechtecks noch unmittelbarer erhellt als für die eines rechtwinkligen Dreiecks. Denn der Werth jenes über die Fläche eines Rechtecks mit den Eckpunkten $(\xi, \eta)$, $(\xi', \eta)$, $(\xi', \eta')$, $)\xi, \eta')$ erstreckten Integrals:

$$\iint \frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial x\, \partial y}\, dx\, dy$$

wird sowohl durch:

$$\int\limits_{\xi}^{\xi'} \Big(f_1(x,y)\Big)_{y=\eta}^{y=\eta'} dx \quad \text{als durch} \quad \int\limits_{\eta}^{\eta'} \Big(f_2(x,y)\Big)_{x=\xi}^{x=\xi'} dy$$

ausgedrückt, und die Differenz der beiden Integrale ist nichts Anderes als das Integral:

$$\int \Big(f_1(x,y)\, dx + f_2(x,y)\, dy\Big),$$

erstreckt über die Umgrenzung des Rechtecks. — Aber man muss dann noch hinzufügen, dass das Resultat der Integration über die den Coordinatenaxen parallelen Katheten der rechtwinkligen Dreiecke, deren Hypotenusen die Polygonseiten sind, sich beliebig wenig von dem Resultate der Integration über die Polygonseiten selbst unterscheidet, wenn diese hinreichend klein angenommen werden.

Es bedarf kaum der Bemerkung, dass das CAUCHY'sche Theorem bezüglich der Integrale complexer Variabeln ein einfaches Corollar des hier bewiesenen Satzes ist. Denn auf Grund dieses Satzes ist sowohl der reelle als der imaginäre Theil des über eine geschlossene Curve erstreckten Integrals $\int dF(x+yi)$ gleich Null, wenn die erste und die zweite Ableitung von $F(x+yi)$ in dem umgrenzten Gebiete durchweg endlich und eindeutig ist.

---

# Über die analytische Darstellbarkeit sogenannter willkürlicher Functionen einer reellen Veränderlichen.

Von K. Weierstrass.

Zweite Mittheilung.

Es bedeute $f(x)$, wie in der am 9. Juli d. J. in der Akademie gelesenen Mittheilung, eine für jeden reellen Werth der Veränderlichen $x$ eindeutig definirte, reelle und stetige Function, deren absoluter Betrag eine endliche obere Grenze ($G$) hat. Dagegen sei $\psi(x)$ eine transcendente ganze Function, von der zunächst nur angenommen wird, dass sie reell sei für reelle Werthe von $x$, und der Bedingung $\psi(-x)=\psi(x)$ genüge. Ferner seien $u, v$ reelle, von einander unabhängige Veränderliche, und es werde

$$\sqrt{\psi(u+vi)\psi(u-vi)} = \psi(u, v)$$

gesetzt, wo der Quadratwurzel ihr positiver Werth beizulegen ist. Dann ist der absolute Betrag von $\dfrac{\psi(u+vi)}{\psi(u, v)}$ gleich 1, und man hat daher, wenn $a, b$ reelle Grössen sind,

$$\int_a^b f(u)\psi(u+vi)\,du = \int_a^b f(u)\frac{\psi(u+vi)}{\psi(u, v)}\cdot\psi(u, v)\,du = \varepsilon G\int_a^b \psi(u, v)\,du,$$

wo $\varepsilon$ eine complexe Grösse, deren absoluter Betrag kleiner als 1 ist, bezeichnet. Angenommen nun, es sei $\psi(x)$ so beschaffen, dass das Integral

$$\int_0^{+\infty}\psi(u, v)\,du$$

für jeden Werth von $v$ einen endlichen Werth hat, so erhalten, wenn $a_1, a_2, b_1, b_2$ positive Grössen sind, $b_1 > a_1$, $b_2 > a_2$, die Integrale

$$\int_{a_2}^{b_2}\psi(u, v)\,du\,, \quad \int_{-b_1}^{-a_1}\psi(u, v)\,du\,,$$

von denen das zweite (weil $\psi(-u, v) = \psi(u, v)$) gleich

$$\int_{a_1}^{b_1} \psi(u, v)\, du$$

ist, beide unendlich kleine Werthe, wenn $a_1$, $b_1$ unendlich gross werden. Dasselbe gilt also, der vorstehenden Gleichung zufolge, für die Integrale

$$\int_{-b_1}^{-a_1} f(u)\psi(u+vi), \quad \int_{a_2}^{b_2} f(u)\psi(u+vi)\, du;$$

und es hat demnach das Integral

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(u)\, \psi(u+vi)\, du$$

einen bestimmten endlichen Werth für jeden Werth von $v$.

Ich will ferner annehmen, es convergire das Integral

$$\int_{a_2}^{+\infty} \psi(u, v)\, dv,$$

wenn $a_2$ unendlich gross wird, für alle Werthe von $v$, deren absoluter Betrag einen beliebig festgesetzten Grenzwerth nicht übersteigt, gleichmässig gegen die Grenze Null, so gilt der Gleichung (1) zufolge dasselbe von dem Integral

$$\int_{a_2}^{+\infty} f(u)\, \psi(u+vi)\, du,$$

und ebenso, wenn $a_1$ unendlich gross wird, von

$$\int_{-\infty}^{-a_1} f(u)\, \psi(u+vi)\, du.$$

Es lassen sich also, wenn $V, g$ gegebene positive Grössen sind, von denen $V$ beliebig gross und $g$ beliebig klein sein kann, immer zwei positive Grössen $a_1, a_2$ so bestimmen, dass der absolute Betrag der Differenz

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(u)\, \psi(u+vi) dv - \int_{-a_1}^{a_2} f(u)\, \psi(u+vi)\, du$$

für jeden der Bedingung

$$-V \leqq v \leqq V$$

entsprechenden Werth von $v$ kleiner als $g$ ist.

Nun sei $x = \xi + \xi' i$ eine complexe Veränderliche und, wie in der ersten Mittheilung, $k$ eine positive Constante, $\omega = \int_0^{+\infty} \psi(u)\, du$. Dann ist also nach dem Vorstehenden das Integral

$$(1)\qquad \frac{1}{2\omega}\int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi+ku)\,\psi\left(u-\frac{\xi' i}{k}\right)du = \frac{1}{2k\omega}\int_{-\infty}^{+\infty} f(u)\,\psi\left(\frac{u-x}{k}\right)du$$

eine für jeden endlichen Werth von $x$ eindeutig definirte, endliche Grösse, die a. a. O. mit $F(x, k)$ bezeichnet worden ist.

Es muss nun nachgewiesen werden, dass $F(x, k)$ eine (transcendente) ganze Function von $x$ ist.

Man setze für den absoluten Betrag von $x$ eine obere Grenze $r$ fest, so kann man, nach Annahme zweier beliebig kleinen positiven Grössen $g', g''$, zwei andere $(a_1, a_2)$ bestimmen, für welche die Summe

$$\frac{1}{2\omega}\int_{-\infty}^{-a_1} f(\xi+ku)\,\psi\left(u-\frac{\xi' i}{k}\right)du + \frac{1}{2\omega}\int_{a_2}^{+\infty} f(\xi+ku)\,\psi\left(u-\frac{\xi' i}{k}\right)du$$

für alle der Bedingung

$$\xi^2+\xi'^2 \leqq r^2$$

entsprechenden Werthe von $\xi, \xi'$ kleiner als $g'$ ist. Dann hat man

$$F(x, k) = \frac{1}{2k\omega}\int_{-a_1}^{a_2} f(u)\,\psi\left(\frac{u-x}{k}\right)du + \varepsilon' g',$$

wo $\varepsilon'$ eine Grösse, deren absoluter Betrag kleiner als 1 ist, bedeutet. Das Integral auf der Rechten dieser Gleichung lässt sich aber in eine beständig convergirende Potenzreihe $\mathfrak{P}(x)$ entwickeln; und man kann, wenn die Summe der $n$ ersten Glieder von $\frac{1}{2k\omega}\mathfrak{P}(x)$ mit $G^{(n)}(x)$ bezeichnet wird, $n$ so gross annehmen, dass für jeden der Bedingung $|x| \leqq r$ entsprechenden Werth von $x$

$$|F(x, k) - G^{(n)}(x)| < g' + g''$$

ist.

Dies festgestellt, kann man ferner durch das zur Begründung des Satzes (C.) der ersten Mittheilung angewandte Verfahren zeigen, dass $F(x, k)$ sich darstellen lässt in der Form einer unendlichen Reihe, deren Glieder ganze rationale Functionen von $x$ sind, und dass diese Reihe für alle in irgend einem endlichen Bereiche enthaltenen Werthe von $x$ gleichmässig convergirt. Man hat zu dem Ende zwei Reihen positiver Grössen

$$r_1, r_2, r_3, \ldots$$
$$g_1, g_2, g_3, \ldots$$

so anzunehmen, dass $\lim_{n=\infty} r_n = \infty$ und $\sum_{n=1}^{\infty} g_n$ einen endlichen Werth hat, sodann eine Reihe von ganzen rationalen Functionen $G_1(x), G_2(x), G_3(x), \ldots$ so zu bestimmen, dass für jeden der Bedingung $|x| \leqq r_\nu$ entsprechenden Werth von $x$

$$(2)\qquad |F(x, k) - G_\nu(x)| < g_\nu \qquad (\nu = 1, 2, \ldots \infty)$$

ist, und

$$(4)\qquad f_0(x) = G_1(x)\,,\ f_\nu(x) = G_{\nu+1}(x) - G_\nu(x)$$

zu setzen; dann ist

$$(5)\qquad F(x\,,k) = \sum_{\nu=0}^{\infty} f_\nu(x).$$

Nach einem Satze aber, den ich früher (Monatsberichte der Akademie aus dem Jahre 1880, S. 723) in elementarer Weise bewiesen habe, kann man die Reihe auf der Rechten dieser Gleichung, weil sie in jedem endlichen Bereiche gleichmässig convergirt, in eine für jeden endlichen Werth von $x$ convergirende Potenzreihe $\mathfrak{P}(x)$ verwandeln.

Nimmt man

$$\psi(x) = e^{-x^2},$$

so ist

$$\psi(u\,,v) = e^{-u^2+v^2},$$

und diese Function $\psi(u\,,v)$ hat die im Vorstehenden angenommene Beschaffenheit. Dasselbe ist der Fall, wenn man

$$\psi(x) = e^{-(c_1 x^2 + c_2 x^4 + \ldots + c_\varrho x^{2\varrho})}$$

setzt und der Constante $c_\varrho$ einen positiven Werth giebt, während $c_1\,, \ldots c_{\varrho-1}$ beliebige reelle Werthe haben können.

Es existiren also in der That, wie in der ersten Mittheilung bei Begründung des Satzes (A.) angegeben worden ist, unzählige Functionen $\psi(x)$ von der Beschaffenheit, dass die zugehörigen Functionen $F(x\,,k)$ transcendente ganze Functionen sind.

Jetzt bedeute $F(x, k)$ irgend eine bestimmte von diesen Functionen, so lässt sich die Potenzreihe $\mathfrak{P}(x)$, durch welche dieselbe dargestellt werden kann, in eine nach Kugelfunctionen fortschreitende, ebenfalls für jeden endlichen Werth von $x$ convergirende Reihe verwandeln. Aus dem bekannten Satze des Hrn. C. Neumann, betreffend die Entwickelung eindeutiger analytischer Functionen einer complexen Veränderlichen $x$ nach den Kugelfunctionen erster Art, ergiebt sich nämlich unmittelbar, dass jede (transcendente oder rationale) ganze Function $G(x)$ dargestellt werden kann durch eine für jeden endlichen Werth von $x$ convergirende Reihe von der Form

$$G(x) = \sum_{\nu=0}^{\infty} C_\nu P^{(\nu)}(x).$$[1]

---

[1] Dies lässt sich übrigens auch folgendermaassen beweisen. Aus der Definition der Kugelfunctionen ergiebt sich:

$$|P^{(n)}(x)| \leqq |x + \sqrt{x^2-1}\,|^n,$$

wenn man $\sqrt{x^2-1}$ so bestimmt, dass $|x+\sqrt{x^2-1}\,| \geqq 1$ ist. Ferner ist

$$x^n = c_{n,0}P^{(n)}x + c_{n,1}P^{(n-2)}(x) + \ldots,$$

Die Coefficienten dieser Reihe sind so beschaffen, dass

$$\sum_{\nu=0}^{\infty} |C_\nu| r^\nu$$

für jeden positiven Werth $r$ einen endlichen Werth hat. Ferner ist die Reihe für alle einem endlichen Bereiche angehörigen Werthe von $x$ gleichmässig convergent. (Vergl. die Abhandlung des Hrn. THOMÉ: Über die Reihen, welche nach Kugelfunctionen fortschreiten, BORCHARDT's Journal, B. 66, S. 337). Auf der letzteren Eigenschaft der Reihe beruht es, dass man

$$\int_{-1}^{+1} G(x')\, P^{(\mu)}(x')\, dx' = \sum_{\nu=0}^{\infty} C_\nu \int_{-1}^{+1} P^{(\mu)}(x')\, P^{(\nu)}(x')\, dx'$$

hat, wo $x'$ eine reelle Veränderliche bezeichnet; woraus sich

$$C_\mu = \frac{2\mu + 1}{2} \int_{-1}^{+1} G(x')\, P^{(\mu)}(x')\, dx' \qquad (\mu = 0, 1, \ldots \infty)$$

ergiebt.

Für die Function $F(x, k)$ hat man also

$$C_\nu = \frac{2\nu + 1}{2} \cdot \frac{1}{2k\omega} \int_{-1}^{+1} P^{(\nu)}(x')\, dx' \int_{-\infty}^{+\infty} f(u)\, \psi\left(\frac{u - x'}{k}\right) du$$

$$= \frac{2\nu + 1}{4\omega} \int_{-1}^{+1} P^{(\nu)}(x') \int_{-\infty}^{+\infty} f(x' + ku)\, \psi(u)\, du,$$

woraus man, wenn

$$\frac{2\nu + 1}{2} \int_{-1}^{+1} f(x' + u)\, P^{(\nu)}(x')\, dx' = f_\nu(u)$$

---

und somit, wenn

$$\sum_{n=0}^{\infty} A_n x^n$$

eine beständig convergirende Potenzreihe von $x$ ist,

$$\sum_{n=0}^{\infty} A_n x^n = \sum_n \sum_\nu A_n c_{n,\nu} P^{(n-2\nu)}(x).$$

Es sind aber die $c_{n,\nu}$ sämmtlich positive Grössen und $\sum_\nu c_{n,\nu} = 1$; also ist

$$\sum_\nu | c_{n,\nu} P^{(n-2\nu)}(x) | \leqq | x + \sqrt{x^2 - 1} |^n.$$

Daraus folgt, dass $\sum_{n=1}^{\infty} \sum_\nu | A_n c_{n,\nu} P^{(n)}(x) |$ eine endliche Grösse ist, und daher wenn (für $\mu = 0, 1, 2 \ldots \infty$)

$$C_\mu = \sum_{\substack{n,\nu \\ (n - 2\nu = \mu)}} c_{n,\nu} A_n = \sum_{\nu=0}^{\infty} c_{\mu+2\nu,\nu} A_{\mu+2\nu}$$

gesetzt wird, die Gleichung

$$\sum_{n=0}^{\infty} A_n x^n = C_0 + \sum_{\mu=1}^{\infty} C_\mu P^{(\mu)}(x)$$

besteht.

gesetzt wird,

$$C_\nu = \frac{1}{2\omega}\int_{-\infty}^{+\infty} f_\nu(ku)\,\psi(u)\,du$$

erhält.

Die Function $f_\nu(u)$ ist ebenso wie $f(u)$ eine durchweg stetige Function, deren absoluter Betrag höchstens gleich $(2\nu+1)\,G$ werden kann, da der absolute Betrag von $P^{(\nu)}(x')$ für die dem Intervalle $(-1\ldots+1)$ angehörigen Werthe von $x'$ nicht grösser als 1 wird. Es ist aber, wenn $a$ eine beliebige positive Grösse ist

$$C_\nu = \frac{1}{2\omega}\int_{-a}^{a} f_\nu(ku)\,\psi(u)\,du + \frac{1}{2\omega}\int_{a}^{+\infty} f_\nu(ku)\,\psi(u)\,du + \frac{1}{2\omega}\int_{-\infty}^{-a} f_\nu(ku)\,\psi(u)\,du$$

$$= \frac{1}{2\omega}\int_{-a}^{a} f_\nu(ku)\,\psi(u)\,du$$

$$+ \frac{1}{2\omega} f_\nu(ka\ldots+\infty)\int_{a}^{+\infty}\psi(u)\,du + \frac{1}{2\omega} f_\nu(-\infty\ldots-ka)\int_{-\infty}^{-a}\psi(u)\,du\,;$$

wenn man daher $k$ unendlich klein werden lässt, so bekommt man

$$\operatorname*{Lim}_{k=0} \cdot C_\nu = f_\nu(0)\cdot\frac{1}{2\omega}\int_{-a}^{+a}\psi(u)\,du + \ldots,$$

wo die weggelassenen Glieder auf der Rechten unendlich kleine Werthe erhalten, wenn $a$ unendlich gross wird. Da man nun $a$ beliebig gross annehmen darf, so ergiebt sich

$$\operatorname*{Lim}_{k=0} \cdot C_\nu = f_\nu(0) = \frac{2\nu+1}{2}\int_{-1}^{+1} f(x)\,P^{(\nu)}(x)\,dx.$$

Setzt man

$$\frac{1}{2\omega}\int_{-\infty}^{+\infty} f_\nu(ku)\,\psi(u)\,du = \phi_\nu(k),$$

und versteht unter $\delta$ eine kleine reelle Grösse, so ist

$$\phi_\nu(k+\delta) - \phi_\nu(k) = \frac{1}{2\omega}\int_{-a}^{+a}\big(f_\nu(ku+\delta u) - f_\nu(ku)\big)\,\psi(u)\,du + \ldots,$$

wo wieder die fortgelassenen Glieder auf der Rechten beliebig kleine Werthe erhalten, wenn $a$ gross genug angenommen wird. Ist daher $\delta_1$ eine gegebene, beliebig kleine Grösse, so kann man dem $a$ einen bestimmten Werth beilegen, für welchen

$$\phi_\nu(k+\delta) - \phi_\nu(k) = \frac{1}{2\omega}\int_{-a}^{+a}\big(f_\nu(ku+\delta u) - f_\nu(ku)\big)\,\psi(u)\,du$$

dem absoluten Betrage nach kleiner als $\delta_1$ ist, und zwar bei beliebigen Werthen von $k, \delta$. Dann lässt sich ferner, wenn $\delta_2$ eine zweite, beliebig

anzunehmende kleine Grösse ist, für den absoluten Betrag von $\delta$ eine obere Grenze $\delta'$ so festsetzen, dass

$$\frac{1}{2\omega}\int_{-a}^{a}(f_\nu(ku+\delta u)-f_\nu(ku))\,\psi(u)\,du$$

dem absoluten Betrage nach kleiner als $\delta_2$ und somit

$$|\,\phi_\nu(k+\delta)-\phi_\nu(k)\,| < \delta_1+\delta_2$$

ist, wenn $|\delta| < \delta'$. Es ist also $\phi_\nu(k)$ eine stetige Function von $k$.

Hiermit ist also bewiesen:

»Ist $\psi(x)$ eine Function von der oben angegebenen Beschaffenheit, und

$$F(x,k)=\frac{1}{2k\omega}\int_{-\infty}^{+\infty}f(u)\,\psi\left(\frac{u-x}{k}\right)du,$$

so hat man für jeden endlichen complexen Werth von $x$

$$(6)\qquad F(x,k)=\sum_{\nu=0}^{\infty}\phi_\nu(k)\,P^{(\nu)}(x),$$

wenn

$$(7)\qquad \begin{cases} f_\nu(u)=\dfrac{2\nu+1}{2}\displaystyle\int_{-1}^{+1}f(x'+u)\,P^{(\nu)}(x')\,dx', \\ \phi_\nu(k)=\dfrac{1}{2\omega}\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty}f_\nu(ku)\,\psi(u)\,du \end{cases}$$

gesetzt wird; und es sind dann die $\phi_\nu(k)$ stetige Functionen von $k$.«

Jetzt werde unter $x$ wieder eine reelle Veränderliche verstanden, so dass

$$f(x)=\operatorname*{Lim}_{k=0}\cdot F(x,k)$$

ist. Wird dann $x$ auf das Intervall

$$-a \leqq x \leqq a$$

beschränkt, wo $a$ eine beliebige positive Grösse bedeutet, so kann man, nach Annahme einer beliebig kleinen positiven Grösse $g'$, zunächst dem Parameter $k$ einen bestimmten Werth $k'$ beilegen, für welchen

$$|\,f(x)-F(x,k')\,| < g'$$

ist. Bezeichnet man ferner mit $R$ den grössten Werth, den der absolute Betrag der Grösse

$$\sqrt{x^2-1}+x$$

für die jetzt betrachteten Werthe von $x$ erhalten kann, so hat man

$$R=\begin{cases}1, \text{ wenn } a\leqq 1,\\ a+\sqrt{a^2-1}, \text{ wenn } a>1,\end{cases}$$

und es ist daher, wie schon bemerkt,

$$|\,P^{(\nu)}(x)\,| \leqq R^\nu.$$

Da nun die Reihe

$$\sum_{\nu=0}^{\infty} |\phi_\nu(k')| R^\nu$$

einen endlichen Werth hat, so ist es, nach Annahme einer zweiten positiven Grösse $g''$, immer möglich, eine ganze positive Zahl $n$ zu ermitteln, für welche der absolute Betrag von

$$\sum_{\nu=n+1}^{\infty} \phi_\nu(k') P^{(\nu)}(x)$$

kleiner als $g''$ ist. Setzt man also

$$G^{(n)}(x, k) = \sum_{\nu=0}^{n} \phi_\nu(k) P^{(\nu)}(x), \tag{8}$$

so ist

$$|f(x) - G^{(n)}(x, k')| < g' + g''.$$

Hiernach lässt sich der Satz (B.) meiner ersten Mittheilung folgendermaassen aussprechen:

»Es seien $a, g$ positive Grössen, von denen die erste beliebig gross und die andere beliebig klein angenommen werden kann, so ist es immer möglich, in dem durch die vorstehende Gleichung definirten Ausdruck $G^{(n)}(x, k)$, der eine ganze rationale Function $n$ten Grades von $x$ ist, dem Parameter $k$ und der Zahl $n$ solche Werthe zu geben, dass für die dem Intervall $(-a \ldots a)$ angehörigen Werthe von $x$ die Differenz zwischen

$$f(x) \text{ und } G^{(n)}(x, k)$$

ihrem absoluten Betrage nach eine vorgeschriebene Grenze, die beliebig klein angenommen werden kann, nicht überschreitet.«

Der im Vorstehenden entwickelte Ausdruck der Function $F(x, k)$ hat vor der Darstellung derselben in Gestalt einer Potenzreihe den wesentlichen Vorzug, dass die Coefficienten des ersteren — die $\phi_\nu(k)$ — in einer Form sich darstellen, welche erkennen lässt, dass dieselben stetige Functionen der Grösse $k$ sind, und dass es für jeden einzelnen Coefficienten eine Grenze giebt, welche sein absoluter Betrag für keinen Werth von $k$ überschreitet, während zugleich, für jeden bestimmten Werth von $k$, $\lim_{\nu=a} \phi_\nu(k) = 0$ ist.

Damit ist der Übelstand beseitigt, welcher sich, wie am Schlusse meiner ersten Mittheilung hervorgehoben worden ist, herausstellt, wenn man die im Satze (B.) vorkommende Function $G(x)$ so definirt, wie es dort geschehen ist.

Es ist bisher in Betreff der Function $f(x)$ angenommen worden, dass der absolute Betrag derselben eine endliche obere Grenze habe. Diese Annahme kann man fallen lassen, wenn es sich bloss darum

handelt, eine ganze rationale Function $G(x)$ zu bestimmen, welche sich in einem gegebenen endlichen Intervall $(x_1 \ldots x_2)$ der Function $f(x)$ so genau anschliesst, dass der absolute Betrag der Differenz $f(x) - G(x)$ für jeden Werth von $x$ unter einer beliebig festgesetzten Grenze $g$ liegt.

In der That, definirt man eine Function $f_1(x)$, indem man festsetzt, es solle

$$f_1(x) = f(x_1) \text{ sein, wenn } x < x_1,$$
$$f_1(x) = f(x), \text{ wenn } x_1 \leqq x \leqq x_1,$$
$$f_1(x) = f(x_2), \text{ wenn } x > x_2,$$

so ist $f_1(x)$ so beschaffen, wie bisher von der Function $f(x)$ angenommen worden ist, und man kann demnach eine Function $G(x)$ so bestimmen, dass für jeden in dem Intervalle $(x_1 \ldots x_2)$ enthaltenen Werth von $x$

$$|f_1(x) - G(x)| < g,$$

und somit auch

$$|f(x) - G(x)| < g$$

ist.

Nun ist bei dem in der ersten Mittheilung gegebenen Beweise des Satzes (C.) von der Function $f(x)$ nur vorausgesetzt worden, dass es nach beliebiger Annahme zweier positiven Grössen $a_\nu$, $g_\nu$ möglich sei, eine ganze rationale Function $G_\nu(x)$ herzustellen, für welche

$$|f(x) - G_\nu(x)| < g \text{ ist, wenn } -a_\nu \leqq x \leqq a_\nu;$$

und es gilt also der in Rede stehende Satz in unveränderter Fassung, wenn von der Function $f(x)$ nur angenommen wird, dass sie für jeden endlichen reellen Werth von $x$ einen bestimmten endlichen und mit $x$ stetig sich ändernden Werth habe.

Es bleibt jetzt noch zu untersuchen, welche Modificationen die bisher entwickelten Sätze erleiden, wenn man auch die Annahme, dass $f(x)$ eine durchweg stetige Function sei, fallen lässt. Damit beabsichtige ich in einer folgenden Abhandlung mich zu beschäftigen. Darauf wird dann die Untersuchung auch auf eindeutige Functionen von mehreren reellen Argumenten auszudehnen sein, was für durchweg stetige Functionen keine Schwierigkeit hat.

---

Ich will jetzt annehmen, es sei $f(x)$ eine periodische Function, d. h. sie ändere ihren Werth nicht, wenn ihr Argument um eine bestimmte positive Grösse $2c$ vermehrt wird. Dann lässt sich die zugehörige Function $F(x, k)$ auch darstellen in der Form einer für jeden complexen Werth von $x$ convergirenden FOURIER'schen Reihe, deren Coefficienten stetige Functionen der Grösse $k$ sind.

Aus der obigen Gleichung (1) ergiebt sich:

$$F(x+2c,k)=F(x,k);$$

setzt man also, unter $z$ eine neue complexe Veränderliche verstehend,

$$\overline{F}(z)=F\left(\frac{c}{\pi i}\log z,k\right),$$

so ist $\overline{F}(z)$ eine eindeutige analytische Function von $z$, für welche im ganzen Gebiete dieser Grösse nur zwei singuläre Stellen, nämlich 0 und $\infty$ existiren, und die daher in eine beständig convergirende Reihe von der Form

$$\sum_{\nu=-\infty}^{\nu=+\infty} C_\nu z^\nu$$

entwickelt werden kann. Setzt man $z=e^{\frac{\pi x}{c}i}$, so wird $\overline{F}(z)=F(x,k)$, und es ist demnach

$$F(x,k)=\sum_{\nu=-\infty}^{\nu=+\infty} C_\nu e^{\frac{\nu\pi x}{c}i}$$

für jeden endlichen Werth von $x$.

Da diese Entwickelung von $F(x,k)$ in jedem endlichen Bereiche der Veränderlichen $x$ gleichmässig convergirt, so ist, wenn man mit $x'$ wieder eine reelle Veränderliche und mit $n$ eine ganze Zahl bezeichnet,

$$\frac{1}{2c}\int_{-c}^{c}F(x',k)\,e^{-\frac{nx'\pi}{c}i}\,dx'=\frac{1}{2c}\sum_{\nu=-\infty}^{\nu=+\infty}C_\nu\int_{-c}^{c}e^{\frac{(\nu-n)\pi x'}{c}i}\,dx'=C_n.$$

Man hat also

$$2cC_n=\frac{1}{2k\omega}\int_{-c}^{c}e^{-\frac{n\pi x'}{c}i}\,dx'\int_{-\infty}^{+\infty}f(u)\,\psi\left(\frac{u-x'}{k}\right)du$$

$$=\frac{1}{2\omega}\int_{-c}^{c}e^{-\frac{n\pi x'}{c}i}\,dx'\int_{-\infty}^{+\infty}f(x'+ku)\,\psi(u)\,du$$

$$=\frac{1}{2\omega}\int_{-\infty}^{+\infty}\psi(u)\,e^{-\frac{nku\pi}{c}i}\,du\int_{-c}^{c}f(x'+ku)\,e^{-\frac{n\pi}{c}(x'+ku)i}\,dx'.$$

Nun hat man aber, wenn man

$$f_1(x')=f(x')\,e^{-\frac{n\pi x'}{c}i}$$

setzt, und unter $x_0$ eine von $x'$ unabhängige Grösse versteht,

$$\int_{-c}^{c}f_1(x')\,dx'=\int_{-c}^{x_0-c}f_1(x')\,dx'+\int_{x_0-c}^{c}f_1(x')\,dx'=\int_{x_0-c}^{c}f_1(x')\,dx'+\int_{-c}^{x_0-c}f_1(x'+2c)\,dx'$$

$$=\int_{x_0-c}^{c}f_1(x')\,dx'+\int_{c}^{x_0+c}f_1(x')\,dx'=\int_{x_0-c}^{x_0+c}f_1(x')\,dx'=\int_{-c}^{c}f_1(x'+x_0)\,dx';$$

es ist also

$$\int_{-c}^{c} f(x'+ku)\, e^{-\frac{n\pi}{c}(x'+ku)i}\, dx' = \int_{-c}^{c} f(x')\, e^{-\frac{n\pi x'}{c} i}\, dx',$$

und somit, wenn man, unter $v$ eine beliebige reelle Grösse verstehend,

$$(9) \qquad \phi(v) = \frac{1}{2\omega}\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(u)\, e^{-uvi}\, du = \frac{1}{\omega}\int_{0}^{\infty} \psi(u)\cos(vu)\, du$$

setzt:

$$(10) \qquad C_n = \phi\left(\frac{nk\pi}{c}\right)\int_{-c}^{c} \frac{1}{2c} f(x')\, e^{-\frac{n\pi x'}{c} i}\, dx'.$$

Setzt man

$$(11) \quad A_n = \frac{1}{2c}\int_{-c}^{c} f(x')\cos\frac{n\pi}{c}x'\, dx', \quad A'_n = \frac{1}{2c}\int_{-c}^{c} f(x')\sin\frac{n\pi}{c}x'\, dx',$$

so ist

$$(12) \qquad C_n = (A_n - iA'_n)\,\phi\left(\frac{n\pi k}{c}\right)$$

und somit

$$(13) \quad F(x,k) = A_0 + 2\sum_{n=1}^{\infty} \phi\left(\frac{nk\pi}{c}\right)\cdot\left(A_n\cos\frac{n\pi}{c}x + A'_n\sin\frac{n\pi}{c}x\right).$$

Nach der vorstehenden Formel ist $\phi(v)$ eine stetige Function von $v$, die für $v = 0$ den Werth 1 annimmt.

Setzt man in dem Ausdrucke auf der Rechten der vorstehenden Gleichung $k = 0$, so reducirt er sich auf

$$A_0 + 2\sum_{n=1}^{\infty}\left(A_n\cos\frac{n\pi}{c}x + A'_n\sin\frac{n\pi}{c}x\right),$$

d. h. er geht in die Reihe über, in welche sich die Function $f(x)$ im Allgemeinen — d. h. wenn man von speciellen, bisher noch nicht hinreichend charakterisirten Functionen absieht — nach dem FOURIER'schen Theorem entwickeln lässt. Da aber, wie zuerst Hr. P. DU BOIS-REYMOND an einem Beispiele nachgewiesen hat, in der That Functionen $f(x)$ existiren, welche für gewisse Werthe von $x$, die sogar in jedem noch so kleinen Intervall $(x_1 \ldots x_2)$ in unendlicher Anzahl vorhanden sein können, durch die vorstehende Reihe nicht dargestellt werden, so ist damit dargethan, dass man, um die Grenze zu bestimmen, der sich die Reihe auf der Rechten der Gleichung (13) nähert, wenn $k$ unendlich klein wird, nicht unbedingt in jedem einzelnen Gliede der Reihe $k = 0$ setzen darf.

Die Reihe $\sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} C_n z^n$ convergirt, wie gezeigt worden ist, für jeden Werth von $z$, mit Ausnahme der beiden Werthe $0$, $\infty$. Die Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} C_n z^n$$

convergirt also für jeden endlichen Werth von $z$.

Nimmt man nun z. B.

$$f(x) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \frac{1}{n_2} \cos\left(\frac{n\pi}{c} x\right),$$

so ist

$$A_n = \frac{1}{n^2}, \; A'_n = 0$$

und daher

$$C_n = \frac{1}{n^2} \phi\left(\frac{nk\pi}{c}\right);$$

daraus folgt, dass auch die Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} \phi\left(\frac{nk\pi}{c}\right) z^n$$

für jeden endlichen Werth von $z$ convergirt.

Setzt man also

$$(14) \qquad \chi(x\,;v) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \phi(nv) e^{nxi},$$

so ist $\chi(x\,;v)$ eine für jeden endlichen complexen Werth von $x$ und für jeden reellen Werth von $v$ definirte eindeutige analytische Function, für welche sich auch, da $\phi(-v) = \phi(v)$ ist, der Ausdruck

$$(15) \qquad \chi(x\,;v) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \phi(nv) \cos nx = 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \phi(nv) \cos nx$$

ergiebt; und es lässt sich dann die Function $F(x, k)$ folgendermaassen ausdrücken:

$$(16) \qquad F(x, k) = \frac{1}{2c} \int_{-c}^{c} f(x') \, \chi\left(\frac{x - x'}{c} \pi\,; \frac{k\pi}{c}\right) dx'.$$

Jetzt seien wieder $g', g''$ gegebene positive Grössen von beliebiger Kleinheit, und $k'$ ein bestimmter Werth von $k$, der so anzunehmen ist, dass

$$|f(x) - F(x, k')|$$

für jeden reellen Werth von $x$ kleiner als $g'$ ist. Bestimmt man dann eine ganze positive Zahl $n$ so, dass der absolute Betrag von

$$\sum_{\nu=n+1}^{\infty} \phi\left(\frac{\nu k' \pi}{c}\right) \left(A_\nu \cos \frac{\nu\pi}{c} x + A'_\nu \sin \frac{\nu\pi}{c} x\right)$$

für jeden reellen Werth von $x$ kleiner als $g''$ ist, und setzt

$$(17) \qquad f(x) = A_0 + 2 \sum_{\nu=1}^{n} \phi\left(\frac{\nu k' \pi}{c}\right) \left(A_\nu \cos \frac{\nu\pi}{c} x + A'_\nu \sin \frac{\nu\pi}{c} x\right) + R_n,$$

so ist der absolute Betrag von $R_n$ stets kleiner als $g' + g''$.

So ergiebt sich der Satz

D. »Ist $f(x)$ eine für jeden reellen Werth von $x$ eindeutig definirte, durchweg stetige und reell-periodische Function, so lässt sich nach Annahme einer beliebig kleinen positiven Grösse $g$, auf mannigfaltige Weise eine endliche FOURIER'sche Reihe herstellen, welche sich der Function $f(x)$ so genau anschliesst, dass der Unterschied zwischen beiden Functionen für keinen Werth von $x$ mehr als $g$ beträgt.«

Aus diesem Satze lässt sich dann durch das beim Beweise des Satzes (C.) angewandte Verfahren, wenn man unter den dortigen Functionen $G_1(x)$, $G_2(x)$, $G_3(x)$, ... jetzt endliche FOURIER'sche Reihen versteht, welche dieselbe primitive Periode wie $f(x)$ haben, der folgende ableiten:

E. »Jede Function $f(x)$ von der unter (D.) angegebenen Beschaffenheit lässt sich, wenn $2c$ die primitive Periode derselben ist, darstellen in der Form einer Summe, deren Glieder sämmtlich endliche FOURIER'sche Reihen mit der Periode $2c$ sind. Diese Reihe convergirt unbedingt für jeden Werth von $x$ und gleichmässig in jedem endlichen Intervalle.«

Um das Vorstehende durch ein einfaches Beispiel zu erläutern, nehme ich

$$\psi(x) = e^{-x^2}.$$

Dann ist $2\omega = \sqrt{\pi}$ und

$$\phi(v) = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-u^2-uvi}du = \frac{e^{-\frac{v^2}{4}}}{\sqrt{\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\left(u+\frac{vi}{2}\right)^2}du = e^{-\frac{v^2}{4}}.$$

Daraus ergiebt sich

$$(18) \qquad \chi(x\,;v) = \sum_{\nu=-\infty}^{\nu=+\infty} e^{-\frac{\nu^2 v^2}{4}} \cos \nu x,$$

also, wenn man

$$(19) \qquad q = e^{-\frac{v^2}{4}}$$

setzt,

$$(20) \qquad \chi(x\,;v) = \vartheta_3\left(\frac{x}{2}, q\right),$$

wo $\vartheta_3(x, q)$ die JACOBI'sche Function

$$1 + 2q\cos 2x + 2q^4\cos 4x + 2q^9\cos 6x + \dots$$

ist.

Hiernach hat man

$$(21) \qquad F(x, k) = \frac{1}{2c}\int_{-c}^{c} f(x')\,\vartheta_3\left(\frac{x-x'}{2c}\pi, q\right)dx', \text{ wo } q = e^{-\frac{k^2\pi^2}{4c^2}}.$$

Die Formel auf der rechten Seite dieser Gleichung kommt schon bei FOURIER vor (Théorie analytique de la chaleur, Chapitre X.). Um

den Temperaturzustand eines unendlich dünnen homogenen Ringes von der Länge $2c$, der keine Wärme ausstrahlt, für einen beliebigen Zeitpunkt anzugeben, wenn derselbe in irgend einem Momente bekannt ist, hat man eine Function $\phi$ von zwei reellen Veränderlichen $x, t$ so zu bestimmen, dass dieselbe der Differentialgleichung

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \mu \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}$$

genügt, wo $\mu$ eine positive Constante bedeutet, als Function von $x$ betrachtet, die Periode $2c$ besitzt und für $t = 0$ in dem Intervalle

$$-c \leqq x \leqq c$$

einer gegebenen willkürlichen Function $F(x)$ gleich ist, wobei nur angenommen wird, dass $F(x)$ stetig und $F(-c) = F(c)$ sei.

Fourier findet für die so definirte Function $\phi$ den Ausdruck

$$(22) \qquad \phi = \frac{1}{2c} \sum_{\nu=-\infty}^{\nu=+\infty} \int_{-c}^{c} F(x') e^{-\frac{\nu^2 \mu \pi^2}{c^2} t} \cos\left(\nu \frac{x - x'}{c} \pi\right) dx'$$

$$= \frac{1}{2c} \int_{-c}^{c} F(x') \sum_{\nu=-\infty}^{\nu=+\infty} e^{-\frac{\nu^2 \mu \pi^2}{c^2} t} \cos\left(\nu \frac{x - x'}{c} \pi\right) dx',$$

also

$$(23) \qquad \phi = F(x, k);$$

wenn man die Function $f(x)$ so bestimmt, dass sie in dem Intervalle $(-c \leqq x \leqq c)$ mit $F(x)$ übereinkommt, und

$$(24) \qquad k = 2\sqrt{\mu t}$$

nimmt. Fourier setzt, um zu beweisen, dass $\phi$ für $t = 0$ in dem Intervalle $(-c \leqq x \leqq c)$ gleich $F(x)$ sei, in den einzelnen Gliedern seines Ausdrucks $t = 0$, wodurch derselbe in die Reihe

$$\frac{1}{2c} \sum_{\nu=-\infty}^{\nu=+\infty} \int_{-c}^{c} F(x') \cos\left(\nu \frac{x - x'}{c} \pi\right) dx'$$

übergeht, von der er annahm, dass sie stets in dem angegebenen Intervall die Function $F(x)$ darstelle. Es verdient aber bemerkt zu werden, dass ungeachtet der Einwendungen, die gegen Fourier's Verfahren gemacht werden können, der aufgestellte Ausdruck der Function $\phi$ ausnahmslos richtig ist. Denn da derselbe, wie gezeigt worden ist, sich in $F(x, 2\sqrt{\mu t}$ umformen lässt, so ergiebt sich zunächst, ohne dass das Fourier'sche Theorem zu Hülfe genommen wird, dass

$$\operatorname*{Lim}_{t=0} \cdot \phi = F(x)$$

ist. Ferner genügen die einzelnen Glieder der Differentialgleichung

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \mu \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2},$$

woraus folgt, dass auch $\varphi$ selbst ihr genügt, da die in Rede stehende Reihe eine eindeutige analytische Function von $x$ und $t$ ist, wenn man die Grösse $t$ der Bedingung unterwirft, dass ihr reeller Bestandtheil positiv sein soll, und weil überdies die Reihe in jedem endlichen Bereiche der Grössen $x$, $t$ gleichmässig convergirt. Endlich ändert die Reihe ihren Werth nicht, wenn $x + 2c$ für $x$ gesetzt wird; es entspricht also die durch sie ausgedrückte Function vollständig den gestellten Bedingungen.

Es ist äusserst merkwürdig, dass bei einem Problem der mathematischen Physik für eine gesuchte, von zwei veränderlichen Grössen, die nach ihrer physikalischen Bedeutung nur reelle Werthe haben können, abhängige Function, welche für einen bestimmten Werth eines ihrer Argumente einer gegebenen willkürlichen Function des anderen gleich sein soll, ein Ausdruck sich ergiebt, der eine analytische Function der Veränderlichen ist und somit auch für complexe Werthe der letzteren eine Bedeutung hat.

Es bedeute jetzt $n$ eine ganze positive Zahl, und es werde gesetzt

$$\chi(x; v)_n = \sum_{\nu=-n}^{\nu=+n} e^{-\frac{\nu^2 v^2}{4}} \cos \nu x,$$

so ist nach Gleichung (18)

$$\chi(x; v) = \chi(x; v)_n + 2 \sum_{\nu=n+1}^{\nu=\infty} e^{-\frac{\nu^2 v^2}{4}} \cos \nu x.$$

Für reelle Werthe von $x$ ist aber der absolute Betrag des zweiten Gliedes auf der Rechten dieser Gleichung, der mit $R_n$ bezeichnet werde, niemals grösser als

$$2 \sum_{\nu=n+1}^{\infty} e^{-\frac{\nu^2 v^2}{4}} = 2 \sum_{\nu=1}^{\infty} e^{-\frac{n^2+2n\nu+\nu^2}{4} v^2},$$

also

$$R_n < e^{-\frac{n^2+2n}{4} v^2} \cdot 2 \sum_{\nu=1}^{\infty} e^{-\frac{\nu^2 v^2}{4}}.$$

Setzt man nun in der bekannten Gleichung

$$1 + 2 \sum_{\nu=1}^{\infty} e^{-\nu^2 \tau \pi} = \frac{1}{\sqrt{\tau}} \left( 1 + 2 \sum_{\nu=1}^{\infty} e^{-\frac{\nu^2 \pi}{\tau}} \right),$$

wo unter $\tau$ eine positive Grösse zu verstehen ist, $\tau = \frac{v^2}{4\pi}$, so ergiebt sich, wenn $v$ positiv ist,

$$2 \sum_{\nu=1}^{\infty} e^{-\frac{\nu^2 v^2}{4}} = \frac{2\sqrt{\pi}}{v} - 1 + \frac{4\sqrt{\pi}}{v} \sum_{\nu=1}^{\infty} e^{-\frac{4\nu^2 \pi^2}{v^2}};$$

es ist also

$$R_n < \frac{2\sqrt{\pi}}{v} e^{-\frac{(n+1)^2}{4} v^2} \cdot \left\{ 1 - \frac{v}{2\sqrt{\pi}} + 2 \sum_{\nu=1}^{\infty} e^{-\frac{4\nu^2 \pi^2}{v^2}} \right\} e^{\frac{v^2}{4}}.$$

Setzt man nun, unter $m$ eine positive Grösse verstehend,

$$(25)\qquad v = \frac{2\sqrt{m \log (n+1)}}{n+1},$$

so ist

$$R_n < \frac{(n+1)^{-m+1}}{2\sqrt{m \log (n+1)}} \cdot (1 + [n]),$$

wo $[n]$ eine Grösse bedeutet, die für einen unendlich grossen Werth von $n$ unendlich klein wird. Nimmt man also

$$m \geqq 1,$$

so wird

$$\operatorname*{Lim}_{n=\infty} \cdot R_n = 0.$$

Es ist aber dann

$$e^{-\frac{v^2}{4}} = e^{-\frac{m \log (n+1)}{(n+1)^2}} = (n+1)^{-\frac{m}{(n+1)^2}},$$

also, wenn man

$$(26)\qquad (n+1)^{-\frac{m}{(n+1)^2}} \text{ mit } \{n\}$$

bezeichnet, und

$$(27)\qquad \chi(x, n) = \sum_{\nu=-n}^{\nu=+n} \{n\}^{\nu\nu} \cos \nu x = 1 + 2\sum_{\nu=1}^{n} \{n\}^{\nu\nu} \cos \nu x$$

setzt:

$$\chi(x; v)_n = \chi(x, n).$$

Aus der Gleichung

$$F(x, k) = \frac{1}{2c}\int_{-c}^{c} f(x')\, \chi\left(\frac{x-x'}{c}\pi;\ \frac{k\pi}{c}\right) dx'$$

ergiebt sich dann

$$F\left(x, \frac{cv}{\pi}\right) = \frac{1}{2c}\int_{-c}^{c} f(x')\, \chi\left(\frac{x-x'}{c}\pi;\ v\right) dx' = \frac{1}{2c}\int_{-c}^{c} f(x')\, \chi\left(\frac{x-x'}{c}\pi, n\right) dx' + R_n',$$

wo auch $R_n'$ eine Grösse bedeutet, die für einen unendlich grossen Werth von $n$ unendlich klein wird. Da nun $\operatorname*{Lim}_{n=\infty} \cdot v = 0$ und $\operatorname*{Lim}_{v=0} \cdot F\left(x, \frac{cv}{\pi}\right) = f(x)$ ist, so ergiebt sich

$$(28)\qquad f(x) = \operatorname*{Lim}_{n=\infty} \cdot \frac{1}{2c}\int_{-c}^{c} f(x')\, \chi\left(\frac{x-x'}{c}\pi, n\right) dx'.$$

Das Fourier'sche Theorem, präcise ausgedrückt, besagt, dass

$$(29)\qquad f(x) = \operatorname*{Lim}_{n=\infty} \cdot \frac{1}{2c}\int_{-c}^{+c} f(x')\, \bar{\chi}\left(\frac{x-x'}{c}\pi, n\right) dx'$$

sei, wenn

$$(30)\qquad \bar{\chi}(x, n) = \sum_{\nu=-n}^{\nu=+n} \cos \nu x$$

gesetzt wird. An die Stelle dieser Gleichung, die nicht unter allen Umständen richtig ist, tritt also die vorhergehende, ausnahmslos geltende, in der die Function $\bar{\chi}(x, n)$ ersetzt ist durch eine andere, $\chi(x, n)$, welche gleich $\bar{\chi}(x, n)$ die Form

$$1 + 2(n, 1)\cos x + 2(n, 2)\cos 2x + \ldots + 2(n, n)\cos nx$$

hat, wo $(n, \nu)$ eine von $n$ und $\nu$ abhangende positive Grösse bedeutet, die in $\bar{\chi}(x)$ sich auf die Einheit reducirt. Für jede bestimmte Zahl $\nu$ ist

$$\operatorname*{Lim}_{n=\infty} \cdot (n, \nu) = 1;$$

man kann also $n$ so gross nehmen, dass die $(\nu + 1)$ ersten Glieder von $\chi(x, n)$ mit den entsprechenden Gliedern von $\bar{\chi}(x, n)$ so nahe übereinstimmen, wie man will.

Functionen $\chi(x, n)$ von derselben Form und Beschaffenheit, wie die hier betrachtete, für welche die Gleichung (28) ebenfalls unbedingte Gültigkeit hat, lassen sich auch aus der obigen Function $\chi(x; v)$, die aus einer beliebigen Function $\psi(u)$ entspringt, ableiten. Man kann immer eine von $n$ abhängende positive Grösse $v_n$ so bestimmen, dass die Differenz

$$\chi(x; v_n) - \sum_{\nu=-n}^{\nu=+n} \phi(\nu v_n) \cos \nu x$$

gegen Null convergirt, wenn $n$ ohne Ende wächst, und dann ist

$$(31) \qquad \chi(x, n) = \sum_{\nu=-n}^{\nu=+n} \phi(\nu v_n) \cos \nu x = 1 + 2 \sum_{\nu=1}^{n} \phi(\nu v_n) \cos \nu x$$

eine Function von der angegebenen Beschaffenheit.

Selbstverständlich soll damit nicht gesagt sein, dass man auf diese Weise alle Functionen der in Rede stehenden Art erhalte.

Schliesslich möge noch bemerkt werden, dass die Gleichung (28) für die zwischen $-c$ und $c$ liegenden Werthe von $x$, wie leicht zu beweisen ist, auch dann noch besteht, wenn unter $f(x)$ eine Function verstanden wird, welche in dem Intervalle von $x = -c$ bis $x = c$ eindeutig definirt und stetig ist, ohne dass $f(c) = f(-c)$ zu sein braucht. Für $x = \pm c$ ist dann auf der Linken der Gleichung

$$\tfrac{1}{2}\big(f(-c) + f(c)\big)$$

statt $f(\pm c)$ zu setzen.

# Vorläufiger Bericht über die geognostische Beschaffenheit des Ost-Jordanlandes.

Von Hrn. F. Noetling.

Haifa (in Syrien), 29. Mai 1885.

Das Ost-Jordanland, speciell das Gebiet des Djolân und nördlichen Adjlûns ist ein weites Tafelland, von tiefen und steilen Thälern zerschnitten, aber von sehr einförmiger geologischer Beschaffenheit, da die dort anstehenden Schichten, so weit sie sedimentären Ursprunges sind, ausschliesslich dem Senon angehören. Die Lagerungsverhältnisse sind einfacher Natur; abgesehen von localen Störungen und Rutschungen am westlichen Steilabfall gegen das Jordanthal hin, liegen die Schichten vollkommen horizontal. Die älteste im Wadi Aral aufgeschlossene Schicht ist ein tiefschwarzer, stark bituminöser Schiefer mit zahlreichen, aber schlecht erhaltenen Fischresten; eingelagert finden sich Hornsteinbänke und eine Schicht mit *Gryphaea vesicularis;* darüber folgen Hornsteinbänke, erfüllt mit den zerdrückten Schalen von *Baculites sp.*, die namentlich auf den Schichtflächen häufig sind. Über diesen lagert ein weicher, weisser oder hellgelblicher Kalk, welcher das Hauptglied der dortigen Kreideformation bildet und zahlreiche Feuersteinschnüre eingelagert hält. Den Schluss bildet eine Conglomeratbank, deren Gerölle aus Feuersteinen und Kreidebruchstücken bestehen, während basaltische Gerölle vollkommen fehlen.

Im nördlichen Theile des von mir untersuchten Gebietes, d. h. im eigentlichen Djolân, vom Hermon südwärts bis zum Yarmuk, wird die Kreide von mächtigen Lavaströmen überlagert, welche, den Krateren des nördlichen Djolân entstammend, zum Theil in die Thäler hinabgeflossen sind.

Das Yarmukthal lässt deutlich zwei Lavaströme erkennen. Der ältere, höher am Gehänge liegende Lavastrom, welcher im mittleren Laufe des Flusses beim Wadi Ezzeyyatin in's Thal fällt, wurde späterhin vom Flusse durchschnitten und somit Raum für den jüngeren Lavastrom geschaffen, welcher, das Wadi Rukkâd herabkommend, bei Sezun vom Plateau herabstürzt und eine leicht kenntliche, auffallende

Terrasse am Gehänge bildet. Dieser letztere Lavastrom überlagert die Geröllablagerungen des alten Yarmuk, welche genau dieselbe Fauna führen wie sie heute im Flusse lebt, nämlich zahlreiche Individuen eines *Melanopsis sp.* Durch diesen letzteren Lavastrom hat der Fluss das heutige Thal eingeschnitten, so dass die recente Bachsohle bereits tief in die unterlagernde Kreide eingegraben ist.

Daraus ergiebt sich, dass die Laven des Djolân frühestens postsenones Alter besitzen, die Eruptionen aber bis in jungtertiäre, wenn nicht gar bis in die diluviale Zeit hinein fortgedauert haben. Da aber das Vulkangebiet des Djolân in ununterbrochenem Zusammenhange mit dem des Haurân steht, und weder räumlich noch zeitlich von demselben zu trennen ist, so fallen die Eruptionen des gesammten batanäischen Vulkangebietes in das Tertiär, ja einzelnen Lavaergüssen muss diluviales, wenn nicht gar altalluviales Alter zugeschrieben werden.

In engem Zusammenhange mit den Eruptivgesteinen finden sich heisse Quellen, welche mächtige Absätze hinterliessen, zur Zeit aber nur noch im unteren Yarmukthale bei Hammi entspringen. Früher waren dieselben weiter verbreitet, wie die bedeutenden Quellabsätze im Wadi Arab und Wadi Zaḥar beweisen, wo jetzt nur kalte Quellen entspringen.

Im Jordanthal lagert ein feinblättrig geschichteter, stark salzhaltiger Mergel, der einzelne Geröllbänke führt, denen bemerkenswerther Weise Basaltgerölle fehlen. In diesen Geröllbänken fand sich eine Fauna, die in bemerkenswerther Weise mit derjenigen des Sees Tiberias übereinstimmt, doch aber auch davon abweicht. Es fanden sich *Melanopsis* zwei Arten, *Limnaea sp.* zwei Arten, *Neritina sp.*, *Ancylus sp.*, selten sind *Helix sp. sp.* Dagegen fehlen die im heutigen See häufigen Zweischaler, wie *Unio sp.* und *Corbula sp.*

---

# Das Wärmeleitungsvermögen der tropfbaren Flüssigkeiten.

Von Prof. H. F. Weber
in Zürich.

Im Jahre 1879 beschrieb ich eine neue Methode zur absoluten Bestimmung der Wärmeleitungsfähigkeit der tropfbaren Flüssigkeiten und benutzte dieselbe zur Ermittelung dieser Grösse für vierzehn verschiedene flüssige Substanzen. In dieser Methode ist die Wärmefortführung, jene bedeutende Fehlerquelle der bis dahin benutzten Methoden, principiell beseitigt und ist die Messung der Wärmeleitungsfähigkeit der Hauptsache nach auf die genaue Beobachtung einer rasch fallenden Temperatur zurückgeführt.

Die zu untersuchende Flüssigkeit wird in der Form einer sehr dünnen planparallelen Lamelle zwischen zwei horizontal stehende, gleichgrosse, aber ungleich dicke, flach cylindrische Scheiben von Kupfer höchster Wärmeleitungsfähigkeit gebracht und auf eine bestimmte, auch den Kupferplatten zukommende anfängliche Temperatur erwärmt. Von einem bestimmten Zeitpunkte an wird sodann die untere Kupferplatte auf eine gewisse niedere Temperatur abgekühlt und auf dieser Temperatur erhalten, während gleichzeitig das Plattensystem nach der Seite und nach oben hin von einer Hülle gleicher Temperatur eingeschlossen wird. Aus dem Gange, welchen die Temperatur in irgend einer Stelle der oberen Kupferplatte während der Abkühlung zeigt, lässt sich das absolute Wärmeleitungsvermögen der Flüssigkeitsschicht bestimmen, sobald die Dimensionen, die Massen und die specifischen Wärmen der einzelnen Theile des Plattensystems bekannt sind und ausserdem die Constante der äusseren Wärmeableitung für die obere Platte ermittelt worden ist. Die letztere Grösse braucht indessen nur angenähert bekannt zu sein, da dieselbe in dem Abkühlungsprocesse der oberen Platte nur eine ganz secundäre Rolle spielt, falls die Flüssigkeitslamelle sehr dünn genommen wird.

Aus den angestellten Messungen ergab sich das allgemeine Resultat, dass der Werth des Wärmeleitungsvermögens $k$ der tropfbaren Flüssigkeiten durch die Form ausdrückbar ist:

$$k = \eta \cdot \rho \cdot c,$$

wo $\rho$ die Dichte, $c$ die specifische Wärme der Masseneinheit, $\rho \cdot c$ also die specifische Wärme der Einheit des Volumens bezeichnet und wo der Coefficient $\eta$ eine von Flüssigkeit zu Flüssigkeit nur wenig variirende Grösse bedeutet. In Betreff der Natur dieser Grösse konnte aus jenen Beobachtungen nur das eine Resultat mit Bestimmtheit abgeleitet werden, dass diese Grösse von der Stärke des Coefficienten der inneren Reibung nur ausserordentlich wenig abhängig ist, denn Glycerin und Äther z. B. zeigten sehr wenig differirende Werthe dieser Grösse; welches aber diejenigen Eigenschaften der Flüssigkeiten sind, welche die Schwankungen des Werthes von $\eta$ von Flüssigkeit zu Flüssigkeit bedingen, das konnte aus jenen Beobachtungen noch nicht abgeleitet werden.

Indessen hatte ich mir gleich von vorn herein das Ziel gesetzt, durch weitere Untersuchungen alle die Momente festzustellen, welche auf die Grösse des Coefficienten $\eta$ von Einfluss sind.

Diese Untersuchungen habe ich innerhalb der letzten sechs Jahre in weitestem Umfange durchgeführt. Nach und nach habe ich fünfzig verschiedene, chemisch vollkommen definirte und möglichst reine Flüssigkeiten auf die Grösse ihrer Wärmeleitungsfähigkeit mittels der beschriebenen Methode untersucht. Gleichzeitig habe ich während dieser ganzen Zeit die benutzte Methode auf die Zuverlässigkeit ihrer Resultate in mannichfacher Weise geprüft, indem jedes abänderungsfähige Element der Versuchsmethode abgeändert wurde: es kamen drei, an Grösse sehr verschiedene, Apparate neben- und nach einander zur Anwendung, für alle untersuchten Flüssigkeiten wurden zwei bis drei verschiedene Lamellendicken (zwischen $\frac{1}{4}^{\text{mm}}$ und $1\frac{1}{2}^{\text{mm}}$ gelegen) benutzt und endlich wurde für jede Flüssigkeit der experimentelle Nachweis geführt, dass der gefundene Werth der Wärmeleitungsfähigkeit nicht durch Wärmefortführung gefälscht ist.

Bei dieser eingehenden Prüfung auf die Leistungsfähigkeit der Methode stellte sich heraus, dass die ersten Resultate der Methode vom Jahre 1879 noch ein wenig von Wärmefortführung beeinflusst waren, weil die eine der beiden dort zur Verwendung gekommenen Methoden der Abkühlung der unteren Platte, das Aufsetzen des Plattensystems auf eine Eisplatte, dem Plattensystem leicht eine schwach geneigte Stellung gab, welche Strömungen der Flüssigkeit entstehen liess, und weil auch die zweite Abkühlungsweise, die Abkühlung durch den Wasserstrahl der Wasserleitung, in dickeren Lamellen schwache Zitterungen hervorruft, welche Wärme von der oberen Platte zur unteren Platte führen. In den neuen Messungen wurde diese Wärmefortführung beseitigt, indem ausschliesslich Wasserkühlung zur Anwendung kam, die Lamellendicke viel kleiner als früher gewählt

wurde und die Stosswirkungen der kühlenden Wassermassen durch das Einkitten des Apparates in einen sehr massiven Steinpfeiler des Laboratoriums verschwindend klein gemacht wurden.

Die Kupferplatten der drei benutzten Apparate waren stark vergoldet.

Während der Ausführung dieser neuen Messungen hat meine Methode und die von mir beschriebene Handhabung dieser Methode einige Ausstellungen erfahren, zuerst von Seite des Hrn. LORBERG, sodann in neuerer Zeit von Seite des Hrn. GRÄTZ. Ich werde diese Ausstellungen in den Abhandlungen, welche mein gesammtes Versuchsmaterial und die Verarbeitung dieses Materials zur Ableitung der Endresultate nächstens bringen werden, ausführlich besprechen und darlegen, dass die Mängel, welche diese Herren meiner Methode zuschreiben, theils nicht bestehen, theils ausserordentlich kleine Grössen betreffen, welche vorläufig so lange ausser Betracht gelassen werden können, als nicht die Grösse der Wärmeleitungsfähigkeit bis auf kleine Bruchtheile eines Procentes genau ermittelt werden soll. Eine so hoch gesteckte Genauigkeit dürfte aber schwerlich jemals in sicherer Weise erreicht werden. Mich dünkt, es ist schon ein erheblicher Fortschritt auf diesem schwierigen Experimentalgebiete erreicht, wenn die Grösse der Wärmeleitungsfähigkeit der Flüssigkeiten bis auf 1 Procent ermittelt ist. Diese Genauigkeit glaube ich nach jahrelanger Handhabung und Vervollkommnung meiner Methode erreicht zu haben. An derselben Stelle behalte ich mir vor, die Einwürfe vorzutragen, welche ich gegen die neue Methode von Hrn. GRÄTZ zu machen habe.

Zur Ermittelung der Natur des oben genannten Coefficienten $\eta$ ging ich in den neuen Messungen von der Untersuchung des Wärmeleitungsvermögens analog constituirter Flüssigkeiten aus. Ich untersuchte zunächst während der Jahre 1880 bis 1883 die Gruppe der Alkohole, die Gruppe der isomeren Ester und einige Glieder der Gruppe der fetten Säuren. Diese Untersuchung lieferte mir im Frühjahr 1883 das einfache Resultat, dass für diese Flüssigkeiten die Grösse des Coefficienten $\eta$ in reciprokem Verhältniss zu der mittleren Distanz benachbarter Flüssigkeitsmolecüle steht. Als ich dieses Resultat der physikalischen Section der in Zürich tagenden schweizerischen naturforschenden Gesellschaft im August 1883 mittheilte, konnte ich beifügen, dass auch alle bis dahin untersuchten Chloride diese Eigenschaft besitzen.

Die allgemeine Gültigkeit dieses Resultates war durch weitere Messungen zu prüfen. Nach und nach habe ich bis heute fünfzig verschiedene Flüssigkeiten einer eingehenden, vielfach wiederholten und ich darf sagen rigorosen Prüfung unterworfen; bisher habe ich überall Bestätigung dieses Resultates gefunden.

Mit der Erlangung dieses Resultates darf ich meine Untersuchungen über die Wärmeleitungsfähigkeit der Flüssigkeiten als einigermaassen abgeschlossen ansehen, obschon gerade durch die Gewinnung dieses einfachen Resultates weitere Fragen angeregt werden. Bevor ich alle die Einzelheiten über die Handhabung der Methode und über die Prüfung der Zuverlässigkeit der erhaltenen Resultate in einer Reihe von Abhandlungen darlege, erlaube ich mir, der Königl. Akademie die Gesammtheit der Resultate in gedrängter Kürze und tabellarisch geordnet vorzulegen.

In Betreff der Auslegung dieser Resultate habe ich hervorzuheben, dass sämmtliche gemessene Grössen auf Temperaturen Bezug haben, welche zwischen 9° und 15° liegen. Da ich zur Kühlung des Plattensystems das Wasser der Wasserleitung benutzte und die Messungen zu sehr verschiedenen Jahreszeiten anstellen musste, vermochte ich nicht alle die verschiedenen Flüssigkeiten bei einer und derselben Temperatur zu untersuchen; indessen beziehen sich alle Daten jeder einzelnen Flüssigkeit auf dieselbe Temperatur.

In den Columnen 1 bis 8 der folgenden Tabellen finden sich verzeichnet:

1. die untersuchte Flüssigkeit,
2. die chemische Constitution der Flüssigkeit,
3. die Dichte $\rho$,
4. ein relativer Werth für den mittleren Abstand zwischen benachbarten Flüssigkeitsmolecülen, welcher mit $\lambda : \sqrt[3]{\mu}$ bezeichnet ist und welcher sofort näher definirt werden soll,
5. die specifische Wärme der Masseneinheit $c$,
6. die specifische Wärme der Einheit des Volumens $\rho \cdot c$,
7. der absolute Werth der Wärmeleitungsfähigkeit $k$,

und endlich

8. die Grösse des Ausdrucks $\frac{k}{\rho c} \cdot \frac{\lambda}{\sqrt[3]{\mu}}$.

Die Grösse des relativen Werthes des mittleren Abstandes benachbarter Flüssigkeitsmolecüle, welcher in der Columne 4 verzeichnet ist, wurde in der folgenden Weise gewonnen.

Es wurde angenommen, dass je ein Molecül der Flüssigkeit aus $\mu$ Molecülen des dampfförmigen Zustandes der flüssigen Substanz zusammengesetzt ist. Ist $m$ die Masse je eines Molecüls der letzteren Kategorie, und bedeutet $N$ die Anzahl der Molecüle des flüssigen Aggregatzustandes, welche im Volumen 1 enthalten sind, so gilt die Gleichung:

$$\rho = N \cdot \mu \cdot m.$$

Nehmen wir ausserdem an, es sei die Grösse des Raumes, in welchem im Durchschnitt je ein Molecül des flüssigen Aggregatzustandes anzutreffen ist durch den Ausdruck $\lambda^3$ gegeben, so gilt die weitere Gleichung:

$$1 = N \cdot \lambda^3.$$

Daraus folgt dann:

$$\lambda : \sqrt[3]{\mu} = \sqrt[3]{\frac{m}{\rho}}.$$

Dies ist der Werth, welcher als relativer Ausdruck des mittleren Abstandes benachbarter Flüssigkeitsmolecüle in der Columne 4 aufgeführt ist.

Zur Ableitung der absoluten Werthe von $k$ wurden die Einheiten: Gramm, Centimeter, Minute und 1° C gebraucht.

| | | $\rho$ | $\lambda : \sqrt[3]{\mu}$ | $c$ | $\rho \cdot c$ | $k$ | $\frac{k}{\rho c} \cdot \frac{\lambda}{\sqrt[3]{\mu}}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | **1. Substanzen verschiedener Natur.** | | | | |
| Wasser | $H_2O$ | 1.000 | 2.62 | 1.000 | 1.000 | 0.0816 | 0.214 |
| Anilin | $C_6H_7N$ | 1.020 | 4.50 | 0.492 | 0.502 | 0.0245 | 0.213 |
| Glycerin | $C_3H_8O_3$ | 1.251 | 4.19 | 0.610 | 0.763 | 0.0402 | 0.221 |
| Äther | $C_4H_{10}O$ | 0.725 | 4.68 | 0.525 | 0.381 | 0.0182 | 0.223 |
| | | | **2. Alkohole.** | | | | |
| Methylalkohol | $CH_4O$ | 0.804 | 3.41 | 0.605 | 0.486 | 0.0297 | 0.209 |
| Äthylalkohol | $C_2H_6O$ | 0.798 | 3.86 | 0.584 | 0.466 | 0.0254 | 0.210 |
| Propylalkohol | $C_3H_8O$ | 0.803 | 4.21 | 0.558 | 0.448 | 0.0224 | 0.211 |
| Butylalkohol (iso-) | $C_4H_{10}O$ | 0.806 | 4.51 | 0.561 | 0.452 | 0.0204 | 0.204 |
| Amylalkohol (Gährungs-) | $C_5H_{12}O$ | 0.824 | 4.74 | 0.546 | 0.450 | 0.0197 | 0.208 |
| | | | **3. Fette Säuren.** | | | | |
| Ameisensäure | $CH_2O_2$ | 1.220 | 3.35 | 0.511 | 0.623 | 0.0389 | 0.209 |
| Essigsäure | $C_2H_4O_2$ | 1.061 | 3.84 | 0.496 | 0.526 | 0.0283 | 0.207 |
| Propionsäure | $C_3H_6O_2$ | 1.001 | 4.20 | 0.473 | 0.473 | 0.0234 | 0.208 |
| Buttersäure, normale | $C_4H_8O_2$ | 0.969 | 4.49 | 0.472 | 0.457 | 0.0216 | 0.212 |
| Isobuttersäure | $C_4H_8O_2$ | 0.958 | 4.51 | 0.460 | 0.441 | 0.0204 | 0.209 |
| Valeriansäure, normale | $C_5H_{10}O_2$ | 0.948 | 4.76 | 0.470 | 0.445 | 0.0195 | 0.209 |
| Isovaleriansäure | $C_5H_{10}O_2$ | 0.940 | 4.77 | 0.454 | 0.427 | 0.0187 | 0.209 |
| Isocapronsäure | $C_6H_{12}O_2$ | 0.935 | 4.98 | 0.455 | 0.425 | 0.0179 | 0.210 |
| | | | **4. Isomere Ester.** | | | | |
| Methylacetat | $C_3H_6O_2$ | 0.942 | 4.28 | 0.498 | 0.469 | 0.0231 | 0.211 |
| Äthylformiat | $C_3H_6O_2$ | 0.934 | 4.29 | 0.497 | 0.464 | 0.0227 | 0.210 |
| Äthylacetat | $C_4H_8O_2$ | 0.914 | 4.58 | 0.479 | 0.438 | 0.0209 | 0.218 |
| Propylformiat | $C_4H_8O_2$ | 0.887 | 4.63 | 0.526 | 0.466 | 0.0214 | 0.212 |

| | | $\rho$ | $\lambda : \sqrt[3]{\mu}$ | $c$ | $\rho \cdot c$ | $k$ | $\frac{k}{\rho c} \cdot \frac{\lambda}{\sqrt[3]{\mu}}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **4. Isomere Ester. (Fortsetzung).** | | | | | | | |
| Propylacetat ..... | $C_5H_{10}O_2$ | 0.899 | 4.84 | 0.475 | 0.427 | 0.0196 | 0.222 |
| Methylbutyrat .... | $C_5H_{10}O_2$ | 0.914 | 4.81 | 0.480 | 0.439 | 0.0201 | 0.220 |
| Äthylbutyrat ..... | $C_6H_{12}O_2$ | 0.894 | 5.06 | 0.477 | 0.426 | 0.0191 | 0.226 |
| Methylvalerat..... | $C_6H_{12}O_2$ | 0.897 | 5.06 | 0.482 | 0.432 | 0.0189 | 0.221 |
| Äthylvalerat...... | $C_7H_{14}O_2$ | 0.880 | 5.29 | 0.500 | 0.440 | 0.0184 | 0.221 |
| Amylacetat....... | $C_7H_{14}O_2$ | 0.877 | 5.29 | 0.496 | 0.435 | 0.0181 | 0.220 |
| **5. Chloride.** | | | | | | | |
| Chlorbenzol ...... | $C_6H_5Cl$ | 1.117 | 4.65 | 0.339 | 0.379 | 0.0181 | 0.222 |
| Chloroform....... | $CHCl_3$ | 1.511 | 4.28 | 0.227 | 0.343 | 0.0173 | 0.216 |
| Chlorkohlenstoff... | $CCl_4$ | 1.612 | 4.57 | 0.202 | 0.325 | 0.0151 | 0.212 |
| Propylchlorid ..... | $C_3H_7Cl$ | 0.902 | 4.43 | 0.395 | 0.356 | 0.0170 | 0.212 |
| Isobutylchlorid.... | $C_4H_9Cl$ | 0.884 | 4.71 | 0.431 | 0.381 | 0.0167 | 0.206 |
| Amylchlorid ...... | $C_5H_{11}Cl$ | 0.876 | 4.95 | 0.445 | 0.390 | 0.0170 | 0.216 |
| **6. Bromide.** | | | | | | | |
| Brombenzol ...... | $C_6H_5Br$ | 1.504 | 4.70 | 0.239 | 0.359 | 0.0159 | 0.207 |
| Äthylbromid...... | $C_2H_5Br$ | 1.453 | 4.22 | 0.210 | 0.305 | 0.0148 | 0.205 |
| Propylbromid..... | $C_3H_7Br$ | 1.336 | 4.49 | 0.258 | 0.344 | 0.0154 | 0.201 |
| Isobutylbromid.... | $C_4H_9Br$ | 1.221 | 4.82 | 0.323 | 0.394 | 0.0167 | 0.204 |
| Amylbromid...... | $C_5H_{11}Br$ | 1.218 | 4.99 | 0.286 | 0.348 | 0.0142 | 0.204 |
| **7. Jodide.** | | | | | | | |
| Äthyljodid ....... | $C_2H_5J$ | 1.931 | 4.32 | 0.158 | 0.305 | 0.0133 | 0.188 |
| Propyljodid ...... | $C_3H_7J$ | 1.760 | 4.59 | 0.182 | 0.320 | 0.0132 | 0.190 |
| Isobutyljodid ..... | $C_4H_9J$ | 1.622 | 4.84 | 0.201 | 0.326 | 0.0125 | 0.186 |
| Amyljodid ....... | $C_5H_{11}J$ | 1.489 | 5.06 | 0.222 | 0.330 | 0.0122 | 0.187 |
| **8. Kohlenwasserstoffe.** | | | | | | | |
| Benzol .......... | $C_6H_6$ | 0.887 | 4.44 | 0.418 | 0.371 | 0.0200 | 0.239 |
| Toluol........... | $C_7H_8$ | 0.871 | 4.72 | 0.419 | 0.365 | 0.0184 | 0.238 |
| Cymol........... | $C_{10}H_{14}$ | 0.871 | 5.36 | 0.437 | 0.381 | 0.0163 | 0.229 |
| Terpentinöl ...... | $C_{10}H_{16}$ | 0.870 | 5.39 | 0.430 | 0.374 | 0.0156 | 0.225 |
| **9. Sulfide.** | | | | | | | |
| Schwefelsäure .... | $H_2SO_4$ | 1.831 | 3.77 | 0.348 | 0.637 | 0.0459 | 0.271 |
| Schwefelkohlenstoff | $CS_2$ | 1.276 | 3.90 | 0.239 | 0.305 | 0.0206 | 0.263 |
| Senföl........... | $C_4H_5NS$ | 1.017 | 4.60 | 0.392 | 0.399 | 0.0229 | 0.264 |
| Äthylsulfid ....... | $C_4H_{10}S$ | 0.826 | 4.78 | 0.433 | 0.357 | 0.0197 | 0.264 |

Aus diesen Resultaten geht hervor, das die Grösse $\frac{k}{\rho c} \cdot \frac{\lambda}{\sqrt[3]{\mu}}$ für alle Flüssigkeiten ähnlichen Charakters den gleichen Werth hat. Derselbe beträgt für die Gruppe der Alkohole im Mittel 0.208, für die Gruppe

der fetten Säuren im Mittel 0.209, für die Gruppe der isomeren Ester im Mittel 0.218, für die untersuchten Chloride im Mittel 0.214, für die Gruppe der untersuchten Bromide 0.204, für die Gruppe der Jodide 0.188, für die vier untersuchten Kohlenwasserstoffe im Mittel 0.233 und endlich für die Gruppe der vier schwefelhaltigen Flüssigkeiten 0.265 im Mittel.

Der Mittelwerth, welchen die Gruppen (2) bis (7) für diese Grösse liefern, ist 0.210. Dieser Mittelwerth liegt in nächster Nähe derjenigen Werthe, welche die vier unter sich so verschiedenartigen Flüssigkeiten: Wasser, Anilin, Glycerin und Äther, die in der Gruppe (1) vereinigt stehen, für diese Grösse liefern: 0.214, 0.213, 0.221 und 0.213.

Mir scheint, es darf daraus mit grosser Wahrscheinlichkeit geschlossen werden, dass in allen diesen sechsundvierzig Flüssigkeiten der Gruppen (1) bis (8) gleichviel Molecüle des dampfförmigen Aggregatzustandes zu einem Flüssigkeitsmolecül vereinigt sind und dass mithin für alle diese Flüssigkeiten die Grösse der Wärmeleitungsfähigkeit als direct proportional der specifischen Wärme der Einheit des Volumens und als umgekehrt proportional der mittleren Distanz benachbarter Molecüle angesehen werden darf: $k = \frac{\rho \cdot c}{\lambda} \cdot (0.210 \sqrt[3]{\mu})$.

Auffallend anders ist das Verhalten der vier untersuchten Schwefelverbindungen; doch zeigt sich auch hier, analog dem Verhalten der Chloride, Bromide und Jodide, dass die Anwesenheit eines Schwefelatoms genügt, um den Werth von $\frac{k}{\rho \cdot c} \cdot \frac{\lambda}{\sqrt[3]{\mu}}$ in allen vier Flüssigkeiten, trotz ihrer sonst so ausserordentlich verschiedenen physikalischen Eigenschaften, fast genau gleich gross zu machen. — Würde man annehmen, dass in diesen untersuchten flüssigen Schwefelverbindungen ein Molecül nur die Hälfte der Anzahl $\mu$ Molecüle des dampfförmigen Zustandes enthält, welche in den übrigen sechsundvierzig Flüssigkeiten zu einem Molecül vereinigt sind, so würde auch für diese Sulfide die Relation gelten:

$$k = \frac{\rho \cdot c}{\lambda} \cdot (0.210 \sqrt[3]{\mu}), \text{ da ja } \frac{0.265}{\sqrt[3]{2}} \text{ nahezu } 0.210 \text{ ist;}$$

es würde dann der Proportionalitätsfactor in dem Ausdrucke für $k$ für alle Flüssigkeiten denselben Werth haben.

Die vorliegenden Resultate scheinen mir einen sicheren Ausgangspunkt zu liefern für die noch zu entwickelnde kinetische Theorie des tropfbarflüssigen Aggregatzustandes.

---

# Über den Einfluss der ponderabeln Theile auf das gebeugte Licht.

Von W. Wien,
stud. phil.

Versuche im physikalischen Laboratorium der Berliner Universität ausgeführt.

(Vorgelegt von Hrn. von Helmholtz.)

Seitdem durch die Untersuchungen von Stokes[1] die Polarisationsverhältnisse des gebeugten Lichtes theoretisch behandelt waren, sind vielfache Experimente zur Prüfung seiner Resultate angestellt worden. Diese ausschliesslich an Gittern ausgeführten Beobachtungen ergaben vielfach widersprechende Resultate, da durch die Gitter die Erscheinungen sehr complicirt werden. Auch haben bereits viele Beobachter[2] auf die Einflüsse der ponderabeln Theile der beugenden Öffnung hingewiesen, zumal die ausgedehnten Arbeiten von Quincke eine Abhängigkeit vom Material ergeben hatten.

Es schien daher zweckmässig, diese Einwirkungen durch Zurückführung auf die einfachsten Elemente zu untersuchen und es wurde deshalb der von Fresnel bei seinen ersten Untersuchungen angewandte einfache Beugungsschirm, um dessen scharfe Kante das Licht sich ausbreitet, ohne dass ihr eine zweite gegenübersteht, in Anwendung gebracht. Das gebeugte Licht zeigt sich dann als helle Lichtlinie von gleichmässig abnehmender Intensität. Um die Erscheinung möglichst weit in den Schatten des Schirms verfolgen zu können, musste sehr starke Intensität angewendet werden, und der Rand wurde deshalb in den Brennpunkt einer achromatischen Sammellinse von kurzer Brennweite gebracht und zugleich als Verlängerung der Drehungsaxe eines Goniometers befestigt.

Um von dem störenden Einfluss weiterer Linsen bewahrt zu sein, wurden für gewöhnlich die sämmtlichen Linsen des Beobachtungsfernrohrs herausgenommen und die Beobachtung mit blossem Auge an einem Nicol mit Positionskreis durch ein Diaphragma gemacht.

---

[1] Stokes, Cambridge Transact. 9. p. 1.
[2] Quincke, Pogg. Ann. 149. S. 273. — Fröhlich Wied. Ann. XV. S. 592 ff.

Das zunächst angewandte Material war Stahl, das in Form eines möglichst sorgfältig geschliffenen Messers in Anwendung gebracht wurde. Die Polarisationsverhältnisse wurden nach zwei Methoden untersucht. Erstens, indem natürliches Licht einfiel und das gebeugte mittels eines Kalkspaths in zwei parallel und senkrecht zur Schneide polarisirte Componenten zerlegt wurde, deren relative Intensität sich aus der Azimuthalstellung des auf gleiche Helligkeit beider Bilder eingestellten Nicols bestimmte. Zweitens fiel unter 45° polarisirtes Licht ein und es wurde dann einfach die Drehung der Polarisationsebene des gebeugten Lichtes gemessen. Beide Bestimmungen sind auf einander reducirbar und ergeben eine genügende Übereinstimmung. Das gebeugte Licht war fast vollständig linear polarisirt und zeigte eine völlig stetige Zunahme der Componente parallel der Schneide, wie die Theorie es verlangt.

Bei der Anwendung anderer Metalle zeigte sich nicht mehr diese einfache Erscheinung, sondern es tritt durch Einwirkung der materiellen Theile auf die unmittelbar an dem Rande vorübergehende Wellenbewegung starke Färbung des Lichtes ein, so dass das gebeugte Licht aus weissem und farbigem zusammengesetzt erscheint. Das Maximum der Färbung tritt ein, wenn das einfallende Licht parallel der Schneide polarisirt ist. Ist es senkrecht zu ihr polarisirt, so verschwindet die Färbung. Doch genügt dann eine Drehung des Polarisators um wenige Grade, um sie wieder hervorzurufen.

Die Farben selbst zeigten sehr verschiedene Nüancen. Bei Silber erschien tiefrothes Licht, das durch Abhaltung des weissen Lichts (durch entsprechende Stellung des Analysators) fast homogen erschien. Gold und Kupfer zeigten Orange, Platin schwach gelbes, Stanniol gelblich grünes, Nickel und Kobalt weisses Licht. Da die Erscheinungen jedenfalls mit der Absorption in naher Beziehung standen, so wurden sie mit dem von den betreffenden Metallen in dünnen Schichten durchgelassenen Lichte verglichen. Gold wurde als Blattgold angewandt, die übrigen nach chemischen Verfahren oder galvanisch niedergeschlagen. Die Färbung zeigte sich complementär der bei der Beugung auftretenden Farbe. Betrachtet man das gebeugte Licht durch eine solche Metallschicht, so sieht man nur die dem durchgelassenen Licht entsprechende Farbe, welche von dem weissen Licht herrührt. Dass die Farbe complementär der des durchgelassenen Lichtes sei, wurde noch an einigen anderen Stoffen bestätigt: so zeigte Jod gelbe Farbe bei blauem Licht in dünnen Schichten, Eisenglimmer $Fe_2O_3$ grünliches Licht während er schwach rothes durchlässt. Kobaltoxydul, das durch Glühen von galvanisch niedergeschlagenem Kobalt oder auch durch Calciniren einer aus metallischem Kobalt hergestellten

Schneide erhalten war, gab gelbes Licht, Kupferoxydul, das galvanisch aus Kupferoxyd auf einer Platinplatte reducirt war,[1] grünes Licht.

Dann wurden die Metalle, welche die Färbung des gebeugten Lichtes in besonders hohem Maasse zeigten: Silber, Gold, Kupfer galvanisch als dünne Überzüge anderer Metalle niedergeschlagen. Selbst ganz dünne Schichten riefen die Färbung hervor, sobald sie das untere Metall nicht mehr durchscheinen liessen.

Die sonst untersuchten Stoffe, namentlich die amorphen Metalloxyde und die Farbstoffe zeigten keine solche Erscheinungen, da sich kein guter, von Staubtheilen zu befreiender Rand aus ihnen darstellen lässt und auch bei den Farbstoffen die Durchsichtigkeit zu gross ist.

Das gefärbte Licht war stets parallel der Schneide polarisirt und die Färbung konnte also auch durch den Analysator ausgelöscht werden. Trennte man durch ein farbiges Glas das weisse Licht von dem gefärbten, so konnte man die Polarisationsverhältnisse des ersteren allein verfolgen. Dasselbe zeigte sich dann linear polarisirt und hatte dasselbe Verhalten bei allen Metallen, wie es beim Stahl beobachtet war. Bei den letzten Beobachtungen war das einfallende Licht im Azimuth 45° polarisirt.

Elliptische Polarisation liess sich bei diesen einzelnen Lichtarten nicht erkennen. Bei denjenigen Metallen, bei denen das gefärbte Licht nicht zu homogen ist, kann man eine Phasendifferenz zwischen der parallel und senkrecht zum Rande polarisirten Componente mit Hülfe des Compensators nachweisen, wenn man das Licht mit Hülfe eines rothen Glases homogen färbt.

Dies lässt sich auch durch eine BRAVAIS'sche Doppelplatte erkennen, welche bei Platin und Stanniol zeigt, dass die parallel dem Rande polarisirte Componente (welche die schwach gefärbte ist) gegen die andere verzögert ist. Zugleich zeigt sich mit wachsendem Beugungswinkel ein Zunehmen der Phasendifferenz. Bei Silber, Gold und Kupfer lässt sich die Platte nicht verwenden, weil neben dem starken gefärbten Licht der einen Componente, zu wenig gleichfarbiges in der anderen vorhanden ist.

Aus diesen Beobachtungen folgt, dass ein bedeutender Einfluss der materiellen Theile auf den Beugungsvorgang stattfindet, und dass alle Theorien, welche auf die Grenzbedingungen keine Rücksicht nehmen, mit der Erfahrung nicht in Übereinstimmung gelangen können.

[1] Vergl. WERNICKE POGG. Ann. 139, p. 132.

# Über die Sulfocyanursäure.

Von A. W. Hofmann.

(Vorgetragen am 23. Juli [s. oben S. 751].)

Der leichte Übergang der normalen Cyansäureäther in Cyanursäureäther, welcher sich, wie O. Olshausen[1] und ich gezeigt haben, schon bei gewöhnlicher Temperatur vollzieht, hat mich schon vor einigen Jahren veranlasst zu versuchen, ob sich nicht auch die Sulfocyansäureäther in ähnlicher Weise umzubilden vermöchten, und es ist mir in der That gelungen, den Sulfocyansäuremethyläther durch mehrstündiges Erhitzen auf 180—185° in einen Sulfocyanursäuretrimethyläther überzuführen.[2]

Das gleichzeitige Auftreten von erheblichen Mengen von Methylsenföl in dieser Reaction liess es zunächst zweifelhaft erscheinen, ob der entstandene Äther die dem Würtz'schen Isocyanursäuremethyläther oder aber dem von Olshausen und mir[3] beschriebenen normalen Cyanursäuremethyläther entsprechende Schwefelverbindung sei. Der Versuch ergab aber alsbald unzweideutig, dass hier der geschwefelte normale, nicht der Isocyanursäureäther vorlag, denn die Einwirkung von Wasser (Salzsäure) bei erhöhter Temperatur lieferte keine Spur von Methylamin und Sulfokohlenoxyd (oder dessen Zersetzungsproducte Schwefelwasserstoff und Kohlensäure), sondern unter stürmischer Entwickelung von Methylmercaptan die gewöhnliche Cyanursäure. Mit dieser Auffassung des neuen Äthers war begreiflich auch der Gedanke gegeben, die bisher unbekannt gebliebene geschwefelte Cyanursäure zu gewinnen.

Was nun zunächst die Darstellung des Sulfocyansäuretrimethyläthers anbelangt, so kann ich im Allgemeinen auf das bereits früher Mitgetheilte verweisen, darf jedoch eine eigenthümliche, bei dieser Gelegenheit gemachte Beobachtung nicht unerwähnt lassen. Um durch Mangel an Material nicht im Laufe der Arbeit gestört zu werden, hatte ich Hrn. Dr. Bannow gebeten, mir eine grössere Menge Methylsulfocyanat darstellen zu lassen. Das mir schon nach kurzer Frist

[1] Olshausen und Hofmann, Monatsberichte 1870. 198.
[2] Hofmann, Monatsberichte 1880. 615.
[3] A. a. O.

übersendete Präparat siedete constant bei 132° und erwies sich von der vorzüglichen Reinheit, welche die aus den KAHLBAUM'schen Werkstätten hervorgehenden Substanzen auszuzeichnen pflegt. Aber dieses reine Schwefelcyanmethyl liess sich zu meinem grossen Erstaunen nicht in die polymere Sulfocyanursäureverbindung überführen. Indem man genau das früher beobachtete Verfahren und zumal die angegebenen Temperaturgrenzen einhielt, ja selbst als man stärker erhitzte, konnten höchstens Spuren der früher so leicht darstellbaren Materie gewonnen werden. Das Schwefelcyanmethyl hatte sich allerdings verändert; es war zum grossen Theil in Methylsenföl übergegangen, welches sich in der That nach ein- oder zweimaliger Rectification in Krystallen aus der Flüssigkeit ausschied, so dass dieser Process vielleicht für die Gewinnung von Methylsenföl verwerthbar ist. Das reine Schwefelcyanmethyl polymerisirt sich also nicht; es erlangt aber diese Fähigkeit augenblicklich, wenn man beim Beschicken der Digestionsröhren dem Äther einige Tropfen Salzsäure (auch Schwefelsäure) zufügt. Offenbar hatte man bei den früheren Versuchen einen nicht ganz reinen Äther verwendet.

Zur Reinigung wurde das rohe Digestionsproduct zunächst wie früher nach dem Auswaschen mit Alkohol aus Eisessig umkrystallisirt. Später fand man es zweckmässiger, das ausgewaschene und getrocknete Rohproduct alsbald im luftverdünnten Raume zu destilliren. Das Destillat, mit Alkohol gewaschen, ist für die meisten Zwecke rein genug. Auf diese Weise wurden bis zu 50 Procent der theoretischen Ausbeute erhalten. In ganz besonders reinen und schönen Krystallen vom Schmelzpunkte 189° gewinnt man die Verbindung, wenn man sie mit Alkohol im Einschlussrohr auf 120° erhitzt und das Rohr langsam erkalten lässt.

Die Eigenschaften des sulfocyanursauren Methyläthers anlangend will ich noch bemerken, dass er sich ohne Veränderung mit Wasser unter Druck auf 180° erhitzen lässt; bei 220° tritt ein schwacher Mercaptangeruch auf. Mit concentrirter Salzsäure spaltet er sich schon bei 100° vollständig in Methylmercaptan und Cyanursäure.

Concentrirte Salpetersäure zerlegt den Äther vollständig; unter Abscheidung von Cyanursäure bildet sich dieselbe Methylsulfonsäure, welche J. S. MUSPRATT[1] durch Behandlung von Sulfocyanmethyl mit Oxydationsmitteln erhalten hat. Das aus so gewonnener Säure dargestellte Bariumsalz gab bei der Analyse 41.58 Procent Barium; der Formel



$$(CH_3SO_3)_2Ba$$

entsprechen 41.89 Procent.

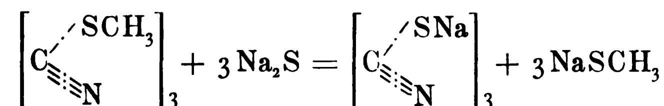
[1] MUSPRATT, LIEB. Ann. LXV. 259.

Nach den im Vorstehenden verzeichneten neuen Erfahrungen über die Polymerisation des Methylsulfocyanats hat man begreiflich auch versucht, die entsprechende Aethyl- und Amylverbindung in ähnlicher Weise umzubilden. Beide liefern in der That in Gegenwart minimaler Mengen von Säure bei einer Temperatur von 190° die polymeren Äther. Dieselben sind hochsiedende Flüssigkeiten, welche überdies nur in geringer Quantität entstehen. Die Versuche wurden nicht in hinreichendem Maassstabe angestellt, um die gebildeten Producte im reinen Zustande zu gewinnen. Dass hier aber in der That sulfocyanursaure Äther vorlagen, ergab sich unzweideutig, als diese Flüssigkeiten, mit Salzsäure eingeschlossen, auf 180° erhitzt wurden; unter Abspaltung von Cyanursäure wurden Aethyl- und Amylmercaptan in Freiheit gesetzt. Der Sulfocyansäuremethyläther wird unter diesen Umständen in Methylmercaptan, Ammoniak, Kohlensäure und Schwefelwasserstoff gespalten.[1]

### Darstellung der Sulfocyanursäure.

Um die Sulfocyanursäure aus dem Methyläther abzuscheiden, wurde derselbe mit Natriumsulfid gemischt und in geschlossenen Röhren drei bis vier Stunden lang einer Temperatur von etwa 250° ausgesetzt. Das zu diesem Versuche verwendete Natriumsulfid war zum Theil durch Eindampfen einer Mischung von 1 Volum Natronlauge mit 1 Volum derselben Lauge, welche mit Schwefelwasserstoff gesättigt war, zum Theil durch Erhitzen von Natriumhydroxyd in einem Strom von Schwefelwasserstoff dargestellt worden. Da sich das nach beiden Verfahren erzeugte Product gleich brauchbar erwiesen hat, so ist in späteren Darstellungen stets das nach dem ersten Verfahren erhaltene Praeparat zur Anwendung gekommen. Das auf die eine oder die andere Weise gewonnene Sulfid muss, da es äusserst hygroskopisch ist, schnell gepulvert und in geschlossenen Flaschen aufbewahrt werden.

Nach der Gleichung



$$\left[C\genfrac{}{}{0pt}{}{\diagup SCH_3}{\equiv N}\right]_3 + 3\,Na_2S = \left[C\genfrac{}{}{0pt}{}{\diagup SNa}{\equiv N}\right]_3 + 3\,NaSCH_3$$

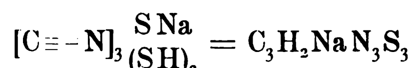
sollte man auf 10 Gew.-Thle. Äther etwa 11 Gew.-Thle. Natriumsulfid in Anwendung bringen; da letzteres aber stets durch die Einwirkung der Luft beim Eindampfen schon theilweise oxydirt ist, so hat man bei Ausführung des Versuches auf $10^g$ Äther gewöhnlich $15^g$ Natriumsulfid einwirken lassen. Der Inhalt der Röhren ist scheinbar unver-

[1] Vergl. auch HOFMANN, Monatsberichte 1868. 480.

ändert, beim Öffnen derselben wird aber alsbald der Geruch nach Methylmercaptan bemerklich; auch giebt sich die Umbildung durch das Verhalten des Productes zum Wasser zu erkennen, in welchem es bei gut geleiteter Operation nahezu vollständig löslich ist. Hat man nicht lange genug oder nicht hoch genug erhitzt, so können bei der Behandlung mit Wasser erhebliche Mengen unangegriffenen Äthers zurückbleiben. Versetzt man die filtrirte Lösung, welche gewöhnlich eine grünliche Färbung hat, mit einem Überschusse von Salzsäure, so entwickeln sich Ströme von Methylmercaptan und Schwefelwasserstoff (letzterer von dem überschüssigen Natriumsulfid herrührend), während sich die Sulfocyanursäure als gelb gefärbtes, kaum krystallinisches Pulver niederschlägt.

Fügt man aber zu der nicht allzuverdünnten Lösung die Salzsäure in kleinen Mengen hinzu, bis die ursprünglich stark alkalische Reaction nahezu verschwunden ist, so entweicht auch jetzt Methylmercaptan, aber die Flüssigkeit erfüllt sich mit einer Masse schwach gelbgefärbter Krystallnadeln, welche durch Abpressen und mehrfaches Umkrystallisiren aus siedendem Wasser oder aus Alkohol, in dem sie etwas weniger löslich sind, rein erhalten werden können.

*Primäres Natriumsalz der Sulfocyanursäure.* Es wird auf dem angegebenen Wege in grossen, oft wohlausgebildeten, starkglänzenden Krystallen erhalten. Der Formel



$$[C\equiv N]_3 \begin{matrix} SNa \\ (SH)_2 \end{matrix} = C_3H_2NaN_3S_3$$

entsprechen folgende Werthe:

| | Theorie | | Versuch | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_3$ | 36 | 18.09 | 18.46 | — | — | — | — | — |
| $H_2$ | 2 | 1.01 | 1.11 | — | — | — | — | — |
| Na | 23 | 11.56 | — | 11.29 | 11.20 | 11.21 | — | — |
| $N_3$ | 42 | 21.10 | — | — | — | — | — | — |
| $S_3$ | 96 | 48.24 | — | — | — | — | — | 48.40 |
| | 199 | 100.00 | | | | | | |

Das sulfocyanursaure Natrium ist selbst in kaltem Wasser leicht löslich; die Lösung hat eine schwach alkalische Reaction und einen intensiv bitteren Geschmack; in Alkohol ist es etwas weniger, aber doch noch immer löslich genug; Äther löst es nicht auf. Es ist begreiflich versucht worden, ob die Sulfocyanursäure im Stande sei, ähnlich wie die Cyanursäure[1], ein schwerlösliches tertiäres Natriumsalz zu bilden. Ein solches Salz ist indessen nicht erhalten worden

[1] Hofmann, Mo

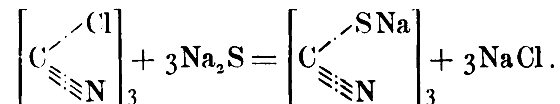
Das trockne sulfocyanursaure Natrium ist in hohem Grade hygroskopisch, eine Eigenschaft, welche die Analyse sehr erschwert. Für letztere ist es bei 140° getrocknet worden. Die Bestimmung des Schwefels anlangend verdient bemerkt zu werden, dass sie sich nur sehr schwierig durch Schmelzen mit einem Gemisch von Natriumcarbonat und Salpeter, selbst bei Anwendung des von H. Schiff vorgeschlagenen, im Übrigen so zweckmässigen umgestülpten Tiegels ausführen lässt. Bei einer Reihe von Versuchen wurden erhebliche Verluste erlitten, welche sich erst bei der Analyse nach dem Carius'schen Verfahren vollständig vermeiden liessen. Bei Anwendung dieses Verfahrens werden stets erhebliche Mengen von Cyanursäure gebildet, ein Beweis, wie ausserordentlich stabil diese Säure ist.

Man kann das Natriumsalz natürlich auch aus der freien Säure darstellen, welche man durch vollständiges Ausfällen der Lösung des Rohproductes mit Salzsäure gewonnen hat. Man muss in diesem Falle Sorge tragen, etwas weniger Natronlauge zu nehmen als zur vollständigen Lösung der Säure bei der Siedetemperatur erforderlich ist.

Nachdem durch Analyse des charakteristischen Natriumsalzes die Natur der Sulfocyanursäure festgestellt worden war, hat es begreiflich nicht an Versuchen gefehlt, die Darstellung dieser Verbindung zu vereinfachen.

Zunächst ist versucht worden, die Umsetzung des polymeren Äthers, statt auf trockenem Wege bei hoher Temperatur, in siedender alkoholischer Lösung zu bewerkstelligen. Der Geruch nach Mercaptan liess in diesem Falle unzweifelhaft eine Reaction erkennen, aber sie erfolgte nur äusserst langsam, und man überzeugte sich bald, dass auf diesem Wege ein Vortheil nicht erzielt wird.

Aussichtsvoller erschien der Gedanke, die Anwendung des Trimethyläthers gänzlich zu umgehen. Wenn man sich erinnert, dass das Cyanurchlorid mit den Elementen des Wassers Salzsäure und Cyanursäure bildet, so liess sich erwarten, dass die Sulfocyanursäure auch durch Einwirkung von Schwefelwasserstoff oder Natriumsulfid auf dieses Chlorid zu gewinnen sein werde.



$$\left[C\begin{matrix}\diagup Cl\\ \equiv N\end{matrix}\right]_3 + 3Na_2S = \left[C\begin{matrix}\diagup SNa\\ \equiv N\end{matrix}\right]_3 + 3NaCl.$$

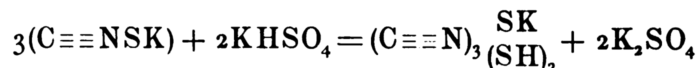
Diese Erwartung hat sich in der That bestätigt. Verreibt man beide Substanzen mit einander, so erfolgt schon bei gewöhnlicher Temperatur eine Wechselwirkung. Gelindes Erwärmen über einem Brenner vollendet die Reaction. Löst man das Product in Wasser, so krystallisirt auf vorsichtigen Zusatz von Salzsäure das oben be-

schriebene Natriumsalz aus. Durch einen Überschuss von Säure fällt Sulfocyanursäure, welche sich durch Auflösen in Natronlauge wieder in das Salz zurück verwandelt. Obwohl die vollständige Übereinstimmung der Eigenschaften der auf beiden Wegen gewonnenen Substanzen keinen Zweifel darüber aufkommen lassen konnte, dass man die Sulfocyanursäure auch aus Cyanurchlorid gewinnen könne, so ist doch auch das mit Hülfe des letzteren dargestellte Natriumsalz analysirt worden. Zwei Versuche gaben 11.49 und 11.58 Procent Natrium. Das primäre sulfocyanursaure Natrium enthält, wie bereits oben bemerkt wurde, 11.56 Procent. Die Reaction zwischen Cyanurchlorid und Natriumsulfid geht sehr leicht von Statten, auch ist die Ausbeute eine recht erhebliche. Bedenkt man aber, dass die Darstellung des Cyanurchlorids keineswegs eine leichte, jedenfalls aber eine zeitraubende ist, so muss es dahingestellt bleiben, ob sich die Sulfocyanursäure aus demselben ebenso vortheilhaft wie aus dem Trimethyläther gewinnen lässt.

Es sind begreiflich noch andere Wege eingeschlagen worden, um zur Sulfocyanursäure zu gelangen; sie haben aber nicht zum Ziele geführt. Um späteren Bearbeitern dieser Säure Zeit und Mühe zu ersparen, mag dieser vergeblichen Anläufe hier kurz gedacht werden.

Versuche, Kaliumsulfocyanat für sich oder unter Zusatz einiger Tropfen Salzsäure bei wechselnden, bis über 200° steigenden Temperaturen zu polymerisiren, sind ohne Erfolg geblieben.

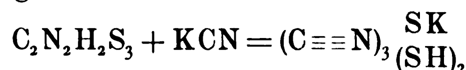
Ebenso ist auch die Hoffnung, durch starkes Erhitzen einer Mischung von Kaliumsulfocyanat mit primärem Kaliumsulfat nach der Gleichung



$$3(C\equiv NSK) + 2KHSO_4 = (C\equiv N)_3 \genfrac{}{}{0pt}{}{SK}{(SH)_2} + 2K_2SO_4$$

Sulfocyanursäure zu erhalten, nicht in Erfüllung gegangen. Bekanntlich entsteht primäres Kaliumcyanurat, wenn Kaliumcyanat mit nascenter Cyansäure zusammentrifft.

Durch Zusammenschmelzen von Persulfocyansäure mit Cyankalium nach der Gleichung:



$$C_2N_2H_2S_3 + KCN = (C\equiv N)_3 \genfrac{}{}{0pt}{}{SK}{(SH)_2}$$

hat man vergeblich versucht, Sulfocyanursäure zu gewinnen.

Auch Cyanursäure mit Kaliumsulfid auf 200° erhitzt liefert keine Sulfocyanursäure.

Der Gedanke, die Sulfocyanursäure durch die Einwirkung von Salzsäure auf den Sulfoharnstoff zu gewinnen, liegt, Angesichts der leichten Darstellung der Cyanursäure aus dem Harnstoff *par excellence*, so nahe, dass dieser Versuch gewiss schon von Vielen angestellt worden ist. Ich habe mich gleichwohl nicht abhalten lassen, diese Reaction

nochmals zu studiren. Beim Erhitzen von Sulfoharnstoff in einem Strom trockener Chlorwasserstoffsäure wird keine Sulfocyanursäure gebildet. Es entsteht Salmiak und Sulfocyansäure, welche sich unter Schwefelwasserstoffentwickelung weiter zersetzt.

Schliesslich mag noch eines vergeblichen Versuches gedacht werden, die Sulfocyanursäure aus dem Xanthogenamid zu gewinnen. Durch Einwirkung von Salzsäure auf eine Lösung von Aethylsulfocyanat in Alkohol hat Pinner[1] vor einiger Zeit eine auch früher schon von Salomon[2] beobachtete Substanz erhalten, welche er mit dem Namen Isothiurethan bezeichnete. Beim Erhitzen auf 150° zerfällt das Isothiurethan



geradezu in Mercaptan und Cyanursäure. Es schien von Interesse, das Xanthogenamid,



welches sich von der eben genannten Verbindung nur dadurch unterscheidet, dass Schwefel und Sauerstoff die Plätze gewechselt haben, in ähnlicher Richtung zu untersuchen. Das Xanthogenamid hätte sich in Alkohol und Sulfocyanursäure spalten können. Allerdings liegen bereits sehr eingehende Untersuchungen von Debus[3] über die Umwandlungen des Xanthogenamids vor, nach denen sich auch dieser Körper in Cyanursäure und Mercaptan spaltet. Ich habe diese Versuche gleichwohl noch einmal wiederholt, und namentlich die Einwirkung der Wärme in geschlossenen Apparaten, sowie der Salzsäure auf das Xanthogenamid studirt. Es sind aber genau dieselben Ergebnisse beobachtet worden, welche Debus beschrieben hat. Sulfocyanursäure konnte auf diesem Wege nicht erhalten werden.

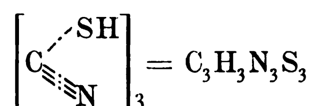
*Sulfocyanursäure.* Sie wird, wie ich bereits oben bemerkt habe, auf Zusatz eines Überschusses von Salzsäure zu der Lösung des Rohproductes der Einwirkung von Natriumsulfid auf den Trimethyläther niedergeschlagen. So gewonnen ist sie nicht rein; die kaum krystallinische Säure enthält stets freien Schwefel, wahrscheinlich aus dem dem Natriumsulfid beigemengten unterschwefligsauren Natrium stammend. Seine Gegenwart giebt sich alsbald dadurch zu erkennen, dass sich die Säure nicht vollständig in Ammoniak löst. Rein wird sie gewonnen, wenn man eine siedende verdünnte Lösung des umkrystalli-

[1] Pinner, Ber. chem. Ges. XIV. 1082.
[2] Salomon, J. p. Chem. [2] VII. 252.
[3] Debus, Lieb. Ann. LXXII. 18.

sirten Natriumsalzes mit siedender verdünnter Salzsäure zerlegt. Es entsteht ein gelber Niederschlag, der aus nadelförmigen Krystallen besteht. Die reine Säure lässt sich auch durch Auflösen der Rohsäure in Ammoniak, Trennung des ungelöst bleibenden Schwefels und Fällung mit Chlorwasserstoffsäure erhalten. Die Operation muss aber mehrfach wiederholt werden, ehe man eine in Ammoniak ohne Trübung lösliche Säure erhält.

Die Sulfocyanursäure ist kaum löslich selbst in siedendem Wasser, aber doch noch ausreichend, um demselben eine deutliche saure Reaction zu ertheilen. In Alkohol, Äther, Benzol und selbst Nitrobenzol ist sie ebenfalls so gut wie unlöslich. Versuche, sie unter Druck bei 100° in Alkohol zu lösen, um bei langsamem Erkalten etwas ausgebildetere Krystalle zu erhalten, haben keinen Erfolg erzielt. Die Sulfocyanursäure kann einer Temperatur von 200° ausgesetzt werden, ohne sich zu verändern. Beim stärkeren Erhitzen entwickelt sie, den Traditionen der Cyanursäure entsprechend, den Dampf der Sulfocyansäure, wie man leicht durch die Röthung eines mit Eisenchlorid getränkten Papierstreifens erkennt; die grössere Menge der Säure wird aber dabei unter reichlicher Entwickelung von Schwefelwasserstoff verkohlt. Die Sulfocyanursäure wird weder für sich noch in der wässerigen Lösung von Eisenchlorid geröthet. Mit Wasser und selbst mit verdünnter Salzsäure unter Druck auf 100° erhitzt, wird die Sulfocyanursäure nur wenig angegriffen; bei 200° wird sie von Salzsäure vollständig in Cyanursäure und Schwefelwasserstoff zerlegt.

Die Sulfocyanursäure entspricht in ihrer Zusammensetzung dem Natriumsalze. Die Formel



$$\left[C\begin{matrix}\cdot\cdot SH\\ \equiv N\end{matrix}\right]_3 = C_3H_3N_3S_3$$

erheischt:

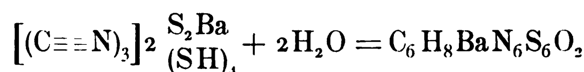
| | Theorie | | Versuch | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_3$ | 36 | 20.34 | 21.61 | 20.81 | — | — |
| $H_3$ | 3 | 1.70 | 1.83 | 2.00 | — | — |
| $N_3$ | 42 | 23.73 | — | — | 23.83 | — |
| $S_3$ | 96 | 54.23 | — | — | — | 53.99 |
| | 177 | 100.00 | | | | |

Bei der ersten Kohlenstoffbestimmung wurde mit einer Mischung von Kupferoxyd und Bleichromat, bei der zweiten ausschliesslich mit Bleichromat verbrannt; trotzdem ist der Kohlenstoff, wie dies bei einer so schwefelhaltigen Substanz nicht auffallen kann, immer noch zu hoch gefunden worden.

Die Sulfocyanursäure ist eine kräftige Säure, welche schon in der Kälte die Kohlensäure aus dem Natriumcarbonat austreibt. Sie bildet eine Reihe wohlcharakterisirter Salze, von denen jedoch nur noch das Barium- und das Silbersalz genauer untersucht worden sind.

*Primäres sulfocyanursaures Barium.* Dieses schöne Salz wird leicht erhalten, wenn man die Säure mit siedender Barytlösung behandelt und einen Strom Kohlensäure durch die Flüssigkeit leitet. Beim Erkalten der filtrirten Lösung, welche schwach alkalisch geblieben ist, scheiden sich grosse, sehr wohl ausgebildete Prismen aus, welche in auffallender Weise das Licht brechen. Das Salz ist nur mässig löslich in Wasser, unlöslich in Alkohol. Das sulfocyanursaure Barium krystallisirt mit 2 Mol. Wasser, welche dem Salze *in vacuo* über Schwefelsäure verbleiben. Da das Wasser auch bei höherer Temperatur, weit über 200°, in der That selbst bei Temperaturen, bei welchen schon eine leichte Zersetzung eintritt, nicht vollständig entweicht, so ist das *vacuum*trockene Salz analysirt worden.

Der Formel



$$\left[(C\equiv N)_3\right]_2 \begin{matrix} S_2Ba \\ (SH)_4 \end{matrix} + 2H_2O = C_6H_8BaN_6S_6O_2$$

gehören folgende Werthe an:

| | Theorie. | | Versuche. | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_6$ | 72 | 13.71 | 13.88 | — | — | — |
| $H_8$ | 8 | 1.52 | 1.66 | — | — | — |
| Ba | 137 | 26.10 | — | 25.82 | 25.92 | — |
| $N_6$ | 84 | 16.06 | — | — | — | — |
| $S_6$ | 192 | 36.57 | — | — | — | 36.28 |
| $O_2$ | 32 | 6.10 | — | — | — | — |
| | 525 | 100.00 | | | | |

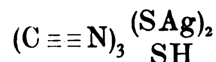
Das Salz entspricht in seiner Zusammensetzung genau dem von WÖHLER[1] analysirten primären Bariumcyanurat mit 2 Mol. Wasser, welche erst bei 280° entweichen.

Bisweilen setzten sich aus der Lösung, aus welcher der Überschuss von Baryt noch nicht durch Kohlensäure entfernt ist, grosse, dicke, gelbe Krystalle ab, welche aber nicht willkürlich erzeugt werden konnten. Vielleicht entsprechen sie dem secundären Bariumcyanurat mit 3 Mol. Wasser, welches ebenfalls von WÖHLER[2] untersucht worden ist.

Versuche, das Bariumsalz direct aus dem Methyläther durch Einwirkung von (käuflichem) Bariumsulfid bei 250° zu erhalten, haben keinen Erfolg gehabt.

[1] WÖHLER, LIEB. Ann. LXII. 252.
[2] A. a. O.

*Sulfocyanursaures Silber.* Versetzt man die Lösung des Natronsalzes, welche ausgesprochen alkalisch reagirt, mit neutralem Silbernitrat, so entsteht ein canariengelber, amorpher Niederschlag, indem die Flüssigkeit gleichzeitig eine entschiedensaure Reaction annimmt. Der Niederschlag muss daher entweder ein secundäres oder ein tertiäres Salz sein. Zuerst an der Luft, dann bei 100° getrocknet, war der Niederschlag offenbar in Folge beginnender Zersetzung missfarbig geworden, daher denn auch bei der Analyse keine übereinstimmenden Zahlen erhalten wurden. Wahrscheinlich liegt hier ein secundäres Salz



$$(C \equiv\equiv N)_3 \begin{matrix}(SAg)_2 \\ SH\end{matrix}$$

vor, welches 55.24 Procent Silber verlangt; gefunden wurden 56.65, 57.6 und 58.41 Procent. Das tertiäre Salz enthält 63.86 Procent Silber.

Fällt man die Lösung des Natriumsalzes mit ammoniakalischer Silberlösung, so entsteht gleichfalls ein gelber Niederschlag, welcher aber schon bei gewöhnlicher Temperatur bald dunkelt und sich beim Kochen schnell schwärzt.

*Sulfocyanursaures Blei.* Es gleicht dem Silbersalze. Beim Vermischen einer Lösung des alkalischen Natriumsalzes mit neutralem Bleiacetat wird die Flüssigkeit ebenfalls entschieden sauer. Wahrscheinlich hat man es daher auch hier entweder mit einem secundären oder tertiären Salze zu thun.

*Sulfocyanursaures Kupfer* fällt als grünlich brauner amorpher Niederschlag beim Vermischen des Natronsalzes mit Kupfersulfat. Der Niederschlag ist unlöslich in Ammoniak; es wurde vergeblich versucht, ein dem von Wöhler[1] beschriebenen, für die Cyanursäure so charakteristischen violetten Kupferammoniaksalz analoge Verbindung darzustellen.

Von den übrigen Salzen der Sulfocyanursäure sei bemerkt, dass das *Kalium-* und *Lithiumsalz*, erhalten durch Auflösen überschüssiger Säure in Kalilauge und Lithiumcarbonat, leicht lösliche, schwierig krystallisirbare Salze sind. Das *Calcium-*, das *Strontium-* und das *Magnesiumsalz*, durch Behandlung der Säure mit den Hydraten der genannten Metalle dargestellt, sind lösliche, krystallisirende Verbindungen.

Das Calciumsalz ist von den dreien am wenigsten löslich, aber immer noch viel löslicher als das Bariumsalz; es löst sich auch in Alkohol. Beim langsamen Erkalten einer concentrirten Lösung schiessen wohl ausgebildete rhombische Tafeln an, die sich zu eigenthümlichen,

---

[1] A. a. O.

höchst mannichfaltigen, an maurische Ornamente erinnernden Gruppen vereinigen, wie ich sie bei keinem anderen Salze beobachtet habe. Das Strontiumsalz bildet kleine rhombische Prismen, sehr löslich in Wasser, auch in Alkohol löslich. Das Magnesiumsalz, ausserordentlich löslich in Wasser, aber unlöslich in Alkohol, wird in nadelförmigen Krystallen erhalten.

Schön krystallisirte Salze entstehen aus dem Natriumsalz durch Zinnchlorid, Eisenchlorid, Manganchlorür, Zinksulfat und Cobaltnitrat.

Das *Zinnsalz* stellt feine weisse Nadeln, das *Eisensalz* feine, zu Gruppen aggregirte gelbe Nadeln, das *Mangansalz* dünne, nahezu farblose Krystallblätter, das *Zinksalz* weisse, das *Cobaltsalz* endlich schwach röthlich gefärbte, gruppenförmig vereinigte Tafeln dar.

Das *Wismuthsalz* ist ein gelber, das *Nickelsalz* ein grünlicher amorpher Niederschlag; *Platin-* und *Goldsalz* stellen rothbraune amorphe Niederschläge dar.

Hier ist endlich der Ort auch der Äther der Sulfocyanursäure nochmals zu gedenken. Im Vorhergehenden (S. 823) wurde bereits erwähnt, dass, ebenso wie der Methyläther, welcher Ausgangspunkt für die vorliegende Arbeit gewesen ist, auch der Aethyl- und Amyläther aus den entsprechenden Sulfocyansäureäthern erhalten werden können. Dieselben lassen sich auch aus dem Natriumsulfocyanurat gewinnen.

Versetzt man eine Lösung dieses Salzes in Alkohol mit etwas Natronlauge und dann mit Jodmethyl, so scheidet sich nach längerem Stehen schon in der Kälte, fast augenblicklich beim Erwärmen der vielbesprochene Methyläther in kleinen Nadeln von dem oft bestimmten Schmelzpunkte 189° aus. Werden bei diesem Versuche statt des Jodmethyls die Jodverbindungen des Aethyls und Amyls in Anwendung gebracht, so entstehen, obwohl viel schwieriger, die bereits früher erwähnten Aethyl- und Amylverbindungen.

Noch bequemer erhält man die Sulfocyanursäureäther, wenn man Cyanurchlorid auf die Natriummercaptide der verschiedenen Alkohole und Phenole einwirken lässt. Der Versuch wurde mit den Natriumsalzen der Methyl-, Aethyl- und Amylmercaptane, sowie mit dem Phenylmercaptan in alkoholischer Lösung angestellt. In allen diesen Fällen entstehen die zugehörigen Sulfocyanurate, welche indessen nicht weiter untersucht worden sind. Auf das vor einiger Zeit von mir beschriebene Amidophenylmercaptan[1] wirkt das Cyanurchlorid direct ein, hier werden jedoch die Verhältnisse durch die Gegenwart der Amidogruppe complicirt, so dass die schön krystallisirte Verbindung,

[1] HOFMANN, Monatsberichte 1880. 562.

welche in dieser Reaction entsteht, besser einer anderen demnächst zu veröffentlichenden Arbeit eingefügt wird.

Am Schlusse dieser Arbeit ist es mir ebenso Bedürfniss wie Pflicht, Hrn. Dr. Otto Borgmann für die thatkräftige und verständnissvolle Hülfe zu danken, welche er mir bei Anstellung der im Vorstehenden beschriebenen Versuche geleistet hat.

---

# Über das Amin des Pentamethylbenzols.

Von A. W. Hofmann.

(Vorgetragen am 23. Juli [s. oben S. 751].)

In einer schon vor mehr als zehn Jahren der Akademie mitgetheilten Abhandlung[1] habe ich eine Methode kennen gelehrt, aromatische Monamine im Benzolkern zu alkyliren, welche seitdem mit geringen Modificationen vielfach angewendet worden ist. Ausgangspunkt für diese Methode war die Beobachtung, dass die Einwirkung der Wärme auf die Salze ein- oder mehrfach ausserhalb des Benzolkerns alkylirter Monamine eine Wanderung der Alkylgruppe in den Kern bedingt, so dass aus secundären, tertiären und selbst quartären Verbindungen wieder primäre Monamine gebildet werden. Salzsaures Methylanilin z. B.: auf 300° erhitzt, verwandelte sich in salzsaures Toluidin. Ein gleiches Ergebniss wurde erzielt, als salzsaures Anilin und Methylalkohol einer hohen Temperatur unterworfen wurde. Dass sich mit Hülfe dieses Verfahrens zahlreiche höher gegliederte Amine würden erhalten lassen, konnte nicht zweifelhaft sein, in der That hatte ich auch damals schon unter den Producten der Einwirkung der Wärme auf ein Salz des trimethylirten Phenylammoniums eine hochsiedende, krystallisirte, primäre Base beobachtet, welche ich der Analyse nach als ein pentamethylirtes Amidobenzol ansprechen musste.

Leider war die Menge der bei diesen Versuchen gewonnenen Substanz zu gering, um eine eingehendere Untersuchung derselben vorzunehmen, so dass ich später nur noch ganz vorübergehend auf dieselbe zurückkommen konnte.[2]

Die damals im Kleinen studirte Kernalkylirung der aromatischen Monamine ist seitdem Grundlage eines nicht unwichtigen fabrikatorischen Verfahrens geworden, welches Dr. Martius in die Anilinfarbenindustrie eingeführt hat. Man geht bei diesem Processe, bei dessen Verwerthung es sich zumal um die Darstellung von Cumidinen handelt, nicht von dem Anilin selber, sondern von den Xylidinen

[1] Hofmann, Monatsberichte 1872. 606.
[2] Hofmann, Ber. chem. Ges. VIII, 61.

aus. Der Gedanke lag nahe, dass man bei der Untersuchung der Nebenproducte dieser Fabrikation gleichfalls auf das pentamethylirte Amidobenzol stossen werde. Im Sinne dieser Auffassung hab' ich denn auch diese Nebenproducte, welche mir Freund Martius in reichlicher Menge zur Verfügung gestellt hat, wiederholt zum Gegenstande eingehender Versuche gemacht. Früchte dieser Versuche sind das krystallisirte Cumidin[1] und noch neuerdings ein tetramethylirtes Amidobenzol[2] gewesen. Es ist mir jedoch nicht gelungen, den gesuchten Körper in diesen Producten aufzufinden. Indessen wurde bei diesen Versuchen beobachtet, dass sich die pentamethylirte Verbindung ganz regelmässig, obwohl nicht in grosser Menge, bei der Einwirkung der Wärme auf das Dimethylderivat des starren Cumidins erzeugt:



$$C_6H_2(CH_3)_3N(CH_3)_2 \cdot HI = C_6(CH_3)_5NH_2 \cdot HI.$$

Das pentamethylirte Amidobenzol beansprucht in Folge seiner besonderen Zusammensetzung ein specielles Interesse. Wie das Anilin, das Amidobenzol, existirt die pentamethylirte Verbindung nur in einer einzigen Modification. Ich habe mich daher die Mühe nicht verdriessen lassen, den schwer zu beschaffenden Körper in hinreichender Menge darzustellen, um wenigstens einige der wichtigeren Abkömmlinge desselben studiren zu können. Zur Darstellung der pentamethylirten Base wird das Cumidin (1 Gew.-Thl.) am Rückflusskühler allmählich mit Jodmethyl (2 Gew.-Thle.) versetzt und die Mischung bis zur Vollendung der Reaction auf dem Wasserbade erwärmt. Auf Zusatz von Wasser lösen sich Methyl- und Dimethylcumidin sowie unverwandeltes Cumidin in der Form von Jodhydraten und werden mit Alkali ausgeschieden. Das Gemenge der zwischen 220° und 230° siedenden Basen wird alsdann nochmals mit Jodmethyl (etwa zu gleichen Theilen) gemischt und in geschlossenen Röhren 8 Stunden lang auf 240—250° erhitzt. Das Digestionsproduct, eine dunkel gefärbte, krystallinische Masse, welche sich bei guten Operationen aus den Röhren herausziehen lässt, enthält neben harzigen Substanzen sowie erheblichen Mengen von Kohlenwasserstoffen (vorzugsweise Hexamethylbenzol), das pentamethylirte Amidobenzol mit anderen Basen in der Form von Jodhydraten. Dasselbe wird zunächst mit Wasserdampf behandelt, welcher die Kohlenwasserstoffe übertreibt, alsdann filtrirt und mit Natronlauge übersättigt, um die Basen in Freiheit zu setzen. Es scheidet sich eine Krystallmasse aus, die noch viel Öl enthält. Durch Waschen mit etwas Alkohol enthaltendem Wasser kann die grössere Menge des Öles entfernt werden, die letzten An-

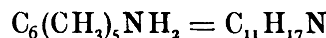
---

[1] Hofmann, Ber. chem. Ges. XV, 2895.
[2] Hofmann, ebendaselbst XVII. 1912.

theile lässt man von Papier einsaugen. Löst man die noch immer gefärbten Krystalle nunmehr in Salzsäure und fällt mit Natronlauge, so erhält man eine starre Base, welche, aus verdünntem Alkohol umkrystallisirt, das reine pentamethylirte Amidobenzol darstellt. Das als Nebenproduct auftretende Öl besteht zum grossen Theil aus Dimethylcumidin, enthält aber auch noch primäre Basen (tetra- und pentamethylirtes Amidobenzol); es wird mit Jodmethyl weiter auf die pentamethylirte Base verarbeitet.

Es braucht kaum bemerkt zu werden, dass man bei der Darstellung des pentamethylirten Amidobenzols aus ökonomischen Gründen das Dimethylcumidin auch durch Digestion von salzsaurem Cumidin mit Methylalkohol bereiten kann. Die dimethylirte Base wird dann weiter mit Jodmethyl behandelt. Versuche, die pentamethylirte Base vom Tetramethylamidobenzol ausgehend zu gewinnen, haben keine besonders günstigen Ergebnisse geliefert. Man erhält gleichfalls die pentamethylirte Base, aber schon in Folge der ungleich schwierigeren Zugänglichkeit des Tetramethylamidobenzols bietet dieses Verfahren natürlich keinen Vortheil.

Das reine pentamethylirte Amidobenzol krystallisirt in grossen, oft wohl ausgebildeten, farblosen Nadeln, welche auf Wasser schwimmen und den Schmelzpunkt 151—152° besitzen. Die Base siedet ohne jede Spur von Zersetzung bei 277—278°. Das neue Amin ist unlöslich in Wasser, selbst in siedendem, leicht löslich in Alkohol und Äther. Der Formel



$$C_6(CH_3)_5NH_2 = C_{11}H_{17}N$$

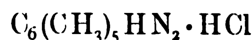
entsprechen folgende Werthe:

| | Theorie | | Versuch |
|---|---|---|---|
| $C_{11}$ | 132 | 80.98 | 80.94 |
| $H_{17}$ | 17 | 10.43 | 10.88 |
| N | 14 | 8.59 | — |
| | 163 | 100.00. | |

Zur Feststellung der Zusammensetzung ist überdies das salzsaure Salz und das Platinsalz analysirt worden.

*Chlorwasserstoffsaures Salz.* Es ist ziemlich leicht löslich in heissem, schwer löslich in kaltem Wasser und, wie die Chlorhydrate der meisten aromatischen Amine, sehr schwer löslich in concentrirter Salzsäure. Zweigartig gruppirte, lange, dünne Nadeln.

Die Formel



$$C_6(CH_3)_5HN_2 \cdot HCl$$

verlangt 17.79 Procent Chlor; in dem bei 100° getrockneten Salze wurden 17.95 Procent gefunden.

*Platinsalz.* Langsam auskrystallisirt, schwer lösliche, rhombische Täfelchen; schnell ausgeschieden, büschelförmig gruppirte Blättchen. Das bei 100° getrocknete Salz enthält:

$$[C_6(CH_3)_5NH_2 \cdot HCl]_2\ PtCl_4 = C_{22}H_{36}N_2PtCl_6.$$

| | Theorie | | Versuch I. | Versuch II. | Versuch III. |
|---|---|---|---|---|---|
| $C_{22}$ | 264 | 35.89 | 35.99 | — | — |
| $H_{36}$ | 36 | 4.89 | 5.05 | — | — |
| $N_2$ | 28 | 3.81 | — | — | — |
| Pt | 194.6 | 26.45 | — | 26.56 | 26.46 |
| $Cl_6$ | 213 | 28.96 | — | — | — |
| | 735.6 | 100.00 | | | |

Das *salpetersaure Salz* ist schwer löslich und krystallisirt in Nadeln; noch schwerer löslich sind das *Sulfat* und *Oxalat*, welche beide kleine Schuppen bilden. Das *Acetat* ist sehr löslich, die Lösung desselben wird durch Oxalsäure gefällt.

Die pentamethylirte Base liefert beim Erhitzen mit Quecksilberchlorid keine Farbenreaction; hat man derselben aber zuvor etwas Anilin beigefügt, so entsteht, wie ich bereits früher angegeben habe,[1] ein dem Rosanilin analoger rother Farbstoff.

*Acetylverbindung des pentamethylirten Amidobenzols.* Sie wird leicht durch Behandlung der Base mit Essigsäureanhydrid gewonnen. Aus Alkohol schiesst sie in schönen bei 213° schmelzenden Nadeln an.

*In der Amidgruppe methylirte pentamethylirte Amidobenzole.* Durch Behandlung der Base mit Jodmethyl im Einschlussrohr bei 100° wurde als Jodhydrat leicht ein monomethylirtes Derivat erhalten. Mit Alkali in Freiheit gesetzt und aus Alkohol umkrystallisirt, stellt es Krystallschuppen dar, welche den constant bleibenden Schmelzpunkt 60—61° zeigen. Es bildet ein in schönen Nadeln krystallisirendes Platinsalz. Die Formel



$$2[C_6(CH_3)_5NHCH_3 \cdot HCl]\ PtCl_4$$

verlangt 25.48 Procent Platin, gefunden wurden 25.48 Procent.

Wird das pentamethylirte Amidobenzol in Gegenwart von Alkali mit Jodmethyl am Rückflusskühler digerirt, so erhält man die dimethylirte Base, welche der monomethylirten in jeder Beziehung gleicht; nur der Schmelzpunkt wurde etwas niedriger, nämlich bei 53—54°, gefunden. Sie bildet auch ein ganz ähnliches Platinsalz, in welchem 24.64 Procent Platin gefunden wurden. Die Formel



$$2[C_6(CH_3)_5N(CH_3)_2 \cdot HCl]\ PtCl_4$$

verlangt 24.58 Procent.

---

[1] Hofmann, Ber. chem. Ges. VIII, 61.

Alle Versuche, die dimethylirte Pentamethylbase mit einem weiteren Molecül Jodmethyl zu vereinigen, sind fehlgeschlagen. Selbst bei längerem Erhitzen im geschlossenen Rohr auf 150—170° findet keine Einwirkung statt. Es sei bei dieser Gelegenheit noch nachträglich bemerkt, dass auch die dimethylirte Tetramethylbase eine ähnliche Abneigung zeigt, sich mit Jodmethyl zu einer Ammoniumbase zu vereinigen.

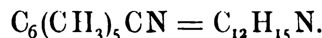
*Isonitril des pentamethylirten Amidobenzols.* Die Base wurde in alkoholischem Natronhydrat gelöst und nach dem Zusatz von Chloroform eine halbe Stunde am Rückflusskühler erwärmt. Der penetrante Geruch des Isonitrils liess die pentamethylirte Verbindung alsbald als primäre Base erkennen. Nach Zusatz von Wasser wurde mit Äther ausgeschüttelt und die ätherische Lösung von unverändert gebliebener Base mit verdünnter Schwefelsäure befreit. Nach dem Abdunsten des Äthers blieb das Isonitril als schwach gelb gefärbtes Öl zurück, welches bald krystallinisch erstarrte. Durch Umkrystallisiren aus Alkohol, in dem die Substanz leicht löslich ist, werden farblose Krystalle erhalten, welche bei 127—28° schmelzen. Der Geruch der Verbindung, obschon noch immer unerquicklich genug, ist der geringeren Flüchtigkeit der Substanz wegen gleichwohl lange nicht so bewältigend, wie der der Isonitrile in den niederen Reihen. Der Körper, durch Abstammung und Umbildung hinreichend als



$$C_6(CH_3)_5NC$$

charakterisirt, ist nicht analysirt worden.

*Nitril des pentamethylirten Amidobenzols.* Wird das Isonitril nur wenig über seinen Schmelzpunkt erhitzt, so erfolgt unter lebhafter Wärmeentwickelung eine Umsetzung. Bei einigermaassen erheblichen Mengen kann die Temperatur um mehr als 100° steigen. In wenigen Augenblicken ist das Isonitril seiner ganzen Masse nach in das isomere Nitril verwandelt, welches nunmehr bei gesteigerter Temperatur überdestillirt und in der Vorlage alsbald erstarrt. Das Nitril ist unlöslich in Wasser, löslich in Alkohol, obwohl minder leicht als das Isonitril, und in Äther. Aus Alkohol wird es in grossen, schönen, weissen Nadeln erhalten, welche bei 168° schmelzen. Der Siedepunkt liegt bei 290—92°. Die Analyse führte zu der Formel:

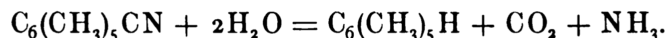


$$C_6(CH_3)_5CN = C_{12}H_{15}N.$$

Die Theorie verlangt 8.09 Procent Stickstoff; gefunden wurden 7.88 Procent.

Bemerkenswerth ist die ausserordentliche Beständigkeit dieses Nitrils. Es ist mir nicht gelungen, dasselbe in das Amid oder die Säure überzuführen. Die Umbildung zu Amid, welche sich in den

niederen Reihen so leicht durch Auflösen des Nitrils in Schwefelsäure bewerkstelligen lässt, ist bei diesem Körper ohne Erfolg versucht worden. Eine Lösung desselben in Schwefelsäure kann Tage lang bei gewöhnlicher Temperatur stehen und selbst längere Zeit auf 100° erhitzt werden, ohne dass man eine Einwirkung beobachtet. Beim Erhitzen unter Druck auf 180° mit concentrirter Salzsäure oder einer Lösung von Salzsäuregas in Alkohol erleidet das Nitril keine Veränderung. Geht man bei Anwendung von concentrirter Salzsäure bis zu einer Temperatur von 230—250°, so wird schon ein erheblicher Theil verkohlt. Erhitzt man mit concentrirter Jodwasserstoffsäure einige Stunden auf 220—230°, so entsteht neben Ammoniak ein in heissem Alkohol löslicher und beim Erkalten krystallisirender Kohlenwasserstoff, welcher bei 52—53° schmilzt. Derselbe ist nicht analysirt worden. Man kann aber wohl nicht bezweifeln, dass hier das Pentamethylbenzol vorliegt, dessen Schmelzpunkt von Friedel und Crafts[1] zu 53° angegeben worden ist.



$$C_6(CH_3)_5CN + 2H_2O = C_6(CH_3)_5H + CO_2 + NH_3.$$

Überdies hab' ich bei dem Nitril des Tetramethylamidobenzols gänz ähnliche Erscheinungen beobachtet.[2] Dieses Nitril liess sich auch nicht in Amid und Säure verwandeln, lieferte aber bei der Einwirkung von Salzsäure bei hoher Temperatur unter Ammoniakabspaltung und Kohlensäureentwickelung ein tetramethylirtes Benzol, welches durch die Analyse identificirt wurde.

Da die gewöhnlichen Hülfsmittel für Überführung der Nitrile in Amide und Säuren nicht den erwünschten Erfolg hatten, so habe ich einige erst in letzter Zeit aufgefundene Umbildungsmethoden zu verwerthen gesucht. Von Radziszewski[3] ist jüngst die interessante Beobachtung gemacht worden, dass sich die Nitrile unter dem Einflusse des Wasserstoffsuperoxyds bei Gegenwart von Alkali in Amide verwandeln. Auch dieses Verfahren versagte bei dem hier vorliegenden Nitrile, während der Versuch mit Benzonitril unter denselben Bedingungen vortrefflich gelang. Versuche, nach der von Tiemann[4] aufgefundenen Methode, das Nitril durch Einwirkung von Hydroxylamin in ein Amidoxim überzuführen, sind ebenfalls fehlgeschlagen.

*Pentamethylirtes Phenol.* Zur Darstellung dieses Körpers wurde das schwefelsaure Salz der Base (3 Gew.-Thle.) mit einer Lösung von Kaliumnitrit (1 Gew.-Thl.) übergossen und alsdann in einer Kälte-

---

[1] Friedel und Crafts, Ann. Chim. phys. [VI] I, 472.
[2] Hofmann, Ber. chem. Ges. XVII, 1915.
[3] Radziszewski, ebendaselbst XVIII, 355.
[4] Tiemann, ebendaselbst XVII, 126.

mischung bis zur Lösung mit verdünnter Schwefelsäure versetzt. Bald schied sich unter Gasentwickelung ein weisses Pulver aus, welches man abfiltrirte und nach der Destillation im Wasserdampfstrome aus Alkohol umkrystallisirte. So wurden feine, weisse Nadeln von charakteristischem Phenolgeruch erhalten, welche bei 125° schmelzen und bei 267° sieden. Die Ausbeute beträgt etwa 70 Procent der theoretischen. Mit Eisenchlorid zeigt dieses Phenol keinerlei Färbung. Bemerkenswerth ist die geringe Löslichkeit dieses Körpers in Alkalien. Kalte Natronlauge scheint fast ohne Wirkung. Beim Erwärmen erfolgt aber dann die Lösung. Einmal gelöst, scheidet sich das Phenol erst auf Zusatz einer Säure wieder aus. Das Phenol verbrennt nur schwierig, die Analyse musste im Sauerstoffstrome ausgeführt werden. Der Formel



$$C_6(CH_3)_5OH = C_{11}H_{16}O$$

entsprechen folgende Werthe:

| | Theorie | | Versuch |
|---|---|---|---|
| $C_{11}$ | 132 | 80.48 | 80.84 |
| $H_{16}$ | 16 | 9.76 | 9.83 |
| O | 16 | 9.76 | — |
| | 164 | 100.00. | |

*Methyläther des pentamethylirten Phenols.* Derselbe wird leicht gewonnen, wenn man Methyljodid in methylalkoholischer Lösung auf das Phenol (1 Mol.) in Gegenwart von Kalihydrat (1 Mol.) im Rohr bei 120° einwirken lässt. Aus dem Reactionsproducte wird der Überschuss von Alkohol und Methyljodid verdampft; auf Wasserzusatz fällt alsdann der Äther als Öl aus, welches schnell erstarrt. Durch Umkrystallisiren aus Alkohol, in welchem derselbe leicht löslich ist, werden schöne lange Nadeln vom Schmelzpunkte 63—64° erhalten. Die Formel



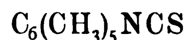
$$C_6(CH_3)_5OCH_3 = C_{12}H_{18}O$$

verlangt:

| | Theorie | | Versuch |
|---|---|---|---|
| $C_{12}$ | 144 | 80.90 | 80.77 |
| $H_{18}$ | 18 | 10.11 | 10.35 |
| O | 16 | 8.99 | — |
| | 178 | 100.00. | |

*Senföl des pentamethylirten Amidobenzols.* Es ist schon früher darauf aufmerksam gemacht worden, dass die Monamine mit mehrfach methylirtem Benzolkern bei der Einwirkung des Schwefelkohlenstoffs vorwiegend Senföl liefern, während die Bildung von Dialkylsulfoharnstoff mehr und mehr zurücktritt. Dies ist auch bei dem pentamethylirten Monamin der Fall. Erhitzt man die Base (ohne Zusatz von

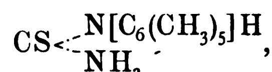
Alkali) mit Schwefelkohlenstoff, bis sich nur noch sehr wenig Schwefelwasserstoff entwickelt — was immerhin mehrere Tage erfordert —, so hinterbleibt schliesslich eine krystallinische Masse, welche eine Mischung von Senföl und Sulfoharnstoff ist. Durch Destillation mit Wasserdampf geht ersteres als farbloses, nur noch sehr schwach senfölartig riechendes Öl über, welches schnell erstarrt. Aus siedendem Alkohol werden Nadeln erhalten, welche bei 86° schmelzen. Die Formel



$$C_6(CH_3)_5NCS$$

wurde durch eine Schwefelbestimmung bestätigt. Obiger Formel entsprechen 15.60 Procent Schwefel; gefunden wurden 15.87 Procent.

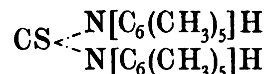
Mit alkoholischem Ammoniak digerirt, verwandelt sich das Senföl in den aus Alkohol in Nadeln krystallisirenden Monoalkylsulfoharnstoff,



$$CS<\begin{matrix}N[C_6(CH_3)_5]H\\NH_2\end{matrix},$$

welcher bei 224° schmilzt. Er ist nicht analysirt worden. Der

*Dialkylsulfoharnstoff*, welcher bei der vorher beschriebenen Operation als Rückstand bleibt, ist in Alkohol sehr schwer löslich. In Eisessig löst er sich leichter; er krystallisirt aus demselben in weissen Nadeln, welche bei 225° schmelzen. Die Formel



$$CS<\begin{matrix}N[C_6(CH_3)_5]H\\N[C_6(CH_3)_5]H\end{matrix}$$

erheischt 8.7 Procent Schwefel; gefunden wurden 9.29 Procent.

Bei Ausführung der im Vorstehenden beschriebenen Versuche ist mir von den HH. Dr. J. Frentzel und Dr. S. Ruhemann sehr dankenswerthe Hülfe geleistet worden.

# Über eine bei Anwendung der partiellen Integration nützliche Formel.

Von L. Kronecker.

(Vorgetragen am 16. Juli [s. oben S. 689].)

Wenn $f(x)$ und $g(x)$ eindeutige Functionen der reellen Variabeln $x$ und $f^{(h)}(x)$, $g^{(h)}(x)$ ihre $h$ten Ableitungen bedeuten, so ist:

$$f^{(h)}(x)\,g^{(n-h)}(-x) - f^{(h-1)}(x)\,g^{(n-h+1)}(-x) = \frac{d\big(f^{(h-1)}(x)\,g^{(n-h)}(-x)\big)}{dx}.$$

Nimmt man hierin $h = 1, 2, \ldots n$ und summirt, so resultirt die Differentialformel:

$$(\mathfrak{D})\quad f^{(n)}(x)\,g(-x) - f(x)\,g^{(n)}(-x) = \sum_{h=1}^{h=n} \frac{d\big(f^{(h-1)}(x)\,g^{(n-h)}(-x)\big)}{dx},$$

und also auch die Integralformel:

$$(\mathfrak{J})\quad \int_{x_0}^{x} f^{(n)}(x)\,g(-x)\,dx - \int_{x_0}^{x} f(x)\,g^{(n)}(-x)\,dx = \sum_{h=1}^{h=n} \int_{x_0}^{x} d\big(f^{(h-1)}(x)\,g^{(n-h)}(-x)\big),$$

durch welche die verschiedenen Anwendungen der partiellen Integration schematisirt werden.

I. Die Formel ($\mathfrak{J}$) geht unmittelbar in die Taylor'sche über, wenn man die Integrationsvariable $z$ an Stelle von $x$ nimmt und dann:

$$F(x) = \int_{x_0}^{x} f(z)\,dz, \quad g(z) = \frac{(x+z)^n}{n!}$$

setzt. Denn das erste Integral auf der linken Seite von ($\mathfrak{J}$) wird alsdann das »Restintegral« der Taylor'schen Formel:

$$\frac{1}{n!}\int_{x_0}^{x} (x-z)^n\,F^{(n+1)}(z)\,dz,$$

das zweite, nämlich:

$$-\int_{x_0}^{x} f(x)\,g^{(n)}(-x)\,dx \text{ wird gleich } -F(x) + F(x_0),$$

und endlich wird, wenn $f^{(h-1)}(x)$ in dem Intervalle $(x_0, x)$ stetig ist:

$$\int_{x_0}^{x} d\Big(f^{(h-1)}(x)\, g^{(n-h)}(-x)\Big) = -F^{(h)}(x_0)\,\frac{(x-x_0)^h}{h!},$$

so dass in der That die Taylor'sche Formel:

$$(1)\quad F(x) = F(x_0) + \sum_{h=1}^{h=n} \frac{(x-x_0)^h}{h!} F^{(h)}(x_0) + \frac{1}{n!}\int_{x_0}^{x} (x-z)^n F^{(n+1)}(z)\,dz$$

resultirt.

II. Unter Festhaltung der Voraussetzung der Stetigkeit von $f'(x), f''(x), \ldots f^{(n-1)}(x)$ und bei Annahme von:

$$g(x) = e^{ux}$$

resultirt ferner aus der Formel ($\mathfrak{J}$) die Gleichung:

$$(2)\quad \int_{x_0}^{x} f^{(n)}(x)\, e^{-ux}\,dx - u^n \int_{x_0}^{x} f(x)\, e^{-ux}\,dx = \sum_{h=1}^{h=n} u^{n-h}\Big(f^{(h-1)}(x)\, e^{-ux} - f^{(h-1)}(x_0)\, e^{-ux_0}\Big).$$

III. Nimmt man in der Formel ($\mathfrak{J}$):

$$g(x) = [(x+x_0)(x+x_1)]^n$$

und erstreckt die Integration von $x_0$ bis $x_1$, so verschwinden, unter Voraussetzung der Stetigkeit von $f'(x), f''(x), \ldots f^{(n-1)}(x)$, die sämmtlichen Integrale auf der rechten Seite. Man erhält demnach die Formel:

$$(3)\quad \int_{x_0}^{x_1} f^{(n)}(x)\,[(x-x_0)(x-x_1)]^n\,dx = \int_{x_0}^{x_1} f(x)\,\frac{d^n[(x-x_0)(x-x_1)]^n}{dx^n}\,dx,$$

welche die charakteristische Eigenschaft dieser Function $g^{(n)}(-x)$, dass der Werth des Integrals $\int_{x_0}^{x_1} f(x)\, g^{(n)}(-x)\,dx$, für irgend welche ganze Functionen $(n-1)$ten Grades $f(x)$, verschwindet, in Evidenz setzt. Dies ist aber jene Eigenschaft, auf welcher Jacobi in seiner Abhandlung: »Über Gauss' neue Methode, die Werthe der Integrale näherungsweise zu finden« die Bestimmung der hier mit $g^{(n)}(-x)$ bezeichneten Function:

$$\frac{d^n[(x-x_0)(x-x_1)]^n}{dx^n}$$

basirt, und er gebraucht dazu a. a. O. im §. 4 auch eine Formel für die Darstellung von $\int u\,v\,dx$, welche von der Gleichung ($\mathfrak{J}$) nur formal verschieden ist und aus ihr hervorgeht, wenn $u = f(x)$ und $v = g^{(n)}(-x)$ gesetzt wird.

IV. Nicht bloss in dem hier behandelten speciellen Falle, sondern überhaupt, wenn die Functionen:

$$f^{(h-1)}(x)\, g^{(n-h)}(-x) \qquad (h = 1, 2, \ldots n)$$

stetig sind und an beiden Integrationsgrenzen einerlei Werth haben, verschwindet der Ausdruck auf der rechten Seite der Formel ($\mathfrak{J}$) und es kommt:

$$(4) \qquad \int_{x_0}^{x_1} f^{(n)}(x)\, g(-x)\, dx = \int_{x_0}^{x_1} f(x)\, g^{(n)}(-x)\, dx\,.$$

Die angegebenen Voraussetzungen sind erfüllt, wenn die Integration in der Formel ($\mathfrak{J}$) von 0 bis 1 erstreckt, ferner:

$$g(x) = \cos 2k(x+y)\pi$$

gesetzt und für $k$ irgend eine ganze Zahl, für $f(x)$ aber irgend eine Function genommen wird, die ebenso wie jede ihrer $n-1$ Ableitungen:

$$f'(x)\,,\; f''(x)\,,\; \ldots\ldots f^{(n-1)}(x)$$

von $x=0$ bis $x=1$ stetig ist und an den beiden Grenzen des Intervalls $x=0$ und $x=1$ denselben Werth hat. Die Gleichung (4) geht alsdann, da:

$$g^{(n)}(x) = (2k\pi)^n \cos(2kx + 2ky + \tfrac{1}{2}n)\pi$$

wird, in folgende über:

$$(5) \quad \int_0^1 f^{(n)}(x) \cos 2k(y-x)\pi dx = (2k\pi)^n \int_0^1 f(x) \cos(2ky - 2kx + \tfrac{1}{2}n)\pi dx\,,$$

in welcher $y$ eine Variable bedeutet. Bestimmt man nun $c_k, c_k^{(n)}, v_k, v_k^{(n)}$ gemäss den Bedingungen:

$$\int_0^1 f(x) \cos 2k(y-x)\pi dx = c_k \cos(2ky - v_k)\pi$$

$$\int_0^1 f^{(n)}(x) \cos 2k(y-x)\pi dx = c_k^{(n)} \cos(2ky - v_k^{(n)})\pi\,,$$

so gelten — unter der einzigen Voraussetzung, dass die Function $f^{(n)}(x)$ überhaupt durch eine FOURIER'sche Reihe darstellbar ist — die Reihenentwickelungen:

$$f(x) = \lim_{\nu=\infty} \sum_{k=-\nu}^{k=+\nu} c_k \cos(2kx - v_k)\pi\,,\quad f^{(n)}(x) = \lim_{\nu=\infty} \sum_{k=-\nu}^{k=+\nu} c_k^{(n)} \cos(2kx - v_k^{(n)})\pi.$$
$$(0 < x < 1)$$

Aus der Gleichung (5) folgt aber, dass:

$$c_k^{(n)} \cos(2ky - v_k^{(n)})\pi = \frac{d^n c_k \cos(2ky - v_k)\pi}{dy^n}\,,$$

also

$$c_k^{(n)} = (2k\pi)^n c_k\,,\quad v_k^{(n)} = v_k - \tfrac{1}{2}n$$

ist, und die Entwickelung von $f^{(n)}(x)$ wird daher folgende:

$$f^{(n)}(x) = \lim_{\nu=\infty} \sum_{k=-\nu}^{k=+\nu} (2k\pi)^n c_k \cos(2kx - v_k + \tfrac{1}{2}n)\pi \qquad (0<x<1)\,,$$

d. h. sie geht durch $n$malige gliedweise Differentiation aus der Entwickelung von $f(x)$ hervor.[1]

In jeder der Entwickelungen:

$$f^{(h)}(x) = \lim_{\nu=\infty} \sum_{k=-\nu}^{k=+\nu} (2k\pi)^h c_k \cos(2kx - v_k + \tfrac{1}{2}h)\pi \qquad (h=1,2,\dots n; 0<x<1)$$

fehlt das von $x$ unabhängige, dem Werthe $k = 0$ entsprechende Glied. Denkt man sich dieses Glied der Fourier'schen Reihe für $f^{(h)}(x)$ durch das Integral: $\int_0^1 f^{(h)}(x)\,dx$ dargestellt, so kommt:

$$\int_0^1 f^{(h)}(x)\,dx = f^{(h-1)}(1) - f^{(h-1)}(0) = 0.$$

Man kann also, von irgend einer, in eine Fourier'sche Reihe entwickelbaren, im Intervalle von $x = 0$ bis $x = 1$ durchweg endlich bleibenden Function $\psi(x)$ ausgehend, zuerst die Function $f^{(n)}(x)$ durch die Gleichung:

$$f^{(n)}(x) = \psi(x) - \int_0^1 \psi(x)\,dx,$$

hiernächst die Function $f^{(n-1)}(x)$ durch die beiden Relationen:

$$f^{(n)}(x) = \frac{df^{(n-1)}(x)}{dx}, \quad \int_0^1 f^{(n-1)}(x)\,dx = 0$$

definiren, ferner ebenso die Function $f^{(n-2)}(x)$ gemäss den Bedingungen:

$$f^{(n-1)}(x) = \frac{df^{(n-2)}(x)}{dx}, \quad \int_0^1 f^{(n-2)}(x)\,dx = 0$$

und endlich in analoger Weise nach einander die übrigen Functionen $f^{(n-3)}(x), f^{(n-4)}(x), \dots f'(x), f(x)$ bestimmen.

Für die so bestimmten $n+1$ Functionen $f^{(h)}(x)$ gelten dann die Reihenentwickelungen:

$$f^{(h)}(x) = \lim_{\nu=\infty} \sum_{k=-\nu}^{k=+\nu} (2k\pi)^h c_k \cos(2kx - v_k + \tfrac{1}{2}h)\pi \quad \begin{pmatrix} h=1,2,\dots n-1;\ 0\leqq x\leqq 1 \\ h=n;\ 0<x<1 \end{pmatrix};$$

und die Werthe der darin vorkommenden Grössen $c_k$, $v_k$ können aus der Entwickelung irgend einer dieser $n+1$ Functionen $f^{(h)}(x)$ entnommen werden.

V. Nimmt man in der Formel ($\mathfrak{J}$) für $f(x)$ eine Function, welche nebst ihren Ableitungen $f'(x), f''(x), \dots f^{(n-1)}(x)$ in dem ganzen Intervalle

[1] Vergl. Hrn. P. du Bois-Reymond's Aufsatz »Über die Integration der trigonometrischen Reihe« Math. Annalen Bd. XXII. S. 260.

von $x_0$ bis $x_r$ endlich und stetig ist, für $g(x)$ aber eine solche, deren $(n-1)$te Ableitung an einzelnen durch die Werthe:

$$-x = x_1, x_2, \ldots x_{r-1} \qquad (x_0 < x_1 < x_2 \ldots < x_{r-1} < x_r)$$

bezeichneten Stellen des Intervalls $(x_0, x_r)$ unstetig, dabei jedoch durchweg endlich ist,[1] so verwandelt sich die Gleichung ($\mathfrak{J}$) in eine ganz allgemeine Summenformel, und hierin besteht wohl die merkwürdigste Anwendung, welche man von jener Integralformel ($\mathfrak{J}$) machen kann.

Unter der angegebenen Voraussetzung wird nämlich das erste, dem Werthe $h=1$ entsprechende Integral auf der rechten Seite von ($\mathfrak{J}$):

$$\int_{x_0}^{x_r} d\left(f(x)\, g^{(n-1)}(-x)\right)$$

gleich der Summe:

$$(\mathfrak{S}^0) \quad -f(x_0)g^{(n-1)}(-x_0) + \sum_{k=1}^{k=r-1} f(x_k) \lim_{\varepsilon=0} [g^{(n-1)}(\varepsilon^2 - x_k) - g^{(n-1)}(-\varepsilon^2 - x_k)] + f(x_r)g^{(n-1)}(-x_r),$$

und diese wird daher gemäss der Integralformel ($\mathfrak{J}$) durch den Ausdruck:

$$(\mathfrak{J}^0) \quad \int_{x_0}^{x_r} f^{(n)}(x)\, g(-x)\, dx - \int_{x_0}^{x_r} f(x)\, g^{(n)}(-x)\, dx + \sum_{h=2}^{h=n} f^{(h-1)}(x_0) g^{(n-h)}(-x_0) - \sum_{h=2}^{h=n} f^{(h-1)}(x_r)\, g^{(n-h)}(-x_r)$$

dargestellt, wenn die Function $g^{(n-1)}(x)$ innerhalb jedes einzelnen Intervalles $(x_k, x_{k+1})$, in welchem sie stetig ist, zugleich Ableitungen $g^{(n)}(-x)$ mit endlichen Werthen besitzt.

Man kann also irgend welche $r$ stetige, differentiirbare Functionen:

$$\phi_1(x), \phi_2(x), \ldots \phi_r(x)$$

annehmen und alsdann die Function $g^{(n-1)}(x)$ durch die Bedingung:

$$g^{(n-1)}(-x) = \phi_k(x) \text{ für } x_{k-1} < x < x_k \qquad (k=1,2,\ldots r),$$

d. h. also dadurch definiren, dass sie in jedem der $r$ Intervalle:

$$x_{k-1} < x < x_k \qquad (k=1,2,\ldots r)$$

mit der bezüglichen Function $\phi_k(x)$ übereinstimmen soll.

Es ist dann auch:

$$-g^{(n)}(-x) = \phi_k'(x) \text{ für } x_{k-1} < x < x_k \qquad (k=1,2,\ldots r)$$

zu setzen, wo $\phi_k'(x)$ die erste Ableitung von $\phi_k(x)$ bedeutet, und die Functionen $g^{(n-2)}(x), g^{(n-3)}(x), \ldots g(x)$ sind durch die Gleichung:

$$\int_{u_h}^{x} g^{(h)}(x)\, dx = g^{(h-1)}(x)$$

---

[1] Die Functionen $g(x), g'(x), \ldots g^{(n-2)}(x)$ sind alsdann offenbar endlich und stetig.

zu bestimmen, wenn man darin der Reihe nach $h = n-1, n-2, \ldots 1$ und die unteren Grenzen $u_{n-1}, u_{n-2}, \ldots u_1$ ganz beliebig annimmt.

Da nun bei den angegebenen Bestimmungen:

$$\lim_{\varepsilon=0} g^{(n-1)}(\varepsilon^2 - x_k) = \phi_k(x_k)\,, \quad \lim_{\varepsilon=0} g^{(n-1)}(-\varepsilon^2 - x_k) = \phi_{k+1}(x_k) \qquad (k=1,2,\ldots r)$$

wird, so erhält man die ganz allgemeine Summenformel:

$$(\mathfrak{S}) \quad \sum_{k=0}^{k=r} [\phi_k(x_k) - \phi_{k+1}(x_k)] f(x_k) = \int_{x_0}^{x_r} f(x)\phi'(x)\,dx + \int_{x_0}^{x_r} f^{(n)}(x)\,g(-x)\,dx$$
$$+ \sum_{h=2}^{h=n} f^{(h-1)}(x_0)\,g^{(n-h)}(-x_0) - \sum_{h=2}^{h=n} f^{(h-1)}(x_r)\,g^{(n-h)}(-x_r)\,,$$

in welcher:

$$\phi_0(x_0) = 0\,, \quad \phi_{r+1}(x_r) = 0$$

und für $x_{k-1} < x < x_k$:

$$\phi'(x) = \phi'_k(x) \qquad (k=1,2,\ldots r)$$

zu setzen ist. Nimmt man speciell:

$$u_1 = u_2 = \ldots = u_{n-1} = x_0\,,$$

so wird $g(x_0) = g'(x_0) = g''(x_0) = \ldots = g^{(n-2)}(x_0) = 0$ und der Ausdruck:

$$\sum_{h=2}^{h=n} f^{(h-1)}(x_0)\,g^{(n-h)}(-x_0)$$

auf der rechten Seite der Formel ($\mathfrak{S}$) fällt alsdann weg.

VI. Setzt man:

$$\phi_k(x) = x - x'_{k-1} \qquad (k=1,2,\ldots r)$$

und wählt dabei die Grössen $x'$ so, dass:

$$x_{k-1} \leqq x'_{k-1} \leqq x_k \qquad (k=1,2,\ldots r)$$

wird, so ist $\phi'(x) = 1$, und die Formel ($\mathfrak{S}$) ergiebt alsdann (bei Festhaltung jener über die Grössen $u$ getroffenen Bestimmung: $u_1 = u_2 = \ldots = u_{n-1} = x_0$) den Ausdruck:

$$(\mathrm{A}) \quad \int_{x_0}^{x_r} f(x)\,dx - \sum_{h=1}^{h=n-1} f^{(h)}(x_r)\,g^{(n-h-1)}(-x_r) + \int_{x_0}^{x_r} f^{(n)}(x)\,g(-x)\,dx$$

als den Werth der Summe:

$$(x'_0 - x_0)f(x_0) + (x'_1 - x'_0)f(x_1) + (x'_2 - x'_1)f(x_2) + \ldots. + (x_r - x'_{r-1})f(x_r).$$

Diese Summe, in welcher je ein Functionswerth $f(x_k)$ mit dem absoluten Werthe eines das Argument enthaltenden Intervalls $(x'_{k-1}, x'_k)$ multiplicirt ist, stellt in allgemeinster Weise einen Näherungswerth jenes Integrals:

$$\int_{x_0}^{x_r} f(x)\,dx$$

dar, welches den ersten Theil des Ausdrucks (A) bildet. Der Unterschied zwischen dem Näherungswerthe und dem Integralwerthe selbst wird daher durch den übrigen Theil des Ausdrucks, nämlich durch:

$$-\sum_{h=1}^{h=n-1} f^{(h)}(x_r)\, g^{(n-h-1)}(-x_r) + \int_{x_0}^{x_r} f^{(n)}(x)\, g(-x)\, dx$$

dargestellt. Dabei ist

$$g^{(n-2)}(x) = \int_{x_0}^{x} g^{(n-1)}(x)\, dx,$$

also, wenn $x$ zwischen $x_{k-1}$ und $x_k$ liegt:

$$g^{(n-2)}(x) = -\sum_{h=1}^{h=k-1} \int_{x_{h-1}}^{x_h} (x + x'_{h-1})\, dx - \int_{x_{k-1}}^{x} (x + x'_{k-1})\, dx$$

oder:

$$-g^{(n-2)}(x) = \tfrac{1}{2}x^2 + x'_{k-1}x - \tfrac{1}{2}x_0^2 - x_{k-1}x'_{k-1} + \sum_{h=1}^{h=k-1} x'_{h-1}(x_h - x_{h-1}),$$

und die Functionen $g^{(n-3)}(x)$, $g^{(n-4)}(x)$, ... sind durch weitere Integrationen zu bilden.

VII. Bedeutet $\psi(x)$ irgend eine, für alle Werthe von $x = 0$ bis $x = 1$ endliche, stetige und differentiirbare Function, deren Werthe für die beiden Intervallgrenzen von einander verschieden sind, und setzt man:

$$\psi(x) - \int_0^1 \psi(x)\, dx = g^{(n-1)}(-x),$$

so kann $g^{(n-1)}(-x)$ durch eine FOURIER'sche Reihe:

$$\sum_{k=1}^{k=\infty} \frac{a_k}{2k\pi} \cos(2kx + v_k + \tfrac{1}{2})\,\pi \qquad (0 < x < 1)$$

dargestellt werden, in welcher die Summation deshalb nur von $k = 1$ an zu erstrecken ist, weil nach der über $g^{(n-1)}(-x)$ getroffenen Festsetzung:

$$\int_0^1 g^{(n-1)}(-x)\, dx = 0$$

wird. Man kann nun von der Function $g^{(n-1)}(-x)$ ausgehend — gemäss den Darlegungen am Schlusse des art. IV — durch successive Integration zu $n-1$ Functionen:

$$g^{(n-2)}(-x),\ g^{(n-3)}(-x),\ \ldots\ldots g'(-x),\ g(-x)$$

gelangen, für welche die Relationen:

$$g^{(h)}(x) = \frac{dg^{(h-1)}(x)}{dx},\quad \int_0^1 g^{(h)}(-x)\, dx = g^{(h-1)}(-1) - g^{(h-1)}(0) = 0 \qquad (h = 1, 2, \ldots n-1)$$

und die Reihenentwickelungen:

$$g^{(n-h)}(-x) = \sum_{k=1}^{k=\infty} \frac{a_k}{(2k\pi)^h} \cos(2kx + v_k + \tfrac{1}{2}h)\pi \qquad (h=1,2,\ldots n)$$

gelten.

Hierbei sind also:

$$a_1, a_2, a_3, \ldots\ldots; \; v_1, v_2, v_3, \ldots\ldots$$

beliebige Grössen, welche nur die Bedingung erfüllen müssen, dass die Reihe:

$$(\mathrm{A}_1) \qquad \sum_{k=1}^{k=\infty} \frac{a_k}{2k\pi} \cos(2kx + v_k + \tfrac{1}{2})\pi$$

für alle Werthe von $x$ convergire und eine innerhalb des Intervalles von $x = 0$ bis $x = 1$ durchweg endliche, stetige, differentiirbare, aber bei $x = 0$ und $x = 1$ unstetige Function darstelle, welche, wenn man einerseits $x$ bis zu Null abnehmen, andererseits bis zu Eins zunehmen lässt, sich zwei verschiedenen Grenzwerthen nähert. Die übrigen $n - 1$, durch die Reihen:

$$(\mathrm{A}_h) \qquad \sum_{k=1}^{k=\infty} \frac{a_k}{(2k\pi)^h} \cos(2kx + v_k + \tfrac{1}{2}h)\pi$$

für $h = 2, 3, \ldots n$ dargestellten Functionen sind dann

durchweg endliche, stetige, differentiirbare, periodische Functionen,

von denen eine jede die Ableitung der folgenden, negativ genommen, ist, und für welche also, wenn sie beziehungsweise mit:

$$g^{(n-2)}(-x), \, g^{(n-3)}(-x), \ldots g'(-x), \, g(-x)$$

bezeichnet werden:

$$g^{(h)}(x) = \frac{dg^{(h-1)}(x)}{dx} \qquad (h = 1, 2, \ldots n-2)$$

ist. Diese Relation gilt ferner auch für $h = n - 1$, wenn man $g^{(n-1)}(-x)$ als den Werth der Reihe $(\mathrm{A}_h)$ für $h = 1$ definirt. Wenn man endlich den — der Voraussetzung nach existirenden — Differentialquotienten von $g^{(n-1)}(x)$ mit $g^{(n)}(x)$ bezeichnet, so sind die $n + 1$ den Werthen $h = 0, 1, \ldots n$ entsprechenden Functionen $g^{(h)}(-x)$ durch die Gleichungen:

$$g^{(h)}(-x) = \sum_{k=1}^{k=\infty} \frac{a_k}{(2k\pi)^{n-h}} \cos(2kx + v_k + \tfrac{1}{2}n - \tfrac{1}{2}h)\pi \quad (h = 0, 1, \ldots n-1)$$

$$g^{(n)}(-x) = -\frac{dg^{(n-1)}(-x)}{dx}, \quad g^{(n)}(x) = g^{(n)}(x+1)$$

für alle reellen Werthe von $x$ definirt.

Setzt man nun diese Functionen $g^{(h)}(-x)$ in die Integralformel ($\mathfrak{J}$) ein, nimmt man ferner für $f(x)$ eine nebst ihren ersten $n-1$ Ableitungen stetige Function und integrirt von Null bis zu einer ganzen Zahl $r$, so resultirt die Gleichung:[1]

$$(6)\qquad \int_0^r f^{(n)}(x)\,g(-x)\,dx - \int_0^r f(x)\,g^{(n)}(-x)\,dx$$
$$= -\gamma_0 \sum_{k=0}^{k=r-1} f(k) + \gamma_1 \sum_{k=1}^{k=r} f(k) + \sum_{h=2}^{h=n} g^{(n-h)}(0)\left(f^{(h-1)}(r) - f^{(h-1)}(0)\right),$$

in welcher $\gamma_0, \gamma_1$ folgendermaassen bestimmt sind:

$$\gamma_0 = \lim_{\varepsilon=0} \sum_{k=1}^{k=\infty} \frac{a_k}{2k\pi} \cos(2k\varepsilon^2 + v_k + \tfrac{1}{2})\pi\,,\quad \gamma_1 = \lim_{\varepsilon=0} \sum_{k=1}^{k=\infty} \frac{a_k}{2k\pi} \cos(2k\varepsilon^2 - v_k - \tfrac{1}{2})\,\pi.$$

Bezeichnet man die Differenz $\gamma_0 - \gamma_1$ durch $\delta$, so dass:

$$\delta = -2 \lim_{\varepsilon=0} \sum_{k=1}^{k=\infty} \frac{a_k}{2k\pi} \sin 2k\varepsilon^2\pi \cos v_k\pi$$

wird, und setzt man der Gleichförmigkeit halber:

$$\gamma_h = g^{(n-h)}(0)\,,$$

so kann die obige Gleichung (6) in folgender Weise als eine

»allgemeine Summenformel«

dargestellt werden:

$$(\mathfrak{S}')\quad \delta \sum_{k=0}^{k=r-1} f(k) = \int_0^r f(x)\,g^{(n)}(-x)\,dx + \sum_{h=0}^{h=n-1} \gamma_{h+1}\left(f^{(h)}(r) - f^{(h)}(0)\right) - \int_0^r f^{(n)}(x)\,g(-x)\,dx\,,$$

in welcher:

$$g(-x) = \sum_{k=1}^{k=\infty} \frac{a_k}{(2k\pi)^n} \cos\,(2kx + v_k + \tfrac{1}{2}n)\,\pi\,,\quad g^{(n)}(x) = \frac{d^n g(x)}{dx^n}\,,$$
$$\gamma_h = \lim_{\varepsilon=0} \sum_{k=1}^{k=\infty} \frac{a_k}{(2k\pi)^h} \cos\,(2k\varepsilon^2 - v_k - \tfrac{1}{2}h)\,\pi \qquad (h = 1, 2, \ldots n),$$
$$\delta = -2 \lim_{\varepsilon=0} \sum_{k=1}^{k=\infty} \frac{a_k}{2k\pi} \sin 2k\varepsilon^2\pi \cos v_k\pi$$

ist.

VIII. Nimmt man in der Formel ($\mathfrak{S}'$):

$$n = 2m\,,\ a_k = -2\,,\ v_k = 0\,,$$

so wird:

$$g(-x) = (-1)^{m+1} \sum_{k=1}^{k=\infty} \frac{2}{(2k\pi)^{2m}} \cos 2kx\pi\,,$$
$$g^{(n-1)}(-x) = \sum_{k=1}^{k=\infty} \frac{\sin 2kx\pi}{k\pi} = \tfrac{1}{2} - x\,,\ \text{also}\ g^{(n)}(-x) = 1\,,$$
$$\gamma_{2h} = (-1)^{h+1} \sum_{k=1}^{k=\infty} \frac{2}{(2k\pi)^{2h}} \qquad (h = 1, 2, \ldots m),$$
$$\gamma_1 = -\tfrac{1}{2}\,,\ \gamma_3 = \gamma_5 = \ldots = \gamma_{2m-1} = 0\,,\ \delta = 1\,,$$

[1] Vergl. die Ausdrücke ($\mathfrak{S}^0$) und ($\mathfrak{J}^0$) im art. V.

und die obige allgemeine Summenformel ($\mathfrak{S}'$) geht alsdann in die folgende specielle über:

$$(\mathfrak{S}'') \quad \tfrac{1}{2}f(0)+f(1)+f(2)+\ldots+f(r-1)+\tfrac{1}{2}f(r)=$$
$$\int_0^r f(x)\,dx+\sum_{h=1}^{h=m}\left(f^{(2h-1)}(0)-f^{(2h-1)}(r)\right)\sum_{k=1}^{k=\infty}\frac{(-1)^h 2}{(2k\pi)^{2h}}+(-1)^m\int_0^r f^{(2m)}(x)\sum_{k=1}^{k=\infty}\frac{2\cos 2kx\pi}{(2k\pi)^{2m}}\,dx,$$

welche zuerst von Poisson in seiner, am 11. December 1826 in der Pariser Akademie gelesenen, Abhandlung: »Sur le calcul numérique des Integrales définies« entwickelt worden ist.[1]

Eben dieselbe Formel hat Jacobi auf einem von dem Poisson-schen verschiedenen Wege in der vom 2. Juni 1834 datirten, im XII. Bande des Crelle'schen Journals abgedruckten Abhandlung: »*De usu legitimo formulae summatoriae Maclaurinianae*« hergeleitet. Sie findet sich a. a. O. auf S. 265 unter Nr. 10 und wird dort als »*formula memorabilis*« bezeichnet. Nur äusserlich unterscheidet sich diese Jacobi'sche Formel von der Poisson'schen dadurch, dass die oben in der Gleichung ($\mathfrak{S}''$) auf der rechten Seite unter dem Restintegrale (ebenso wie bei Poisson) vorkommende Reihe:

$$\sum_{k=1}^{k=\infty}\frac{2\cos 2kx\pi}{(2k\pi)^{2m}}$$

bei Jacobi durch eine sogenannte Bernoulli'sche Function, d. h. durch diejenige ganze Function von $x$ ersetzt ist, welche den Werth der Reihe für alle zwischen Null und Eins liegenden Werthe von $x$ darstellt. Da die Übereinstimmung dieser Reihe mit der von Jacobi benutzten ganzen Function von $x$ (im Intervalle $0<x<1$) bekannt und übrigens auch aus der citirten Poisson'schen Abhandlung selbst — nämlich aus den dort mit (13) und (14) bezeichneten Gleichungen — zu entnehmen war, so erscheinen mir die Worte[2] nicht gerechtfertigt, mit denen Jacobi nur ganz kurz auf die Poisson'sche Formel hinweist, welche doch das Hauptresultat der Jacobi'schen Abhandlung schon vollständig enthält.

IX. Im Anfange des vorhergehenden Artikels (VIII) ist:

$$g^{(n-1)}(-x)=\tfrac{1}{2}-x$$

gesetzt worden. Hiermit sind aber auch, gemäss den in art. IV und

---

[1] Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de l'Institut de France. Tome VI, 1827, p. 571.

[2] Der Schluss der citirten Jacobi'schen Abhandlung lautet folgendermaassen: *Residui seriei summatoriae Maclaurinianae expressionem a nostra diversam dedit ill. Poisson in commentatione egregia.* »*Sur le calcul numérique des Intégrales définies*«. (Acad. des Sciences Vol. VI. p. 571 sqq.)

art. VII enthaltenen Darlegungen, die übrigen Functionen $g(x)$ völlig bestimmt; sie gehen nämlich mit Hülfe der Relationen:

$$g^{(h)}(x) = \frac{dg^{(h-1)}(x)}{dx}, \quad \int_0^1 g^{(h)}(-x)\,dx = 0 \qquad (h = 1, 2, \ldots n-1)$$

der Reihe nach durch Integration aus einander hervor. Es ergeben sich also auf diese Weise nach einander jene ganzen Functionen, welche die Werthe der Reihen:

$$\sum_{k=1}^{k=\infty} \frac{2\cos 2kx\pi}{(2k\pi)^{2m}} \qquad (0 < x < 1)$$

für $m = 1, 2, 3, \ldots$ darstellen. Aber man gelangt dazu auch ganz direct, wenn man die Ausdrücke auf beiden Seiten der Gleichung:

$$(7) \qquad \frac{we^{2wx\pi i}}{1 - e^{2w\pi i}} = \frac{w}{2\pi i} \lim_{\nu=\infty} \sum_{k=-\nu}^{k=+\nu} \frac{e^{2kx\pi i}}{k - w}$$

nach steigenden Potenzen von $w$ entwickelt; denn der Coefficient von $w^n$ wird dann auf der rechten Seite die Reihe:

$$\frac{1}{2\pi i} \sum_{k=1}^{k=\infty} \frac{1}{k^n} \left( e^{2kx\pi i} + (-1)^n e^{-2kx\pi i} \right),$$

und auf der linken Seite eine ganze Function von $x$, deren Coefficienten die Entwickelungscoefficienten von:

$$\frac{1}{1 - e^{2w\pi i}}$$

und also die Bernoulli'schen Zahlen enthalten.

Wenn man in der Formel ($\mathfrak{S}''$) an Stelle der Reihe:

$$\sum_{k=1}^{k=\infty} \frac{2\cos 2kx\pi}{(2k\pi)^{2m}}$$

— wie es bei Jacobi und seitdem in fast allen Arbeiten über diesen Gegenstand geschehen ist — ihre Summe als ganze Function von $x$ einführt, so verliert die Formel wesentlich an Eleganz. Denn dieser Summenausdruck ist für die verschiedenen Intervalle $0 < x < 1$, $1 < x < 2$, $2 < x < 3, \ldots\ r-1 < x < r$ verschieden, und das von $0$ bis $r$ erstreckte Integral muss deshalb in $r$ Integrale getheilt werden, deren jedes sich nur über eines der $r$ Intervalle erstreckt. Wenn man alsdann die Integrationsvariabeln so ändert, dass sich alle Integrationen von Null bis Eins erstrecken, so erscheint an Stelle der Function $f^{(2m)}(x)$ unter dem letzten Integralzeichen in der Formel ($\mathfrak{S}''$) eine Summe solcher Functionen, wie sie sich in der That in der citirten Jacobi'schen Formel findet.

X. Die oben benutzte Gleichung (7) habe ich schon in meiner Mittheilung vom April 1883[1] angegeben. Sie gilt für reelle, nicht negative Werthe von $x$, die kleiner als Eins sind, und aber für ganz beliebige (auch complexe) Werthe von $w$. Sie lässt sich übrigens noch in folgender eleganten Weise darstellen:

$$(8)\qquad (e^{2w\pi i}-1)\lim_{\nu=\infty}\sum_{k=-\nu}^{k=+\nu}\frac{e^{-2(w+k)x\pi i}}{2(w+k)\pi i}=1,$$

und, indem $e^{2w\pi i}=u$ gesetzt wird, auch so:

$$(9)\qquad (u-1)\lim_{\mu=\infty}\sum\frac{e^{-x\log u}}{\log u}=1 \qquad (0\leqq x<1),$$

wenn unter $u$ eine beliebige complexe Grösse verstanden und die Summation auf alle Werthe von $\log u$ ausgedehnt wird, deren absoluter Werth kleiner als $\mu$ ist. Aus der Gleichung (9) ergiebt sich endlich die für jede reelle Grösse $x$ geltende bemerkenswerthe Relation:

$$(10)\qquad \lim_{\mu=\infty}\sum\frac{e^{-x\log u}}{\log u}=\frac{1}{u^{[x+1]}-u^{[x]}},$$

in welcher mit $[x]$ nach Gauss'scher Weise die durch die Ungleichheits-Bedingungen:

$$[x]\leqq x<[x]+1$$

bestimmte ganze Zahl bezeichnet ist.

Die Gleichung (7) lässt sich aus den schon oben citirten, in der Poisson'schen Abhandlung mit (13) und (14) bezeichneten, Formeln erschliessen; sie geht aber in ganz directer Weise aus der Entwickelung von:

$$\cos 2wx\pi + i\sin 2wx\pi$$

in eine nach cosinus und sinus der Vielfachen von $2x\pi$ fortschreitende Reihe hervor. In ähnlicher Weise gelangt man dazu, wenn man die $w$te Potenz einer complexen Variabeln $\zeta$ durch das Cauchy'sche Integral darstellt. Offenbar ist nämlich:

$$2\pi i\zeta^w=\int\frac{z^w}{z-\zeta}\,dz,$$

wenn man die Integration von einem Punkte $z=Re^{vi}$ an, bei festem $R$, bis zum Punkte $z=Re^{(v+2\pi-\varepsilon)i}$ erstreckt, dann bei Festhaltung des Bogenwerthes $v+2\pi-\varepsilon$ und abnehmendem Radius vector bis zum Punkte $z=re^{(v+2\pi-\varepsilon)i}$, ferner bei festem $r$ und abnehmenden Bogenwerthen bis zum Punkte $z=re^{vi}$ und endlich von da bei Festhaltung des Bogenwerthes $v$ und wachsendem Radius vector zurück zum Ausgangspunkt $z=Re^{vi}$. Hierbei ist angenommen, dass:

[1] Zur Theorie der elliptischen Functionen. Sitzungsbericht XX, XXI, S. 499.

$$r < |\zeta| < R$$

sei, oder also, wenn $\zeta = \rho e^{\tau i}$ gesetzt wird:

$$r < \rho < R.$$

Es ist ferner angenommen, dass der Werth von $\varepsilon$ positiv aber beliebig klein sei, und dass der Bogenwerth $\sigma$ jedenfalls zwischen $v$ und $v + 2\pi - \varepsilon$ liege. Alsdann umschliesst der angegebene Integrationsweg den Punkt $\zeta$, und die Function $z^w$ ist für alle Werthe von $z$ in dem umschlossenen Gebiete eindeutig.

Von den vier Integralen, welche auf die angegebene Weise resultiren, lassen sich die beiden, bei denen der Radius vector fest bleibt, beziehungsweise nach positiven Potenzen von:

$$\frac{\zeta}{R} \text{ und } \frac{r}{\zeta}$$

entwickeln und die anderen beiden Integrale können in eines vereinigt werden. Man erhält hiernach die folgende Darstellung von $\zeta^w$ für alle Werthe von $\zeta$, deren absoluter Betrag zwischen $r$ und $R$ liegt:

$$(11) \qquad \frac{2\pi i \zeta^w}{e^{vwi}(e^{2w\pi i} - 1)} = \frac{R^w}{w} + \sum_{k=1}^{k=\infty} \left\{ \frac{R^w}{w-k} (R^{-1} e^{-vi} \zeta)^k + \frac{r^w}{w+k} (r^{-1} e^{-vi} \zeta)^{-k} \right\} - \int_r^R \frac{t^w dt}{t - \zeta e^{-vi}}.$$

Setzt man hierin $\zeta = \rho e^{\sigma i}$, $\sigma = v + 2x\pi$, $\rho = \delta R$, $r = \delta\rho$, so resultirt die für alle zwischen Null und Eins liegenden Werthe von $x$ und $\delta$ gültige Formel:

$$(12) \qquad \frac{2\pi i e^{2wx\pi i}}{1 - e^{2w\pi i}} = \lim_{\nu=\infty} \sum_{k=-\nu}^{k=+\nu} \frac{\delta^{\varepsilon(k-w)} e^{2kx\pi i}}{k - w} + \int_\delta^{\frac{1}{\delta}} \frac{t^w dt}{t - e^{2x\pi i}},$$

$$(\varepsilon = 1 \text{ für } k \geqq 0;\ \varepsilon = -1 \text{ für } k < 0)$$

welche in die oben mit (7) bezeichnete Formel übergeht, wenn sich $\delta$ dem Grenzwerthe $\delta = 1$ nähert.

Die Gleichung (12) kann noch, wenn man, wie oben, $e^{w\pi i} = u$ setzt, in folgende transformirt werden:

$$(13) \qquad \int_\delta^{\frac{1}{\delta}} \frac{z^w dz}{z - 1} = \frac{2\pi i}{u^{[x]} - u^{[x+1]}} + \lim_{\nu=\infty} \sum_{k=-\nu}^{k=+\nu} \frac{(\delta^{-\varepsilon} z_0)^{w-k}}{w - k}.$$

Die Integration ist hier in Beziehung auf die complexe Variable $z$, bei Festhaltung des Bogenwerthes, von demjenigen Werthe an, bei dem $|z| = \delta$ ist, bis zu dem, bei welchem $|z| = \frac{1}{\delta}$ ist, zu erstrecken, und der Werth des Integrals wird alsdann durch den Ausdruck auf

der rechten Seite dargestellt, wenn darin $z_0$ dem bei der Integration fest bleibenden Werthe: $\frac{z}{|z|}$ gleich genommen, und dann $\log z_0 = -2x\pi i$ gesetzt wird.

XI. Dass das Restintegral der EULER'schen oder MACLAURIN'schen Reihe[1] bei POISSON in eleganterer Form erscheint als bei JACOBI, ist schon oben, am Schlusse des art. IX, bemerkt worden. Aber ein noch grösserer Vorzug der POISSON'schen Form des Restintegrals ist darin zu finden, dass bei Anwendung der Cosinus-Reihe der typische Charakter der allgemeinen Formel ($\mathfrak{S}'$) des art. VII besser erhalten bleibt und also auch besser zu erkennen ist, als bei Einführung jener BERNOULLI'schen Function, welche die Summe der Cosinus-Reihe für ein bestimmtes Intervall des Arguments darstellt.

Dabei ist hervorzuheben, dass die Verallgemeinerung der POISSON-schen Summenformel, welche in der mit ($\mathfrak{S}'$) bezeichneten Gleichung gegeben ist, nicht etwa eine bloss formale, sondern vielmehr eine wichtige sachliche Bedeutung hat. Soll nämlich, wie in jener POISSON-schen Formel ($\mathfrak{S}''$), eine Summe:

$$\tfrac{1}{2}f(0) + f(1) + f(2) + \ldots\ldots + f(r-1) + \tfrac{1}{2}f(r)$$

durch einen Ausdruck mit dem »Haupttheile«:

$$\int_0^r f(x)\,dx$$

dargestellt werden, so enthält diese Aufgabe insofern eine wesentliche Unbestimmtheit, als bei der Summe $\frac{1}{2}f(0) + f(1) + \ldots$ nur die Werthe der Function $f(x)$ für $x = 0, 1, \ldots r$, bei dem Integrale $\int_0^r f(x)\,dx$ aber die Werthe für alle Argumente zwischen $x = 0$ und $x = r$ in Anwendung kommen.

Diesem Umstande, welcher offenbar bei jener Frage der Darstellung von Summen:

$$\tfrac{1}{2}f(0) + f(1) + f(2) + \ldots\ldots + f(r-1) + \tfrac{1}{2}f(r)$$

eine besondere Beachtung verdient, wird in der allgemeinen Summenformel ($\mathfrak{S}'$) bis zu einem gewissen Grade dadurch Rechnung getragen, dass in dem »Haupttheile« des Ausdrucks auf der rechten Seite:

$$\int_0^r f(x)\, g^{(n)}(-x)\,dx$$

[1] Man vergleiche die historischen Notizen, welche unser Ehrenmitglied, Hr. MALMSTEN, über die erwähnte Reihe in der Einleitung seiner im 35. Bande des CRELLE'schen Journals abgedruckten Abhandlung gegeben, sowie auch die Abänderungen, welche er bei dem Wiederabdruck im 5. Bande der Acta Mathematica angebracht hat.

die Function $f(x)$ mit einer Function $g^{(n)}(-x)$ multiplicirt ist, welche in dem ersten Intervalle von $x = 0$ bis $x = 1$ ganz willkürlich angenommen werden kann, deren übrige Werthe aber alsdann durch die Periodicitätsgleichung:

$$g^{(n)}(-x) = g^{(n)}(-x-1)$$

zu bestimmen sind.

Um die hier betonte Willkürlichkeit der Function $g^{(n)}(-x)$ genauer darzulegen, erinnere ich daran, dass den Entwickelungen im art. VII irgend eine für alle Werthe von $x = 0$ bis $x = 1$ endliche, stetige und differentiirbare, der Ungleichheitsbedingung $\psi(0) \gtrless \psi(1)$ genügende Function $\psi(x)$ zu Grunde gelegt und dann:

$$\psi(x) - \int_0^1 \psi(x)\,dx = g^{(n-1)}(-x)$$

$$g^{(n)}(-x) = -\frac{dg^{(n-1)}(-x)}{dx}$$

gesetzt worden ist. Geht man nun von irgend einer endlichen, integrirbaren Function $g^{(n)}(-x)$ aus, deren Wahl einzig und allein durch die Bedingung: $\int_0^1 g^{(n)}(-x)\,dx \gtrless 0$ beschränkt wird, so hat man — um eine für die weitere Deduction geeignete Function $g^{(n-1)}(-x)$ daraus abzuleiten — nur $g^{(n-1)}(-x)$ durch die Differentialgleichung:

$$g^{(n)}(-x) = -\frac{dg^{(n-1)}(-x)}{dx}$$

und die Constante der Integration so zu bestimmen, dass:

$$\int_0^1 g^{(n-1)}(-x)\,dx = 0$$

wird.

XII. Für die Abschätzung des Werthes des Restintegrals:

$$\int_0^r f^{(n)}(x)\,g(-x)\,dx$$

in der Summenformel ($\mathfrak{S}'$) ist man bei der Allgemeinheit der Function $g(-x)$ auch nur auf die allgemeine Untersuchung von Integralen angewiesen, deren Integrand das Product zweier Functionen ist.

Sind nun $\phi(x)$, $\psi(x)$ eindeutige Functionen, $\phi'(x)$, $\psi'(x)$ ihre Ableitungen und $\xi_2, \xi_4, \ldots \xi_{2\nu-2}$ die sämmtlichen zwischen $\xi_0$ und $\xi_{2\nu}$ liegenden, ihrer Grösse nach geordneten Werthe von $x$, wofür $\phi'(x)$ verschwindet, so lassen sich Werthe $\xi_1, \xi_3, \ldots \xi_{2\nu-2}$ so bestimmen, dass:

$$\text{(J)} \qquad \int_{\xi_0}^{\xi_{2\nu}} \phi'(x)\,\psi(x)\,dx = \sum_{k=1}^{k=\nu} \big(\phi(\xi_{2k}) - \phi(\xi_{2k-2})\big)\,\psi(\xi_{2k-1})$$

$$(\xi_0 < \xi_1 < \xi_2 < \xi_3 < \xi_4 < \cdots < \xi_{2\nu-2} < \xi_{2\nu-1} < \xi_{2\nu})$$

wird. Dies erhellt unmittelbar, wenn das Integrations-Intervall $(\xi_0, \xi_{2\nu})$ in die Theilintervalle $(\xi_0, \xi_2)$, $(\xi_2, \xi_4)$, ... zerlegt wird, innerhalb deren $\phi'(x)$ sein Vorzeichen bewahrt.

Ersetzt man das Integral auf der linken Seite der Gleichung (J) durch:

$$\phi(\xi_{2\nu})\psi(\xi_{2\nu}) - \phi(\xi_0)\psi(\xi_0) - \int_{\xi_0}^{\xi_{2\nu}} \phi(x)\psi'(x)\,dx$$

und ordnet alsdann die Glieder auf der rechten Seite nach den einzelnen Functionen $\phi$, so ergiebt sich die Formel:

$$(\mathrm{J}') \qquad \int_{\xi_0}^{\xi_{2\nu}} \phi(x)\psi'(x)\,dx = \sum_{k=0}^{k=\nu} \big(\psi(\xi_{2k+1}) - \psi(\xi_{2k-1})\big)\,\phi(\xi_{2k}),$$

in welcher:

$$\xi_{-1} = \xi_0, \quad \xi_{2\nu+1} = \xi_{2\nu}$$

zu nehmen ist, und in welcher die Argumente der Functionen $\phi$ auf der rechten Seite deren Minimal- oder Maximalstellen bezeichnen. Man kann daher die beiden Formeln (J), (J') auch in folgender Weise darstellen:

$$(\mathrm{J}_0) \qquad \int_{\xi_0}^{\xi_{2\nu}} \phi'(x)\psi(x)\,dx = \int_{\xi_0}^{\xi_{2\nu}} \phi'(x)\bar{\psi}(x)\,dx$$

$$(\mathrm{J}_0') \qquad \int_{\xi_0}^{\xi_{2\nu}} \phi(x)\psi'(x)\,dx = \int_{\xi_0}^{\xi_{2\nu}} \bar{\phi}(x)\psi'(x)\,dx,$$

wo erstens

$\bar{\phi}(x)$ durch die Bedingung:

$$\bar{\phi}(x) = \phi(\xi_{2k}) \text{ im Intervalle } \xi_{2k-1} < x < \xi_{2k+1}$$

für $k = 0, 1, 2, \ldots \nu$ bestimmt ist, also eine Function bedeutet, welche in gewissen, je eine der Minimal- oder Maximalstellen einschliessenden Intervallen den festen Minimal- oder Maximalwerth beibehält,

und wo zweitens

$\bar{\psi}(x)$ durch die Bedingung:

$$\bar{\psi}(x) = \psi(\xi_{2k-1}) \text{ im Intervalle } \xi_{2k-2} < x < \xi_{2k}$$

für $k = 1, 2, 3, \ldots \nu$ definirt ist, also eine Function bedeutet, welche in den verschiedenen Intervallen, in denen $\phi'(x)$ sein Vorzeichen nicht ändert, einen festen (Mittel-) Werth beibehält.

Die zweite Formel (J') braucht nicht — wie hier geschehen ist — aus der ersten Formel (J) abgeleitet zu werden. Sie resultirt vielmehr

direct, und unabhängig von der Voraussetzung der Existenz einer Derivirten $\phi'(x)$, wenn das Integrations-Intervall in Theilintervalle $(\xi_0, \xi_4), (\xi_4, \xi_8), \ldots$ zerlegt wird, innerhalb deren nur ein Maximum oder Minimum von $\phi(x)$ liegt. Denn wenn das Integral:

$$\int_{\xi_0}^{\xi_4} \left(\phi(x) - \phi(\xi_2)\right) \psi'(x)\, dx$$

als Grenzwerth der Summe:

$$\sum_k (x_{2k} - x_{2k-2}) \left(\phi(x_{2k-1}) - \phi(\xi_2)\right) \psi'(x_{2k-1}) \qquad (k = 1, \ldots m, m+1, \ldots n)$$

bei wachsendem $m$ und $n$ und bei Festhaltung der Werthe:

$$x_0 = \xi_0\,, \quad x_{2m} = \xi_2\,, \quad x_{2n} = \xi_4$$

aufgefasst und die auf die Werthe $k = 1, 2, \ldots m$ bezügliche Theilsumme mittels der abkürzenden Bezeichnungen:

$$\phi(x_{2k-1}) - \phi(\xi_2) = a_k\,, \; (x_{2k} - x_{2k-2})\psi'(x_{2k-1}) = b_k \qquad (k = 1, 2, \ldots m)$$

in der Form:

$$\sum_k a_k b_k \qquad (k = 1, 2, \ldots m)$$

dargestellt wird, so ist für den Fall, dass die Function $\phi(x)$ bei $x = \xi_2$ ein Minimum hat:

$$a_1 > a_2 > \ldots > a_m > 0.$$

Nun liegt der Werth von:

$$\frac{1}{a_0} \sum_{k=1}^{k=m} a_k b_k\,,$$

wie bei jener ABEL'schen Schlussweise erhellt, zwischen dem grössten und dem kleinsten der verschiedenen Werthe, welchen die Summe:

$$\sum_{k=1}^{k=\nu} b_k$$

für $\nu = 1, 2, \ldots m$ annimmt. Für zwei von diesen $m$ Summen:

$$\sum_{h=1}^{h=\lambda} b_h\,, \; \sum_{h=1}^{h=\mu} b_h\,,$$

die der Grösse ihres Werthes nach unmittelbar auf einander folgen, muss demnach eine Ungleichheit:

$$a_0 \sum_{h=1}^{h=\lambda} b_h < \sum_{h=1}^{h=m} a_h b_h < a_0 \sum_{h=1}^{h=\mu} b_h$$

bestehen, und aus dieser resultirt, wenn man zur Grenze übergeht, eine Gleichung:

$$\int_{\xi_0}^{\xi_2} \left(\phi(x) - \phi(\xi_2)\right) \psi'(x)\, dx = \phi(\xi_0) \int_{\xi_0}^{\xi_1} \psi'(x)\, dx\,,$$

in welcher $\xi_1$ einen zwischen $\xi_0$ und $\xi_2$ liegenden Werth von $x$ bedeutet. Ganz ebenso resultirt eine Gleichung:

$$\int_{\xi_2}^{\xi_4}\big(\phi(x)-\phi(\xi_2)\big)\psi'(x)\,dx = \phi(\xi_4)\int_{\xi_3}^{\xi_4}\psi'(x)\,dx,$$

in welcher $\xi_3$ ein zwischen $\xi_2$ und $\xi_4$ liegender Werth von $x$ ist, und aus der Verbindung dieser beiden Gleichungen folgt:

$$\int_{\xi_0}^{\xi_4}\phi(x)\psi'(x)\,dx = \phi(\xi_0)\int_{\xi_0}^{\xi_1}\psi'(x)\,dx + \phi(\xi_2)\int_{\xi_1}^{\xi_3}\psi'(x)\,dx + \phi(\xi_4)\int_{\xi_3}^{\xi_4}\psi'(x)\,dx,$$

so dass in der That:

$$\int_{\xi_0}^{\xi_4}\phi(x)\psi'(x)\,dx = \int_{\xi_0}^{\xi_4}\bar{\phi}(x)\psi'(x)\,dx$$

wird.

Die Formel (J′) geht, wenn die Integration nur von $\xi_0$ bis $\xi_2$ erstreckt wird, in jene über, welche Hr. P. du Bois-Reymond in seiner im LXIX. Bande des Journals für Mathematik abgedruckten Abhandlung[1] entwickelt und dort als »Mittelwerthsatz« bezeichnet hat; doch tritt ihre eigentliche Bedeutung bei dieser Beschränkung des Integrationsgebietes weniger hervor.

Die Formel (J′) lässt sich andererseits auch aus der specielleren P. du Bois-Reymond'schen Gleichung ableiten, wenn man das Integral auf der linken Seite von (J′) in $\nu$ Theilintegrale mit den Grenzen $(\xi_0, \xi_2), (\xi_2, \xi_4), \ldots (\xi_{2\nu-2}, \xi_{2\nu})$ zerlegt.

Für die Abschätzung des Restintegral-Werthes in der allgemeinen Summenformel ($\mathfrak{S}'$) braucht man nur eine der beiden Formeln (J), (J′) zu benutzen. Denn wenn man:

$$\phi(x) = f^{(n-1)}(x), \quad \psi(x) = g(-x)$$

nimmt, so erhält man durch die Formel (J) einen Ausdruck für das Restintegral:

$$\int_0^r f^{(n)}(x)\,g(-x)\,dx,$$

aus welchem derjenige unmittelbar hervorgeht, welchen die Formel (J′) für das Integral:

$$\int_0^r f^{(n-1)}(x)\,g'(-x)\,dx,$$

also für ein Restintegral liefert, in dem die Zahl $n$ durch die Zahl $n-1$ ersetzt ist.

[1] A. a. O. S. 82, Gleichung (9).

Aber man hat, um das Restintegral $\int f^{(n)}(x)\, g(-x)\, dx$ mit dem Integral der Formel (J) zu identificiren, nicht nur, wie eben angenommen wurde:

$$\phi'(x) = f^{(n)}(x)\,, \quad \psi(x) = g(-x)\,,$$

sondern auch andererseits:

$$\phi'(x) = g(-x)\,, \quad \psi(x) = f^{(n)}(x)$$

zu setzen. Doch kann statt dessen, wenn das Integral:

$$\int_0^r f^{(n-1)}(x)\, g'(-x)\, dx$$

als Restintegral betrachtet wird:

$$\phi'(x) = g'(-x)\,, \quad \psi(x) = f^{(n-1)}(x)$$

gesetzt werden. Man erhält hiernach mittels der Formel (J) zur Abschätzung des Restintegral-Werthes die beiden Gleichungen:

$$(\mathrm{K}_1) \qquad \int_0^r f^{(n)}(x)\, g(-x)\, dx = \sum_{k=1}^{k=\nu} \Big(f^{(n-1)}(\xi_{2k}) - f^{(n-1)}(\xi_{2k-2})\Big)\, g(-\xi_{2k-1})\,,$$

$$(\mathrm{K}_2) \qquad \int_0^r f^{(n-1)}(x)\, g'(-x)\, dx = \sum_{k=1}^{k=\nu'} \Big(g(-\xi'_{2k}) - g(-\xi'_{2k-2})\Big)\, f^{(n-1)}(\xi'_{2k-1})\,,$$

in denen

$$\xi_2\,, \xi_4\,, \ldots \xi_{2\nu-2} \qquad (\xi_2 < \xi_4 < \cdots < \xi_{2\nu-2})$$
$$\xi'_2\,, \xi'_4\,, \ldots \xi'_{2\nu'-2} \qquad (\xi'_2 < \xi'_4 < \cdots < \xi'_{2\nu'-2})$$

alle diejenigen Argumentwerthe zwischen o und $r$ bedeuten, für welche einerseits die Functionswerthe:

$$f^{(n-1)}(\xi_2)\,, f^{(n-1)}(\xi_4)\,, \ldots f^{(n-1)}(\xi_{2\nu-2})$$

und andererseits die Functionswerthe:

$$g(-\xi'_2)\,, g(-\xi'_4)\,, \ldots g(-\xi'_{2\nu-2})$$

abwechselnd die Maxima und Minima sind.

Wenn nun die Summe der absoluten Werthe:

$$\big|\, f^{(n-1)}(\xi_{2k}) - f^{(n-1)}(\xi_{2k-2})\, \big| \qquad (k = 1, 2, \ldots \nu)$$

mit $V\big(f^{(n-1)}(x)\big)$ und in analoger Weise die Summe der absoluten Werthe:

$$\big|\, g(-\xi'_{2k}) - g(-\xi'_{2k-2})\, \big| \qquad (k = 1, 2, \ldots \nu')$$

mit $V\big(g(-x)\big)$ bezeichnet wird, wenn ferner $M\big(f^{(n-1)}(x)\big)$, $M\big(g(-x)\big)$ Grössen bedeuten, für welche in dem ganzen Intervalle $0 < x < r$:

$$\big|\, f^{(n-1)}(x)\, \big| \leqq M\big(f^{(n-1)}(x)\big)\,, \quad g(-x) \leqq M\big(g(-x)\big)$$

bleibt, so ist gemäss der Gleichung $(\mathrm{K}_1)$:

$$\text{(M)} \qquad \int_0^r f^{(n)}(x)\, g(-x)\, dx \leqq M\big(g(-x)\big)\, V\big(f^{(n-1)}(x)\big),$$

und gemäss der Gleichung $(K_2)$:

$$\int_0^r f^{(n-1)}(x)\, g'(-x)\, dx \leqq M\big(f^{(n-1)}(x)\big)\, V\big(g(-x)\big).$$

Setzt man in dieser letzteren Ungleichheit $f^{(n)}(x)$ an die Stelle von $f^{(n-1)}(x)$ und $g(-x)$ an die Stelle von $g'(-x)$, so kommt:

$$\text{(M')} \qquad \int_0^r f^{(n)}(x)\, g(-x)\, dx \leqq M\big(f^{(n)}(x)\big)\, V\Big(\int g(-x)\, dx\Big).$$

Die hier mit (M), (M′) bezeichneten Ungleichheiten werden unmittelbar evident, wenn man berücksichtigt, dass:

$$V\big(f^{(n-1)}(x)\big) = \int_0^r |f^{(n)}(x)|\, dx, \quad V\Big(\int g(-x)\, dx\Big) = \int_0^r |g(-x)|\, dx$$

ist; ihre eigentliche Bedeutung aber tritt erst dann hervor, wenn man die Bedeutung der mit $V$ bezeichneten Grössen näher in's Auge fasst.

Man kann nämlich $V\big(f^{(n-1)}(x)\big)$ als den Gesammtbetrag der Veränderungen charakterisiren, welche die Function $f^{(n-1)}(x)$ in dem Intervalle von $x = o$ bis $x = r$ erfährt, und die Ungleichheit (M) zeigt hiermit die wahre Bedeutung der allgemeinen Summenformel $(\mathfrak{S}')$ darin, dass der Ausdruck rechts ohne das Restintegral den Werth der Summe mit wachsendem $n$ immer genauer darstellt, sobald nur einerseits die mit $g$ bezeichneten Functionen ihrem Werthe nach stets in gewissen Grenzen eingeschlossen bleiben, und andererseits die durch weitere Differentiation entstehenden Functionen $f$ — wenigstens innerhalb des Summations-Intervalls — immer mehr an Veränderlichkeit verlieren und sich also immer näher an eine Constante anschliessen. Wenn zugleich die durch weitere Integration aus einander entstehenden Functionen $g(-x)$ immer kleinere Werthe erhalten, so wächst auch hiermit die Genauigkeit jener Darstellung.

Die Ungleichheit (M′) zeigt, dass die Werthverminderung des Restintegrals der Summenformel $(\mathfrak{S}')$ mit wachsendem $n$ auch durch die Verminderung der Werthe der Ableitungen $f^{(n)}(x)$ selbst bewirkt wird, vorausgesetzt dass dabei die Veränderlichkeit der Functionen $g(-x)$ sich ebenfalls vermindert oder wenigstens nicht vergrössert.

Nimmt man in der Reihe:

$$\sum_{k=1}^{k=\infty} \frac{a_k}{(2k\pi)^n} \cos\left(2kx + c_k + \tfrac{1}{2}n\right)\pi,$$

welche die Function $g(-x)$ darstellt, $n = 2m$ und die Grössen $v_k$ sämmtlich gleich Null, so ist die Anzahl der Maxima und Minima, durch welche die Anzahl der Glieder auf der rechten Seite der Gleichung ($K_2$) bestimmt wird, für jede der Functionen:

$$g(x)\,,\; g''(x)\,,\; g^{(4)}(x)\,,\;\ldots\; g^{(2m-2)}(x)\,,$$

d. h. also für jede der Reihen:

$$\sum_{k=1}^{k=\infty} \frac{a_k}{(2k\pi)^{2h}} \cos 2kx\pi \qquad (h = 1, 2, \ldots m)$$

nicht grösser als für die vorhergehende. Dies ist für den Fall der POISSON'schen Formel,* d. h. für den Fall, dass sämmtliche Grössen $a_k$ einander gleich sind, zuerst von Hrn. MALMSTEN in seiner oben citirten Abhandlung entwickelt worden, und es ist auch für den allgemeineren Fall in derselben Weise, wie dort, zu erschliessen.

Wenn nämlich $g^{(2h)}(x)$ innerhalb des Intervalls von $x = 0$ bis $x = 1$ genau $\mu$ Maxima und Minima hat, so hat $g^{(2h-1)}(x)$ in eben diesem Intervalle genau $\mu$ Nullstellen. Die Function $g^{(2h-1)}(x)$ hat also, da sie auch an den beiden Grenzen des Intervalls verschwindet, innerhalb dieses Intervalls mindestens $\mu + 1$ Maxima oder Minima. Die Derivirte $g^{(2h-2)}(x)$ hat demzufolge eine gleiche Anzahl Nullstellen und daher wiederum mindestens $\mu$ Maxima und Minima, d. h. also mindestens ebenso viele als für die Function $g^{(2h)}(x)$ vorausgesetzt worden sind.

XIII. Von besonderem Interesse ist auch der specielle Fall, wo ausser den Grössen $v_k$ noch eine Anzahl von den ersten Grössen $a$, z. B. $a_1, a_2, \ldots a_{s-1}$ gleich Null sind, die folgenden Grössen $a$ aber sämmtlich einen und denselben von Null verschiedenen Werth haben.

Nimmt man nämlich in der mit ($\mathfrak{S}'$) bezeichneten allgemeinen Summenformel des art. VII:

$$n = 2m\,,\; v_1 = v_2 = \ldots = 0\,,$$
$$a_1 = a_2 = \ldots = a_{s-1} = 0\,,$$
$$a_s = a_{s+1} = a_{s+2} = \ldots = -2\,,$$

so wird:

$$g(-x) = (-1)^{m+1} \sum_{k=s}^{k=\infty} \frac{2 \cos 2kx\pi}{(2k\pi)^{2m}}$$

$$g^{(2m-1)}(-x) = \sum_{k=s}^{k=\infty} \frac{\sin 2kx\pi}{k\pi} = \frac{1}{2} - x - \sum_{k=1}^{k=s-1} \frac{\sin 2kx\pi}{k\pi}$$

$$g^{(2m)}(-x) = \sum_{k=-s+1}^{k=s-1} \cos 2kx\pi = \frac{\sin(2s-1)x\pi}{\sin x\pi}$$

$$\gamma_{2h} = (-1)^{h+1} \sum_{k=s}^{k=\infty} \frac{2}{(2k\pi)^{2h}} \qquad (h = 1, 2, \ldots m)$$

$$\gamma_1 = -\frac{1}{2}\,,\; \gamma_3 = \gamma_5 = \ldots = \gamma_{2m-1} = 0\,,\; \delta = 1\,,$$

und es resultirt die speciellere Summenformel:

$$(\mathfrak{S}_0') \qquad \tfrac{1}{2}f(0)+f(1)+f(2)+\ldots+f(r-1)+\tfrac{1}{2}f(r)=$$

$$\int_0^r f(x)\frac{\sin(2s-1)x\pi}{\sin x\pi}dx+\sum_{h=1}^{h=m}\left(f^{(2h-1)}(0)-f^{(2h-1)}(r)\right)\sum_{k=s}^{k=\infty}\frac{(-1)^h 2}{(2k\pi)^{2h}}+(-1)^m\int_0^r f^{(2m)}(x)\sum_{k=s}^{k=\infty}\frac{2\cos 2kx\pi}{(2k\pi)^m}dx$$

Hier wird nicht nur das Restintegral, sondern auch jedes der übrigen Glieder auf der rechten Seite, mit Ausnahme des ersten, um so kleiner, je mehr man $s$ wachsen lässt; und die Formel liefert daher auch eine immer bessere Reihe für den Werth der Summe:

$$\tfrac{1}{2}f(0)+f(1)+f(2)+\ldots+f(r-1)+\tfrac{1}{2}f(r),$$

je grösser man die Zahl $s$ annimmt. Vor Allem aber erscheint die Formel $(\mathfrak{S}_0')$ wohl dadurch bemerkenswerth, dass sie eine Verbindung zwischen der Poisson'schen (oder Euler-Maclaurin'schen) Summenformel und zwischen derjenigen herstellt, welche Dirichlet in seiner Abhandlung: »*Sur l'usage des intégrales définies dans la sommation des séries finies ou infinies*« im XVII. Bande des Crelle'schen Journals (S. 60) angegeben, und von welcher er dort so interessante Anwendungen gemacht hat. Während nämlich die Formel $(\mathfrak{S}_0')$ einerseits für $s=1$ mit der im art. VIII $(\mathfrak{S}'')$ angeführten Poisson'schen Formel identisch wird, geht sie andererseits für den Grenzwerth $s=\infty$, für welchen sich der Ausdruck auf der rechten Seite auf

$$\lim_{s=\infty}\int_0^r f(x)\frac{\sin(2s-1)x\pi}{\sin x\pi}dx$$

reducirt, in die erwähnte Dirichlet'sche Summenformel über.

---

# Das Tertiär im Bereiche der Mark Brandenburg.

Von Hrn. G. Berendt.

(Vorgelegt von Hrn. Beyrich am 25. Juni [s. oben S. 611].)

Hierzu Tafel XIII und 1 in den Text gedruckter Holzschnitt.

Das Tertiär der Mark Brandenburg, soweit es seither zu Tage anstehend oder durch Bergbau bekannt geworden ist, besteht einerseits aus marinem Septarienthon, andrerseits aus Braunkohlen führenden Sanden und Letten. Bei weitem an den meisten Punkten sind es letztere Bildungen, welche an die Oberfläche treten, oder durch Bergbau zunächst unter den, im übrigen die Oberfläche ausmachenden Quartärbildungen aufgeschlossen sind.

Während sich das Vorkommen des Septarienthones auf die Punkte Joachimsthal, Hermsdorf, Freienwalde, Buckow und Frankfurt a. O. beschränkt, zählt die »von Dechen'sche Geologische Karte von Deutschland« innerhalb der Grenzen der Mark Brandenburg 55 Tertiärpunkte, oder, da nur Joachimsthal und Hermsdorf in Abzug zu bringen sind, allein 53 Punkte des Auftretens der märkischen Braunkohlenbildung, von denen viele für sich allein den zwanzig- und mehrfachen Flächenraum einnehmen, als die genannten Vorkommen des Septarienthones. Während aber, zuerst in Hrn. Beyrich's bezüglicher Monographie vom Jahre 1847[1], für den Septarienthon die ihm auf Grund seiner Fauna zukommende, später als Mittel-Oligocän bezeichnete Altersstellung festgestellt wurde, konnte, trotz der weit grösseren Oberflächenverbreitung und trotz der zahlreichen in die Tiefe gehenden bergbaulichen Aufschlüsse, das geognostische Alter der märkischen Braunkohlenbildung seither nur durch Vergleichung mit Lagerungsverhältnissen ganz ausserhalb der Grenzen der Mark Brandenburg liegender Punkte gefolgert werden.

Als Hr. Beyrich im Jahre 1847 obengenannte Monographie über den Septarienthon von Hermsdorf schrieb und nicht minder im

[1] »Zur Kenntniss des tertiären Bodens der Mark Brandenburg« enth. in Kasten's Archiv, Jahrgang 1848.

Jahre 1856, in welchem die Abhandlung desselben Autors »Über den Zusammenhang der norddeutschen Tertiärbildungen« erschien, war über die Lagerungsverhältnisse mariner und Braunkohlen führender Tertiärbildungen in Norddeutschland nichts weiter bekannt, als dass letztere in der Gegend von Cöthen (bei Görzig) vom Septarienthone mit Zwischenlagerung mariner glauconitischer Sande gleichen Alters, (dem sogenannten Magdeburger Sande) und nordwestlich von dort in der Gegend von Aschersleben und Biere von einer petrographisch durchaus gleichen, aber noch älteren, ebenfalls zum Theil unmittelbar vom Septarienthon überlagerten marinen Sandbildung, dem unter-oligocänen Lager von Egeln bedeckt werden.[1]

Hieraus, wie aus der Thatsache, dass man damals durchaus keinen Grund hatte, im nördlichen Deutschland Braunkohlenbildungen verschiedenen Alters anzunehmen, folgte naturgemäss die Ansicht, dass »die Schichten der Magdeburger Fauna, ebenso wie der Septarienthon, eine gleichförmige Decke des Braunkohlengebirges« seien und dass letzteres, sich in gleichmässigem Zusammenhange von der Elbe bis Königsberg und Warschau erstreckend, älter sei als jenes unter-oligocäne Lager von Egeln.

Plettner und Girard vertraten dieselbe Ansicht. Erst Giebelhausen, welcher zuletzt (im Jahre 1871) ein zusammenfassendes Bild der märkischen Braunkohlenbildung gegeben hat[2], neigte der von Zaddach[3] kurz vorher zuerst ausgesprochenen Meinung zu, dass die sächsische als eine ältere Braunkohlenbildung von der übrigen nordostdeutschen abzutrennen und letztere entweder dem Mittel-Oligocän zuzurechnen, oder als eine besondere Stufe in die Zeit zwischen dem Septarienthon und dem Lager von Egeln zu stellen sei; er wollte aber schliesslich die endgültige Entscheidung über das Altersverhältniss der märkischen Braunkohlenablagerung weiteren Aufschlüssen vorbehalten wissen.

In erfreulicher Weise und jeden Zweifel ausschliessend, sind nun diese Aufschlüsse durch die neueren Tiefbohrungen in der Mark Brandenburg gewonnen, deren Ergebnisse im Folgenden, auf Grund aktenmässiger Feststellung, eigener Beobachtung und der von jedem Bohrloche in der Sammlung der hiesigen geologischen Landesanstalt aufbewahrten Bohrproben zunächst gegeben werden sollen. Die Lage der Bohrpunkte wird aus dem beigegebenen Übersichtskärtchen ersichtlich und sind die Namen der entscheidenden Bohrlöcher insbesondere

---

[1] Beyrich 1848 a. a. O. S. 6 u. 76. 1856, S. 12 u. 18.

[2] »Die Braunkohlenbildungen der Mark Brandenburg und des nördl. Schlesiens« enth. in Zeitsch. f. Berg-, Hütten- und Salinenwesen, Bd. XIX.

[3] Beobachtungen über das Vorkommen des Bernsteins und die Ausdehnung des Tertiärgebirges in Westpreussen und Pommern, S. 78.

durch etwas kräftigere Schrift hervorgehoben. Die Grundlage des Kärtchens bildet die VON DECHEN'sche Karte von Deutschland in Verbindung mit der EUG. GEINITZ'schen Übersichtskarte der Flötzformationen Mecklenburgs vom Jahre 1883 und der EWALD'schen Karte der Gegend zwischen Magdeburg und dem Harz.

## A. Bohrungen in der Nieder-Lausitz und im Vläming.

### 1. Bohrloch am Priorfliess bei Cottbus.

Die Bohrung wurde im April 1878 begonnen und im Januar 1879 beendet. Schon bei 31.58$^{m}$ traf dieselbe das Tertiärgebirge und zwar zunächst unter dem Diluvium die, zwei mächtige Kohlenflötze einschliessende Braunkohlenbildung, unterlagert von marinem Ober-Oligocän. Die Bohrproben geben für die Braunkohlenbildung ein Profil, welches mit dem von Muskau und Gr. Kölzig[1] gut übereinstimmt.

Im Übrigen ergiebt sich folgende Bohrtabelle:

| Tiefe in Metern. | Gesteinsart. | Mächtigkeit in Metern. | Formation. | |
|---|---|---|---|---|
| 0 — 31.6 | Sande und Grande | 31.6 | Diluvium (GIRARD's südliche Bildungen). | |
| 31.6 — 65.7 | Sande, Letten und Kohlen | 34.1 | Obere Abtheilung (nördl. Bildung). | Märk. Braunkohlenbildung. |
| 65.7 — 129.3 | Letten, bezw. Thone von dunkler und heller Farbe | 63.6 | Horizont des Flaschenthons.[2] | Märk. Braunkohlenbildung. |
| 129.3 — 177.9 | Feine Quarz- bis Glimmersande mit marinen Schaalresten | 48.6 | Marines Ober-Oligocän. | |
| 177.9 — 183.0 | Braune und an der Basis glauconitische Letten mit Kalksteinknollen und marinen Schaalresten | 5.1 | Marines Ober-Oligocän. | |
| 183.0 — 276.0 | Kalkstein, Sandstein und Letten, letztere zum Theil mit Gyps | 93.0 | KEUPER. | |

Das oberoligocäne Alter der Schichten von 129.3 bis 183.0 ergiebt sich aus der darin gefundenen reichen Molluskenfauna.

[1] Cfr. GIEBELHAUSEN, Braunkohlenbildungen der Mark Brandenburg, S. 6.

[2] Der bläulichweisse, diesem Niveau eigenthümliche Thon verdankt seinen Namen der in der Lausitz schon von Alters her in grossartigem Maassstabe stattfindenden Verwendung zur Flaschen- oder Kruken-Fabrikation.

Jahre 1856, in welchem die Abhandlung desselben Autors »Über den Zusammenhang der norddeutschen Tertiärbildungen« erschien, war über die Lagerungsverhältnisse mariner und Braunkohlen führender Tertiärbildungen in Norddeutschland nichts weiter bekannt, als dass letztere in der Gegend von Cöthen (bei Görzig) vom Septarienthone mit Zwischenlagerung mariner glauconitischer Sande gleichen Alters, (dem sogenannten Magdeburger Sande) und nordwestlich von dort in der Gegend von Aschersleben und Biere von einer petrographisch durchaus gleichen, aber noch älteren, ebenfalls zum Theil unmittelbar vom Septarienthon überlagerten marinen Sandbildung, dem unteroligocänen Lager von Egeln bedeckt werden.[1]

Hieraus, wie aus der Thatsache, dass man damals durchaus keinen Grund hatte, im nördlichen Deutschland Braunkohlenbildungen verschiedenen Alters anzunehmen, folgte naturgemäss die Ansicht, dass »die Schichten der Magdeburger Fauna, ebenso wie der Septarienthon, eine gleichförmige Decke des Braunkohlengebirges« seien und dass letzteres, sich in gleichmässigem Zusammenhange von der Elbe bis Königsberg und Warschau erstreckend, älter sei als jenes unteroligocäne Lager von Egeln.

Plettner und Girard vertraten dieselbe Ansicht. Erst Giebelhausen, welcher zuletzt (im Jahre 1871) ein zusammenfassendes Bild der märkischen Braunkohlenbildung gegeben hat[2], neigte der von Zaddach[3] kurz vorher zuerst ausgesprochenen Meinung zu, dass die sächsische als eine ältere Braunkohlenbildung von der übrigen nordostdeutschen abzutrennen und letztere entweder dem Mittel-Oligocän zuzurechnen, oder als eine besondere Stufe in die Zeit zwischen dem Septarienthon und dem Lager von Egeln zu stellen sei; er wollte aber schliesslich die endgültige Entscheidung über das Altersverhältniss der märkischen Braunkohlenablagerung weiteren Aufschlüssen vorbehalten wissen.

In erfreulicher Weise und jeden Zweifel ausschliessend, sind nun diese Aufschlüsse durch die neueren Tiefbohrungen in der Mark Brandenburg gewonnen, deren Ergebnisse im Folgenden, auf Grund aktenmässiger Feststellung, eigener Beobachtung und der von jedem Bohrloche in der Sammlung der hiesigen geologischen Landesanstalt aufbewahrten Bohrproben zunächst gegeben werden sollen. Die Lage der Bohrpunkte wird aus dem beigegebenen Übersichtskärtchen ersichtlich und sind die Namen der entscheidenden Bohrlöcher insbesondere

---

[1] Beyrich 1848 a. a. O. S. 6 u. 76. 1856, S. 12 u. 18.

[2] »Die Braunkohlenbildungen der Mark Brandenburg und des nördl. Schlesiens« enth. in Zeitsch. f. Berg-, Hütten- und Salinenwesen, Bd. XIX.

[3] Beobachtungen über das Vorkommen des Bernsteins und die Ausdehnung des Tertiärgebirges in Westpreussen und Pommern, S. 78.

durch etwas kräftigere Schrift hervorgehoben. Die Grundlage des Kärtchens bildet die VON DECHEN'sche Karte von Deutschland in Verbindung mit der EUG. GEINITZ'schen Übersichtskarte der Flötzformationen Mecklenburgs vom Jahre 1883 und der EWALD'schen Karte der Gegend zwischen Magdeburg und dem Harz.

---

## A. Bohrungen in der Nieder-Lausitz und im Vläming.

### 1. Bohrloch am Priorfliess bei Cottbus.

Die Bohrung wurde im April 1878 begonnen und im Januar 1879 beendet. Schon bei 31.58$^{m}$ traf dieselbe das Tertiärgebirge und zwar zunächst unter dem Diluvium die, zwei mächtige Kohlenflötze einschliessende Braunkohlenbildung, unterlagert von marinem Ober-Oligocän. Die Bohrproben geben für die Braunkohlenbildung ein Profil, welches mit dem von Muskau und Gr. Kölzig[1] gut übereinstimmt.

Im Übrigen ergiebt sich folgende Bohrtabelle:

| Tiefe in Metern. | Gesteinsart. | Mächtigkeit in Metern. | Formation. | |
|---|---|---|---|---|
| 0 — 31.6 | Sande und Grande | 31.6 | Diluvium (GIRARD's südliche Bildungen). | |
| 31.6 — 65.7 | Sande, Letten und Kohlen | 34.1 | Obere Abtheilung (nördl. Bildung). | Märk. Braunkohlenbildung. |
| 65.7 — 129.3 | Letten, bezw. Thone von dunkler und heller Farbe | 63.6 | Horizont des Flaschenthons.[2] | |
| 129.3 — 177.9 | Feine Quarz- bis Glimmersande mit marinen Schaalresten | 48.6 | Marines Ober-Oligocän. | |
| 177.9 — 183.0 | Braune und an der Basis glauconitische Letten mit Kalksteinknollen und marinen Schaalresten | 5.1 | | |
| 183.0 — 276.0 | Kalkstein, Sandstein und Letten, letztere zum Theil mit Gyps... | 93.0 | KEUPER. | |

Das oberoligocäne Alter der Schichten von 129.3 bis 183.0 ergiebt sich aus der darin gefundenen reichen Molluskenfauna.

---

[1] Cfr. GIEBELHAUSEN, Braunkohlenbildungen der Mark Brandenburg, S. 6.

[2] Der bläulichweisse, diesem Niveau eigenthümliche Thon verdankt seinen Namen der in der Lausitz schon von Alters her in grossartigem Maassstabe stattfindenden Verwendung zur Flaschen- oder Kruken-Fabrikation.

Es fanden sich nach den Bestimmungen SPEYER's und VON KÖNEN's

a) im Glimmersande der Tiefe von 151.6 — 177.6$^{m}$

*Murex Deshayesii* NYST.
*Tiphys cuniculosus* NYST.
*Cancellaria subangulosa* WOOD.
*Cancellaria evulsa* SOL.
*Nassa pygmaea* SCHLOTH.
*Pleurotoma turbida* SOL.
*Pleurotoma Duchastelii* NYST.
» » *var. juv.*
*Fusus? Waelii* NYST.
*Natica Nysti (juv.)* D'ORB.
*Terebra Beyrichii* SEMP.
*Eulima subula* D'ORB.
*Eulima Naumanni* V. KOEN.
*Bulla acuminata* BRUG.
*Actaeon Philippii* KOCH.
Spindel-Bruchstück von Cassis.
*Dentalium Kickxii* NYST.
*Corbula gibba* OLIVI.
*Corbulomya spec.*
*Tellina Nysti* DESH.
*Nucula peregrina* DESH.
*Nucula Chastelii* NYST.
*Leda sp. nova (? pygmaea Münst.).*
*Pectunculus Philippi* DESH.

und verschiedene unbestimmbare Bruchstücke von Zweischaalern;

b) in den glauconitischen Schichten von 180.1 — 181.6$^{m}$

Gehörknochen von Fischen.
*Pyrula concinna* BEYR.
*Pleurotoma laticlavia* BEYR.
*Pleurotoma Duchastelii* NYST.
*Natica Nysti* D'ORB.
*Actaeon punctatosulcatus* PHIL.
*Dentalium Kickxii* NYST.
*Robulina polyphragma* REUSS.
*Dentalina soluta* REUSS.
» *capitata* BOLL.
*Marginulina tumida* REUSS.
*Globulina? guttula* REUSS.
*Triloculina orbicularis* REUSS.

c) in den glauconitischen Schichten von 181.6 — 183.0$^{m}$

Gehörknochen von Fischen.
*Natica Nysti* D'ORB.
*Eulima Naumanni* V. KOEN.
*Pecten? pictus* GOLDF.
*Triloculina gibta* D'ORB.
» *acutangula* REUSS.
*Lunulites hippocrepis* F. A. ROEM.
*Guttulina sp.*

Ein sehr ähnliches Profil hatte schon zwei Jahre früher das folgende etwa halbwegs zwischen Dahme und Dobrilugk in der Gegend von Schlieben niedergebrachte Bohrloch ergeben.

### 2. Bohrloch Hilmersdorf bei Schlieben.

Die Bohrung wurde am 4. October 1876 begonnen. Nach Durchsinken von 4.48$^{m}$ Torf folgten bis 17.48$^{m}$ Diluvialbildungen und zwar Sande, Grande und Gerölle. Bei 17.48$^{m}$ begann jedoch, soweit eine genaue Grenzbestimmung bei den zum Theil vom Wasserstrom der Bohrung aufbereiteten und mit Bestandtheilen der oberen Schichten

verunreinigten Proben möglich ist, das Tertiär-Gebirge, welches aus einer steten Wechsellagerung von Kohlensanden und Kohlenletten der Braunkohlenbildung besteht, mit einem dem Bohrbericht nach 2.43$^{m}$ mächtigen Braunkohlenflötz bei circa 70$^{m}$ Tiefe. Ein zweites, vom Bohrbericht bei 134.33—138.05$^{m}$ Teufe verzeichnetes Braunkohlenflötz ergab sich nach den eingesandten Proben als vorwiegend nur durch Braunkohlen stark gefärbter Kohlenletten. Im Übrigen zeigen die Bohrproben das folgende Profil:

## Bohrtabelle.

| Tiefe in Metern. | Gesteinsart. | Mächtigkeit in Metern. | Formation. | |
|---|---|---|---|---|
| 0 — 4.5 | Torf ........................ | 4.5 | Alluvium. | |
| 4.5 — 16.5 | Sande und Grande ............ | 12.0 | Diluvium. | |
| 16.5 — 54.5 | Quarzsande und Kiese (diluvial umgelagert und gemengt) ........ | 38.0 | Ob. Abth. | Märkische Braunkohlenbildung. |
| 54.5 — 87.8 | Vorwiegend Sande mit Letten und Kohlen ..................... | 33.3 | Ob. Abth. | Märkische Braunkohlenbildung. |
| 87.8 — 156 | Vorwiegend Letten mit Sanden und Kohlen ..................... | 68.2 | Unt. Abth. | Märkische Braunkohlenbildung. |
| 156 — 189.2 | Sehr feinkörnige Quarzsande ..... | 33.2 | Marines Ober-Oligocän. | |
| 189.2 — 189.7 | Thon bez. Letten mit zerstossenen Schaalresten (verunreinigt durch Diluvialgeröll in Folge der Wasserspülung ................... | 0.5 | Marines Ober-Oligocän. | |
| 189.7 — 342.2 | Sandsteine sowie Sandstein- und Porphyr-Conglomerate ........ | 152.5 | Rothliegendes. | |

Die 33$^{m}$ mächtige Folge sehr feinkörniger Quarzsande wird zwar nicht wie im Bohrloche Priorfliess durch einliegende marine Schaalreste charakterisirt, bei ihrer ausgesprochenen Feinkörnigkeit, Mächtigkeit und vollkommenen Übereinstimmung der Lagerung nehme ich aber umsoweniger Anstand, sie den oberoligocänen Sanden vom Priorfliess und Gr. Ströbitz (s. unten) gleichzustellen, als auch in weiterer Übereinstimmung an ihrer Basis eine thonige muschelführende Bank nicht zu fehlen scheint, aus welcher leider bestimmbare Reste nicht erhalten sind, während das folgende Bohrloch Rakow desto mehr aus dieser Schicht lieferte. In dem ersten und entscheidenden dieser beiden Bohrlöcher hat man es augenscheinlich noch mit den von Giebelhausen[1] unterschiedenen, durch vorherrschend sandige Bildungen gekennzeichneten nördlichen Braunkohlen-Bildungen zu thun, wie solches durch den, aus den Bohrproben sich ergebenden petrogra-

[1] a. a. O. S. 51.

phischen Charakter und die ihr Liegendes bildende mächtige Folge, wenn auch nur zum Theil hellfarbiger Thone bewiesen wird.

Ob im Bohrloche Hilmersdorf bei 87.8$^{m}$ aber bereits auch die, durch vorherrschend thonige Bildungen gekennzeichnete südliche Abtheilung Giebelhausen's getroffen sei, könnte vor der Hand noch zweifelhaft sein (s. unten S. 870). Als ein besonderes Glück ist es daher anzusehen, dass schon ein, wenige Kilometer von Priorfliess entferntes Bohrloch, das Bohrloch Gr. Ströbitz, eine auf die Giebelhausen'sche Scheidung hindeutende Trennung der Braunkohlenbildung durch beinahe 24$^{m}$ hellgraue fette Thone (Flaschenthone)[1] deutlich zeigt und endlich ein ziemlich auf der Grenze der nördlichen und südlichen Braunkohlenbildungen, bei Rakow unweit Drebkau, eines Bahnhofes der Cottbus-Grossenhainer Eisenbahn, angesetztes Bohrloch alle Zweifel löst.

### 3. Bohrloch Rakow.

Das am 25. Mai 1881 begonnene Bohrloch hat, wie die unten folgende Bohrtabelle nachweist, nach Durchsinkung von 81.5$^{m}$ der nördlichen Braunkohlenbildungen, noch 58$^{m}$ der durch ihre grauweissen Thone (Flaschenthone) charakterisirten südlichen Abtheilung durchörtert, ehe es die auch hier schliesslich darunter folgenden Ober-Oligocänbildungen traf. Diese letzteren bestehen wieder, wie in den vorgenannten Bohrlöchern aus 21.7$^{m}$ feinen Quarzsanden ohne Schaalreste und 5.17$^{m}$ Letten, aus welchen ich an Ort und Stelle die folgenden durch Professor von Koenen bestimmten Schaalreste sammelte:

| | |
|---|---|
| *Tritonium cf. flandricum* Dekon. | *Buccinum Bolli* Beyr. |
| *Fusus elongatus* Nyst. | **Nassa cf. Schlotheimi* Beyr. |
| *Pleurotoma laticlavia* Beyr. | *Natica Nysti* d'Orb. |
| *Pleurotoma subdenticulata* Münst. | *Dentalium Kickxii.* |
| » *Selysi* Dekon. | **Nucula praemissa* Semp. |
| » *Duchastelii* Nyst. | * » *compta* Goldf. |
| *Pleurotoma regularis* Dekon. | * » *peregrina* Desh. |
| *Cassis Rondeletii* Bast. | *Arca cf. rudis* Link. |
| *Cassidaria nodosa* Sch. | *Astarte cf. gracilis* Münst. |

*Tellina Nysti* Desh.

Die mit einem * bezeichneten Arten sind nur aus Ober-Oligocän bekannt.

[1] S. d. Anmerk. auf S. 865.

## Bohrtabelle
### des Bohrloch Rakow bei Drebkau.

| Tiefe in Metern. | Gesteinsart. | Mächtigkeit in Metern. | Formation. |
|---|---|---|---|
| 0 — 9.5 | Sand und Thonmergel .......... | 9.5 | Diluvium. |
| 9.5 — 91.0 | Kiese, Sande, Letten und Kohlen | 81.5 | Märkische Braunkohlenbildung. Obere Abtheilung (nördliche Bildung). |
| 91.0 — 125.0 | Vorwiegend blaugraue und weisse Thone mit eingelagerten Sandbänken ...................... | 34.0 | Märkische Braunkohlenbildung. Horizont des Flaschenthones. |
| 125.0 — 149.0 | Sand, Kies und Kohlen ......... | 24.0 | Märkische Braunkohlenbildung. Untere Abtheilung (südliche Bildung). |
| 149.0 — 175.9 | Feiner Quarzsand mit grobsandiger Muschelbank an der Basis ..... | 26.9 | Marines Ober-Oligocän. |
| 175.9 — 268.5 | Feste Kalksteine ............... | 92.6 | Muschelkalk. |

### 4. Das Bohrloch Gr. Ströbitz bei Cottbus.

Begonnen wurde dasselbe am 26. August 1878, beendet Anfang März 1879. Die Bohrproben ergeben folgende

## Bohrtabelle.

| Tiefe in Metern. | Gesteinsart. | Mächtigkeit in Metern. | Formation. |
|---|---|---|---|
| 0 — 2.0 | Sandiger Thon................. | 2.0 | Alluvium. |
| 2.0 — 82.6 | Sand, Grand und Thonmergel ... | 80.6 | Diluvium. |
| 82.6 — 95.5 | Sande, Kohlen und Letten ...... | 12.9 | Märkische Braunkohlenbildung. Obere Abtheilung (nördliche Bildung). |
| 95.5 — 120.1 | Weissgraue fette Thone......... | 24.6 | Märkische Braunkohlenbildung. Horizont des Flaschenthones. |
| 120.1 — 138.0 | Sand, Letten und Kohlen ....... | 17.9 | Märkische Braunkohlenbildung. Untere Abtheilung (südliche Bildung). |
| 138.0 — 177.0 | Feine Quarz- bis Glimmersande an der Basis glauconitisch und mit Schaalresten ............. | 39.0 | Marines Ober-Oligocän. |
| 177.0 — 334.0 | Kalksteine, Mergel und Sandstein | 157.0 | Kreideformation. |
| 334.0 — 360.0 | Letten und Dolomit ............ | 26.0 | Keuperformation. |

Die oberoligocänen glauconitischen Schichten in der Tiefe von 170.3—174.4$^{m}$ enthielten folgende Mollusken:

*Voluta fusus* PH.
*Fusus elegantulus juv.* PH.
*Cassis Rondeletii* BAST.
*Pleurotoma Duchastelii* NYST.
*Dentalium Kickxii* NYST.
*Leda gracilis* DESH.
*Nucula Chastelii* NYST.
*Venericardia tuberculata* v. MST.
*Cardium cingulatum* GOLDF.
*Pectunculus Philippi* DESH.

Ausserdem fanden sich unbestimmbare Spindelstücke, *Serpula spec.*, Gehörknöchelchen von Fischen, sowie endlich *Lunulites hippocrepis* und *Dentalina spec.*

Die letzten beiden Bohrlöcher sind somit von doppeltem Werthe, da sie nicht nur die GIEBELHAUSEN'sche Annahme, nach welcher die südliche Abtheilung die untere bez. ältere ist, bestätigen, sondern auch beide Abtheilungen für mindestens oberoligocän, wo nicht jünger als oberoligocän, erkennen lassen. Nunmehr ist man auch im Stande, in dem oben bereits beschriebenen Bohrloch Hilmersdorf, wo die Braunkohlenbildung die, für eine der Abtheilungen ungewöhnliche Mächtigkeit von 101.5, oder vielmehr richtiger, das diluvial umgelagerte Braunkohlengebirge mitgerechnet, von 139.5$^{m}$ erlangt, eine diese Mächtigkeit sofort erklärende directe Aufeinanderlagerung beider Abtheilungen der Braunkohlenbildung zu erkennen. Es beginnt hier deutlich bei einer Tiefe von 87.84$^{m}$ das für die südliche Abtheilung charakteristische Vorherrschen thoniger Bildungen als Nebengestein, wenn auch die in den übrigen Bohrlöchern eine schärfere Trennung beider Abtheilungen abgebende Zwischenlagerung der hellen sogenannten Flaschenthone der Lausitz hier schon fehlt. Dieses Auskeilen der Flaschenthone nach Norden zu scheint somit eher stattzufinden, als das der südlichen Bildungen überhaupt, wenngleich auch deren Vorkommen sich bis jetzt nur auf den Rand des grossen Oligocänmeeres beschränkt.

Am wenigsten ergiebig für die Altersfeststellung der märkischen Braunkohlenbildung im Tertiär, aber keineswegs im Widerspruch mit den bisherigen Erfahrungen, waren die Bohrlöcher Dobrilugk und Bahnsdorf.

### 5. Das Bohrloch Dobrilugk.

Die Bohrung wurde schon in den Jahren 1872 bis 75 ausgeführt. Wie das im dritten Abschnitte folgende Profil ergiebt, steht das Bohrloch dem Südrande des Tertiärbeckens am nächsten und wurde demgemäss das ältere Gebirge hier schon bei 168.5$^{m}$ erreicht. Darin ist denn auch wohl der Grund zu suchen, dass nichts von den marinen Oligocänschichten der vorbeschriebenen Bohrlöcher unter der märkischen Braunkohlenbildung erhalten worden, bez. zum Absatz gelangt ist. Die Braunkohlenbildung selbst aber kennzeichnet sich auf's Deutlichste als zu den nördlichen Bildungen GIEBELHAUSEN's gehörig, d. h. als obere Abtheilung in Folge ihrer Unterlagerung durch die sogenannten Flaschenthone der Lausitz.

## Bohrtabelle.

| Tiefe in Metern. | Gesteinsart. | Mächtigkeit in Metern. | Formation. |
|---|---|---|---|
| 0 — 9.4 | Geschiebemergel | 9.4 | Diluvium. |
| 9.4 — 37.7 | Quarzsande und Letten mit Braunkohlengeröll | 28.3 | Umgelagertes Braunkohlengebirge. |
| 37.7 — 127.0 | Letten, Sande und Kiese mit Braunkohlenflötzen | 89.3 | Märk. Braunkohlenbildung. (Obere Abtheilung). |
| 127.0 — 168.5 | Weissgraue Thone | 41.5 | Flaschenthone der Braunkohlenbildung. |
| 168.5 — 299.7 | Thonstein, Kieselschiefer und Sandsteine mit Quarz-, Kalkspath- und anderen Einschlüssen | 131.2 | Älter als Rothliegendes. |

### 6. Das Bohrloch Bahnsdorf.

Die Bohrung fand während des Winters 1880 auf 81 statt. Auch sie steht bereits ganz nahe dem Südrande des Tertiärbeckens, nur etwas östlicher als das vorgenannte Bohrloch. Von den Tertiärbildungen zeigte sich nur noch die der Lausitz eigenthümliche untere Abtheilung der märkischen Braunkohlenbildungen, die sogenannten südlichen Bildungen Giebelhausen's, mit den sie bedeckenden Flaschenthonen ausgebildet, obgleich möglicher Weise die Schichten von 118 bis 174$^{m}$ sich in der Folge als ein besonderes Niveau nachweisen liessen. Darunter wurde bei 174$^{m}$, wie die folgende Tabelle zeigt, unmittelbar älteres Gebirge getroffen.

## Bohrtabelle.

| Tiefe in Metern. | Gesteinsart. | Mächtigkeit in Metern. | Formation. | |
|---|---|---|---|---|
| 0 — 1.3 | Feinsandiger Lehm | 1.3 | Alluvium des Thales. | |
| 1.3 — 29 | Sande und Grande mit Geschieben | 27.7 | Diluvium. | |
| 29 — 45.3 | Blauweisser Thon | 16.3 | Flaschenthon der märk. Braunkohlenbildung. | Tertiär. |
| 45.3 — 118 | Sande, Kiese, Letten und Braunkohlen in Wechsellagerung | 72.7 | Märk. Braunkohlenbildung. (Untere Abtheilung.) | Tertiär. |
| 118 — 174 | Weissgraue Thone, Kiese und Sande in Wechsellagerung | 56 | Fraglicher Stellung. | |
| 174 — 213.1 | Thonschiefer und Quarzconglomerat | 38.9 | Paläozoisch. | |

**Bohrlöcher auf dem Vläming.**

Im Vläming wurden bereits in den Jahren 1865—1868 drei Bohrlöcher bei Blönsdorf, Ottmannsdorf und Kropstedt niedergebracht, erreichten jedoch bei ihrer geringen, $100^m$ wenig überschreitenden Tiefe nicht die Unterlage des Tertiärgebirges. Dasselbe Resultat hatte schon früher ein, auf Privatkosten in Grüna, unweit Zinna bei Jüterbogk bis 800 Fuss tief niedergebrachtes Bohrloch ergeben. Das Bohrloch Blönsdorf mit seiner, $100^m$ nicht einmal voll erreichenden Tiefe ($287^1/_2$ Fuss) durchsank sogar nicht einmal die Diluvialschichten. Das zweite bei Ottmannsdorf wurde $501^1/_4$ Fuss oder $157.32^m$ tief und stand allerdings von 261 Fuss oder $82^m$ bis zu Ende im Tertiär, hat aber ebensowenig wie das Dritte, bei Kropstedt niedergebrachte, 416 Fuss oder $130.5^m$ tiefe Bohrloch überhaupt andere als die aus wechselnden Sanden, Letten und Kohlen bestehenden Schichten der Braunkohlenbildung durchsunken.

**7. Bohrloch Dahme.**

Die im Jahre 1875 im östlichen oder sogenannten Niederen-Vläming in der Nähe von Dahme unter Anwendung des damals noch neuen Wasserspülverfahrens bis $318^m$ niedergebrachte Bohrung gab dagegen die gewünschten Aufschlüsse. Wie die unten folgende Bohrtabelle ergiebt, wurde bei $64^m$ das Tertiär erreicht und erwies sich bis zur Tiefe von $144^m$ als regelrecht ausgebildete Braunkohlenbildung, in welcher von $139—144^m$ Braunkohle erbohrt wurde, die bei der Analyse 8.8 und 8.6 Procent Asche, sowie nach der Bertier'schen Probe 3944.6 und 4742.9 Wärmeeinheiten ergab, also als gute Kohle zu bezeichnen ist. Dieselbe wurde denn auch Gegenstand staatlicher Muthung. Die Glimmersande, welche von $144—191^m$ folgen, müssen nach ihrer Lagerung und petrographischen Beschaffenheit den oberoligocänen Sanden aus 151—177 bez. $138—166^m$ der Bohrlöcher Priorfliess und Gr. Ströbitz parallel gestellt werden. Der Schichtencomplex von 191 bis $231^m$ kann als aus glauconitischen Mergeln und Sanden mit einliegenden rundlichen Kalksteinconcretionen bestehend, bezeichnet werden, ohne dass den Abgrenzungen derselben unter einander bei dem Mangel an Proben ein besonderes Gewicht beizulegen wäre.

Die Proben erschienen sogar zum Theil nur als verschiedenes Aufbereitungs-Material ein und derselben Schicht. Durch die nachträglich aus Nachfall dieser Schichten gewonnenen Schaalreste: *Cardium, Cardita spec., Cyprina* oder *Isocardia spec., Pleurotoma (regularis) Natica, Buccinum spec., Dentalium Kickxii* und einem Fischzahnfragmente lässt sich der geognostische Horizont als Mittel- oder Unter-Oligocän be-

stimmen, wenigstens befindet sich nichts auf ein jüngeres Niveau hinweisendes darunter.

Der durchgehends erhebliche Kalkgehalt, das Vorwiegen der thonigen gegenüber den sandigen Bildungen und die röthliche Färbung der sodann von 231$^{m}$ an durchbohrten Schichten sprechen für deren Altersbestimmung als Unterer Buntsandstein.

Bohrtabelle

des Bohrloch Dahme.

| Tiefe in Metern. | Gesteinsart. | Mächtigkeit in Metern. | Formation. |
|---|---|---|---|
| 0— 3 | Moorerde ...................... | 3 | Alluvium. |
| 3— 64 | Unterer Geschiebemergel wechsellagernd mit Spathsand und Grand | 61 | Diluvium. |
| 64—144 | Sande, Letten und Kohlen ..... | 80 | Märk. Braunkohlenbildung. |
| 144—191 | Glimmersande ................. | 47 | Marines Ober-Oligocän. |
| 191—231 | Glauconitsande und Mergel mit Kalksteinkugeln und Schaalresten | 40 | Marines Mittel- und Unter-Oligocän. |
| 231—318 | Sandstein und Schieferthon ...... | 87 | Buntsandstein. |

## B. Bohrungen in der Berliner Gegend.

### 1. Das Wigankow'sche Bohrloch,

Berlin N. Chausseestr. 70.[1]

Zum Zwecke der Aufsuchung reichlichen Wassers für den Maschinenbetrieb des Wigankow'schen Geschäfts wurde die Bohrung im Jahre 1879 angesetzt.

Leider hielt man die den Diluvialschichten angehörenden Proben der oberen Teufe von 0—40$^{m}$ nicht der Mühe des Aufhebens werth und konnten dieselben auch, als ich Kunde von dem Bohrloche erhielt, nicht mehr sicher ausfindig gemacht werden. Die erste als fremdartig, ihres Glimmergehaltes wegen aus 40$^{m}$ aufbewahrte Probe eines tertiären Glimmersandes beweist aber deutlich den Beginn des Tertiärs in mindestens 40, wahrscheinlich schon bei 35$^{m}$ unter Oberfläche, welche hier auf 4.5$^{m}$ über Null des Berliner Dammmühlen-

[1] Vergl. Zeitschrift der Deutschen Geolog. Gesellsch. 1880, S. 821.

Pegels gerechnet wird. In den von 50 bis etwa 100$^m$ folgenden Kohlensanden, welche nach ihrem Ansehen keinen Zweifel über ihre Zugehörigkeit zur Märkischen Braunkohlenbildung lassen konnten, führten die in der Tiefe von 85$^m$ besonders grobkörnigen Schichten so reichliches und unter Druck stehendes Wasser, dass dasselbe zum Bohrloche aussprudelte, auch in dem aufgesetzten Rohre noch bei etwa 1.5$^m$ über dem Pankespiegel ausfloss und noch gegenwärtig fliesst. Der erste artesische Brunnen Berlins war somit gestossen und hätte als solcher schon der Wigankow'schen Bohrung eine allgemeine Bedeutung ertheilt. Aber, obgleich der eigentliche Zweck der Bohrung, da die Wasser auch reichlich genug flossen, vollständig erreicht war, hatte der Besitzer doch Interesse genug, sich des Weiteren durch Fortsetzung der Bohrung über den tieferen Untergrund seines Besitzthums zu unterrichten. Bei etwa 100$^m$ begann eine Folge feiner weisser Glimmersande, welche bis 135$^m$ fortsetzte. Hier traf man einen hellgrauen zähen Thon bez. Thonmergel, welcher mich in seinem Aussehen sofort an den, in kaum 10$^{km}$ geradliniger Entfernung anstehenden Septarienthon von Hermsdorf erinnerte. Anfangs ganz versteinerungsleer, zeigten die, bei Fortsetzung der Bohrung bis zu 143$^m$ gewonnenen letzten Bohrproben zwar zahlreiche Schaalreste, jedoch waren dieselben durch den Bohrer so zertrümmert, dass eine sichere Altersbestimmung des Thones trotzdem nicht möglich war. Erst die Ergebnisse einer fast gleichzeitigen Tiefbohrung in der Citadelle Spandau lösten durch paläontologische Beweise alle Zweifel und stellten das mitteloligocäne Alter des Thones klar.

### 2. Bohrung im Admiralsgartenbade

Berlin NW. Friedrichstrasse 102.

Im Juli 1879 begonnen, wurde die Bohrung zur Erschrotung geeigneter Wasser für die Badeanstalt während des Jahres 1880 von der Verwaltung fortgesetzt.

Da die Ansatzstelle ein früherer Brunnen ist, so fehlen demgemäss die Proben aus oberen Teufen (0—46$^m$), werden aber durch das, nur durch die Strasse getrennte, in der Literatur bereits durch von Bennigsen-Förder bekannt gewordene alte Otto'sche Bohrloch im Hofe des gegenüberliegenden Königlichen medicinisch-chirurgischen Friedrich-Wilhelms-Institutes ergänzt, und sind hiernach als diluvial zu bestimmen. Die durch von Bennigsen-Förder[1] seiner Zeit gemachten, auch von Lossen[2] wieder gegebenen Mittheilungen über dieses

[1] Erläuterung zur geog. Karte der Umgegend von Berlin 1843 S. 868 und S. 878.
[2] Reinigung und Entwässerung Berlins. S. 971 (Tabelle) und S. 1092.

OTTO'sche Bohrloch, lassen sich durch die noch in der Sammlung der Königlichen Geologischen Landesanstalt aufgefundenen Originalproben genauer feststellen oder berichtigen. Darnach bestätigt sich die lange angezweifelte VON BENNIGSEN'sche Bestimmung der tieferen Proben als echte Braunkohlenletten vollständig.

Im OTTO'schen Bohrloch beginnt bei 52.8, im Admiralsgartenbade schon bei 46$^m$ unter Oberfläche eine aus sandigen Letten und Sanden bestehende charakteristische Folge der Braunkohlenbildung, welche in dem neueren Bohrloche zum wenigsten bis 92$^m$ Tiefe verfolgt worden ist. Tiefer folgten von 92 bis 130$^m$ die gleichen Glimmersande, wie in dem WIGANKOW'schen Bohrloche, und wurde bei 130$^m$ wieder der charakteristische fette, hellblaugraue Septarienthon erreicht, auch in demselben bis 149$^m$ niedergegangen.

Bei der inzwischen durch die Tiefbohrung in der Citadelle Spandau bekannt gewordenen Mächtigkeit des Septarienthones von 160$^m$ konnte eine baldige Durchbohrung dieses Thones und dem entsprechende Erschrotung von Wassern nicht in Aussicht gestellt werden, und erfolgte demgemäss die Einstellung der Bohrung.

### 3. Bohrung im Hofe des Königlichen Generalstabsgebäudes
Berlin NW. Moltkestrasse.

Auf dem Hofe des Erweiterungsbaues des Königlichen General-stabs-Dienstgebäudes (Bureau der Landesvermessung) war im Jahre 1879 zur Gewinnung von Trinkwasser ein Abessynier-Brunnen bis auf 31$^m$ Tiefe gesenkt worden. Da die Wasser aus dieser Tiefe sich als zu Genusszwecken unbrauchbar erwiesen, wurde die Bohrung fortgesetzt, blieb jedoch bis 76.9$^m$ in Sanden und Granden der Diluvialformation, welche neben Braunkohlengeröllen mehrfach Schaalen von *Paludina diluviana* KUNTH führten. Aber auch in dem, bei genannter Tiefe erreichten Braunkohlengebirge wurden nur Kohlensande ohne irgend eine wasserabschliessende Schicht getroffen. Eine solche folgte erst innerhalb der bei 88.5$^m$ beginnenden Glimmersande in einem sandigen Letten von 124.5—126.8$^m$. Leider waren jedoch die hierunter getroffenen Glimmersande mit eingelagerten sandigen Letten von 126.8—129.4 so fein, dass sie nur wenige und schwach aufsteigende Wasser gaben. Das Wasser erwies sich nach den angestellten Analysen theils als ein völlig brauchbares (2. Analyse), theils als ein salzhaltiges, geradezu ungeniessbares (1. und 3. Analyse) und scheinen selbst die kleinen dem Glimmersande eingelagerten Lettenbänkchen eine völlige Trennung der Wassercirculation bewirkt zu haben. In Rechnung auf grobkörnige, das Wasser leichter abgebende

Schichten zu kommen, war man indessen mit der Bohrung tiefer gegangen und bei 129.4$^{m}$ in den fetten und festen Septarienthon gerathen, in welchem man, ohne Verrohrung, noch mehrere Meter tiefer hinabging, worauf die Bohrung eingestellt wurde.

### 4. Städtische Bohrung.

Berlin N. vor dem Grundstück Ackerstrasse 94.

Die Bohrung wurde im Jahre 1880 und 1881 von der städtischen Verwaltung ganz in der Nachbarschaft des früher in der Fabrik von Kraft und Knust, Ackerstrasse 92/96, niedergebrachten von Lossen[1] beschriebenen Bohrloches, des ersten Tertiärbrunnens Berlins, ausgeführt und erlaubt daher eine sichere Feststellung der Grenze zwischen Diluvium und Tertiär auch in letzgenanntem Bohrloche. Nach der in der Sammlung der geologischen Landes-Anstalt aufbewahrten vollständigen Bohrprobenfolge der neuen und tieferen Bohrung ist schon der bituminöse Sand des Kraft und Knust'schen Bohrloches von — 53.04 bis — 64.97 unter Null echter Kohlensand und das fraglich gewesene Gebilde von — 67.79 bis — 68.73 echter Kohlenletten, so dass also die Grenze zwischen Diluvium und Tertiär um fast genau 20$^{m}$, bis 53.04$^{m}$ unter Null des Berliner Dammmühlen-Pegels (23.1 unter NN) hinaufrückt. In Übereinstimmung damit reicht, wie die städtische Bohrtabelle (s. a. S. 880) zeigt, dort die Diluvialformation bis 57.75 unter Oberfläche (20.15 unter NN) und wird die hier beginnende, ein 3.8$^{m}$ mächtiges Braunkohlenflötz führende märkische Braunkohlenbildung abermals durch eine mächtige Folge feiner Glimmersande von dem mitteloligocänen Septarienthon getrennt.

### 5. Bohrung auf dem Hamburger Bahnhofe.

Berlin N. Invalidenstrasse.

Die jüngste der Tiefbohrungen Berlins, welche nach Durchsinkung der märkischen Braunkohlenbildung den mitteloligocänen Septarienthon erreicht hat, wurde Seitens der Direction der Berlin-Hamburger Eisenbahn-Gesellschaft zu dem Zwecke der Beschaffung eines guten Kesselspeisewassers in den Jahren 1880 bis 1882 ausgeführt. Sie erreichte das regelrechte Tertiärgebirge und zwar wieder die überall unter Berlin verbreitete Braunkohlenbildung erst bei 62 oder sogar erst bei 64.9$^{m}$, in welcher Tiefe sich noch eingeschobene deutliche Diluvialbildungen fanden, während darüber umgelagerte und zum Theil mit Diluvium gemengte Tertiärschichten schon bei 35$^{m}$ unter Oberfläche beginnen. Auch hier tritt wiederum die schon mehr erwähnte Glimmer-

[1] Reinigung und Entwässerung Berlins, S. 1116.

sandfolge in fast genau derselben Mächtigkeit, wie im vorhergehenden Bohrloche und mit derselben schwachen Letten- oder Thoneinlagerung an der Basis, zwischen Braunkohlenbildung und Septarienthon auf. Der deutliche Glauconitgehalt der tiefsten etwa 2$^m$ dieser Folge zeigt hier bereits — in voller Übereinstimmung mit der am meisten nach Westen d. h. in der Richtung nach Spandau gerückten Lage des Bohrpunktes — den Beginn der in Spandau zu grösserer Mächtigkeit entwickelten mitteloligocänen Stettiner Sande unmittelbar auf dem Septarienthon. Bei Erreichung des Septarienthones selbst wurde die Bohrung eingestellt.

Andere Tiefbohrungen Berlins haben gegenüber den im Vorstehenden beschriebenen ein geringeres Interesse, da sie nichts Neues bieten und nur die regelmässige Forterstreckung der märkischen Braunkohlenbildung unter ganz Berlin beweisen.

Bis jetzt giebt es im eigentlichen Berlin, wenigstens in der ganzen Breite des Berliner Hauptthales, keine Bohrung, welche bei 100$^m$ Tiefe nicht im Braunkohlengebirge steht, und nur zwei [die beschriebene Bohrung im Generalstabsgebäude und eine 100$^m$ überhaupt nicht erreichende in der Kürassier-Kaserne (Alexandrinenstrasse)] welche dieselben nicht in spätestens 58$^m$ Tiefe erreicht haben. Eine jener flacheren Bohrungen, die Bohrung in der Leipzigerstrasse 58 bei den Colonnaden, hat die Braunkohlenbildung sogar auch durchsunken und bei 97.4$^m$ noch die den Septarienthon unmittelbar bedeckenden Glimmersande erreicht.

### 6. Tiefbohrung in der Citadelle Spandow.

Zum Zwecke der Erlangung brauchbaren Trinkwassers war im Hofe der Citadelle zu Spandow im Jahre 1879 ein Bohrloch auf 107$^m$ Tiefe niedergebracht. Da dasselbe aber kein gutes Wasser lieferte, so wurde dicht daneben ein auf grössere Tiefe berechnetes neues Bohrloch mittelst Wasserspülverfahrens abgeteuft. Das Abteufen begann am 15. Februar 1880 und durchsank das Bohrloch zunächst bis zu 119.6$^m$ Tiefe Diluvialschichten. Darunter folgten bis auf 389$^m$ Schichten der Tertiärformation und zwar bis 137.6$^m$ Glimmersande, wie sie schon aus sämmtlichen Tiefbohrungen Berlins als eine Zwischenstufe zwischen der märkischen Braunkohlenbildung und dem mitteloligocänen Septarienthon beschrieben worden sind, dann zunächst bis 141.7$^m$ glauconitische Letten, und sodann bis 154.1$^m$ glauconitische muschelreiche Sande, die durch ihre, hauptsächlich aus Pelecypoden (*Pectunculus Philippi* Desh., *Cardium cingulatum* Goldf., *Cyprina rotundata* A. Braun) bestehenden Schaalreste, sowie durch den Umstand, dass unter ihnen Septarien-

thon folgt, sich als Äquivalent des Stettiner Sandes (oberen Meeressandes Sachsens) erwiesen haben und das Mittel-Oligocän beginnen.

Unter dem Stettiner Sande endlich folgt bis zu einer Tiefe von 313.6$^{m}$ echter Septarienthon, der sich durch nichts von dem im Wigankow'schen Bohrloche in Berlin angetroffenen unterscheidet, aber durch die in ihm aufgefundene Fauna auch mit Sicherheit als solcher festgestellt werden konnte. Ich sammelte aus den Bohrproben, namentlich der Tiefe von 250 — 313$^{m}$: *Nucula Chastelii* Nyst., *Leda Deshayesiana* Nyst. *Cardium comatulum* Braun, *Pecten permistus* Beyr., *Natica glancinoides* Nyst., *Cancellaria evulsa* Sal., *Fusus rotatus* Beyr., *Pleurotoma Moreni?* de Kon., *Fusus elongatus* Nyst., *Dentalium seminudum* Desh., *Dentalium Kickxii* Nyst. In Proben des Thones aus gleicher Tiefe,[1] welche ich Herrn Dr. Bornemann jun. übersandte, fand derselbe des Weiteren an Foraminiferen: *Textularia lacera* Rss., *Textularia attenuata* Rss., *Rotalia Akneriana* d'Orb., *Globigerina spirata* Born. sen., *Guttulina rotundata* Born. sen., *Guttulina (Polymorphina) lanceolata* Rss., von denen die ersten fünf von Hermsdorf, die letzten von Offenbach bekannt sind, sodass auch dadurch das mitteloligocäne Alter des Thones bestätigt wird.

Es folgte in einer Mächtigkeit von 72.2$^{m}$ von 314 bis 385.75$^{m}$ Tiefe eine Ablagerung von glaukonitischem Sande und darunter als tiefste dem Tertiär angehörende Schicht bis 389$^{m}$ Mächtigkeit ein glaukonitischer Letten. In dem grünen, Schwefelkies-Concretionen enthaltenden Sande wurden zwei Bänkchen festen Gesteines von 0.1 resp. 0.15$^{m}$ Mächtigkeit getroffen. Dieselben stellen nur eine in den Sanden liegende, zu festem Kalksandstein erhärtete Austernbank dar, welche andere Reste nicht zu enthalten scheint. Die Auster erwies sich als der *Ostrea Ventilabrum* Goldf. angehörig, welche als bezeichnende Versteinerung ebenso in den unteroligocänen Sanden von Egeln, wie in Belgien und im Osten bei Gross- und Klein-Kuhren, in dem sogenannten Krant der bernsteinführenden Tertiärbildung des Samlandes verbreitet ist. Die Annahme ist hiernach wohl begründet, dass dem erbohrten Schichtensysteme unter dem Septarienthone in Spandow das gleiche unteroligocäne Alter zukommt

Unter dem Tertiär folgen nun von 385 bis 411$^{m}$ lichte, hellgraue bis ins weissliche gehende, zum Theil dolomitische Kalksteine und Mergel. Nach unten werden die Mergel dunkler grau, thoniger, und gehen in eine Folge von kalkarmen Thonen und Letten mit grauen, grüngrauen und rothen Färbungen über, in welchen sich überall Gyps

---

[1] Verschiedentliche Proben des Thones aus oberen Teufen, wo derselbe von grösseren Schaalresten leer war, hatten auch keine mikroskopische Fauna ergeben.

eingelagert findet. Diese Schichtenfolge reicht bis zu der überhaupt erbohrten Tiefe von 487.77$^{m}$ und konnte mit Sicherheit in ihrer geognostischen Stellung nicht erkannt werden, da mit Ausnahme einiger winziger Ganoiden-Schuppen aus der Tiefe von 462$^{m}$ keinerlei organische Reste gefunden wurden, nach dem petrographischen Charakter aber die gesammte Schichtenfolge ebenso gut dem mittleren Keuper (event. dem oberschlesischen vergleichbar), als dem mittleren Muschelkalke zugerechnet werden kann.

---

## C. Gesammtergebniss.

In der, auf nächstem Blatte folgenden Tabelle gebe ich zunächst eine Zusammenstellung sämmtlicher im Vorhergehenden besprochener Bohrergebnisse. Aus denselben ergiebt sich zunächst, dass die aus den früheren Beobachtungen in der Provinz Sachsen und am Harzrande genügend bekannte unteroligocäne Braunkohlenbildung in keinem der Bohrlöcher getroffen wurde. Auch von dem südlich Burg, in Pietzpuhl, seiner Zeit gestossenen Bohrloche, dem einzigen, welches ausserdem östlich der Elbe das marine Oligocän bisher durchsunken hatte, sagt BEYRICH ausdrücklich,[1] dass unter dem Septarienthon »von 405—591′ sandige und thonige Schichten jedoch keine Braunkohle« folgen. Es scheint somit, dass die unteroligocäne Braunkohlenbildung sich auf den Harzrand bis in die Gegend von Halle und Leipzig beschränkt, und somit vielleicht passend jetzt als ältere, subherzyne Braunkohlenbildung zu bezeichnen sein wird. Demgegenüber erweist sich die, in den sämmtlichen Bohrlöchern gefundene Braunkohlenbildung der Mark durchweg auf marinem Oligocän ruhend und stimmen hiermit auch die bei Leipzig gemachten Beobachtungen[2] überein, denen zu Folge auch dort eine jüngere Braunkohlenbildung über marinem Oligocän lagert, während unter demselben auch die ältere noch nachgewiesen ist. Der Altersfolge entsprechend gehe ich erst später auf diese, somit jüngeren Braunkohlenbildungen ein.

Von besonderer Wichtigkeit für das Verständniss des märkischen wie des nordostdeutschen Tertiärs überhaupt, erscheint nunmehr in erster

---

[1] Zeitsch. d. D. G. G. I. S. 85.
[2] CREDNER, das Oligocän des Leipziger Kreises in Zeitsch. d. D. G. G. 1878 S. 641.

## Zusammenstellung der Bohrergebnisse aus der Nieder-Lausitz, dem Vläming und der Berliner Gegend.

| Durchbohrtes Gebirge. | | Nieder-Lausitz | | | | | | | | | | | | Vläming | | Berliner Gegend | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Linie (Dobrilugk-Dahme) | | | | | | | | (Senftenberg-Cottbus) | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | Bahnsdorf bei Senftenberg. | | Rakow. | | Gr. Ströbitz bei Cottbus. | | Priorfliess bei Cottbus. | | Dobrilugk. | | Hilmersdorf bei Schlieben. | | Dahme. | | Wigankow Chausseestrasse 70. | | Generalstab Moltkestrasse. | | Admiralsg. Bad Friedrichstrasse 102. | | Städtischer Brunnen Ackerstrasse 94. | | Hamburger Bahnhof Invalidenstrasse. | | Spandau. | |
| Alluvium und Diluvium | von | 0 | 29m | 0 | 10m | 0 | 83m | 0 | 32m | 0 | 38m | 0 | 18m | 0 | 64m | 0 | 35m | 0 | 77m | 0 | 46m | 0 | 58m | 0 | 62m | 0 | 120m |
| | bis | 29 | | 10 | | 83 | | 32 | | 38 | | 18 | | 64 | | 35 | | 77 | | 46 | | 58 | | 62 | | 120 | |
| Sande, Letten und Kohlen der Braunkohlenbildung (märkische) | von | fehlt | | 10 | 81 | 83 | 13 | 32 | 34 | 38 | 89 | 18 | 70 | 64 | 80 | 35 | 65 | 77 | 12 | 46 | 46 | 58 | 31 | 62 | 35 | fehlt | |
| | bis | | | 91 | | 96 | | 66 | | 127 | | 88 | | | | 100 | | 89 | | 92 | | 89 | | 97 | | | |
| Meist grauweisse Thone (Flaschenthone) | von | 29 | 16 | 91 | 34 | 96 | 24 | 66 | 63 | 127 | 41 | 88 | 68 | | | fehlt | | fehlt | | fehlt | | fehlt | | fehlt | | fehlt | |
| | bis | 45 | | 125 | | 120 | | 129 | | 168 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Sande, Letten und Kohlen der Braunkohlenbildung (subsudetische) | von | 45 | 129 | 125 | 24 | 120 | 18 | fehlt | | fehlt | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | bis | 174 | | 149 | | 138 | | | | | | 156 | | 144 | | | | | | | | | | | | | |
| Feine Quarz- bis Glimmersande mit etwas Letten an der Basis (Marines Ober-Oligocän) | von | fehlt | | 149 | 27 | 138 | 39 | 129 | 54 | fehlt | | 156 | 34 | 144 | 47 | 100 | 35 | 89 | 40 | 92 | 38 | 89 | 43 | 97 | 42 | 120 | 22 |
| | bis | | | 176 | | 177 | | 183 | | | | 190 | | 191 | | 135 | | 129 | | 130 | | 132 | | 139 | | 142 | |
| Stettiner Sand- und Septarienthon (Marines Mittel-Oligocän) | von | fehlt | | fehlt | | fehlt | | fehlt | | fehlt | | fehlt | | 191 | 40 | 135 | 28* | 129 | 4* | 130 | 19* | 132 | 12* | 139 | 2* | 142 | 172 |
| | bis | | | | | | | | | | | | | | | 163 | | 133 | | 149 | | 144 | | 141 | | 314 | |
| Glauconitische Sande mit etwas Letten a. d. Basis (Marines Unter-Oligocän) | von | | | | | | | | | | | | | | | *Bohrung im Septarienthon eingestellt | | | | | | | | | | 314 | 75 |
| | bis | | | | | | | | | | | | | 231 | | | | | | | | | | | | 389 | |
| Älteres Gebirge | von | 174 | 39 | 176 | 92 | 177 | 183 | 183 | 184 | 168 | 132 | 190 | 152 | 231 | 87 | | | | | | | | | | | 389 | 97 |
| | bis | 213 | | 268 | | 360 | | 367 | | 300 | | 342 | | 318 | | | | | | | | | | | | 486 | |

Linie die durch die Tiefbohrungen möglich gewordene Erkenntniss der oberoligocänen Meeressande, welche sich durch grosse Feinheit des Korns und grösstentheils Glimmergehalt auszeichnen. Sie wurden in den Lausitzer Bohrlöchern direct durch marine Schaalreste gekennzeichnet (S. 866, 868 und 869) und liessen sich in der Mittelmark (Spandau und Berlin) wie auf dem niederen Vläming (Dahme) in sämmtlichen Bohrlöchern wiedererkennen (s. die Tabelle auf S. 18) und ist die Übereinstimmung nicht nur in Beschaffenheit und Lagerung, sondern selbst in der ungefähren Mächtigkeit eine vollständige. Aber sie bedecken auch, wie an anderer Stelle nachgewiessen werden soll, das marine Mittel-Oligocän von Buckow, lassen sich in den schon von BEHM seiner Zeit unterschiedenen,[1] aber später unbeachtet gelassenen Glimmersanden von Züllchow, Cavelwisch und Neuendorf bei Stettin wiedererkennen, sind unter den zahlreichen mecklenburgischen Glimmersanden, namentlich der, durch ihre, die gleiche Fauna aufweisenden, Sternberger Kuchen gekennzeichneten Gegend zu vermuthen und verstecken sich jedenfalls auch noch unter den von CREDNER[3] bereits für oberoligocän erkannten, aber noch zu der sie bedeckenden Braunkohlenbildung der Leipziger Gegend gerechneten mächtigen Glimmersanden.

Was nun die marinen Oligocänbildungen im Ganzen anbetrifft, so fällt es auf, dass sowohl da, wo sämmtliche drei Abtheilungen des Oligocän ausgebildet getroffen wurden (Bohrloch Dahme und Spandau), als auch da, wo nur Ober- und Mittel-Oligocän aufgeschlossen wurde (sämmtliche fünf Bohrungen in Berlin) dieselben durch keine Braunkohlen- oder sonstige Süsswasserbildung getrennt gefunden wurden, und somit auf einen ununterbrochenen Absatz aus dem Oligocänmeere schliessen lassen. Das marine Unter-Oligocän des Spandauer Bohrloches ist in einer Mächtigkeit von $75^{m}$ dem älteren festen Gebirge unmittelbar aufgelagert und durch eine, aus *Ostrea Ventilabrum* GOLDF. zusammengesetzte Austernbank, s. S. 878, charakterisirt. In regelrechter Auflagerung folgt das marine Mittel-Oligocän als Thon- und Sandfacies (Septarienthon und Stettiner Sand) vertreten und zu seiner bisher grössten Mächtigkeit von zusammen $172^{m}$ entwickelt. Unmittelbar darüber lagert das marine Ober-Oligocän der eben besprochenen Folge von Glimmersanden in einer Mächtigkeit von $22^{m}$, welche sich schon unter dem benachbarten Berlin bis zu $43^{m}$ aufnimmt und in Spandau offenbar nur durch eine ungewöhnlich tiefe diluviale Auswaschung beeinträchtigt ist.

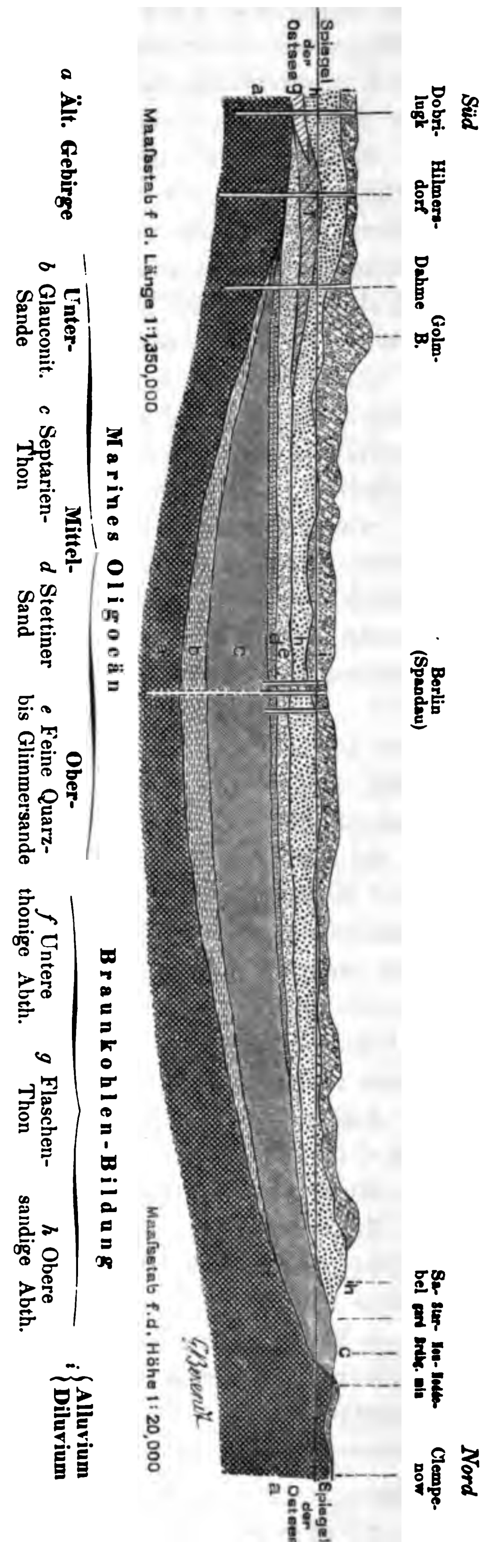
---

[1] Zeitsch. d. D. G. G. 1857, S. 342.

[2] A. a. O. S. 639.

Das nebenstehende, auf einfacher Wiedergabe der Bohrergebnisse und Verbindung derselben mit den nördlicher gelegenen Tagesaufschlüssen beruhende Profil, dessen genauerer Verlauf auf dem Übersichtskärtchen zu ersehen ist, durchschneidet die grosse nordostdeutsche Oligocän-Mulde ziemlich in ihrer ganzen Breite. Der südliche Rand dieser Mulde, oder besser des tiefsten Theiles derselben wird — abgesehen von der grossen Halle-Leipziger-Bucht — durch eine Linie von Hohenwarte und Magdeburg über Pietzpuhl und Königsborn, Möckern-Lohburg, Dahme-Hilmersdorf und Cottbus-Rakow ziemlich gut angedeutet, während der entsprechende nördliche Rand noch klarer durch zu Tage tretende Schichten von Malchin über Neu-Brandenburg und Stettin zu verfolgen ist.

In der Tiefenlinie dieser grossen nordostdeutschen Tertiär-Mulde gelegen, zeigt das Spandauer Bohrloch somit die gesammte Folge des marinen Oligocäns, ohne jegliche Unterbrechung durch Braunkohlen-bez. Süsswasserbildungen, gerade so wie an den Stellen, wo man überhaupt marines Ober-Oligocän bisher durchsunken hat, d. h. in der Fortsetzung dieser Muldenlinie bei Wiebke und noch weiter westlich am Doberg bei Bünde in



Profil durch das märkische Tertiär.

Westphalen. Während am erstgenannten Punkte, soweit mir bekannt, bisher aus Mangel an Aufschlüssen unter dem Ober-Oligocän nur Mittel-Oligocän aufgedeckt worden ist, bestimmt VON KOENEN schon in seiner diesbezüglichen Mittheilung vom Jahre 1866[1] die Schichten von der Schwarzhorst beim Doberg für zweifellos unteroligocän und schliesst mit den Worten (S. 290) »Falls der blaue Thon sich nun als mitteloligocän erweisen sollte, so hätten wir hier die sämmtlichen Oligocänschichten in directer Überlagerung zusammen.«

Die nächste nach Süden zu befindliche Tiefbohrung (s. die Karte) ist, da das tiefe Bohrloch in Sperenberg, als auf einer Insel älteren Gebirges angesetzt und niedergebracht, nicht in Betracht kommt, daher auch gar nicht erwähnt wurde, das etwa 80$^{km}$ entfernte Bohrloch bei Dahme. Als dem Rande des grossen Oligocänbeckens bereits erheblich nahe gerückt, ist marines Unter- und Mittel-Oligocän, das der schlecht erhaltenen Bohrproben halber nicht von einander getrennt werden konnte, hier schon auf eine Gesammtmächtigkeit von 40$^{m}$ zusammen geschmolzen, lagert aber auch hier direct dem älteren festen Gebirge auf, während das marine Ober-Oligocän noch in der gleichen Mächtigkeit wie in der Mittelmark und der Lausitz durch eine 47$^{m}$ mächtige Glimmersandfolge ausgebildet erscheint.

Die Reihe der noch südlicher gelegenen, schon dem Rande des Oligocänbeckens selbst angehörenden Bohrlöcher der Nieder-Lausitz, deren nur zwei in das auf Seite 882 gegebene Profil hineinfallen, zeigt nichts mehr von marinem Unter- oder Mittel-Oligocän. Statt dessen lagert aber das noch immer zu voller Mächtigkeit entwickelte marine Ober-Oligocän überall unmittelbar dem älteren festen Gebirge auf.

Über dieser — wo also nicht direct älteres Gebirge nachgewiesen ist (Bahnsdorf, Dobrilugk und Sperenberg) in allen Tiefbohrungen der Mark Brandenburg nachgewiesenen marinen Oligocändecke des älteren Gebirges und zwar über der oberoligocänen Glimmersandfolge, zeigen, wie bereits Eingangs dieses Abschnittes erwähnt, sämmtliche Bohrlöcher, mit einziger Ausnahme des Spandauer Bohrloches, in welchem die diluviale Auswaschung bis in ungewöhnliche Tiefe hinabreicht, die durch den Bergbau hinlänglich bekannten Sande, Letten und Kohlen der märkischen Braunkohlenbildung.

Betrachtet man nun aber die Bohrergebnisse genauer, so zeigt sich, dass auch diese jüngere oder märkische Braunkohlenbildung noch in zwei Abtheilungen zu sondern ist, wie solches schon seiner Zeit von GIEBELHAUSEN erkannt, erst jetzt durch die Tiefbohrungen aber ausser Zweifel gestellt worden ist. Während die jüngere Abtheilung,

[1] Zeitsch. d. D. G. G. 1866, S. 287.

die sogenannten nördlichen Bildungen GIEBELHAUSEN's, welche bis nach Mecklenburg und Pommern hinein in auffälliger Übereinstimmung der Oberfläche nahe liegt, sich bis weit in die Lausitz hinauf zieht [s. die vorstehende Tabelle und das darauf gegründete Profil (S. 882), und eigentlich nur in Bohrloch Bahnsdorf nicht getroffen wurde] scheint sich die ältere, GIEBELHAUSEN's südliche Bildungen, nur auf die Lausitz zu beschränken (s. S. 870) und zwar hier einerseits nach Sachsen bis in die Gegend von Leipzig,[1] andererseits nach Schlesien hinein eine gewisse Randbildung, um den nördlichen Fuss der Sudeten zu bilden, so dass ich sie mit dem Namen der subsudetischen von den märkischen unterscheiden möchte. Wie aus den Bohrlöchern Bahnsdorf, Rakow und Gross-Ströbitz am deutlichsten hervorgeht, trennt beide Abtheilungen eine 20 bis einige $30^{m}$ mächtige Zwischenlagerung von weissen Thonen, dem sogenannten Flaschenthone der Lausitz.[2] Aber auch, wo solches nicht direct der Fall (Hilmersdorf, Dahme), kennzeichnet diese in der Lausitz vielfach zu Tage tretende subsudetische Braunkohlenbildung, gegenüber dem vorherrschend sandigen Charakter der märkisch-pommerschen Braunkohlenbildung, eine häufige Einlagerung thoniger Schichten, ja zuweilen geradezu ein Vorwiegen des Thones, welcher eine enge Zusammengehörigkeit, stellenweise sogar eine stattgefundene Verschmelzung mit dem Flaschenthone um so mehr nahe legt, als letzterer auch hinsichts seiner Verbreitung sich eng an die genannte Braunkohlenbildung, oder, was dasselbe sagen will, an den südlichen Rand des grossen Oligocänbeckens anschliesst.

Es erübrigt noch zu prüfen, welche Anhaltspunkte zur Bestimmung des speciellen Alters der märkischen wie der subsudetischen Braunkohlenbildung gegeben sind. Dass beide mindestens oberoligocän sind, folgt aus der regelmässigen Unterlagerung beider durch marine Ober-Oligocänbildungen (s. Seite 880).

Wenn aber schon einmal ein Altersunterschied zwischen beiden Abtheilungen besteht, von denen sich schon GIEBELHAUSEN schwer vorstellen konnte, wie beide »aus derselben Wasserbedeckung nebeneinander gleichzeitig sich absetzen konnten«, so liegt wohl die Vermuthung nahe, dass die subsudetischen Braunkohlen eine schmale, südliche Umrandung des Oligocänmeeres zum Schluss der Oligocänzeit bildeten, gerade sowie die subherzynischen eine solche zum Beginn der Oligocänzeit ausmachten, während die überall, bis hinab zur Ostsee, die Oberfläche bedeckenden märkischen Braunkohlen schon

---

[1] Die von CREDNER a. a. O. S. 640 beschriebenen »weissen oder lichtgrauen plastischen Thone« sind hier entscheidend.

[2] S. Anmerk. S. 865.

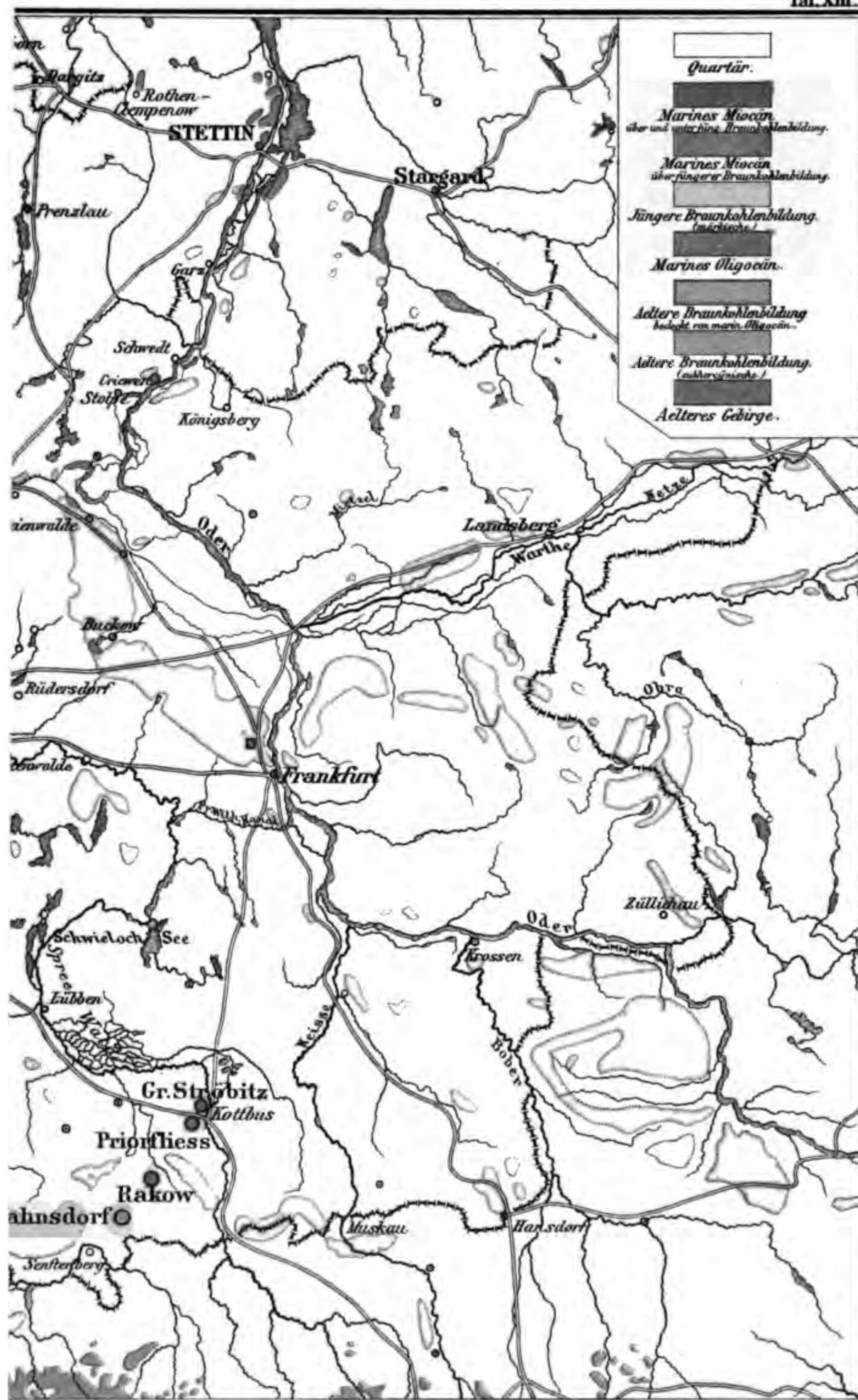



*Das Tertiär im Bereiche der Mark Brandenburg.*

○ Bohrloch
□ Schacht

Maafsstab 1 : 1

Lith. v. Leop. Kraatz.




1 : 350 000 ⟷ Provinzialgrenze
Städte

Berlin. von G. Berendt.

den Beginn der Miocänzeit bezeichnen. Es stimmt damit nicht nur der nach den Untersuchungen HEER's, GÖPPERT's, ENGELHARDT's u. A. stets auffallend jugendlich gefundene Charakter unserer ganzen nordostdeutschen Braunkohlenflora, sondern vor Allem auch die von KOCH schon seiner Zeit behauptete,[1] von EUG. GEINITZ unlängst nachgewiesene,[2] Zugehörigkeit der Braunkohlen Mecklenburgs und der Priegnitz zum Miocän.

[1] Zeitschr. d. D. G. G. VIII S. 266.
[2] Die Flötzformationen Mecklenburgs S. 116 ff.

Ausgegeben am 27. August.

1885.

**XXXIX.**

# SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

# AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

ZU BERLIN.

---

30. Juli. Sitzung der philosophisch-historischen Classe.

---

Vorsitzender Secretar: Hr. Curtius.

1. Hr. Dillmann las über Pithom, Hero, Klysma nach Naville.

Die Mittheilung erfolgt umstehend.

2. Hr. A. Kirchhoff legte eine Mittheilung des Hrn. Prof. Foerster in Kiel über Handschriften des Libanios vor.

Die Aufnahme in den Sitzungsbericht wird beschlossen.

3. Hr. Mommsen überreichte im Auftrage des Hrn. Imhoof-Blumer, Correspondenten der Akademie, das Werk desselben: Porträtköpfe auf antiken Münzen hellenischer und hellenisirter Völker.

---

# Über Pithom, Hero, Klysma nach Naville.

Von A. Dillmann.

Von den im Frühjahr 1883 für den Egypt Exploration Fund durch Hrn. E. Naville in Tell el-Maskhuta gemachten Ausgrabungen, deren Hauptergebnisse sofort in verschiedenen Zeitschriften bekannt gemacht und besprochen wurden, liegt jetzt der ausführliche Bericht Naville's unter dem Titel The Store-City of Pithom and the Route of the Exodus, with thirteen Plates and two Maps. London 1885. 4° vor. Derselbe ist auch für das Verständniss der Alttestamentlichen Beschreibung des Aufenthalts der Israeliten in Aegypten und ihres Auszugs von dort von einigem Belang; inwiefern? gedenke ich hier kurz zu besprechen, und benutze zugleich diese Gelegenheit, einige in meinem Commentar zum Exodus (vom Jahre 1880) S. 7 f. u. 145 gemachte Angaben zu berichtigen.

Der erste Punkt betrifft die Lage von Pithom. Lepsius in der Chronologie S. 348 f. hatte in Abu Keischib, jetzt Tell el-Maskhuta genannt, die Ex. 1, 11 erwähnte Magazinstadt Ramses, dagegen das ebendort genannte Pithom bei Tell el-Kebir, etwa 33$^{km}$ weiter westlich angesetzt, beide an dem alten Pharaonenkanal, der von Bubastis durch W. Tumilat gegen den jetzigen Timsah-See hin lief, und dieser Ansatz wurde seither so allgemein angenommen, dass man auf vielen neueren Karten geradezu Ramses statt Tell el-Maskhuta findet, auf einigen auch Pithom zwar nicht in Tell el-Kebir, aber 7$^{km}$ südwestlich davon, in Tell Abu Suleiman angesetzt liest. Die Gründe für diese Ansicht waren sehr verlockend. Einerseits passte zu diesem Ansatz von Ramses die Lage an dem alten Kanal, und zwar am Ausgang desselben, an der Ostgrenze des Landes, wo man eine befestigte Magazinstadt zur Verproviantirung der nach Asien ziehenden Heere und Reisenden zum Voraus erwartet, ferner die Masse des Schuttes von Nilziegeln und das schon von der französischen Expedition gefundene grosse Denkmal, eine Gruppe von drei Figuren aus einem Granitblock gehauen, welche die Götter Ra und Tum und zwischen ihnen den König Ramses II darstellen. Andererseits machte man für die westlichere Lage Pithoms theils Her. II. 158 geltend, wo Herodot

über den von Necho gegrabenen und von Darius I wieder aufgenommenen und vollendeten Kanal zur Verbindung des Nil mit dem erythräischen Meere spricht, und sagt: ἦκται δὲ ἀπὸ τοῦ Νείλου τὸ ὕδωρ εἰς αὐτὴν (διώρυχα), ἦκται δὲ κατύπερθε ὀλίγον Βουβάστιος πόλιος παρὰ Πάτουμον τὴν Ἀραβίαν πόλιν. ἐνέχει δὲ ἐς τὴν Ἐρυθρὴν θάλασσαν, theils eine Angabe des Itinerarium Antonini (Wesseling p. 162 f.), wo von Nordost nach Südwest verzeichnet ist: von Daphno nach Tacasarta m. p. m. 18, nach Thou 24 (14), nach Scenas Veteranorum 26, nach Heliu 14 (24), und wieder von West nach Ost (p. 169 f.): von Heliu nach Scenas Veteranorum m. p. m. 18 (22), nach Vico Judaeorum 12, nach Thou 12, nach Hero 24, nach Serapiu 18, nach Clysmo 50, wo Lepsius u. A. Thou = Thoum = Pithom verstanden. Mir selbst, indem ich mich dieser Ansicht über die Lage von Ramses anschloss, war auch von einiger Bedeutung die Angabe Ex. 12, 37 (Num. 33, 5), wonach die Israeliten beim Auszug von Ramses ausgiengen und als erste Station Sukkoth hatten; ich glaubte daraus folgern zu müssen, dass Ramses an der Grenze lag, da sie nicht eine mehr landeinwärts gelegene Stadt zum Sammel- und Ausgangspunkt gemacht haben werden. Durch die Ausgrabungen Naville's scheint nun allerdings diese Ansicht hinfällig geworden zu sein. Nämlich daraus, dass Naville in den monumentalen Resten keine älteren Königsnamen als Ramses II, wohl aber jüngere, namentlich Šešonq I und Osorkon II von den Bubastiden, und eine sehr wichtige Stele von Ptolemaeus Philadelphus gefunden hat, geht hervor, dass diese Stadt eine Gründung Ramses II war. Aus der Beschaffenheit des von Naville aufgedeckten Speichergebäudes und der um die ganze Anlage laufenden, 7$^{m}$ breiten Umfassungsmauer ergibt sich, dass hier wirklich eine befestigte Magazinstadt war, wie man das aus dem Ex. 1, 11 für Ramses und Pithom gebrauchten Ausdruck עָרֵי מִסְכְּנוֹת längst geschlossen hat. Daraus, dass alle die zum Tempel der Stadt gehörigen (zum Theil schon von Paponot ausgehobenen) Monumente dem Gott Tum (oder Horemkhu) geweiht sind, kann man meines Erachtens nicht mehr als die Möglichkeit, dass der Name der Stadt Patum war, folgern, sofern Tum der Gott dieses ganzen achten Nomos war, also damit, dass ein Heiligthum des Tum hier stand, noch nicht bewiesen ist, dass die Stadt selbst nach ihm benannt war. Aber mit grosser Wahrscheinlichkeit ergibt sich das letztere doch durch die von Naville ausgegrabene Statue (in rothem Granit) des Ortsgouverneurs des Königs Osorkon II, genannt Ankh renp nefer, welchem ausser dem Titel lieutenant of the King und lieutenant of the territory of Thuku auch die Benennung the good recorder of the abode of Tum (d. h. Pithom) beigelegt wird; und fast mit Sicherheit ergibt es sich durch die Sandsteinstatue des Priesters des Ortes Auhau, the

head of the storehouse, the official of the temple of Tum of Thuku, in deren Inschrift gesagt wird, dass Hathor grants, that his (des Priesters) name may remain with his statue in the abode of Tum, the great living God of Thuku. Lepsius, wenn er in der Aegyptischen Zeitschrift 1883 S. 41—47 bestritt, dass der Name des von Naville aufgegrabenen Ortes Pithom war, hatte wohl Recht, wenn er den Beweis dafür aus dem ihm damals vorliegenden Material nicht genügend erbracht fand; aber die beiden genannten Statueninschriften, welche Naville jetzt publicirt, sind doch von erheblichem Gewicht. Naville glaubt den Namen Pithom auch zweimal auf der grossen, freilich bis jetzt nur unvollständig übersetzten Tafel des Ptolemaeus gefunden zu haben. Andererseits hat Naville gewiss Recht, wenn er den von Lepsius beigebrachten Gründen, durch welche er zu beweisen suchte, dass der Ort nicht Pithom gewesen sein könne, die Beweiskraft abspricht. Denn die Herodotstelle besagt doch nicht nothwendig, dass Πάτουμος in der Nähe von Bubastis, dem Ausgangsort des Kanals, lag, sondern nur, dass der Kanal an Πάτουμος vorbeiführte; umgekehrt freilich ist es auch nicht angänglich, wenn Naville die Stelle zu παρὰ Πάτουμον δὲ τὴν Αραβίαν πόλιν ἐνέχει ἐς τὴν Ἐρυθρὰν θάλασσαν zu emendiren sucht, um daraus einen Beweis entnehmen zu können, dass der Kanal nahe vor seiner Mündung in das rothe Meer an Patumos vorbeiführe. Der andere Grund aber, den Lepsius aus dem Itinerar entnahm, kann seine Ansicht noch weniger stützen, da die Identität von Thou (wofür nur zwei Handschriften Thoum haben, und was auch in der Notitia dignitatum ed. Seeck p. 60 Thohu lautet) ganz unsicher, ja sogar aus anderen, von Naville p. 30 entwickelten Gründen recht unwahrscheinlich ist. Nimmt man dann zu dem bis jetzt Gesagten noch hinzu (Naville p. 6 f.), dass für καθ' Ἡρώων πόλιν εἰς γῆν Ῥαμεσσῆ, was die LXX in Gen. 46, 28 f. für גֹּשְׁנָה setzen, die Memphitische Übersetzung ϩⲁⲡⲉⲑⲱⲙ ϯⲃⲁⲕⲓ ϧⲉⲛ ⲡⲕⲁϩⲓ ⲛⲣⲁⲙⲉⲥⲥⲏ, d. h. »bei Pithom der Stadt im Lande des Ramses« gibt, man also damals noch gewusst zu haben scheint, dass das spätere Hero bei oder an der Stelle des älteren Pithom gelegen hat, so wird man nicht umhin können, die Naville'sche Ansicht von der Ortslage von Pithom für die besser begründete, beziehungsweise für gesichert zu halten.

Ein weiterer für die Bibelerklärung nicht unwichtiger Punkt betrifft die Lage von פִּי הַחִירֹת בֵּין מִגְדֹּל וּבֵין הַיָּם (Ex. 14, 2. Num. 33, 7). Über die verschiedenen Deutungen desselben habe ich mich in meinem Commentar S. 141 ff. zur Genüge ausgesprochen, namentlich die seit du Bois-Aymé viel beliebte Identification von פִּי הַחִירֹת mit ʿAǵrûd, das ich zuerst von Muqaddasi (de Goeje p. 215. 249), dann von Idrîsi u. s. w. erwähnt finde, als völlig unannehmbar bezeichnet. Nun

wird auf der grossen Stele des Ptolemaeus wiederholt als ein wichtiger Ort Pikerehet oder Pikeheret mit einem Heiligthum des Osiris erwähnt, nahe bei Pithom-Hero, und NAVILLE p. 20, 26 meint, es könnte das Serapiu des Itinerars sein. Obwohl nun dieser Name Pikerehet nicht auf einem Ramses-Monument gefunden und das Osirisheiligthum daselbst wohl erst von Ptolemaeus II gebaut ist, so hält NAVILLE doch in Anbetracht dessen, dass die Ptolemäer in der Regel nicht neue Cultusstätten gründeten, sondern nur die alten erneuerten und erweiterten, es für möglich, dass ein Osirisheiligthum in Pikerehet auf sehr alte Zeiten zurückgehe, und versucht auf indirectem Wege aus dem Papyrus Anastasi zu beweisen, das Pikerehet mit dem פִּי הַחִירֹת der Bibel einerlei sein könne. Diese Möglichkeit kann man zugeben, aber weiter auch nichts; nicht einmal von Wahrscheinlichkeit kann die Rede sein, und am allerwenigsten lässt sich schon jetzt eine Theorie über die Örtlichkeit des Durchgangs der Israeliten durch das rothe Meer darauf bauen.

Weitaus das wichtigste Ergebniss der NAVILLE'schen Funde in geographischer Beziehung ist die Feststellung der Lage von Heroopolis. Durch den in einer Mauer der römischen Niederlassung hart bei den Ruinen von Pithom gefundenen Stein mit der Inschrift **EPO CASTRA** ist dieselbe wohl sicher gestellt. Ob auch durch den gefundenen Meilenstein mit der Inschrift »Dominis nostris victoribus Maximiano et Severo Imperatoribus, et Maximino et Constantino nobilissimis Caesaribus, ab Ero in Klysma M. VIIII. — Θ.«, ist fraglich, da dieser verschleppt sein kann. Ich hatte Unrecht, wenn ich in meinem Commentar S. 7f. in Anbetracht der den Alten geläufigen Benennung des westlichen Arms des rothen Meeres als ὁ Ἡρωοπολίτης κόλπος, sowie der Angabe bei Strabo 17, 1, 21, mit ROZIÈRE und LETRONNE, Hero in der Gegend des heutigen Suês ansetzte; dagegen waren schon D'ANVILLE (Mémoires sur l'Egypte ancienne et moderne Par. 1766 p. 121ff.), dann QUATREMÈRE, DU BOIS-AYMÉ, LINANT BEY, KIEPERT (Lehrbuch der alten Geographie S. 199) u. A. auf dem rechten Weg, wenn sie (zumeist nach LXX und dem Itinerar) Hero in Abu Keischib fanden, während LEPSIUS (Chronologie S. 345) es drei englische Meilen weiter östlich bei Mukfâr vermuthete. Auch über die Lage der von Ptolemaeus II gegründeten und nach seiner Schwester benannten (Plin. VI §. 167) Stadt Arsinoë (Diod. Sic. 1, 33; Strab. 17, 1, 25f.), etwas östlich von Hero (am Kemuerma d. h. dem Ufer des Kemuer, was NAVILLE p. 21f. für den Timsah-See hält) würde nach NAVILLE's Ansicht damit entschieden sein; doch ist er dafür den Beweis schuldig geblieben. Wann Hero oder Heroonpolis emporgekommen, ist zur Zeit nicht bekannt. Da es (nach dem NAVILLE'schen Funde) hart neben Pithom lag, so dürfte die auf Grund

der von Ammian. Marc. 17, 4, 20 überlieferten Deutung des Hermapion Ἀπόλλων υἱὸς Ἥρωνος gebildete Vermuthung Champollion's (gramm. p. 361) und Wilkinson's (mann. and cust. V. 23), welche υἱὸς Ἥρωνος als die Übersetzung des hieroglyphischen si-Tum d. h. Sohn des Tum auffassten, doch (trotz des Widerspruchs von Lepsius Chronol. S. 346) ernstlich in Betracht kommen (Naville p. 7. 30), und wäre also möglich, dass Hero der jüngere Name für Pithom war. Wie nun es sich damit auch verhalte, die classischen Schriftsteller von Theophrast bis Claud. Ptolemaeus und Arrian benennen den westlichen Arm des rothen Meeres nach Hero, oder lassen ihn bei Hero beginnen,[1] oder von dort die Schiffahrt auf dem rothen Meer angehen,[2] genauer bei Arsinoë (für welches[3] oder neben welchem auch Cleopatris[4] vorkommt), bis wohin Ptolemaeus Phil. oder (nach Strabo) die Ptolemäer den durch die πικραὶ λίμναι (jedenfalls etwas verschieden von den heute sogenannten Bitterseen) hindurchgehenden und in den arabischen Meerbusen einmündenden Nilkanal geführt haben, indem sie bei dessen Einmündung in das Meer (gegen das Eindringen des Meerwassers) ein Schleussenwerk anbrachten,[5] ὥστε, ὅτε βούλοιντο, ἐκπλεῖν ἀκωλύτως εἰς τὴν ἔξω θάλατταν καὶ εἰςπλεῖν πάλιν. Damit scheint dann auch die schon von du Bois-Aymé gezogene Folgerung unausweichlich, dass damals der westliche Arm des rothen Meeres sich viel weiter nach Norden, jedenfalls bis zum Timsah-See erstreckt und erst später durch Versandung sich in seine jetzigen Ufer zurückgezogen habe. Auch Naville (S. 21) zieht diese Folgerung. Wäre dieselbe ganz sicher, so könnte ich darin nur eine willkommene Bestätigung dessen sehen, was ich in meinem Commentar S. 139 ff. für die Exoduszeit aus anderen Gründen als wahrscheinlich angenommen habe. Freilich ist es befremdlich genug, dass, wenn der Rückgang des Meeres in seine jetzigen Grenzen erst in oder nach der römischen Kaiserzeit erfolgte, keinerlei Nachricht darüber auf uns gekommen ist. Deshalb glaubte Lepsius (Chronologie S. 347) jene Folgerung nicht ziehen zu dürfen, und nahm vielmehr an, dass schon damals

---

[1] Z. B. Theophr. hist. plant. 4, 7 (ἐν τῷ κόλπῳ τῷ καλουμένῳ Ἡρώῳ, ἐφ' ὃν καταβαίνουσιν οἱ ἐξ Αἰγύπτου) und 9, 4 (κατὰ τὸν παράπλουν, ὃν ἐξ Ἡρώων ἐποιοῦντο κόλπου); Eratosth. bei Strab. 16, 4, 2 (ἀπὸ Ἡρώων πόλεως, ἥτις ἐστὶ πρὸς τῷ Νείλῳ μυχὸς τοῦ Ἀραβίου κόλπου); Agathemeros (bei Müller geogr. gr. min. II 475: ὁ Ἀράβιος κόλπος ἄρχεται ἀπὸ Ἡρώων πόλεως); Strab. 16, 2, 30. 17, 1, 21; Plin. VI §. 165. V §. 65; Ptol. 2, 1, 6. 5, 17, 1.

[2] Artemidor bei Strab. 16, 4, 5 (ἀπὸ δὲ Ἡρώων πόλεως πλέουσι κατὰ τὴν Τρωγλοδυτικήν).

[3] Strab. 17, 1, 25.

[4] Strab. 17, 1, 26.

[5] Diod. 1, 33: Strab. 17, 1, 25; vergl. Plin. VI §. 167.

die Verbindung zwischen dem Golf von Suês und den jetzigen Bitterseen und dem Timsahsee nicht mehr eine natürliche, sondern vermittelst eines vom Golf aus geführten schiffbaren Kanals künstlich bewirkte war. Er berief sich dafür auf die von den Gelehrten der französischen Expedition nachgewiesenen Reste eines solchen Durchstiches von über vier Lieues Länge, der von Suês nach Norden läuft; aber dieser Durchstich kann auch aus viel späterer Zeit sein, als man der Fahrt auf der schon versandenden Strecke wieder nachhelfen wollte. Er meinte sodann (S. 353 f.) eine monumentale Bestätigung dafür in dem vom Oberingenieur der französischen Expedition (de Rozière) gefundenen Ruinenhügel, wahrscheinlich südlich von den jetzigen Bitterseen, sehen zu dürfen, in welchem Blöcke von einer persischen Königsstatue und Fragmente von Keilinschriften, wie es scheint mit dem Namen des Darius, zum Vorschein kamen; persische Ruinen in dieser Gegend müssen aber nothwendig (meint er) mit dem von den Alten mehrfach berichteten[1] Versuch des Darius, die Durchfahrt nach dem rothen Meer herzustellen, zusammenhängen. Die Möglichkeit davon wird man zugeben müssen; aber möglich ist auch, dass dort ein persisches Castell zum Schutz der Schiffahrt oder zur Aufsicht über dieselbe war, wie ja später selbst am Golf von Suês solche waren. Endlich führt Lepsius (S. 354) dafür auch Plinius (VI §. 165) an: Daneon portus, ex quo navigabilem alveum perducere in Nilum, qua parte ad Delta dictum decurrit, $\overline{\text{LXII}}$ D intervallo, quod inter flumen et Rubrum mare interest, primus omnium Sesostris Aegypti rex cogitavit, mox Darius Persarum, deinde Ptolemaeus sequens, qui et duxit fossam latitudine pedum C, altitudine XXX, in longitudinem $\overline{\text{XXXIIII}}$ D p. (var. $\overline{\text{XXXVII}}$ D oder $\overline{\text{XXXVI}}$) usque ad fontes amaros; er premirt hier das et, und versteht diese fossa als einen von dem Nilkanal verschiedenen Durchstich zwischen dem Golf von Suês und den jetzigen Bitterseen. In Anbetracht der angegebenen Länge von $34^1/_2$ Mill., verschieden von der auf $62^1/_2$ Mill. richtig angegebenen Länge des Nilkanales, und ungefähr auf die jetzigen Entfernungen zwischen Meer und Bitterseen zutreffend, muss ich hier der Auffassung von Lepsius beitreten, und wir hätten also hier doch ein Zeugniss für die ungefähre Gleichheit der damaligen Ausdehnung des rothen Meeres mit der jetzigen, ein Zeugniss freilich, welches nicht für ganz unzweideutig gelten kann, weil es den Ausgang der fossa verschweigt und nur den Endpunkt angibt. Die Beschreibung des Diodor und Strabo[2] von den durch Ptolemaeus Phil. hergestellten

---

[1] Herod. 2, 158; Aristot. Meteorol. 1, 14 (p. 352 Beck.); Diod. 1, 33; Strab. 17, 1, 25; Plin. VI §. 165.

[2] Diod. 1, 33; Strab. 17, 1, 25 f.

Arbeiten, die namentlich auch bezüglich der Örtlichkeit des Schleussenwerks zu unbestimmt ist, wäre dann darnach zu interpretiren. Einen Punkt glaube ich meinerseits für diese Auffassung noch beibringen zu können. Plinius V §. 65 sagt: Agrippa a Pelusio Arsinoen Rubri maris oppidum per deserta $\overline{\text{CXXV}}$ p. tradit; und Strabo 17, 1, 21 behauptet ὁ δὲ μεταξὺ ἰσθμὸς Πηλουσίου καὶ τοῦ μυχοῦ τοῦ καθ' Ἡρώων πόλιν χιλίων ἐστὶ σταδίων. Beide geben 25 deutsche Meilen. Die Angabe ist, wenn sie für die Entfernung von Pelusium und Hero (dessen Lage man jetzt kennt) gelten soll, falsch, um die Hälfte zu hoch, da nach den heutigen Messungen der Isthmus von Suês $113^{km}$ beträgt (und der heutige Suês-Kanal $160^{km}$ lang ist). Es ist möglich, dass die 1000 Stadien aus Herodot genommen sind, welcher II 158 ἀπὸ τοῦ Κασίου οὔρεος ἐς τὸν Ἀράβιον κόλπον und IV 41 vom mittelländischen bis zum erythräischen Meer die Entfernung so angibt; Strabo hätte dann seinen Ausdruck für Ἀράβιος κόλπος gesetzt, weil nach seinem Wissen man bei Hero sich auf das arabische Meer einschiffte. Berechnet war die Angabe ursprünglich für den Anfang des eigentlichen rothen Meeres, und hätte man also wenigstens von Herodot an ein Zeugniss über die ungefähre Gleichheit des Nordendes des rothen Meeres mit dem heutigen.

Die auffallendste Thatsache, welche sich aus dem Meilensteine von Hero ergäbe, wäre, dass Klysma nur 9 Meilen von Hero entfernt war, während nach dem Itinerar von Hero nach Serapiu 18, von da nach Klysma 50, also zusammen 68 Meilen angesetzt sind. Man könnte einfach sagen (mit Naville S. 19 f.), dass hier ein Irrthum des Itinerars vorliege, welcher nach der Inschrift zu berichtigen sei. Aber die Sache ist nicht so einfach: sie wird vielmehr dadurch sehr schwierig, dass wirklich ein Klysma, beziehungsweise Qulzum, etwas nördlich vom heutigen Suês constatirt ist. Man müsste daher, wenn wirklich dem Stein die Zeugnisskraft zukäme, die ihm Naville zuschreibt, zwei Klysma annehmen, welche entweder gleichzeitig mit einander, oder doch nach einander bestanden haben, und die Frage wäre dann nur, bis wann das eine und von wann das andere da war. Indem ich die bekannte Abhandlung von Quatremère[1] über Klysma, welcher übrigens, wie wohl alle neueren Gelehrten, seine Lage bei Suês nicht bezweifelte, hier voraussetze, bemerke ich nur Folgendes. Strabo und Plinius wissen nichts von Klysma, sondern nennen nur Arsinoë; erst Ptolemaeus 4, 5, 14 nennt Κλύσμα φρούριον mit 28° 50′ und unmittelbar davor (indem die Aufzählung von Nord nach Süd fortschreitet)

---

[1] Quatremère, Mémoires géographiques et historiques sur l'Egypte. 1811. t. I. p. 151—189.

Ἀρσινόη mit 29° 30′ (während er Hero mit 30° ansetzt). Von da an wird Κλύσμα oft erwähnt, von Lucian,[2] im Itinerarium Antonini Augusti (s. oben); Athanasius in der Epistola ad solitariam vitam agentes sagt, dass Dracontius εἰς τὰ ἔρημα περὶ τὸ Κλύσμα exilirt wurde; um das Jahr 350 wird Σισόης ὁ Θηβαῖος Abt von Κλύσμα auf dem Wege nach Pharan zu genannt,[3] in der Nähe des Berges oder Gebirges des heiligen Antonius,[4] worunter man bisher das Gebirge auf der Westseite des Golfs von Suês verstand. Epiphanius[5] adv. haer. nennt als den Hafenort des westlichen Busens τὸν ὅρμον ἐπὶ τὸ κάστρον τοῦ Κλύσματος; Philostorg[6] sagt, dass der eine der beiden Busen des rothen Meeres bei Κλύσμα endige und ihm seinen Namen gebe; auf dem fünften ökumenischen Concil von Constantinopel a. 553 unterschreibt[7] sich Bischof Stephanos von Κλύσμα, wie schon auf der Constantinopeler Synode von 81 Bischöfen um die Mitte des fünften Jahrhunderts[8] Poimen, Bischof von Klysma; Kosmas Indicopl. Lib. V.,[9] von dem Durchgang Israels durch das rothe Meer sprechend, bemerkt ἔστι δὲ αὐτὸς ὁ τόπος ἐν τῷ λεγομένῳ Κλύσματι, ἀπερχομένων δεξιᾷ ἐπὶ τὸ ὄρος; Hierocles im Synecdemos[10] setzt Κλύσμα κάστρον in Augustamnica II; das Martyrium St. Arethae[11] nennt Schiffe von Ἴλα (d. i. Αἶλα) und Κλύσμα; bei Johannes Moschus im Pratum spirituale[12] heisst es: διηγήσατο Σαρακηνός τις Ἕλλην εἰς τὸ Κλίσμα (sic) τοῖς πολιτευομένοις καὶ ἡμῖν λέγων, ὅτι ἀπῆλθον εἰς τὸ ὄρος τοῦ Ἀββᾶ Ἀντωνίου, ἵνα θηρεύσω; Peutinger's Tafel setzt Klysma auf dem Weg nach Pharan. Man sieht, aus allen diesen Anführungen folgt wohl das Vorhandensein von Klysma, aber nichts Sicheres über dessen Lage, näher darüber, ob, wie im Itinerar, ein Klysma bei Suês vorausgesetzt ist, das dem Meerbusen den Namen gab, oder ob, gemäss der Naville'schen Folgerung aus dem Meilenstein vom Jahre 306, ein Klysma neun römische Meilen von Hero gemeint ist, welches nun (statt des älteren Hero und Arsinoë) als Anfangspunkt des Meeresarms gegolten hätte. Das Gebirge des heiligen Antonius müsste freilich in diesem Fall noch nordwärts über den G. ʿAtâqa bis zum G. ʿAuêbid und G. Aḥmed Ṭaher ausgedehnt werden, gegen die bisherige, doch

---

[1] Lucian, Pseudomantis §. 44 (Beck.): ἀναπλεύσας ὁ νεανίσκος ἐς Αἴγυπτον ἄχρι τοῦ Κλύσματος, πλοίου ἀναγομένου ἐπείσθη καὶ αὐτὸς εἰς Ἰνδίαν πλεῦσαι.

[2] Cotelier, Ecclesiae Graecae Monum. I. 641. 670 f. 678 u. ö.

[3] Quatremère II. 152 ff.

[4] Ed. Petav. t. I. 618.

[5] Historia eccl. III, 6 (p. 478 ed. Valesius).

[6] Harduin concil. coll. III. 52.

[7] Harduin II. 786, vergl. 696.

[8] P. 194 in Montfaucon nov. coll. Patrum, Vol. II.

[9] Ed. Wesseling p. 728.

[10] Boissonade anecdota V. p. 45.

[11] Bei Fronto Ducaeus, auctarium bibliothecae Patrum t. II p. 1114.

nicht grundlose Ansicht. Da die Schiffsverbindung mit Aegypten, von Trajan ab (Ptol. 4, 5, 54) auf's neue gesichert, durch die römische Kaiserzeit hindurch fortbestanden zu haben scheint,[1] so kann man kaum annehmen, dass in dieser Zeit etwa wegen veränderter Schiffahrtsverhältnisse ein Klysma bei Suês angelegt worden wäre. Nach den Nachrichten der Araber hätte ʿAmru ibn el-ʿÂṣi unter dem Chalifen ʿOmar und auf dessen Befehl, zum Zweck der Ausfuhr des aegyptischen Getreides nach Arabien, die damals unterbrochene Wasserverbindung Aegyptens mit dem rothen Meer durch Wiederaufgrabung des verschüttet gewesenen Kanals (wahrscheinlich im Jahre 642) wiederherstellen lassen;[2] unter dem Chalifen el-Manṣur sei er dann noch einmal verschüttet worden; von vergeblichen Versuchen des Chalifen er-Raschîd, den Wasserweg wiederherzustellen, berichtet Masʿûdi IV. 98 f. (Par.). Aber aus alle dem geht weder über die Lage, noch über eine etwa damals erfolgte Anlegung von Qulzum etwas hervor. Sicher ist, dass die arabischen Geographen aus dem Ende des zehnten Jahrhunderts in ihrer Beschreibung der Stadt Qulzum die Stadt an der Biegung des Meeres von Qulzum, am äussersten Ende der Zunge[3] bei Suês meinen; nach Iṣṭachri (ed. Mordtm. S. 3) sind von Qulzum bis Farama vier Stationen (ebenso bei Jâqût IV. 159); nach Muqaddasi (ed. de Goeje p. 16) drei Tagereisen, und liegt (p. 196) ein Ort Namens Suês dabei; Qulzum selbst heisst dort (p. 195) eine alte Stadt. Zur Zeit Jâqût's (IV. 160) lag es schon öde und verlassen, und war der Hafenort vielmehr ein Ort nahe dabei, genannt Suês (سُوَيس). Die Ruinen von Qulzum, heute Tell Qulzum, liegen 500—600 Schritt nördlich von Suês.[4] Über die Frage, von wann an dieses Qulzum (Klysma) bestanden hat, sucht man bei diesen Geographen vergeblich Auskunft. Aus Vorstehendem ist aber sicher, dass es ein Klysma bei Suês gab. Ein Klysma neun Meilen von Hero müsste ein anderes sein. Ehe man ein solches für gesichert halten könnte, müsste zuvor bewiesen sein, dass 1. der Meilenstein ursprünglich in Hero stand, und nicht erst nachträglich dorthin verschleppt wurde und 2. dass

---

[1] Wie wenigstens Maqrizi behauptet, dass auf dem von Hadrian (sic) wiederhergestellten Kanal zwischen dem Nil und dem Meer von Qulzum die Schiffe noch zur Zeit der Erscheinung des Islâm fuhren, s. Notices et Extr. des Mss. t. VI. p. 337. 366; vergl. Lepsius Chronol. S. 355, und Mommsen röm. Gesch. V. 615.

[2] S. Weil Gesch. der Chalifen I. 120 ff., und die übrige Literatur darüber bei Lepsius S. 356.

[3] Ibn Ḥauqal (de Goej.) p. 38 f.; Iṣṭachri (de Goej.) p. 33.

[4] Z. B. Niebuhr Beschreibung von Arabien 1772, tab. XXIV; Robinson Palästina I. 76. Über die Verödung Qulzums s. auch Idrîsî bei Gildemeister in ZDPV. VIII S. 119. Nach Idrîsî hätte el-Qulzum eigentlich aus zwei Städten bestanden.

die Inschrift desselben wirklich das besagt, was NAVILLE darin findet, dass Klysma von Hero neun Meilen entfernt war.[1]

Schliesslich bemerke ich nur noch bezüglich der von NAVILLE S. 23 ff. versuchten Erklärung der Auszugsgeschichte, dass nach der Analogie aller anderen Stationsnamen Sukkoth, die erste Station nach dem Auszug, nicht wohl als Name eines Districts oder Nomos, sondern nur als Name eines Orts, verstanden werden kann, wie auch Ramses selbst als Ortsname gefasst werden muss, nicht als Bezirksname, wofür אֶרֶץ רַעְמְסֵס (Gen. 47, 11) gesagt wäre. Überhaupt ist die jetzt fast allgemein beliebte Gleichung des hieroglyphischen Thuku, Thekut mit dem hebr. Sukkoth nichts weniger als erwiesen, und vollends wenn Thuku der Profanname einer Hauptstadt des Nomos, z. B. Pithoms war, würde diese Gleichung mit Sukkoth zur Auszugsgeschichte erst recht nicht passen. Vorerst haben wir keinen Grund, das Sukkoth der Bibel anders denn als rein semitischen Namen zu verstehen. Die wenigen ganz sicheren Ortsbestimmungen, welche die Ausgrabung zu Tell el-Maskhuta erbracht hat, genügen noch lange nicht zu einer Reconstruction des in der Stationenliste verzeichneten Weges, und ist vielmehr von ferneren Ausgrabungen erst noch weiteres Material zu erwarten.

[1] Hr. TH. MOMMSEN macht mich darauf aufmerksam, dass die Inschrift auch besagen kann, dass dies der neunte Meilenstein auf dem Wege von Hero nach Klysma war.

# Mittheilungen über Handschriften des Libanios.

Von Prof. RICHARD FOERSTER
in Kiel.

Das Material zu den folgenden Mittheilungen habe ich zum grösseren Theile auf einer im Jahre 1880 mit Unterstützung der Königl. Preussischen Akademie der Wissenschaften nach England, Frankreich und Spanien unternommenen Reise gesammelt.

## I. Verschollene und wiedergefundene Handschriften.

1. Der Codex, welcher einst der Bibliothek von S. Pietro in Perugia gehört hatte, 1810 in die dortige biblioteca comunale übergegangen, später aber aus derselben verschwunden und daher im Jahre 1869 vergeblich von mir gesucht worden war, wird von Vermiglioli im Handschriftlichen Katalog der biblioteca comunale p. 996 folgendermaassen beschrieben: *Cod. n. XXVII della Classe IV* Λιβανιου σοφιστου επιστολαι. *Comincia* Κλεάρχῳ· εμελλον γραφων. *Sono tutte in numero di CCXLVIII. In ultimo al Mss. si legge* τῳ καιῳ θεω χρισ . . *Codice di ottima mano, assai ben conservato in foglio del secolo XV.* Meine erste Vermuthung[1] war, dass der Codex in den Besitz von Libri gelangt, mithin mit dem Codex Libri 274 der Sammlung des Lord ASHBURNHAM identisch sei. Diese Vermuthung schien mir an Wahrscheinlichkeit zu gewinnen, als ich in ZANGEMEISTERS Bericht über die englischen Bibliotheken[2] die Angabe fand, dass sich unter den Libri-Ashburnhamschen Handschriften wirklich mehrere mit der Aufschrift: *'Est Sancti Petri de Perusio'* befänden.[3] Indessen ist sie doch fehl gegangen. Ich fand vielmehr die Handschrift wieder im Cod. Burn. 88 des British Museum, einem codex chart. in klein Folio aus dem Ende des 15. Jahrhunderts mit der Aufschrift (fol. 1) Λιβανίου

[1] Vergl. F. Z. (= FRANCESCO ZAMBECCARI und die Briefe des Libanios, Stuttgart 1878) S. 140.

[2] Berichte der Wiener Akademie 84, 559.

[3] Über die wahre Beschaffenheit dieser Aufschrift siehe jetzt DELISLE, Notices et Extr. des manuscr. XXXI, 1 (1884) p. 168 und 354 ff.

σοφιστοῦ ἐπιστολαὶ und der eigenthümlichen Unterschrift (fol. 124[b]) τέλος τῷ καλῷ θεῷ χάρις. Letztere ist von Vermiglioli etwas verlesen worden. Der erste Brief ist Κλεάρχῳ· ἔμελλον γράφων. Auch Vermigliolis Zählung der Briefe ist nicht ganz genau; es sind ihrer nicht 248, sondern 259. Der Codex gehört zur Classe der Lekapenos-Handschriften, über welche ich in dem Programm de Libanii libris manuscriptis Upsaliensibus et Lincopiensibus, Rostochii 1877 p. 8 sq. gehandelt habe. Wie die Sammlung von Charles Burney († 1817) überhaupt durch viele Handschriften aus Italien bereichert worden ist, so stammen speciell aus der Bibliothek von S. Pietro in Perugia ein Codex der attischen Redner (Nr. 96 mit der Aufschrift auf fol. 203: *Est monasterii sancti Petri de Perusio*[1]) und ein Codex der Rhetorik ad Herennium (Nr. 164).

Und die bald darauf erfolgte Untersuchung des Codex Ashburnham beseitigte die frühere Vermuthung endgültig. Diese Untersuchung hat, da der Lord während meines Aufenthaltes in England abwesend war, E. Mounde Thompson mit grosser Liberalität im British Museum, wohin die Handschrift nachträglich vom Lord geschickt worden war, vorgenommen.[2] Es ist dies zwar auch ein codex chartaceus saec. XV, aber in Quart, enthält nur 150 Briefe[3] auf 74 Blättern und entbehrt der Subscription. Der Pappeinband, welcher der Originalband zu sein scheint, trägt auf der Aussenseite die Aufschrift: EPISTOLE LIVANII. 150, im Innern: [c]hartaceus sec. XIV [Li]banii Epistolae graecae und eine ältere Signatur G. n°. 2.

Auf eine andere Provenienz dieses Codex Ashb. wurde ich geführt, als mir das Verzeichniss der Handschriften, welche Pier Filippo Pandolfini (im Jahre 1483 decemvir zu Florenz) besessen hatte, in dem Catalogo della libreria Pandolfini, Firenze 1884 zu Gesicht kam ziemlich zugleich mit der Notiz, dass diese Sammlung Pandolfini durch Kauf zu Anfang dieses Jahrhunderts in den Besitz des Marchese Pucci in Florenz übergegangen sei.[4] Denn in jenem von Francesco, dem Sohne des Pier Filippo Pandolfini, verfassten Verzeichniss findet sich unter Nr. 306 (p. 50) ein Codex folgendermaassen beschrieben: *Oratio Plutarci de curiositate (Oratio eiusdem quomodo quis amicum ab adulatore cognoscat) Epistolae Libanii. in pen.* (d. i. penna), *cov. pec.* (d. i. coverto

---

[1] Vergl. Omont, Bibl. de l'école des chartes XLV (1884), 330.

[2] Jetzt befindet sich die Handschrift mit den übrigen von der italienischen Regierung gekauften Handschriften der Sammlung Ashburnham in der Laurenziana.

[3] Er ist aus Cod. Marc. gr. 441, wohl als derselbe noch in Bessarions Besitz war, abgeschrieben.

[4] Fr. Roediger im Centralblatt für Bibliothekswesen I, 162. Hoffentlich zögert dieser nicht die betr. Urkunde zu veröffentlichen.

di pecora), und aus Libris Bericht über seine Handschriftensammlung[1] wusste ich, dass die Sammlung Pucci im Jahre 1843 in seinen Besitz übergegangen sei. Indessen erwies sich auch diese Vermuthung bald als trügerisch. Der Codex Ashb. hat keinen Leder-, sondern einen Papp-Band, welcher, wie gesagt, der Original-Band zu sein scheint, und enthält nichts von Plutarch, ohne dass irgend etwas auf eine Beraubung des Inhalts hinweist. Jeder Gedanke an die Identität beider Codices aber musste schwinden angesichts der mir von meinem Freunde Pio Rajna mitgetheilten Thatsache, dass das Verzeichniss der bibliotheca Pucciana[2] weder Plutarch noch Libanios aufweist. Jener Codex Pandolfini ist mithin überhaupt nicht in die Sammlung Pucci übergegangen. Vielmehr — das ist das Resultat meiner jüngsten Nachforschung — in die bibliotheca Riccardiana zu Florenz. Denn es kann keinem Zweifel unterliegen, dass er mit dem cod. Riccard. 86 identisch ist, einem cod. chart. in 8° saec. XV der auf dem Einband die Aufschrift trägt: *Plutarchus opuscula duo*, in Wahrheit enthält fol. 1—59 περὶ τοῦ πῶς ἄν τις διακρίνειε τὸν κόλακα τοῦ φίλου, fol. 60—78 περὶ πολυπραγμοσύνης, fol. 81 bis 119 (Schluss) λιβανίου σοφιστοῦ ἐπιστολαί. fol. 79 und 80 sind leer. Der Codex ist zwischen 1756 und 1810 in die Bibliothek gekommen. Denn im Catalogus codicum Mss. bibl. Riccard. von Lami, Liburni 1756, welcher den Stamm der Bibliothek, die Sammlung des Riccardo Romolo Riccardi, des Schülers des Pietro Vettori, enthält, fehlt er; in dem Inventario e Stima della Libreria Riccardi, Firenze 1810 aber ist er bereits verzeichnet. Auf welchem Wege, ob mit der Sammlung des Gabriele Riccardi oder mit der des Marchese Vincenzo Caponi,[3] er in die Bibliothek gelangt ist, vermag ich nicht zu sagen. In Bezug auf Libanios gehört er zu der Classe derer, welche eine Auswahl aus der Lekapenos-Sammlung bieten. Vergl. de Liban. libr. manuscr. Upsal. p. 13.

Zu guter Letzt ist es mir aber doch geglückt, den verschollenen Codex, mit welchem der von Libri-Ashburnham identisch ist, nachzuweisen. Libri bezeugt nämlich an der angeführten Stelle der Réponse, dass er auch die Sammlung des Marchese Gianfilippi in Verona, in welche mehrere Handschriften von Saibanti übergegangen seien, erworben habe. Nun weist zwar das bekannte Verzeichniss der griechischen Handschriften des Giovanni Saibanti von Verona, welches Maffei in seiner Verona illustrata, parte terza col. 242—244, Verona 1732

---

[1] Réponse de M. Libri au rapport de M. Boucly, Paris 1848 p. 87.

[2] Bisher nur handschriftlich erhalten. S. Narducci in den Atti della Reale Accademia dei Lincei ser. IV Rendiconti 1884 p. 35.

[3] S. Lamis Dedicationsvorrede zu Meursii Opp. I p. 9.

veröffentlicht hat, keinen Libanios auf, aber dasselbe hat sich mir als unvollständig ergeben, nachdem ich durch Soranjo's Güte eine Abschrift der 'Libri Graeci' aus dem meines Wissens in Deutschland überhaupt nicht, wohl aber auf der Marciana zu Venedig befindlichen Indice delli libri, che si ritrovano nella Raccolta del Nob. Sigr. Giulio Saibanti, Patrizio Veronese, Verona 1734 in 8 p. 217—219 erhalten habe. Jenes enthält 80, dieses 99 Nummern. Saibanti hatte offenbar, nachdem Maffei sein erst viele Jahre nachher in der Verona illustrata mitgetheiltes Verzeichniss verfertigt hatte,[1] noch eine Anzahl Handschriften erworben. Und zu diesen wird der auf p. 218 des Indice verzeichnete Codex *Libani Sophistae Epistolae, 4* (d. h. in Quart) gehört haben. Zwar macht die leider durchweg sehr kurze Beschreibung nur über das Format eine Aussage; aber auch durch das, was sie verschweigt, lässt sie wenigstens in Einem Punkte einen Schluss zu. Der Codex war ein chartaceus. Andernfalls wäre nach dem stehenden Brauche dieses Indice »*membran.*« resp. »*membr.*« hinzugefügt. Von den 99 Codices des Indice lassen sich noch 15 in der Sammlung Libri-Ashburnham nachweisen; nämlich:

Argumenta et quaestiones in Aristotelis de generat. et corrupt. Nicolai Cursola. 4 = L. 184.

Constantini Tactica navonachia. 4. resp. Tactica et Naumachia Constantini Imperatoris. 4 = L. 1644.[2]

Euclidis Elementa. 4 = L. 236.

Lexicon et interpretatio nominum. f. = L. 1439 (?).

Orphaei Argonautica. 4 = L. 1443.

Phornutus de natura Deorum. 4 = L. 187.

Synesius de Somniis. 4 = L. 1639.

Plutarchi de animae generatione. 4 = L. 1441.

Vita Alexandrini Magni de Graeco vulgari. 4 = L. 1444.

Calimachi Himni. 4 = L. 1440.

Zenobii Epitome Proverbiorum. 4 = L. 1442.

Epistolae Theodori tum Heschinis Rhetoris contra Ctesiphontem oratio cum Exiodo Theognonia. Item Somnium Scipionis per Maximum Planudem. Item Theodorus Gaza de mensibus. 4 = L. 1640 + 1641 + 1642.

---

[1] Er selbst sagt darüber: *darò il catalogo de' Greci, che ci si trovano in numero di 80, riferendogli secondo i numeri, con cui gli feci contrasegnare gran tempo fa, benchè nati in parte dal tempo e dalla succession de gli acquisti* (Verona illustrata l. l. col. 242). Übrigens war der Begründer der Sammlung Giovanni S. bereits todt, als Maffei dies schrieb. Giulio ist jedenfalls sein Sohn.

[2] Der eine von beiden Codices ist = Bodl. Misc. 253. In die Bodleiana sind 45 codd. Saibantiani, nämlich Misc. 218—262 (Auct. T. 3. 1—4. 24), gelangt. Die Notiz von Schenkl (Auson. praef. p. XXIV), dass saibantische Handschriften auch in's British Museum gekommen seien, muss, wie mir Hr. Edward Scott nach Einsicht der Register mittheilt, auf einem Irrthum beruhen.

Was die alte Signatur des Codex Ashburnham G. n° 2 bedeutet, ob etwa Gianfilippi oder Graeci n° 2, muss ich unentschieden lassen.

2. Dass der Codex der Briefe des Libanios, welchen einst der Erzbischof von Montpellier Guillaume Pellicier besass (Montfaucon bibl. Mst. II p. 1200 B), in dem Codex Phillipsianus zu Cheltenham Nr. 3087 zu suchen sei, dafür verweise ich auf meine Ausführungen im Rhein. Museum 40, 453 ff.

3. Ebenso ist aus der Zahl der verschollenen Handschriften (F. Z. S. 139 ff.) zu streichen der codex Georgii Wheleri, canonici Dunelmensis, *Libanii epistolae et declamationes graece in 4*, welchen der Catalogus codicum Angliae et Hiberniae T. II Nr. 9114. 43 aufführt.[1] Er ist identisch mit dem Codex 25 des Lincoln College zu Oxford, welchem Wheler seine Handschriften vermachte. Vergl. Coxe, Catalogus codicum qui in collegiis et aulis adservantur I.

4. Erhalten ist ferner eine Handschrift von Briefen und μελέται des Libanios, welche wenigstens zeitweise in England gewesen ist. Ich meine die Handschrift, welche von Prof. Carlyle im Jahre 1800 aus dem Kloster S. Saba bei Jerusalem mit nach England genommen,[2] nach seinem Tode von Manners Sutton, Erzbischof von Canterbury, für die Bibliothek im Lambeth Palace zu London gekauft,[3] 1816 jedoch vom Patriarchen von Jerusalem reclamirt und im folgenden Jahre ihm zurückgesandt worden war.[4] Der ausführliche Bericht Burney's über diese Handschrift, welcher von Todd in den Transactions of the Royal Society of Literature of the United Kingdom vol. I part. 1, London 1827 mitgetheilt worden war (noch etwas ausführlicher im Cod. Burn. 513 und in einer Handschrift des Lambeth Palace[5] erhalten), veranlasste mich bereits im Fr. Z. S. 139 die Vermuthung zu äussern, dass diese Handschrift mit derjenigen identisch sei, welche Coxe auf seiner Orientreise im Jahre 1857 in der Bibliothek des h. Grabes zu Jerusalem gesehen und in dem Report to Her Majesty's Government on the greek Mss. yet remaining in Libraries of the Le-

[1] Er gehörte vielleicht zu den Handschriften, welche Wheler 1675 in Athen kaufte (W., voyage de Dalmatie, de Grèce et du Levant, Amsterdam 1689 p. 46).

[2] Vergl. F. Z. S. 139.

[3] (Henry John Todd) Catalogue of the archiepiscopal manuscripts in the library of Lambeth Palace, London 1812, p. 262 Nr. 1206.

[4] Eine Notiz, welche Madden in das dem British Museum gehörige Exemplar des in der vorigen Anmerkung citirten Catalogue zu Nr. 1206 eingetragen hat: »*This Ms. was also returned to the Patriarch of Jerusalem in 1817. It came from the Convent of Mar Saba near Jerusalem*« beruht auf dem von Todd verfassten, von mir im Lambeth Palace excerpirten Account of Greek Manuscripts chiefly biblical which had been in the possession of the Late Prof. Carlyle the greater part of which are now deposited in the archiepiscopal library at Lambeth Palace, London p. 57 und 68 ff.

[5] Vergl. den in der vorigen Anmerkung citirten Account p. 57 note b.

vant. London 1858 p. 52 unter Nr. 80 folgendermaassen beschrieben hat: *Collectio ex Libanio, Demosthene, Hermogene et aliis; chart. in 4° sec. XV carefully written but not unworthy of notice*, und die sehr sorgfältige Beschreibung der letzteren Handschrift, welche ich der Güte des Archidiakonos und Scholarchen Photios Alexandrides in Jerusalem, jetzt in Lesbos, verdanke, hat jeden Zweifel beseitigt.

Nach einer Mittheilung desselben Gelehrten, mit welcher eine mir früher von dem Archimandriten Myriantheus gewordene übereinstimmt, besitzt die Bibliothek des h. Grabes zu Jerusalem nur noch eine Handschrift des Libanios. Es ist dies eine Papierhandschrift in folio, deren erste [illegible] Blätter [illegible] [illegible] des L. enthalten, während auf den beiden letzten Fragmente einer logischen Schrift und [illegible] stehen. Danach wird, wenn Coxe a. a. O. unter Nr. [illegible] eine zweite Libanioshandschrift dieser Bibliothek mit den Worten beschreibt *Libanii epistolae gr. chart. in fol. sec. XV*, in dem *epistolae* ein Versehen stecken.[2]

5. Auch der Codex S. Marci Florentinus, aus welchem Wolf nach Rostgaard's Apparat Lesarten zu mehreren Briefen des L. angeführt hat, ist, nachdem ich im Jahre [illegible] vergeblich nach ihm gesucht hatte, wieder zu Tage gekommen. Es ist dies Nr. [illegible] unter den Handschriften von S. Marco in der Laurenziana, ein chart. saec. XV aus [illegible] Quartblättern bestehend, welcher auf fol. [illegible] die Erotemata des Manuel Chrysoloras, auf fol. [illegible] eine Auswahl von [illegible] Briefen des L. und zwar dieselbe Auswahl aus der Lekapenos-Sammlung, welche Matrit. N. [illegible] und Mon. gr. [illegible] bieten,[3] auf fol. [illegible] die drei Declamationen des L. [illegible] (R. IV [illegible]), auf fol. [illegible] noch sieben Briefe des L., welche ebenfalls im genannten Matritensis stehen, auf fol. [illegible] endlich vierzehn Briefe des Krates und sechs Briefe des Platon enthält.[4] Wolf hat sich durch flüchtige Benützung von Rostgaard's Apparat ihm gegenüber eines doppelten Versehens schuldig gemacht. Einmal hat er ihn in der Praefatio ad lectorem p. [illegible] *codex Venetus in 4to, S. Marci ii. 5 — [illegible]* (XIV) nach Venedig versetzt, obwohl der Rostgaard, wie ich nach erneuter Einsicht des Apparates versichern

[1] [illegible]

[2] [illegible]

[3] Vergl. [illegible]

[4] [illegible]

[5] [illegible]

kann, steht: *Cod. Marci Florentin. F. 7 in 4° in charta manu recenti qui continet epistolas 114.* Sodann hat er ihn (in der Note zu ep. 383) zum Codex Marcianus 25 gestempelt, indem er ihn mit dem Codex der Marciana in Venedig, welcher einst die Nummer 25 (heut 442) trug, verwechselte: obwohl auch hier bei Rostgaard dieser Codex als *Cod. D. Marci 25* deutlich von jenem geschieden ist.

6. Andreas Schott besass unter anderen auch zwei Handschriften mit Briefen des Libanios. Von diesen schickte er diejenige, auf welche er zuerst aufmerksam wurde, an den Herausgeber der Declamationen und Reden des L., Fed. Morel in Paris, damit er aus ihr auch die Briefe edire. Da dieser aber nicht dazu kam — nur Einen Brief, Οἱ λέγοντές με πλεῖστον = ep. 123 W., hat er aus dieser Handschrift in der Praefatio ad lectorem der Gesammtausgabe der Declamationes, Paris 1606 bekannt gemacht —, forderte er sie zurück und schickte sie zu gleichem Zwecke im Januar 1617 an Joannes Meursius.[6] Erst mehrere Jahre später, 1623, stiess er auf die zweite Handschrift, welche sich schon geraume Zeit in seinem Besitze befand, da er sie mit noch fünfundvierzig Handschriften von seinem ehemaligen, am 4. März 1612 verstorbenen Zöglinge Pierre Pantin geerbt hatte.[7] Und im Juni des folgenden Jahres 1624 sandte er auch diese an Meursius (Meurs. ep. 540 p. 392 und 564 p. 418). Aber auch Meursius ist nicht zur Herausgabe gekommen.

Was aber ist aus den beiden Handschriften geworden?

Die erstere von beiden (= A) glaube ich mit Bestimmtheit in einer Handschrift der Gräflich Braheschen Bibliothek des Schlosses Skokloster am Mälar-See, die zweite (= B) zum Theil in einer Handschrift des Gymnasiums zu Linköping, zum Theil im cod. Par. Suppl. gr. 205 wiedergefunden zu haben.

Die Kennzeichen von A ergeben sich aus folgenden Äusserungen Schott's in seinen Briefen an Meursius:

ep. 365 p. 266 *Amabo habes vidistine in Palatina*[8] *Epistolas prope CCC Libanii Sophistae praeter eas quas in uno corpore Aldus olim coniunxit*

[6] Vergl. die Briefe Schott's an Meursius in Meursii opp. vol. XI ep. 391 p. 286 und ep. 386 p. 274.

[7] Vergl. die Aufschrift im Cod. Bruxell. gr. 90 bei Omont, catalogue des manuscr. grecs de Bruxelles, Band 1885, p. 28 des Separatabdrucks aus der Revue de l'Instr. Publ. en Belg. t. XXVIII. Ein Verzeichniss seiner Handschriften legte Pantin seinem Briefe an Meursius vom 27. Febr. 1611 bei (Meurs. opp. XI. 656 sq. Fabricius bibl. gr. XII. 311 sq.). Das Exemplar, welches Schott später an Meursius schickte (ep. 312 p. 223 a. d. VI. Kal. Jun. 1613 vergl. ep. 314 p. 225) ist verschollen.

[8] Schott hatte vielleicht durch Sylburg's Index von den Libanii epistolae 289 resp. 291 der codd. Pal. gr. 82 resp. 149 gehört.

Epistolas Libanii [illegible] dissimulat [illegible].

[illegible] Libanii Epistolas [illegible] mit

[illegible] Epistolarum [illegible].

Die Bezeichnung dieser und einiger weiteren hier anzuführenden Äusserungen [illegible] wird, denke ich, ohne weiteres mir die Zustimmung zu der Behauptung verschaffen, dass die Aufschrift, welche sich auf dem ersten Blatte des Codex von Skokloster findet, von keinem anderen als Meursius herrührt. Ich gebe dieselbe so wie sie Hr. Prof. [illegible] bei der im Jahre [illegible] für mich mit dankenswürdigster Liberalität vorgenommenen Untersuchung des Codex abgeschrieben hat, von einigen Vermuthungen und Erläuterungen begleitet, hier wieder.

*Libanii Epistolae [illegible].*

[illegible] Basilii M. [illegible] folgt ein unleserliches Wort [illegible]

---

[illegible] dasselbe mit ähnlichen Worten.

[illegible]

[illegible] Joannes [illegible] Rhae[illegible], welcher allerdings ein guter Deutscher war, aber in Krakau Libanii [illegible] declamationes epistolae [illegible] die [illegible] Libaniosorreie [illegible]

[illegible] in [illegible] Saragossa.

[illegible]

[illegible] Briefe an Meursius [illegible] Nonis Sept. [illegible] Declamationibus [illegible]

[illegible] Meursius [illegible] Basilio [illegible]

[illegible] Epistolae [illegible] magnam partem [illegible] Aurel. Allobr. [illegible]

*Ferrarensi Editione declamationum eius in 4 ante annos prope centum edita:*[1] *habet a me Morellus. Eam vitam his subiungi vel promitti*[2] *optem, sive Epistola est, sive μελέτη. Ei*[3] *has Epistolas istu (?) late (?) aspicere opto vel tatu Graece. Interpres mox minime deerit, qui*[4] *disertus καὶ Ἀττικώτατος est scriptor. Utinam et aliud suppetat aliunde exemplar, unde duae pagellae hic desideratae suppleantur; forte Morellus habet hiatum expletum; sin secus, si haberi nequeat, haec prodeat bono publico.* »Darauf folgen noch 6 Zeilen, aber dieselben sind so stark durchstrichen, dass kein Buchstabe mehr zu lesen ist.«

Zugleich ergibt sich aus den angeführten Stellen der Briefe Schott's in Übereinstimmung mit der Bemerkung über die editio Ferrariensis vom Jahre 1517, dass die vorstehende Niederschrift Schott's spätestens im Jahre 1616 gemacht ist.

Was die Handschrift von Skokloster selbst betrifft, so trägt sie alle erforderlichen Kennzeichen: sie ist in Quart, ist saec. XIV (also verhältnissmässig alt) und enthält auf 117 Blättern ungefähr CCC, genau gerechnet 278[5] Briefe; die Blätter haben am inneren Rande vielfach gelitten und sich vom Einbande gelöst. Die ersten drei Blätter, enthaltend die sechs ersten Briefe nebst dem Anfange des siebenten (= 407 W.), waren schon in alter Zeit verloren; denn auf dem jetzigen ersten, ehemals vierten Blatte haben erst »Monasterium Angelorum« und später »Piteus[6] Candidus« ihre Namen als Besitzer eingeschrieben. Um diese Lücke einigermaassen auszufüllen, hat eine jüngere Hand vier Blätter hinzugefügt, die mit dem Codex zusammengebunden worden sind. Das erste enthält die obige Niederschrift, das zweite ist rein, das dritte und vierte enthält die Briefe 379, 378, 285 und einen Theil von 377 W.

Wie die Handschrift in die Brahe'sche Bibliothek gekommen ist, vermag ich nicht zu sagen. Doch ist sie höchst wahrscheinlich mit

---

[1] Ferrara 1517. Durch einen glücklichen Zufall bin ich in den Besitz dieses einst Schott, nachmals Reiske gehörigen Exemplars der editio princeps des L. gelangt.

[2] *praemitti.* Vergl. Schott's ep. 506: *Optarem cum Heriberto nostro accederet de Vita a Libanio ipso fuseque conscripta. Juvaret nos ad Basilii M. loca illustranda* etc. und ep. 540.

[3] *Et has Epistolas nunc (?) lucem aspicere opto vel tantum graece?* Vergl. Schott's ep. 375 p. 273: *Libanii Epistolas prope CCC ἀνεκδότους vellem vel graece exirent istic nec deerit interpres Latinus, adeo sunt eruditae,* und ep. 386 p. 274 *(IV Kal. Febr. 1617): si lucem, ut rogo, per te adspicient, interpres non deerit ob elegantiam styli sermonisque Attici etc.*

[4] *quia?*

[5] Es ist im Wesentlichen derselbe Bestand, wie im Codex Benzel. A, über welchen ich de Lib. libr. Upsal. p. 17 gehandelt habe.

[6] Wohl *Petrus.* Hinter *Candidus* ist nachmals der Zusatz »*qui vertit Appianum*« gemacht.

derjenigen identisch, welche Joh. Heinr. Boecler in der Bibliothek der Königin von Schweden fand, als er von 1649—52 in deren Diensten stand. Denn er bezeugt in seinen 1659 an der Universität zu Strassburg gehaltenen Vorlesungen:[15] *Inveni in Bibliotheca Reginae Sueciae CCC epistolas eiusdem* (Libanii) *ineditas.* Dass Handschriften des Meursius in die Bibliothek der Königin von Schweden gekommen sind, ist ebenso sicher, wie dass die Handschrift nicht mit der bibliotheca Reginensis nach Rom übergeführt worden ist. Dagegen bleibt unsicher, ob sie zu denjenigen gehörte, welche bereits bei Lebzeiten des Meursius († 20. September 1639) in den Besitz des dänischen Senators Georg Seefeld[16] und aus diesem nach Stockholm gelangten.

Die zweite Handschrift (= B), welche nach einer Vermuthung Schott's,[17] wie die übrigen Handschriften Pantin's, aus der in Italien zusammengebrachten Sammlung des Cardinal Granvella stammte, hatte nach dem von Pantin an Meursius gesandten 'Catalogus' folgenden Gesammtinhalt:

*Codex 5. Epistolae Libanii Rhetoris Sophistae.*
*Epistolarum halieuticarum Alciphronis Rhetoris libri duo, pag. 213 et 232.*
*Epistolae Theanus, pag. 243.*
*Epistolae Chionis, 245.*
*Epistolae Anacharsidis, 262.*
*Epistolae Apollonii, 265.*
*Epistolae Michaelis Apostolii, 269.*
*Epistolae Croni et Demosthenis, 301. Sunt Luciani.*
*Epistolae pars Demosthenis ad Athenienses, qua conqueritur se ab altari, ad quod confugerat, ab ipsis abstractum et Philippo traditum fuisse fol.*[1]

Als Schott aber 1624 die Briefe des Lib. an Meursius sandte, trennte er dieselben vom übrigen Codex ab, wie sich aus den Worten seines Begleitbriefes (ep. 564 p. 418 *Nemesium MS. quoque fasciculo adieci scriptis Epistolis Libanii, quas typothetes sequatur*) entnehmen lässt.

---

[1] J. H. Boecleri Secula IV a Christo nato priora, quibus chronologia, res Romanae, Externae, Ecclesiasticae et Literariae istorum temporum, prout in lectionibus privatis tam ex libello B. Authoris memoriali quam discursu ab Auditoribus A. MDCLIX exceptae fuere exhibentur, Sedini 1699 p. 381. Vergl. F. Z. S. 144.

[2] Vergl. den Brief von Rave an Meursius III Non. April. 1639 (Meursii opp. XI p. 637 ep. 780) und die Note Gramms ebenda p. 629 ep. 772.

[3] Meurs. opp. XI ep. 312 (VI Kal. Jun. 1613) p. 223: *Suspicor fuisse quondam ab Ant. Card. Granvellano in Italia collectos libros, sed turbante Belgio belloque, ut fit, civili dispersos, veluti Sibyllae folia vento dissipata, et quia Graeca legunt perpauci, divenditos parvo opinor.*

[4] Fabric. bibl. gr. XII, 311.

Und so sind die beiden Bestandtheile des Codex seitdem getrennt geblieben. Zwar könnte jemand das Gegentheil schliessen aus dem Verzeichniss der codices graeci Manuscripti apud Andream Schottum S. J. Antverp., welches Sweert im Anhange seiner Athenae Belgicae, auf Blatt Nnn 2, Antwerpen 1628, also nach 1624 veröffentlichte. Denn hier findet sich *Libanii Sophistae* noch unmittelbar vor *Alciphronis Rhetoris Halieuticae libri duo. Theanus. Glyconis. Apollonii Tyanei. Anacharsidis. Demosthenis et Cronisolonis. Demosthenis pars epistolae ad Athenienses qua refert ab altari se ad Philippum raptum fuisse. Euripidis. Cratetis. Diogenis. Aeschinis Rhetoris. Heracliti Ephesii et Michaelis Apostolii. Epistolae Bruti et Phalaridis.* Aber dies Verzeichniss ist nicht sowohl eine Beschreibung der einzelnen Handschriften, als eine systematisch geordnete Aufzählung der handschriftlich bei Schott vorhandenen Autoren und konnte, selbst wenn es, was durchaus nicht erwiesen, erst nach 1624 angefertigt sein sollte, den Libanios, da er nur verschickt war, mit aufnehmen.

Der bei Schott zurückgebliebene Torso kam nach dessen Tode († 23. Januar 1629) mit seinen übrigen Handschriften in die Bibliothek der Jesuiten zu Antwerpen und aus dieser 1796 in die National-Bibliothek zu Paris, in welcher er auch nach dem Jahre 1815 als Suppl. gr. 205 verblieben ist.

Einen Ersatz aber für den am Anfange erlittenen Verlust gewann dieser Torso, vermuthlich in der Jesuiten-Bibliothek, durch theilweise Einfügung einer ebenfalls Pantin'schen Epistolographen-Handschrift. Es ist dies die Handschrift Nr. 15 in dem 'Catalogus' Pantin's bei Fabricius a. a. O. p. 313: *Aeliani varia Historia, 1. Georgius Gemistus ad defensiones pro Aristotele a Georg. Scholario allatas f. 35. Epistolae Euripidis, 65. Epistolae Hippocratis f. 68. Epistolae Heracliti Ephesii, 80. Epistolae Diogenis Cynici, 85. Epistolae Cratetis, 92. Epistolae Aeschinis Rhetoris, 94. Plethon de Deorum generatione, 103. Diversorum de Nilo incremento, 130.* Aus diesem Codex nämlich wurden die Blätter 65 bis 95, enthaltend die Epistolographen von Euripides bis Aeschines, hinter pag. 268 jenes Torso eingeschoben. Dieser Sachverhalt ergiebt sich aus der folgenden Beschreibung des Codex Par. Suppl. gr. 205, eines chart. in folio saec. XV.

Auf fol. 1 steht jetzt folgender Index:

*Epistolae Graecorum editae ab Aldo Manutio, et Lugduni.*

1. *Alciphronis Rhetoris, epist. piscatoriae (pag. 213).*
2. *Theanus Epistolae tres pag. 243.*
3. *Chionis epistolae pag. 247.*
4. *Apollonii Tyanei Epistolae pag. 265.*
5. *Euripidis Epistolae pag. 65.*

6. *Hippocratis Epist. pag. 68.*
7. *Heracliti Epist. pag. 80b.*
8. *Diogenis Cynici Epist. pag. 86.*
9. *Cratetis Epistolae pag. 92.*
10. *Aeschinis Rhetoris pag. 94.*

*Luciani Epistolae Saturnales pag. 301.*

*Eiusdem Electrum sive Cygnus pag. 308.*

*Michaelis Apostolii Byzantii Epistolae nondum typis editae pag. 269.*

Zu der folgenden Beschreibung bemerke ich, dass die Zahlen der 'fol.' die Blätter des jetzigen Codex, die in Klammern beigefügten Zahlen der paginae resp. Blätter, welche älter sind, den ehemaligen Bestand des Codex anzeigen.

fol. 2 ist leer;
fol. 3 (pag. 213) ἀλκίφρονος ῥήτορος ἐπιστολαὶ ἁλιευτικαί
fol. 17 (pag. 241) μέλισσα κλεαρέτα χαίρειν
fol. $17^b$ (pag. 242) μυῖα φύλλιδι χαίρειν
fol. 18 (pag. 243) ἐπιστολαὶ θεανοῦς
fol. 20 (pag. 247) ἐπιστολαὶ τοῦ χίωνος
fol. $27^b$ (pag. 262) ἐπιστολαὶ ἀναχάρσιδος
fol. 29 (pag. 265) ἐπιστολαὶ ἀπολλωνίου. Diese endigen fol. $30^b$ (pag. 268) mit καταλίπωσι μὴ δὲ ἀρετὴν ἀσπασαμένω [= Schluss von ep. 25 Hercher]: τέλος τῶν ἀπολλωνίου ἐπιστολῶν.

Mit fol. 31 fängt eine neue Lage an, von der Hand des Michael Apostolios geschrieben, enthaltend:

fol. 31 (65)[1] ἐπιστολαὶ εὐριπίδου
fol. 34 (68) ἱπποκράτους ἐπιστολαὶ
fol. 35 (69) ἀρταξέρξης
fol. $46^b$ ($80^b$) ἐπιστολαὶ ἡρακλείτου τοῦ ἐφεσίου
fol. $51^b$ ($85^b$) ἐπιστολαὶ τοῦ κυνικοῦ διογένους
fol. 58 (92) ἐπιστολαὶ κράτητος
fol. 60 (94) ἐπιστολαὶ αἰσχίνου τοῦ ῥήτορος. Diese endigen fol. 61 (95) mit τοῦ ὅμοια παθεῖν ἐκείνοις γεγονέναι: ∾ [= Schluss von ep. 3 Hercher] dahinter steht μιχαῆλος ἀποστόλης βυζάντιος ἐξέγραψε: ∾ Nachträglich ist eine Stelle aus dem Epitaphios des Lib. hinzugefügt; fol. $61^b$ und 62 sind erst später beschrieben worden; fol. 62 (96) und 63 (97) sind leer geblieben.

Darauf folgt, wenn auch dem Anschein nach von anderer Hand geschrieben, eine Fortsetzung der ersten Lage, also ein Bestandtheil des »Torso«, beginnend mit

[1] Die in Klammern beigefügten Zahlen dieser Lage, welche von einer anderen Hand geschrieben sind, als die Pagina-Zahlen der ersten und dritten Lage, bezeichnen nicht Paginae, sondern Folia.

fol. 64 (301) ἐγὼ Κρόνῳ χαίρειν [= Lucian ep. 1] mit der rubrirten Überschrift ἐπιστολῶν κρονικῶν, hinter welcher der Zahl-Buchstabe nicht mehr zu erkennen ist,

fol. 67 (307) λουκιανὸς νιγρίνῳ εὖ πράττειν [= Einführungsepistel zum Nigrinos]

fol. 67ᵇ (308) περὶ τοῦ ἠλέκτρου ἢ τῶν κύκνων [= III, 132—134 Jac.]

fol. 68ᵇ τὰ πρὸς κρόνον [= III, 301—307 Jac.]

fol. 70ᵇ (314) ἐξήτησεν ὁ φίλιππος τὸν δημοσθένην· ὁ δὲ δημοσθένης κατέφυγεν ἐπὶ τὸν τοῦ ἐλέου βαμόν· ἀποσπασθεὶς δὲ ἐξεδόθη καὶ ἀφεθεὶς ὑπὸ τοῦ φιλίππου γράφει πρὸς ἀθηναίους ἀνελεῖν τὸν βωμόν: Inc. Καινότατα. Des. fol. 71ᵇ (316) τὸν περὶ τοῦ βωμοῦ νόμον [= Liban. IV, 253—257, 6 R.]

fol. 72 und 73 sind leer. fol. 74 (p. 269) bis 89 (299) enthalten με Briefe μιχαήλου ἀποστόλη, der erste γεμιστῷ τῷ πλήθωνι, der letzte schliessend οὐκ ἂν μεμνῆσο: Τέλος. Der Rest von fol. 89 ist leer.

Mit fol. 90 (119) fängt wieder eine neue Lage an, beginnend mit den Worten οὕτω κἀμὲ τῆς πατρίδος βραχυτέρας οὔσης ἢ ὥστε δέξασθαι φιλοτιμίαν [= Philon περὶ τοῦ πάντα σπουδαῖον εἶναι ἐλεύθερον §. 18 vol. V p. 296, 18 ed. Lips.]; schliessend mit fol. 92ᵇ (121ᵇ) μᾶλλον ἢ πυθόχρηστον ἀφίξονται τὸ ἀκολούθως τῇ φύσει ζῆν [= ib. 302, 4].[1]

Fol. 93 (pag. 302) enhält wieder Briefe des Michael Apostolios, deren letzter ist: Μιχαῆλος Ἀποστόλης Βυζάντιος τῷ καλωκαγαθῷ φοιτητῇ Ἐμμανουήλῳ τῷ ἀτραμυττινῷ· Ἐν ᾧ ποτε ὕδατι, schliessend: ἐμμανουήλου ποτὲ θείοιο λαθοίμην: ∾ und der Subscription: ἀριστόβουλος ἀποστόλου, ἐξέγραψα.

Daraus ergibt sich, dass, abgesehen von der letzten Lage (fol. 90 bis 92) der jetzige Codex sich zusammensetzt in Blatt 3—30 und 64—89 nebst 93 aus dem codex Pantini 5 fol. 107—158 und in Blatt 31—61 aus dem codex Pantini 15 fol. 65—95; desgleichen dass vermuthlich gleichzeitig mit der Vereinigung der beiden Torsen die Briefe des Michael Apostolios hinter die Lucianea und die Declamation des Lib. gekommen sind.[2]

Der Hauptbestandtheil des codex Pantini 5 aber, eben die Briefe des Lib., blieb auch nach Schott's Tode bei Meursius. Im Jahre 1637 bot er denselben dem Ger. Joh. Vossius zum Kauf um 300 Gulden für die Leidener Bibliothek an. Denn wenn er in einer Nachschrift

---

[1] Die Fortsetzung zu fol. 91ᵇ εἰ μὲν γὰρ πρὸς ἐπιθυμίαν ἐλαύνεται ἢ [= 301, 24] findet sich auf fol. 92ᵇ ὑφ' ἡδονῆς δελεάζεται. Die Vorderseite von fol. 92 enthält spätere Exerpte ex Artemidoro ὀνειροκριτικά.

[2] Dass nicht auch die epistolae Bruti et Phalaridis (= codex Pantini 27 p. 1—65) in diesem Codex gesucht werden müssen, folgt aus dem, was ich oben über das Sweert'sche Verzeichniss bemerkt habe. Sie nehmen fol. 1—65 des heutigen Codex Bruxell. gr. 89 (Omont) ein.

zum Briefe XII Oct. 1637 (ep. 758 p. 614) an diesen bemerkt: *Est hic Vir quidam doctus, penes quem sunt libri aliquot Manuscripti Graeci, quos ut Amplissimo Magistratui urbis vestrae ad ornamentum Bibliothecae illic publicae, cui praefectus filius tuus, venales obferrem a me petiit: neque ego id negare homini amicissimo potui,* so ist mir kein Zweifel, dass dieser *Vir quidam* kein anderer als er selbst ist. Denn die von ihm zum Kauf angebotenen Handschriften lassen sich fast alle als in seinem Besitz resp. Gewahrsam befindlich nachweisen.[3] Aber aus dem Kaufe ist nichts geworden. Auch diese Handschrift ist nach Schweden und zwar in den Besitz des Erik Benzel, Bischof von Linköping, und aus diesem in die Gymnasial-Bibliothek daselbst gelangt. Folgendes spricht für die Identificirung des codex Pantini mit dem Benzelianus A. Der von Meursius zum Kauf angebotene Codex enthielt ungefähr 300 Briefe;[1] er war ferner ein chartaceus in Folio. Denn er findet sich in der Reihe der Codices, an deren Schluss Meursius den Vermerk: *Et haec quidem exemplaria sunt in folio perscripta, ut loquuntur,* beziehungsweise: *Et hi quidem sunt in carta omnes scripti* macht. Alles dreies, Zahl der Briefe (298), Papier, Format trifft auf den codex Benzelianus A resp. »Meursianus[2]«, über welchen ich de Lib. libr. Upsal. p. 17 sq. gehandelt habe. Es stimmt ferner die Breite eines beschriebenen Blattes im Linköpinger und im Pariser Codex völlig überein; desgleichen die Höhe. Ersterer hat (nach Lefstedt) 29—30, letzterer (nach Jacob) 30 Zeilen auf der Seite. Auch die Schriftproben der beiden Codices ergeben eine grosse Ähnlichkeit, und mehr ist nicht zu verlangen, da in beiden Codices mehr als Eine Hand thätig gewesen ist. Aber der Linköpinger Codex enthält nur 197, nicht wie man nach der Paginazahl 213 auf dem ersten Blatte des Pariser Codex erwarten sollte, 212 Seiten! Nun wenn die Annahme, dass der Codex vielleicht bei der Abtrennung einen gewissen Verlust an Blättern erfahren habe, an sich ohne Bedenken wäre, so lässt sich dieser Verlust auch noch positiv nachweisen. Zunächst lässt sich zeigen, dass der Codex von Linköping und der von Skokloster zu einer gewissen Zeit, im 17. Jahrhundert, sich in Einer Hand beisammen fanden. Im Codex von Skokloster liegen 20 lose Seiten, welche von einer jungen Hand mit Briefen des Lib. und zwar in einer Auswahl aus den ersten 28 Briefen des Linköpinger Codex beschrieben worden sind. Ferner steht am Schlusse des Codex von Skokloster, soweit er alten

[3] Dies hier im einzelnen darzulegen würde zu weit führen.

[1] Vergl. ep. l. l.: *Libanii Epistolae plus minus trecentae, trecentis Florenis.*

[2] Der Name des Meursius findet sich allerdings jetzt nicht im Codex. Nun ist zwar der obere Rand des Codex abgeschnitten, aber Meursius scheint seinen Namen nicht eingeschrieben zu haben.

Bestandes ist, genauer am Schlusse des Briefes μοδέστω· οἱ ῥήτορες εὔνοιαν [= 221 W.] von dieser jungen Hand: *In altero exemplari hic sequitur epistola una ad Anatolium, cuius initium* Λουκιανὸς ὁ οὐ πάντα εὐτυχής. *Ecce autem tibi illam.* Darauf folgt auf einem losen Blatte dieser Brief [= 259 W.]. Wirklich steht im Linköpinger Codex dieser Brief als Nr. 293 hinter jenem. In gleicher Weise ist zu den Worten νῦν οὖν ἐπειδή με, mit welchen im Codex von Skokloster Brief 372 p 185, 1 Wolf und Blatt 43 endigt, von dieser jungen Hand bemerkt: *hunc defectum supplet alter codex* p. 19, 20. Thatsächlich steht dieser Brief im Linköpinger Codex auf p. 19 und 20 vollständig. Andererseits aber ist im Linköpinger Codex zu den Worten οὐδὲν διαφθείρας οὐκ ἐπεσπάσατο des Briefes Nr. 296 [= 377 p. 189, 11 W.] von junger Hand am Rande bemerkt: *huc usque alterum exemplar: in quo desunt quae hic deinceps sequuntur.* Thatsächlich endet dieser Brief und Blatt 3 im Codex von Skokloster mit jenen Worten οὐδὲν διαφθείρας οὐκ ἐσπάσατο, und mit Blatt 4 fängt ein neuer Brief und eine andere (die alte) Hand an; zu jenen Worten aber ist von der obigen jungen Hand bemerkt: *Desunt quae suppleri possunt ex altero exemplari* p. 200. Nun ist die Seite des Linköpinger Codex, welche diesen Brief vollständig enthält, jetzt 193. Folglich ist hierdurch schon ein Verlust von sieben Seiten constatirt. Zugleich ergibt sich, dass die junge Hand im Linköpinger Codex dieselbe ist wie die junge Hand des Codex von Skokloster, und wenn Lefstedt von der letzteren schreibt: »Ich bin fast sicher dieselbe schon vorher in einem Libanius-Codex gesehen zu haben, aber ob in Upsala oder Linköping, weiss ich nicht«, so kann es jetzt keinem Zweifel unterliegen, dass es der von ihm früher für mich untersuchte Codex von Linköping war, der ihm vorschwebte. Wahrscheinlich ist Meursius selbst der Schreiber, und stammen die Bemerkungen und Ergänzungen aus der Zeit, als er beide Codices von Schott bei sich hatte und an eine Ausgabe der Briefe des Lib. dachte.

Hieran schliesse ich einige Bemerkungen über einen verschollenen Codex des Lib., an dessen Wiederauffindung besonders für Hypereides bis in die neuste Zeit grosse Hoffnungen geknüpft worden sind, indem es mir zwar nicht gelungen ist den Codex wieder aufzufinden, ich jedoch in der Lage zu sein glaube, seinen Werth richtiger, d. h. geringer zu veranschlagen. Der Herausgeber der attischen Redner nämlich, John Taylor, berichtet in der Praefatio zu seinem Demosthenes (vol. III b. 2, Cantabrigiae 1748 = Dem. ed. Dobson I p. XCI und Apparatus crit. ad Dem. vol. II, Lipsiae 1774 p. 1198), dass ein Codex des Demosthenes von seinem derzeitigen Besitzer, Lord Harris Salisbury, ihm nach Cambridge geschickt worden, unterwegs aber ver-

loren gegangen und seitdem vergeblich von ihm gesucht worden sei. Der Codex habe einst dem bekannten spanischen Gelehrten Emanuel Martinus (geb. 1663, 1698 Dekan in Alicante, † 1737) gehört und habe nach einem Briefe desselben (Em. Martini epistolae VI, 12 tom. 1 p. 249 ed. Wesseling, Amstelodami 1738) enthalten: *antiquorum Rhetorum selectas orationes, ut Demosthenis, Aristidis, Hemerii, Hyperidis, Libanii: cui adiectae sunt Philostrati Vitae Sophistarum et Platonis Gorgias.* Aus dem betreffenden Briefe des Martinus (Hispali XIV Kal. April. A. MDCCXIV) ergibt sich zugleich, dass der Codex an mehreren Stellen des Einbandes den Namen seines Besitzers, des Nikephoros Gregoras trug[1] *(Videtur autem hic codex fuisse olim Nicephori Gregorae, ut ostendit eius chirographum in interiore tabula hinc inde scriptum. Quo etiam nomine permagno a me aestimatur)* und von Martinus kurz vorher in Sevilla aufgestöbert worden war *(Quod superest, nummis veteribus codicibusque exquirendis impendo. Nec irrito labore ....)*, und Taylor bemerkt noch — offenbar nach den ihm vor der Sendung gemachten Mittheilungen —, dass es ein Pergament-Codex war und die sogenannten Staatsreden des Demosthenes enthielt. Es mag manchem auffallend scheinen, aber der Codex scheint damals in der That zu Grunde gegangen zu sein. Mit ihm aber auch vollständige Reden des Hyperides? Ich bezweifle es, dass der Codex solche enthielt, auf Grund einer zweiten, bisher fast immer übersehenen Stelle der Briefe Mortis, nämlich in dem Briefe XVI. Kal. Septembr. An. 1715 Mantuae novae in Carpetanis (lib. III ep. XXI tom. I p. 168 Wess.): *Omnibus angulis lustratis, omnibus pluteis excussis vetustos aliquot nactus sum codices. Nam (comparavi ....) codicem qui instar esse potest penus oratoriae. Continet enim illustriores Demosthenis orationes, uti et Aristidis, Philostrati Vitas Sophistarum. Excerpta ex Philostrati de Vita Tyanei. Ex Himerii Sophistae Declamationibus. Item ex Libanio, Hyperide et Plutarchi Parallelis, Platonis item Gorgiam, sive de Rhetorica, et alia. Videtur autem hic codex fuisse olim Nicephori Gregorae, ut ostendit eius chirographum.*[2] Diese Beschreibung ist nicht nur ausführlicher, sondern auch genauer. Besonders ist zu beachten, dass zwar *Demosthenis et Aristidis orationes, Philostrati vitae Sophistarum,* danach aber in dem uns vorzugsweise interessirenden Abschnitte *Excerpta ex Philostrati etc.*

---

[1] Dasselbe bemerkt Boivin, Niceph. Greg. Praef., Paris 1702 = ed. Bonn. I p. XXXVI *(Gregoras libros habuit bene multos. Quosdam in Bibliotheca Regia agnovi ac in iis codicem 2259, qui et chirographum eius praefert. Est autem is codex Fl. Josephi Historia Judaica de excidio Hierosolymitano)* von mehreren Codd. der Pariser Nationalbibliothek.

[2] Wörtlich wiederholt diese Beschreibung Majansi, Vita Martini p. 42 der angeführten Ausgaben. Morti verkaufte seine Bibliothek und mit derselben jedenfalls auch diesen Codex im Jahre 1728 an einen bibliopola Londinensis (epp. II, 209; Majansi, Vita p. 71, wo 1726 als Jahr des Verkaufs angegeben ist).

steht. Dieser Abschnitt enthielt also nur Excerpte. Übersieht man nun das Verzeichniss der excerpirten Autoren und erinnert sich, dass die 'Bibliothek' des Photios enthält im Codex 241 ἐκ τοῦ εἰς τὸν Ἀπολλώνιον ἀπὸ φωνῆς Φιλοστράτου, im Codex 243 ἐκ τῶν Ἱμερίου, und zwar zuerst ἐκ τοῦ ὑπὲρ Δημοσθένους Ὑπερίδου, im Codex 245 ἐκ τῶν Πλουτάρχου παραλλήλων, im Codex 246 Ἀριστείδου παναθηναϊκός und im Codex 247 τοῦ αὐτοῦ πρὸς Πλάτωνα ὑπὲρ ῥητορικῆς, so wird man nicht umhin können, dies Zusammentreffen auffällig zu finden. Gleichwohl möchte ich die lockende Vermuthung, welche sich für Wernsdorf, Himer. Praef. p. VIII ohne weiteres in Gewissheit umgesetzt zu haben scheint, dass der betreffende Abschnitt der Handschrift des Martinus nur Auszüge aus der 'Bibliothek' des Photios enthalten habe, meinerseits abweisen. Gegen dieselbe spricht von anderm abgesehen, dass Auszüge ex Libanio bei Photios fehlen. Und andererseits möchte ich darauf hinweisen, dass derartige Excerptensammlungen auch sonst vielfach vorkommen. Am meisten Ähnlichkeit hat mit der in Rede stehenden die des Codex Neapol. gr. II C 32 (91), welche unter anderen »*195 Excerpta e vitis Plutarchi, 201 Demosthene, 205 Platone, 215 Demosthene, 233 Thucydide, 253 Herodoto, 257 Isocrate, 271 Philostrato, 271 ex Libanio, 314 Plutarchi vitis, 315 Herodoto, 315 Xenophonte, 318 Josepho, 319 Aristide Juliano Himerio Luciano*«[1] enthält. Über die Vermuthung, dass das ex Hyperide bei Morti auf einer Verwechselung mit dem Hyperides des Himerios oder des Libanios beruht, soll damit keineswegs abgesprochen werden. Selbst aber wenn sie fehl ginge, wäre der Verlust des Codex, wenn auch immerhin bedauerlich, so doch nicht in dem Maasse beklagenswerth, als er bei alleiniger Bezugnahme auf die erste Briefstelle Morti's erscheinen musste.

## II. Auseinandergerissene Handschriften.

1. Im Trinity College zu Cambridge befindet sich in der Gale Collection unter O. 2. 12 (alte Signatur 391. K. 21) eine aus vier verschiedenen Bestandtheilen zusammengesetzte Miscellanhandschrift in Quart. Uns interessirt hier nur der erste Theil. Derselbe, im Catalogus codd. Angl. et Hibern. t. II p. 190 unter den codices von Thomas Gale als 6033, 199 Libanii orationes aliquot graece verzeichnet, enthält auf sechs Bombycin-Blättern von einer Hand des 13. Jahrhunderts die Reden des L. ὑπὲρ Ἀριστοφάνους von οὐδὲ συνετάραξε

[1] Cyrillus, codd. gr. Mss. reg. bibl. Burb. t. II p. 5.

Διὸς γαμηλίου θεσμὸν [= I, 466, 13 R.] an bis zum Schluss (fol. 1—1ᵇ), πρὸς Θεοδόσιον βασιλέα περὶ τῆς στάσεως (fol. 1ᵇ—5ᵇ) und πρὸς Θεοδόσιον ἐπὶ ταῖς διαλλαγαῖς (fol. 5ᵇ—6ᵇ) letztere mit διακρουόμενος θάνατον ἤγετο στένων [I, 661, 8 R.] schliessend. Die unmittelbare Fortsetzung davon ist in den Miscellan-Codex Burn. 276 gerathen, dessen 27. Blatt mit πινόντων ἐκ τῶν ἀγρῶν beginnt und dessen 28. Blatt mit ἡ παρὰ τῶνδε τῶν γυμνῶν συντέλεια [I, 676, 11] schliesst. Es ist dieselbe, flüchtige, abbreviaturenreiche Schrift, dieselbe dunkelbraune Tinte, dieselbe Höhe und Breite der beschriebenen Blätter (0.21 und 0.14). Burn. fol. 27 enthält 33, fol. 28, wie Gale fol. 1, 5ᵇ und 6, 31 Zeilen.

2. Dass der Codex Phillippsiensis zu Cheltenham 1598 die Fortsetzung des Bodlejanus Auct. T. II. 8 = Misc. 208 Coxe bilde, habe ich Rhein. Mus. 40, 458 gezeigt.

3. Meine in den Jahrbüchern für classische Philologie 1876, 635 ff. geäusserte Vermuthung, dass die zwei aus Tischendorf's Nachlass von der Universitäts-Bibliothek in Cambridge gekauften Blätter, welche Briefe des L. enthalten, einst zum codex Sinaiticus 1198 und zwar zwischen die jetzigen fol. 111 und 112 gehörten, hat sich angesichts der beiden Blätter, welche jetzt die Signatur Ms. Add. 1880, 7 tragen, einfach bestätigt. Es ist dieselbe Schrift und dieselbe Breite der beschriebenen Blätter (0.11) wie im Sinaiticus. Von letzterem habe ich inzwischen durch die Güte von Bernardakis eine vollständige Abschrift erhalten.

## III. Bestand der Libaniana.

Die von mir oder von anderen für mich untersuchten Handschriften des Libanios übersteigen zur Zeit erheblich die Zahl von 400. Damit glaube ich nunmehr alles was von Handschriften im Laufe der Jahre zu meiner Kenntniss gekommen war, erlangt zu haben, und auch die Zahl der verschollenen Handschriften hat sich mir auf ein ganz geringes Minimum reducirt. Nun macht allerdings die Beschaffenheit der Kataloge mancher Bibliotheken ein abschliessendes Urtheil noch nicht möglich. Auch ich verdanke die Kenntniss von mehr als Einer Handschrift nicht den Katalogen, sondern dem glücklichen Zufall. Aber die Erfahrung, welche ich mit einer nach der anderen der neu auftauchenden Handschriften habe machen müssen, hat mir die Hoffnung Neues zu gewinnen beinahe völlig genommen. So hat, um mit den Briefen zu beginnen, keine der Handschriften, deren Inhalt

mir, als ich mich zuletzt über den Stand der Frage äusserte (F. Z. S. 133 ff.), unbekannt war, auch nur Einen neuen Brief geliefert. Es sind dies ausser den bereits in diesem Aufsatz unter I behandelten Handschriften im Abendlande die Codices Harl. 5735, Par. gr. 963 (fol. 51[b]), 2980 (fol. 31) und Suppl. gr. 249,[1] Mazarin. 1232 (fol. 235), Vat. gr. 941, 1353 und 1835,[2] Vindob. 93 (fol. 311) und im Morgenlande die Handschriften des Athos, über welche ich durch Manuel Gedeon und Spyridon P. Lambros unterrichtet worden bin, nämlich Athanasiu 4, Iberon 186 und Dionysiu 342,[3] und die Handschriften in Chalke, Agia Triada 145 und im ehemaligen Kloster der Θεοτόκος, jetzigen Handelsschule 157, 158 und 159, deren Kenntniss ich der Güte von Papadopoulos Kerameus verdanke.[4] Aber auch von Reden, Declamationen und Progymnasmata habe ich in der grossen Zahl von neu untersuchten Handschriften in England, Frankreich, Spanien, dem Athos, Constantinopel, Chalke, Smyrna nichts neues gefunden[5] bis auf ein kleines διήγημα. Letzteres findet sich im codex Escurial. Ψ. IV. 12, einem chartaceus s. XVI, auf fol. 7[b] zwischen den sonst nur im Vat. gr. 305 erhaltnen διηγήματα κατὰ τὴν Πίτυν [IV, 1108, 11 R. Westerm. mythogr. 381, 60, 1] und κατὰ τὸν Δαναόν [IV, 1106 R. Westerm. 366, 18]. Es lautet mit den kleinen nothwendigen Correcturen:

διήγημα τὸ κατὰ τὸν Ἀγαμέμνονα.[6] Τῶν[7] Ἀχαιῶν ἐν Αὐλίδι συνειλεγμένων Ἀγαμέμνων ἐν θήρᾳ τυχὼν ἐλάφου[8] καὶ τῆς Ἀρτέμιδος ἔφη τὴν τέχνην ὑπεραίρειν τῷ ἔργῳ· λυπεῖ τὸ ῥῆμα τὴν θεόν, καὶ ἐμάχετο τῇ ἀναγωγῇ τὸ πνεῦμα, καὶ ὁ Κάλχας μηνύει τὴν αἰτίαν, ὡς ἡ Ἄρτεμις ταῦτα πράττοι διὰ τὸν κόμπον Ἀγαμέμνονος καὶ οὐ λήξει[9] ποτὲ μὴ δεξαμένων αὐτῆς τῶν βωμῶν τὸ τῆς Ἰφιγενείας αἷμα, παῖς δὲ Ἀγαμέμνονος αὕτη. πείθεται ὁ πατὴρ καὶ ἄγει τὴν κόρην καὶ προσάγει τῷ βωμῷ καὶ καταθύσειν ἔμελλε, ἔπειτα ἀντὶ τῆς θυγατρὸς ἐν χεροῖν ἔλαφον εἶχε τῆς Ἀρτέμιδος, οἶμαι, τὴν μὲν ἀφελομένης, τὴν δὲ ἀντιδούσης.

---

[1] Dagegen ist der F. Z. S. 134 aus Heyler Juliani epp. p. XXIII herübergenommene Codex Par. Suppl. 1353 zu streichen. Es ist dies Vat. gr. 1353.

[2] Nur versehentlich ist Fr. Z. S. 133 der Cod. Vat. gr. 64 ausgelassen.

[3] Dagegen enthält die F. Z. S. 139 erwähnte Handschrift von Vatopaedi keine Briefe.

[4] Über die drei letzteren Handschriften hat derselbe inzwischen in seinem παλαιογραφικὸν δελτίον (Ἑλληνικὸς φιλολογικὸς σύλλογος τομ. ιϛ'), Constantinopel 1885 S. 10, 20 und 36 ff. gehandelt.

[5] Dafür hat der codex Matritensis N. 101 7 neue Reden und 16 διαλέξεις des Choricius geliefert.

[6] Sämmtliche Anfangsbuchstaben der Überschrift sind erst später eingefügt.

[7] Für das T ist nur Platz gelassen.

[8] Cod. ἐλάφους.

[9] Fol. 8 inc.

Eine gewisse Ähnlichkeit mit dem Berichte der Chrestomathie des Proklos ist besonders im Anfang der Erzählung augenfällig.

Die ἠθοποιία· τίνας ἂν εἴποι λόγους εὐνοῦχος ἐρῶν (IV, 1096 R.), welche bisher in keiner Handschrift nachgewiesen war, fand ich endlich im Cod. Par. gr. 3016 fol. 226. Dies ist die einzige Handschrift. Aus ihr hat sie auch MOREL entnommen.

---

Ausgegeben am 27. August.

Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei.

1885.

XL.

# SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

# AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

ZU BERLIN.

---

22. October. Gesammtsitzung.

---

Vorsitzender Secretar: Hr. Auwers.

1. Hr. Schwendener las die umstehend folgende Abhandlung über Scheitelwachsthum und Blattstellungen.

2. Hr. Weierstrass trug seine bereits im Sitzungsbericht vom 26. October 1882 erwähnten Bemerkungen zu Hrn. Lindemann's Abhandlung über die Ludolph'sche Zahl in einer neuen Bearbeitung vor, in welcher dieselben nunmehr, in einem der nächsten Stücke dieser Berichte, zum Abdruck gelangen werden.

3. Hr. Schulze legte eine Mittheilung des Hrn. Dr. R. Schneider in Berlin vor: der unterirdische Gammarus von Clausthal, welche in einem der nächsten Stücke erscheinen wird.

4. Hr. Duncker überreichte den 13. Band der Politischen Correspondenz Friedrich's II., Hr. Waitz T. I P. II der Scriptores rerum Merovingicarum, die zweite Hälfte der Schriften Gregor's von Tours enthaltend, und Hr. Weber den 17. Band seiner Indischen Studien, ferner der Vorsitzende im Auftrage des Hrn. A. Kirchhoff eine von Hrn. Schulrath Eberhard in Braunschweig besorgte und in einem Exemplar eingesandte neue Bearbeitung der Ausgabe der kleinen Schriften Arrian's von dem verstorbenen Mitgliede der Akademie Hrn. Hercher.

5. Hr. Prof. M. Hertz in Breslau übersendet mit Schreiben vom 4. September seine kritische Ausgabe der Noctes Atticae des Gellius.

6. Es wurde Anzeige gemacht von den Verlusten, welche die Akademie im Laufe der Ferien erlitten hat: am 29. Juli starb Hr. Henri Milne Edwards in Paris, correspondirendes Mitglied der physikalisch-mathematischen Classe; am 12. August Hr. Georg Curtius in Leipzig und am 30. August Hr. Émile Egger in Paris, Beide correspondirende Mitglieder der philosophisch-historischen Classe; am 10. September Hr. Johann Jacob Baeyer hierselbst, Ehrenmitglied der Akademie.

7. Der vorgeordnete Hr. Minister hat zu den folgenden von der physikalisch-mathematischen Classe beschlossenen Bewilligungen akademischer Gelder seine Genehmigung ertheilt: von 800 Mark (als Credit) zur Anschaffung eines Chronometers für die akademische Instrumentensammlung; von 3000 Mark für Hrn. Prof. Krause in Göttingen zu Untersuchungen über Nervenendigungen bei Seefischen; von 4000 Mark als zweiter Bewilligung für HH. Dr. König und Dr. Richarz hierselbst zur Fortsetzung ihrer Arbeit zur Bestimmung der mittleren Dichtigkeit der Erde; von 1500 Mark zur Fertigstellung eines Hrn. Prof. Stenzel in Breslau zur Überarbeitung übergebenen, von dem verstorbenen correspondirenden Mitgliede Hrn. Göppert hinterlassenen Werkes über fossile Coniferen.

8. Die von der philosophisch-historischen Classe beschlossenen Geldverwendungen: von M. 563.52 Restkosten der von Hrn. Prof. Hübner herausgegebenen Exempla scripturae epigraphicae; von 1800 Mark für Hrn. Director Dr. Humann und von 900 Mark für Hrn. Dr. Puchstein hierselbst als Honorar für die Bearbeitung der Reisen nach Angora und dem Nimruddagh; von 1500 Mark für Hrn. Prof. Partsch in Breslau zu geographischen Studien auf den jonischen Inseln; von 300 Mark für Hrn. Dr. Winkler in Breslau als Unterstützung zu sprachlichen Forschungen bei Gelegenheit einer Bereisung der europäischen Orientländer — sind gleichfalls von dem vorgeordneten Hrn. Minister genehmigt worden.

9. Auf Antrag des Hrn. Weierstrass wurde beschlossen, eine vollständige Ausgabe der Werke des verstorbenen Mitgliedes der Akademie Hrn. C. W. Borchardt zu veranstalten, welche sich den nahezu vollendeten neuen Ausgaben der Werke der Mathematiker Jacobi, Steiner und Dirichlet anschliessen soll.

# Über Scheitelwachsthum und Blattstellungen.

Von S. Schwendener.

Hierzu Taf. XIV.

Über die Zelltheilungen, welche das Scheitelwachsthum der Gefässpflanzen charakterisiren, sind in neuerer Zeit verschiedene Abhandlungen erschienen, welche zum Theil mit meinen früheren Angaben »über Scheitelwachsthum mit mehreren Scheitelzellen«[1] im Widerspruch stehen und direct oder indirect auch die Schlussfolgerungen berühren, die ich in meiner Theorie der Blattstellungen in Bezug auf die Anlegung der seitlichen Organe gezogen habe.[2] Von diesen Veröffentlichungen seien hier bloss die Arbeiten von H. Dingler[3] und P. Korschelt[4] erwähnt, welche beide für die Ansicht eintreten, der Phanerogamenscheitel wachse mit einer einzigen Scheitelzelle. Der erstgenannte Autor bringt zugleich, dem Ideengang Nägeli's folgend, die obersten Blattanlagen mit den von der Scheitelzelle abgeschnittenen Segmenten in einen bestimmten Zusammenhang, dessen Vorhandensein ich bestreite. Sodann hat G. Berthold bezüglich meiner Auffassung der Spiralstellungen bei Florideen sich in der Erwiderung auf meine Kritik[5] der einschlägigen Darlegung in seinen Beiträgen zur Morphologie und Physiologie der Meeresalgen[6] abermals dahin ausgesprochen,[7] dass bei den Florideen unzweifelhaft Spiralstellungen vorkommen, welche nicht durch Contactwirkungen bedingt sein können. Alle diese Controversen habe ich in letzter Zeit nochmals sorgfältig geprüft, und die folgenden Mittheilungen sollen darthun, dass ich keine Veranlassung habe, meine früher ausgesprochene Ansicht zurück zu nehmen.

---

[1] Sitzungsber. der Gesellschaft naturf. Freunde zu Berlin, 1879.

[2] Theorie der Blattstellungen, S. 87—93 (1878).

[3] Hermann Dingler, Über das Scheitelwachsthum des Gymnospermen-Stammes, 1882.

[4] Paul Korschelt, Zur Frage über das Scheitelwachsthum bei den Phanerogamen. Pringsheim's Jahrb. Bd. XV.

[5] Sitzungsber. d. Berliner Akad. d. Wiss. 1883, S. 769.

[6] Pringsheim's Jahrb. Bd. XIII (1882).

[7] Bot. Zeitung, 1883, S. 729.

## 1. Das Scheitelwachsthum.

Das Vorkommen von vier Scheitelzellen in den von mir untersuchten Wurzeln der Marattiaceen betrachte ich als eine wohl constatirte Thatsache, die keinen Zweifel gestattet. Die Präparate, auf die ich mich stütze, waren so klar, das Gewebe überdies so grosszellig, dass mir ein Irrthum in der Deutung ausgeschlossen erscheint. Auch bemerke ich ausdrücklich, dass ich neuerdings wieder einige Medianschnitte (durch die Wurzel von *Marattia Verschaffelti*) beobachtet habe, welche mit den in meiner früheren Veröffentlichung[1] abgebildeten durchaus übereinstimmten. Ob ausnahmsweise auch andere Theilungen stattfinden, mag dahingestellt bleiben; ich betone aber, dass ich im Ganzen eine ziemliche Anzahl von mehr oder weniger gelungenen Schnitten gemustert habe, ohne auch nur einen zu finden, der entschieden auf ein abweichendes Scheitelwachsthum hingewiesen hätte. Nach meiner Überzeugung liegt also hier eine unabweisbare Thatsache vor, neben welcher die von Dingler geäusserten »theoretischen« Bedenken nicht aufkommen können.

Aus einer in neuester Zeit erschienenen Abhandlung von F. O. Bower[2] geht ferner hervor, dass ganz ähnliche Wachsthumsvorgänge, characterisirt durch zwei nebeneinander liegende Scheitelzellen im Medianschnitt, auch bei den Osmundaceen vorkommen. Ich wüsste wenigstens nicht, welche andere Deutung man den vom Autor beigegebenen Abbildungen (deren Richtigkeit vorausgesetzt) noch geben könnte.

Was sodann die Gymnospermen betrifft, so hat der Beobachter hier allerdings grössere Schwierigkeiten zu überwinden. Die Zellen der Scheitelkuppe sind nämlich erheblich kleiner als bei *Marattia* oder *Angiopteris* und ihre Gruppirung lässt die erwarteten gemeinsamen Züge häufig genug gar nicht erkennen. Man ist also immer auf diejenigen Präparate angewiesen, die irgend ein Zellnetz und einige Hauptwände desselben sicher zu zeichnen gestatten. Wenn nun Dingler und Korschelt vorzugsweise nach dreiseitigen Scheitelzellen gesucht und solche auch gefunden und abgebildet haben, so bin ich natürlich nicht in der Lage, die Richtigkeit ihrer Angaben für die concreten Fälle, auf die sie zunächst Bezug haben, zu bestreiten; denn die Dinge, um die es sich handelt, lassen sich nur am Präparat, nicht an der Zeichnung controliren. Ich glaube aber dieselbe Rücksichtnahme auch für meine eigenen Angaben, soweit sie sich auf bestimmte Beobachtungen beziehen, beanspruchen zu dürfen.

---

[1] Sitzungsber. d. Berl. Akad. d. Wiss. 1882, S. 183.

[2] On the Apex of the Root in Osmunda and Todea. Quarterly Journal of microscopical science, vol. XXV. New Ser. p. 75 (1885).

Bleiben wir also einen Augenblick bei der Annahme stehen, die verschiedenen Beobachtungen über die Art des Scheitelwachsthums seien alle gleich zuverlässig und die entsprechenden Zellgruppirungen kommen sämmtlich mehr oder weniger häufig vor. Dann würde sich als allgemeine Schlussfolgerung doch nur ergeben, dass das Scheitelwachsthum der Gymnospermen — und der Phanerogamen überhaupt — nicht immer in derselben Weise stattfindet und wohl auch am nämlichen Spross nach Zeit und Umständen variirt. Die dreiseitige Scheitelzelle würde also in unregelmässigem Wechsel bald durch eine vierseitige, bald durch eine Mehrzahl von Scheitelzellen ersetzt.

Wenn DINGLER[1] gegen die Annahme von Tetraden, ganz abgesehen von den abweichenden Beobachtungen, in Übereinstimmung mit NÄGELI noch den theoretischen Einwand erhebt, dass die Kante zwischen den sich berührenden opponirten Zellen nicht wachsen dürfe, da ja sonst die beiden anderen ihren Charakter als Scheitelzellen verlieren müssten, so kann ich die Berechtigung einer solchen Betrachtungsweise nicht anerkennen. Ich denke mir die vier Scheitelzellen vollkommen gleichwerthig, und wenn sich zeitweise zwei derselben in einer Kante, statt in einem Punkte berühren, so ist das nach meiner Auffassung bloss eine Folge der kleinen Unregelmässigkeiten, die bei keinem Wachsthumsprocess ganz ausbleiben. Eine solche Kante entsteht zufällig und verlängert sich eine Zeit lang oder nimmt abwechselnd ab und zu, um endlich wieder zu verschwinden und durch eine andere ersetzt zu werden, welche dann ähnliche Wandlungen durchläuft. Hin und wieder mag es auch vorkommen, dass die entstandene Kante wirklich zu lang wird und die beiden etwas zurückgebliebenen Scheitelzellen für immer auf die Seite drängt; dann ändert sich eben die Physiognomie der Scheitelkuppe und mit ihr die Art des Scheitelwachsthums. Ich gestehe, dass ich heute mehr als früher geneigt bin, solche Verschiebungen als möglich zu betrachten.

Um mich indessen nicht bloss auf allgemeine Erwägungen, wie die vorstehenden, beschränken zu müssen, habe ich die in Rede stehende Frage einer abermaligen Prüfung unterzogen und dabei mein Augenmerk vorzugsweise auf die Laubsprosse der Gymnospermen gerichtet, weil ich bei diesen am ehesten einen stationären Zustand zu finden hoffte. Blosse Erstarkungsstadien, wie sie vielleicht bei Keimpflanzen und ganz jungen Trieben vorkommen, wollte ich diesmal bei der Wahl der Objecte möglichst ausschliessen.

Bei diesen Untersuchungen sind mir nun ebenfalls einige wenige Scheitelkuppen mit dreiseitiger Scheitelzelle zu Gesicht gekommen und

---

[1] A. a. O. S. 15.

auch die zwei bis drei jüngsten Segmente waren noch deutlich zu erkennen. Allein solche Vorkommnisse waren bei diesen Laubtrieben doch äusserst selten und bildeten nur einen kleinen Bruchtheil der beobachteten Wachsthumsmodalitäten. Die Mehrzahl der Stammspitzen zeigte in der Scheitelansicht ein durchaus abweichendes Zellnetz, mit dessen Hauptwänden die Annahme einer dreiseitigen Scheitelzelle absolut unvereinbar war. Nach dieser negativen Seite ist für mich die Frage entschieden: die dreiseitige Scheitelzelle ist für die Laubsprosse der Gymnospermen eine Ausnahme, nicht die Regel.

Fragt man nun aber, welches denn das positive Ergebniss, die herrschende Regel für die fraglichen Wachsthumsvorgänge sei, so wage ich kaum noch, hierauf eine bestimmte Antwort zu geben. Die vier kreuzweis gestellten Zellen der Scheitelregion und die zugehörigen, durch stärkere Wände begrenzten Quadranten habe ich auch bei diesen Untersuchungen wiederholt und auch relativ ziemlich häufig gesehen; ich halte es deshalb heute noch für mehr als wahrscheinlich, dass dieselben, so lange sie ihre Stellung beibehalten, als gleichwerthige Scheitelzellen fungiren. Dagegen ist es mir zweifelhaft geworden, ob irgend ein Wachsthumsmodus für eine bestimmte Pflanze oder auch nur für einen bestimmten Spross als constant zu betrachten sei. Die Erfahrung lehrt nämlich, dass Zweigspitzen, die von demselben Exemplar stammen, sich in Bezug auf die Gruppirung der Zellen in der Scheitelregion zum Theil auffallend verschieden verhalten. Liegt da nicht die Vermuthung nahe, dass solche Verschiedenheiten vielleicht auch im Entwickelungsgange des nämlichen Sprosses successive zur Geltung kommen? Einzelne Scheitelansichten schienen mir ziemlich deutlich zu Gunsten dieser Annahme zu sprechen.

Das Vorkommen von vier Scheitelzellen betrachte ich also nach wie vor auch für die Gymnospermen als erwiesen; aber für die unbegrenzte Dauer einer solchen Gruppirung möchte ich ebenso wenig einstehen, als für irgend eine andere Wachsthumsnorm. In diesem Punkte sehe ich mich durch die Thatsachen noch weiter als früher von der Nägeli'schen Einheitsidee abgedrängt.

Zur Begründung dieser Ansicht sei auf einige der beobachteten Zellgruppirungen in der Scheitelansicht der Laubtriebe noch specieller hingewiesen. Fig. 1 stellt eine solche Ansicht von *Araucaria excelsa* dar. Das Centrum der Scheitelkuppe liegt annähernd da, wo der kleine punktirte Kreis gezogen wurde. In seiner Umgebung liegen zunächst die vier Zellgruppen, welche in unserer Figur durch Schattirung der beiden opponirten besonders hervorgehoben sind. Die trennenden Hauptwände gehen jedoch nicht bis zum Rande, so dass die Annahme von vier kreuzweis gestellten Scheitelzellen nur für das letzte Stadium,

in welchem die erwähnten Gruppen entstanden, berechtigt erscheint. Wie das Zellnetz vor diesem Stadium beschaffen war, ist unbekannt.

Eine ähnliche Scheitelansicht von *Araucaria excelsa*, und zwar von einem Spross der nämlichen Pflanze, ist in Fig. 2 veranschaulicht. Wie vorhin wurde die Lage des Centrums so genau als möglich durch einen kleinen punktirten Kreis angedeutet und die Abgrenzung der Quadranten durch Schattirung verdeutlicht. Als Scheitelzellen sind selbstverständlich diejenigen zu betrachten, welche in der Spitze der Quadranten liegen; die beiden nicht schattirten bilden auch hier eine Kante. Die wirkliche Zusammengehörigkeit der Zellen, die in der Figur als Theile eines Quadranten dargestellt sind, ergiebt sich zum Theil (z. B. für den Quadranten rechts) ohne Weiteres aus der Lage der Scheidewände. Überdies steht fest, und dies wurde mit besonderer Sorgfalt constatirt, dass die vier Zellen, die ich als Scheitelzellen bezeichnet habe, nur mit den benachbarten Zellen ihrer Quadranten, aber nicht unter sich, zu genetischen Paaren oder Gruppen vereinigt werden können.

Zu diesen beiden Ansichten mag noch eine dritte (Fig. 3) hinzugefügt werden, welche ausnahmsweise auf eine dreiseitige Scheitelzelle schliessen lässt. Die wahrscheinliche Reihenfolge der Wände wurde durch Schattirung des voraussichtlich ältesten Segmentes angedeutet. Auch diese Ansicht bezieht sich auf einen jungen Trieb des nämlichen Exemplars von *Araucaria excelsa*, welchem auch die beiden vorhergehenden Scheitel entnommen wurden.

Endlich ist in Fig. 4 noch eine Scheitelansicht abgebildet, die mit keiner der vorhergehenden übereinstimmt. Das Centrum der Scheitelkuppe ist in gewohnter Weise bezeichnet, und es mag noch ausdrücklich bemerkt werden, dass die Zelle *d*, die wie eine dreiseitige Scheitelzelle aussieht, entschieden seitlich lag. Zwei opponirte Zellgruppen, die ich als genetische betrachte, sind schattirt. Alles Übrige mag sich der Leser nach Gutfinden zurechtlegen. Für mich ist nur so viel klar, dass hier eine dreiseitige Scheitelzelle nicht vorliegt.

In Fig. 5 ist die Scheitelansicht einer Stammspitze von *Ephedra monostachya* wiedergegeben. Ein Blick auf die Umgebung des kleinen punktirten Kreises, welcher dem Centrum entspricht, genügt vollständig, um sofort die Überzeugung zu gewinnen, dass hier eine Scheitelzelle mit regelmässiger Segmentirung nicht vorhanden ist. Ebenso wenig lässt sich aus der Lage der Wände die Annahme einer Tetrade von Scheitelzellen begründen.

Fig. 6 *A*, *B* und *C* endlich stellt die Flächen- und Seitenansicht eines Stammscheitels von *Retinospora ericoides* dar. Die Flächenansicht *A* zeigt in der Mitte eine fünfeckige Zelle *s*, welche thatsächlich das

Centrum der Scheitelwölbung bildet. In ihrer Umgebung liegen die Zellen *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, welche in den Seitenansichten *B* und *C* mit den nämlichen Buchstaben bezeichnet sind. Ich ziehe nun aus dieser Zellgruppirung zunächst bloss den Schluss, dass hier eine dreiseitige Scheitelzelle sicher nicht vorliegt, ebenso wenig eine vierseitige. Auch für die Annahme, dass die vorausgegangene Segmentirung der Zelle *s* ihren fünf Seiten parallel stattgefunden habe, war kein Anhaltspunkt vorhanden. Eine feste Regel lässt sich also auch hier für die Art des Scheitelwachsthums nicht aufstellen.

Andere Laubtriebe derselben Pflanze, ebenso solche von *Cupressus glauca*, lieferten ähnliche, wenn auch in den Einzelheiten abweichende Bilder; eine dreiseitige Scheitelzelle habe ich hier niemals gesehen.

Was nun noch die Stammspitzen der Angiospermen betrifft, welche nach Korschelt eine dreiseitige Scheitelzelle besitzen sollen, so kann ich mich hierüber auf wenige Worte beschränken, da ich eine bestimmte abweichende Ansicht über diesen Gegenstand nicht ausgesprochen und somit auch nicht zu vertheidigen habe. Ich will indessen nicht verhehlen, dass ich die Richtigkeit der Korschelt'schen Angaben für manche der aufgeführten Beispiele, vor allem mit Bezug auf *Elodea*, *Myriophyllum* und *Ceratophyllum*, bezweifle. Bezüglich dieser Gattungen hat sich auch bereits John de Klercker,[1] ein Schüler Warming's, auf Grund eingehender Untersuchungen in demselben Sinne ausgesprochen. Er sagt in der Anmerkung auf S. 6 seiner Schrift: »Quant aux figures et aux descriptions de M. Korschelt, je crois que si ses coupes longitudinales, montrant les cellules terminales, sont en réalité correctement conçues, elles constituent l'exception et non la règle en ce qui concerne *Ceratophyllum*, *Myriophyllum* et *Elodea*.« Mit dieser Ansicht stimmt auch die meine überein.

Nach alledem erscheint mir das Bestreben, die Gleichheit des Scheitelwachsthums für die sämmtlichen höheren Gewächse zur Anerkennung zu bringen, zwar begreiflich, aber völlig aussichtslos. Selbst wenn wir von den vorstehend besprochenen Objecten gänzlich absehen, lehrt doch schon das Verhalten der Phanerogamenwurzeln, dass in Bezug auf die Vorgänge in der Scheitelregion tiefgreifende Verschiedenheiten vorkommen, darunter auch solche, welche die Zahl der Initialen betreffen. Wie diese verschiedenen Wachsthumsnormen phylogenetisch zu Stande gekommen, mag hier ausser Betracht bleiben, es genügt mir zu constatiren, dass sie vorhanden sind.

Eben so entschieden, wie für das Vorkommen mehrerer Scheitelzellen, muss ich aber andererseits auch für den Satz eintreten, dass

---

[1] Sur l'anatomie et le développement de *Ceratophyllum*. Mémoire présenté à l'acad. des sciences de Suède le 14 Mai 1884. Stockholm 1885.

unter den Bedingungen, welche bei den höheren Pflanzen verwirklicht sind, auf medianen Längsschnitten stets nur die beiden rechts und links an die Mittellinie stossenden Zellen als Scheitelzellen zu betrachten sind. Wenn Graf Solms,[1] gestützt auf die Wachsthumsverhältnisse bei *Chylocladia*, die Möglichkeit betont, dass auch mehr als zwei Scheitelzellen im Medianschnitt vorkommen können, so ist dagegen zu erwidern, dass diese Stütze nicht Stich hält. Das Wachsthum der Florideen, zu denen die genannte Pflanze gehört, weicht so vollständig von dem der höheren Gewächse ab, dass es viel naturgemässer erscheint, diese Algen in entwickelungsgeschichtlicher Hinsicht den aus Hyphen aufgebauten Pilzen und Flechten (*Usnea* u. dergl.) an die Seite zu stellen. Wir haben es offenbar auch bei *Chylocladia* mit verwachsenen Zellfäden zu thun, welche am Thallusscheitel zusammenneigen und sich unterhalb desselben verästeln, wobei natürlich jeder Ast wieder seine eigene Scheitelzelle besitzt; intercalare Theilungen finden voraussichtlich nicht statt.[2] Dass ein so eigenthümlicher Wachsthumsmodus auch zu ganz anderen Scheitelansichten führen muss, als der bei Aufstellung meines Satzes vorausgesetzte, ist selbstverständlich und ich habe dies in der Anmerkung ausdrücklich hervorgehoben.

## 2. Scheitelwachsthum und Blattstellung.

Als ich durch meine Untersuchungen über die Blattstellungen zu der Ansicht geführt wurde, dass bei den Gefässpflanzen der Entstehungsort neuer Blattanlagen oberhalb der schon vorhandenen im Allgemeinen bloss von der Lage dieser letzteren, nicht aber von den Theilungsvorgängen in der Scheitelregion abhängig sei, war ich mir wohl bewusst, dass diese ausschliessliche Betonung der Anschlussverhältnisse nicht bloss mit der Schimper-Braun'schen Spiraltheorie, sondern auch mit den Anschauungen Nägeli's in schroffem Gegensatze steht. Denn die ortbestimmenden Einflüsse, die nach Nägeli von dem Alles beherrschenden Scheitel ausgehen, wirkten nun mit einem Male von der anderen Seite jener Gürtelzone aus, in welcher die jungen Anlagen zum Vorschein kommen; die oberhalb liegende Scheitelregion war in Bezug auf Stellungsverhältnisse zu vollständiger Neutralität degradirt.

Diese Auffassung war in theoretischer Hinsicht eine unvermeidliche Consequenz. Wenn die Systeme seitlicher Organe sich auf der

---

[1] H. Graf zu Solms-Laubach, der Aufbau des Stockes von *Psilotum triquetrum*. Ann. du jardin bot. de Buitenzorg. Vol. IV. p. 153.

[2] Vergl. Nägeli, Theorie der Abstammungslehre, S. 370. Specielle aber unvollständige Daten über den Bau von *Chylocladia* giebt Berthold in Pringsh. Jahrb. Bd. XIII (1882), S. 686.

gegebenen Basis mit Nothwendigkeit nach bestimmten Regeln des Anschlusses, also von unten her aufbauen, wie ich dies in meiner Arbeit gezeigt zu haben glaube, so war es offenbar überflüssig, noch eine zweite ordnende Kraft anzunehmen, die von oben, d. h. vom Scheitel aus auf die Stellungen eingewirkt hätte. Es war ja alles vollständig geregelt, ich bedurfte keiner weiteren Beihülfe. Der Scheitel hatte bloss dafür zu sorgen, dass immer neue Organe und zwar unter möglichster Ausnutzung des Raumes hervorsprossten, und hierzu waren alle Punkte seiner Oberfläche in gleichem Maasse befähigt.

Aber nichtsdestoweniger war es immer noch denkbar, dass meine Mechanik, die ich zwar der Pflanze abgelauscht, dann aber doch selbständig durchgeführt hatte, in einzelnen Punkten nicht ganz den Bedingungen entsprach, welche am vegetativen Stammorgan gegeben sind. Darum war es nothwendig, die abgeleiteten Schlussfolgerungen durch Beobachtung zu prüfen; waren sie unrichtig, so musste sich irgendwo eine Thatsache ergeben, welche damit in klarem Widerspruche stand. Da nun die Vorgänge in der Stammspitze bei den Gefässkryptogamen mit Scheitelzelle am genauesten bekannt sind, so lag es nahe, diese Prüfung zunächst bei diesen vorzunehmen. Hier musste es sich zeigen, ob die Anlegung der Blätter mit den Theilungen der Scheitelzelle und ihrer Segmente in irgend einer Beziehung steht, welche im Sinne Nägeli's gedeutet werden könnte. Das Ergebniss war, dass weder bei *Salvinia*, *Azolla* und *Marsilia*, noch bei *Selaginella* oder den Farnkräutern eine solche Beziehung nachweisbar ist. Namentlich deutete keine einzige unzweifelhafte Thatsache auf eine gesetzmässige Abhängigkeit der Blattbildung von der Fächerung der Segmente.[1]

Diese Beurtheilung der Sachlage stützte sich auf die bekannten Arbeiten von Pringsheim, Hanstein, Strasburger und Pfeffer über die Entwickelung von *Salvinia*, *Marsilia*, *Azolla* und *Selaginella*. Über das Scheitelwachsthum dieser letzteren hatte ich überdies einige selbstständige Beobachtungen angestellt. Aus der Abhandlung von Dingler ersehe ich nun mit einiger Überraschung, dass derselbe aus den nämlichen Quellen so ziemlich das Gegentheil von dem, was ich darin zu finden vermochte, herausgelesen hat. Er sagt auf S. 4 wörtlich: »Wenn nun auch gerade bei *Equisetum* bis heute noch nicht der ganz genaue Nachweis des Verhältnisses der Mutterzelle des einzelnen Blattes zu den Scheitelzellsegmenten des Stammes geführt werden konnte, so ist dies doch, wenigstens bis zu gewissem Grade, von Reess geschehen, der bestimmt erkannte, dass je drei Abschnitte einen Blattwirtel liefern. Ebenso ist es durch Pringsheim, Hanstein, Nägeli

[1] Vergl. hierüber meine Theorie der Blattstellungen. S. 87—93.

und Leitgeb, Pfeffer und Strasburger für *Salvinia*, *Marsilia*, *Psilotum*, *Selaginella* und *Azolla* bis zu gewissem Grade geschehen. Pringsheim's und Strasburger's Resultate an *Salvinia* und *Azolla* scheinen zwar nicht ganz für die Nägeli'sche Auffassung zu sprechen, jedoch steht die endgültige Entscheidung in dieser sehr schwierigen Frage offenbar noch aus.«

Mir scheint nun gerade bei *Salvinia* und *Azolla* jeder Zweifel ausgeschlossen. Es ist sicher, dass hier die Segmente alterniren und dass die Blätter an ungleichwerthigen Punkten derselben angelegt werden, die einen im unteren, die anderen im oberen Theil des entsprechenden Segmentes. Bei *Salvinia* bleibt überdies je das dritte Segment steril, d. h. es bildet mit den beiden gegenüberliegenden, aber nicht zusammengehörigen Segmenthälften ein Internodium. Hier beschränkt sich also die vermuthete gesetzmässige Beziehung, wie ich mich zum Überfluss noch durch eigene Untersuchungen überzeugt habe, ausschliesslich darauf, dass die oberen und unteren Segmentgrenzen noch eine gewisse morphologische Bedeutung haben, indem die blattbildenden Knotenscheiben nach Lage und Zahl von diesen Grenzlinien abhängig sind; auf je drei Segmente kommt eine Knotenscheibe. Weiter reicht diese Abhängigkeit nicht; eben so wenig bei *Azolla*.

Die wurzelähnlichen Triebe von *Psilotum* betreffend, verweise ich auf die oben citirte Schrift des Grafen Solms,[1] welcher die Richtigkeit der Nägeli-Leitgeb'schen Deutung hinsichtlich der rudimentären Blattanlagen in den Segmenten bezweifelt. Jedenfalls kann hier von einer feststehenden Thatsache nicht wohl die Rede sein.

Mit aller Bestimmtheit muss ich ferner der Ansicht entgegentreten, Reess habe die fraglichen Beziehungen im Scheitel von *Equisetum*, wenigstens bis zu gewissem Grade, bestimmt erkannt und nachgewiesen. Der Autor selbst glaubt allerdings diesen Nachweis geliefert zu haben; allein verschiedene seiner Angaben, wie z. B. die, dass die drei Wirtelglieder bei *E. scirpoides* ursprünglich superponirt seien, kamen mir seit Jahren so unwahrscheinlich vor, dass ich an der Zuverlässigkeit der ganzen Darstellung zu zweifeln begann. Da ich jedoch keine Gelegenheit hatte, das genannte Object selbst zu untersuchen, so ging ich in meinen »Blattstellungen« mit wenigen Worten über diese Frage hinweg. Heute jedoch bin ich im Stande den vollgültigen Beweis zu führen, dass die Darstellung von Reess in allen Punkten, auf die es hier ankommt, unrichtig ist. Die angeblich sicher beobachtete Vereinigung von je drei Segmenten zu einem Gürtel findet

[1] Der Aufbau des Stockes von *Psilotum triquetrum*, S. 161.

nicht statt, und eine gesetzmässige Beziehung zwischen diesen Segmenten und den Blattanlagen ist nicht vorhanden.

Betrachten wir zunächst die in Fig. 7 dargestellte Längsansicht der Stammspitze von *Equisetum scirpoides*. Der untere Theil der Figur entspricht der Zone, in welcher nach Reess die Vereinigung von drei Segmenten zu einem Gürtel stattfinden müsste. Die deutlich hervortretenden Segmentwände zeigen jedoch, dass eine solche Verschiebung in keiner Weise angedeutet ist, geschweige denn sich vollzogen hat. Dazu kommt, dass der nämliche Scheitel in der Querschnittsansicht (Fig. 8) bereits abgerundet dreikantig erscheint, was auf Grund einer sorgfältigen Vergleichung nicht anders gedeutet werden kann, als dass die drei abgerundeten Kanten den jungen Blattanlagen entsprechen, welche den obersten Wirtel bilden. Zur Bekräftigung dessen sei noch speciell auf die Querschnittsansicht Fig. 9 hingewiesen, wo wiederum der nämliche Scheitel, aber noch umgeben von den älteren Scheiden, dargestellt ist. Man sieht, dass die Glieder der mit I, II, III bezeichneten Wirtel alterniren und dass die abgerundeten Kanten unseres Scheitels mit denjenigen des zweitunteren Wirtels (II) im gleichen Radius liegen.

Kehren wir jetzt zu der Längsansicht Fig. 7 zurück. Die schwachen Ausbauchungen der Umrisslinie (in der Figur rechts und links mit Parenthesen bezeichnet) stellen ganz sicher zwei von den drei obersten Blattanlagen dar. Man sieht auch deutlich, dass die auf der linken Seite befindliche Anlage sich über die Segmentwand hinauf bis ungefähr zur Mitte des nächstoberen Segments erstreckt, also ganz und gar nicht von den Segmentgrenzen abhängig ist.

Eine übereinstimmende Längsansicht giebt übrigens schon Hofmeister in seiner Allgemeinen Morphologie, Fig. 148b. auf S. 512, wo offenbar die Ausbauchung der Umrisslinie ebenfalls dem obersten Blattwirtel entspricht. Dass Hofmeister dessenungeachtet die Reess'sche Angabe bezüglich der Gürtelbildung im Texte anerkennt, ändert an der Sache nichts; es ist das nicht der einzige Widerspruch dieser Art.

Die schon oben citirte Querschnittsansicht Fig. 8 zeigt uns ferner, dass die drei jüngsten Blattanlagen keineswegs genau mit den Sectoren zusammenfallen, welche von den Haupt- und Sextantenwänden gebildet werden. Auf der linken Seite der Figur ist die Abweichung sogar recht augenfällig; ebenso in Fig. 10, welche einen anderen Scheitel darstellt. Die Hauptwände sind in beiden Figuren mit *H*, die Sextantenwände mit *S* bezeichnet. Dass die Glieder der successiven dreizähligen Wirtel schon in der Anlage mit den vorhergehenden alterniren, brauche ich kaum noch besonders hervorzuheben; Fig. 9 giebt hierüber genügenden Aufschluss.

Bei *Equisetum scirpoides* fehlt demnach jede bestimmte Beziehung zwischen der Wirtelbildung und den Segmenten der Scheitelzelle. Damit fallen natürlich auch alle Analogieschlüsse, die sich auf die übrigen Arten der Gattung beziehen, dahin.

Im Anschlusse an *Equisetum* mögen auch die Farne, die ich in meinen »Blattstellungen« nur beiläufig erwähnt habe, noch eine kurze Besprechung finden. Es fehlt auch hier nicht an Angaben, welche die fragliche Beziehung zwischen Scheitelwachsthum und Blattstellung als ein unmittelbares Beobachtungsergebniss hinstellen. So sagt z. B. Hofmeister[1] auf Grund eigener Untersuchungen mit Rücksicht auf die Theilungen der Scheitelzelle: »Die Aufeinanderfolge dieser Theilungswände ist (soweit die sehr zahlreichen Beobachtungen reichen) rechts, seltener links umläufig, stets übereinstimmend mit der Spirale der Wedelstellung.«

Diese Angaben finde ich nun allerdings in der elf Jahre später erschienenen »Allgemeinen Morphologie« des nämlichen Autors nicht wiederholt. Sie sind aber auch nicht widerrufen. Es mag daher, um jeden Zweifel zu beseitigen, immerhin zweckmässig sein, auch hier die Belege dafür zu liefern, dass Hofmeister sich in diesem Punkte geirrt hat.

Untersucht man eine grössere Anzahl von Farnstämmen mit spiraliger Blattstellung und dreiseitiger Scheitelzelle, so überzeugt man sich, dass die Spirale, in welcher die Segmente auf einander folgen, keineswegs immer homodrom zur Blattspirale, sondern öfter antidrom verläuft; die Blattspirale kann z. B. rechtswendig, die Segmentspirale linkswendig sein, oder umgekehrt. Ich glaube annehmen zu dürfen, dass die Gegenläufigkeit ungefähr ebenso häufig vorkommt als die Gleichläufigkeit.

Untersuchungen dieser Art sind allerdings mit Schwierigkeiten verknüpft und man darf sich nicht abschrecken lassen, wenn manche Scheitelansicht ungenügend oder doch unsicher ausfällt. Wie oft ist zwar die Scheitelzelle selbst deutlich zu sehen, der Anschluss der Segmentwände aber nur in einer Ecke, statt in zweien, construirbar. In solchen Fällen bleibt natürlich die Richtung der Segmentspirale unbekannt. Aber trotz dieser Schwierigkeiten ist es doch gelungen, die nachstehend verzeichneten Fälle zu constatiren.

*Lomaria Gibba.* Von drei sicher beobachteten Fällen ergaben zwei Gegenläufigkeit und einer Gleichläufigkeit der Blatt- und der Segmentspirale. Ein nicht ganz sicherer Fall schien ebenfalls für Gleichläufigkeit zu sprechen.

[1] Beiträge zur Kenntniss der Gefässkryptogamen. Abhandl. d. Königl. Sächs. Ges. d. Wiss. 1857, II, S. 636.

*Cyrtomium falcatum.* Von neun sicheren Beobachtungen ergaben vier Gegenläufigkeit und fünf Gleichläufigkeit der Spiralen.

*Aspidium Filix mas* und *Blechnum occidentale* lieferten je einen wahrscheinlichen Fall von Gegenläufigkeit.

Hieran schliessen sich zwei sichere Beobachtungen, die sich auf die Stammspitze von *Struthiopteris germanica* beziehen. Die Scheitelzelle war hier zweischneidig (Fig. 11), die Blattstellung aber spiralig mit Divergenzen aus der Hauptreihe.

Solchen Thatsachen gegenüber müssen die Angaben Hofmeister's als unhaltbar bezeichnet werden, zumal sie offenbar vorwiegend gar nicht auf directer Beobachtung der ungebrochenen Segmentwände, sondern auf Schlüssen beruhen, bei welchen die angeblich sehr ungleichseitige Form der Scheitelzelle und die daraus abgeleitete Wachsthumsweise derselben mit in Erwägung kam.

Dass übrigens an eine gesetzmässige Beziehung zwischen Scheitelwachsthum und Blattbildung nicht zu denken ist, geht für die untersuchten Farne schon aus der Lage der jüngsten Anlagen hervor, welche bald mit den Ecken der Scheitelzelle, bald mit der Mitte ihrer Seiten oder auch mit irgend einem zwischenliegenden Punkte im gleichen Radius liegen.

In diesem Punkte scheinen sich auch die dorsiventralen Farnstämme, die ja sonst durch mancherlei Eigenthümlichkeiten sich auszeichnen, übereinstimmend zu verhalten. Wenigstens giebt L. Klein[1] für *Polypodium* und *Pteris* ausdrücklich an, dass die Initiale eines jungen Blattes nicht an einen bestimmten Ort im Segmente gebunden sei. Ob seine weitere Angabe, dass »höchst wahrscheinlich« jedes Segment der beiden Dorsalzeilen einer Blattinitiale die Entstehung gebe, richtig sei oder nicht, lasse ich dahingestellt, da die zweizeiligen Blattstellungen der dorsiventralen Farne für die Beurtheilung der Spiralsysteme doch keine directen Anhaltspunkte gewähren können. Für die Spiralstellungen muss ich dagegen eine solche Übereinstimmung zwischen der Zahl der Segmente und derjenigen der Blätter als geometrisch unmöglich bezeichnen: denn wenn die Blattanlagen eine bestimmte örtliche Beziehung zu den Ecken der Scheitelzelle und folglich auch zu den Segmenten entschieden nicht zeigen, so können sie auch in der Zahl nicht wohl übereinstimmen. Es müssen entweder mehr Segmente als Blätter oder aber mehr Blätter als Segmente vorhanden sein. Für *Struthiopteris* mit zweischneidiger Scheitelzelle ist dies selbstverständlich.

So lassen denn gerade die Gefässkryptogamen kaum noch einen Zweifel übrig, dass es schlechterdings nicht angeht, die Beziehungen

[1] Bot. Zeitung 1884, S. 587 u. 594 (S. 8 u. 9 des Separatabdruckes).

zwischen Scheitelwachsthum und Organbildung, wie sie bei den Algen und Moosen in mancher Hinsicht bestehen, ohne Weiteres auf die höheren Gewächse, zumal auf Stellungsverhältnisse, zu übertragen. Mit Rücksicht auf die schraubenlinigen Stellungen der seitlichen Organe bestreite ich übrigens auch bei jenen jede gesetzmässige Beziehung der angedeuteten Art. Selbst die Moose bilden für mich keine Ausnahme, denn offenbar zeigen sie nur deshalb Übereinstimmung zwischen Blatt- und Segmentspirale, weil hier jedes Segment einem Blatt die Entstehung giebt, welches seine ganze freie Oberfläche einnimmt. Eine Abweichung ist unter solchen Umständen ja gar nicht denkbar.

### 3. Stellungsverhältnisse bei *Crouania annulata*.

In einer früheren Mittheilung,[1] welche sich auf verschiedene Fragen der Blattstellungslehre bezog, habe ich unter Anderem auch die Einwände beleuchtet, welche Berthold[2] in Bezug auf meine 1880 aufgestellte Ansicht über die Spiralstellungen bei Florideen[3] geltend gemacht hatte. Hierauf ist in der Bot. Zeitung[4] die Eingangs erwähnte Erwiderung erschienen, in welcher Berthold zwar die Berechtigung meiner Kritik in wichtigen Punkten anerkennt, dann aber doch bei der Behauptung stehen bleibt, dass bei einigen Florideen Spiralstellungen auch ohne die von mir geforderten Contactverhältnisse zu Stande kommen. Als eines der instructivsten Beispiele wird in dieser Hinsicht (neben *Polysiphonia*) die Gattung *Crouania* bezeichnet, deren Axillartriebe spiralig gestellte Organe besitzen sollen, ohne dass bei der Anlegung derselben eine Beeinflussung durch den Contact möglich sei.

Wäre diese Angabe richtig, so würden sich zwar hieraus keinerlei Schlüsse bezüglich der Gefässpflanzen ableiten lassen; es müsste aber doch anerkannt werden, dass dieselben Stellungen, die bei den höheren Gewächsen durch den Contact herbeigeführt werden, bei den Florideen in Folge unbekannter Vorgänge im Plasma zu Stande kommen. Völlig verschiedene Ursachen hätten also ganz die nämlichen Wirkungen. Das ist nun freilich keineswegs undenkbar; es fragt sich bloss: Ist es auch wirklich?

Zur Beantwortung dieser Frage untersuchte ich ein Weingeistexemplar von *Crouania annulata*, das mir Hr. Berthold freundlichst

[1] Diese Sitzungsber. Jahrg. 1883, S. 741.
[2] Pringsheim's Jahrb. Bd. XIII (1882), S. 569.
[3] Monatsber. d. Berliner Akad. d. Wiss. 1880, S. 327.
[4] Jahrg. 1883, S. 729.

zur Verfügung gestellt hatte. Es wurde über ein Dutzend Scheitel von jungen Axillartrieben mehr oder weniger vollständig aufgenommen, um vor Allem die thatsächlichen Stellungsverhältnisse so genau als möglich festzustellen. Das erhaltene Resultat lässt sich im Wesentlichen in folgende Sätze zusammenfassen.

1. Es ist richtig, dass die Anlegung der in Rede stehenden seitlichen Organe durch Contactverhältnisse nicht beeinflusst wird. Demgemäss ist auch die Entwickelungsfolge keine streng akropetale, sondern häufig nahezu simultan.

2. Eine regelmässige Spiralstellung kommt niemals zu Stande. Auf mehrere Glieder in schraubenliniger Folge und mit ungefähr gleichen Divergenzen folgen gewöhnlich einige andere, die bald eine zur ersten antidrome Spirale bilden, bald aber auch ziemlich regellos inserirt sind.

3. *Crouania annulata* ist überdies ein für die Entscheidung der vorliegenden Frage ungünstiges Object, weil die seitlichen Organe, deren Stellung untersucht werden soll, nur die ersten Glieder vierzähliger Wirtel (Cyclarchen nach Schimper) darstellen und nicht selten zwei opponirte Wirtelglieder ungefähr gleichzeitig entstehen.

Zur Begründung dieser Sätze verweise ich zunächst auf die Längsansicht Fig. 12, welche den unteren Theil eines jungen Axillarsprosses veranschaulicht. Die abgekehrten seitlichen Organe sind punktirt. Von den paarweise vorhandenen Anlagen sind die mit 7 und 8 bezeichneten gleich gross; es bleibt also unentschieden, welches von den beiden opponirten Gliedern als erstes zu deuten sei. Die Stellungsverhältnisse, welche sich aus diesen Ansichten ergeben, sind in der Querschnittsansicht Fig. 13 durch Bezifferung angedeutet. Wie man sieht, geht die Spirale von 1 bis 5 nach links, dann von 5 bis 6 nach rechts, von 6 bis 7 und von 7 bis 8 entweder ebenfalls rechts oder aber links mit viel kleineren Divergenzen.

Ähnliche Unregelmässigkeiten lässt auch der in Fig. 14 abgebildete Scheitel erkennen, welcher zugleich zeigt, dass die seitlichen Organe hier nahezu simultan angelegt wurden. Aus der Vergleichung der verschiedenen Längsansichten ergab sich unter Anderem, dass die Spirale von 9 bis 7 nach links, von 7 bis 4 dagegen nach rechts geht. Die Nummern 10 und 2 deuten ebenfalls auf Abweichungen; (10) würde sich dagegen regelrecht an 9 anschliessen, ist aber etwas kleiner als 10.

Von weiteren Unregelmässigkeiten seien noch die folgenden erwähnt, die ebenso, wie die vorhergehenden, auf der Combination von Längsansichten beruhen: 1. Spirale von 12 bis 8 rechtsläufig, von 8 bis 5 links, von 5 bis 3 wieder rechts. 2. Von den Organen 1 bis

5 liegt je das zweitfolgende annähernd über dem ersten, also 3 über 1 und 5 über 3; die Nummern 6 bis 9 schliessen sich in rechtsläufiger Spirale, aber offenbar mit ungleichen Divergenzen an. 3. Spirale von 1 bis 4 rechts-, von 5 bis 7 linksläufig.

In all' diesen Fällen sind die Divergenzen als normal angenommen, wenn nicht erhebliche Abweichungen sicher constatirt werden konnten. Wären die vierzähligen Quirle genau alternirend, so würde sich als Maass für diese Normaldivergenz, d. h. für den zwischen den ersten Quirlelementen am häufigsten vorkommenden Winkelabstand $= 135^\circ$ oder $^3/_8$ des Umfanges ergeben. Thatsächlich bilden nun aber die correspondirenden Glieder aller zweitfolgenden Quirle keine Longitudinalreihe, sondern eine steile, mit der Grundspirale gleichsinnige Schraubenlinie, wodurch der Divergenzwinkel etwas grösser wird als $^3/_8$. Übrigens ist klar, dass die Regelmässigkeit der Spiralstellung sofort gestört werden muss, sobald von den vier Wirtelgliedern ein anderes als das, welches obiger Divergenz entsprechen würde, zuerst hervorsprosst. — Ob hierbei die Stellung der vier Glieder unter sich und die Alternanz mit den benachbarten, sowohl bei normalen wie bei abnormalen Divergenzen, ausschliesslich durch innere Ursachen bedingt sei, mag hier unerörtert bleiben.

Die mitgetheilten Beobachtungen sollen bloss darthun, dass eine regelmässige und durchgehende Spiralstellung bei *Crouania annulata* gar nicht vorkommt, sondern höchstens zonenweise und stets nur für eine beschränkte Anzahl von Gliedern verwirklicht ist. Daraus geht aber klar hervor, dass die unbekannten Vorgänge im Plasma, welche bestimmend auf die Stellungsverhältnisse einwirken, bei Weitem nicht jene Gleichmässigkeit des sichtbaren Effectes zur Folge haben, wie sie bei dem unmittelbaren Anschluss der Organe an vorhergehende erreicht wird. Es darf auch nicht übersehen werden, dass selbst die wenig gliedrigen Spiralfragmente, in welche die primären Wirtelglieder der *Crouania*-Sprosse sich ordnen, bis jetzt vollständig isolirt dastehen; namentlich ist für wirkliche Spiralstellungen bis dahin nichts Ähnliches beobachtet worden.

Bis auf Weiteres bleibt somit die Ansicht berechtigt, dass vielgliedrige Spiralsysteme mit regelmässigen Stellungen, deren Zustandekommen ohne Contactwirkung sicher gestellt wäre, im Pflanzenreich nicht bekannt sind.

Wenn es aber richtig ist, dass solche Spiralsysteme auch bei den Florideen nur da vorkommen, wo die erforderlichen Contactverhältnisse bestehen, dann ist selbstverständlich jede Beihülfe des Plasmas durch Aufrichtung der Querwände u. dergl. hier ebenso entbehrlich, wie bei den Gefässpflanzen die vorbereitende Segmentirung

des Scheitels. Es ist auch keine einzige Thatsache bekannt, durch welche das Vorkommen einer selbständigen Aufrichtung der Wände in Übereinstimmung mit der später erfolgenden Anlegung schraubenliniger Organe bewiesen würde. Was man hierüber im zutreffenden Sinne beobachtet haben will, kann auch anders gedeutet werden. Über diesen Punkt glaube ich indess schon in meiner früheren Mittheilung[1] das Nöthige gesagt zu haben.

[1] Diese Sitzungsberichte, Jahrg. 1883, S. 771.

## Erklärung der Abbildungen.

(Die Vergrösserung ist der Figurennummer in Parenthesen beigesetzt.)

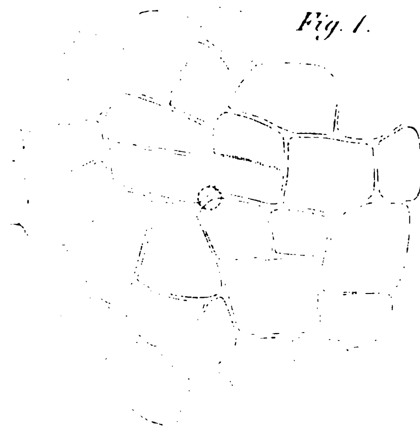
Fig. 1 (700). Scheitelansicht eines Zweiges von *Araucaria excelsa*. Das Centrum der Scheitelkuppe ist durch den kleinen punktirten Kreis angedeutet. Es sind vier Scheitelzellen vorhanden, von denen zwei eine Kante bilden. Die beiden sich nicht berührenden Scheitelzellen sind nebst den benachbarten Descendenten schattirt.

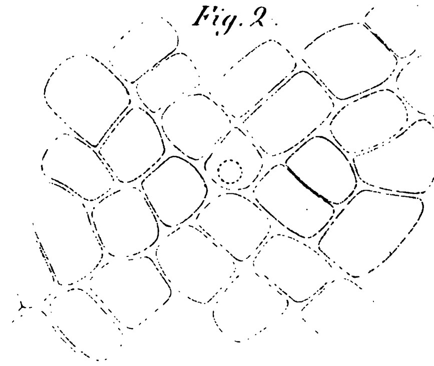
Fig. 2 (700). Scheitelansicht eines andern Zweiges von der nämlichen Pflanze, ebenfalls mit vier Scheitelzellen, deren Gruppirung in gleicher Weise verdeutlicht ist wie in Fig. 1.

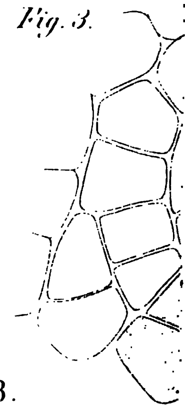
Fig. 3 (700). Scheitelansicht eines Zweiges, welche ausnahmsweise eine dreiseitige Scheitelzelle zeigt. Auch dieser Zweig stammt von demselben Exemplar, wie die beiden vorhergehenden. Das älteste Segment wurde der Deutlichkeit wegen schattirt.

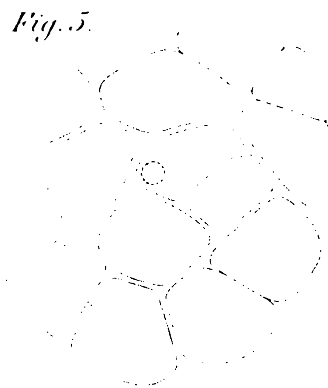
Fig. 4 (700). Eine weitere Scheitelansicht von demselben Exemplar. Im Centrum der Scheitelkuppe stossen vier Zellen an einander: allein die trennenden Scheidewände gehen nicht bis zum Rande, so dass von einem bestimmten Wachsthumstypus hier nicht die Rede sein kann. Soviel ist indess sicher, dass eine dreiseitige Scheitelzelle hier nicht vorhanden ist.

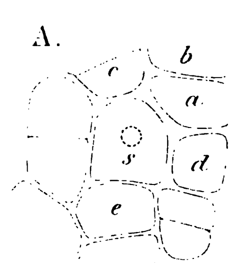
Fig. 5 (700). Scheitelansicht von *Ephedra monostachya*. In der Gegend des Centrums, welches wie bisher durch einen kleinen punktirten Kreis bezeichnet ist, liegen drei zusammengehörige Zellen, deren Entstehungsweise leicht zu übersehen ist. Dagegen lässt die Umgebung eine gesetzmässige Theilungsfolge nicht erkennen.

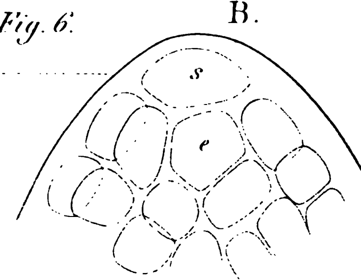


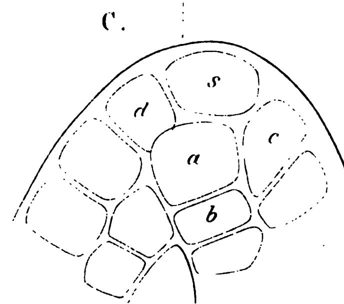



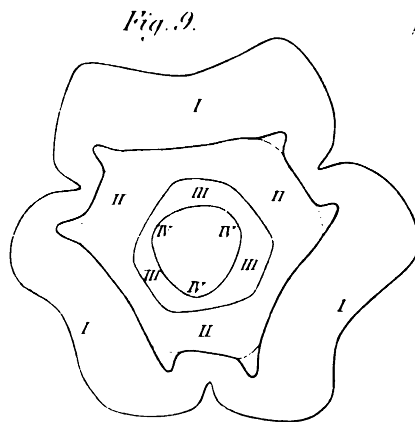



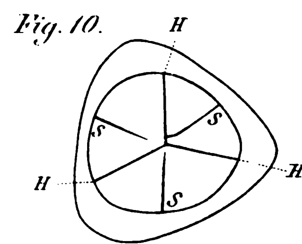



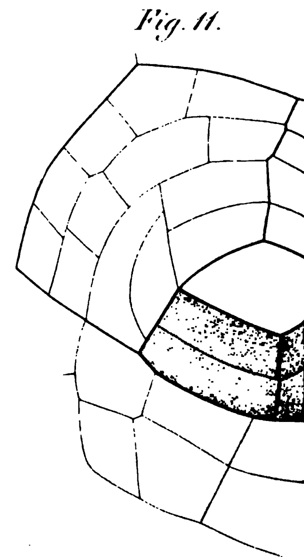




Schwendener del.

Schwendener: Scheitelwachsthum und Blattst

Taf. XIV.

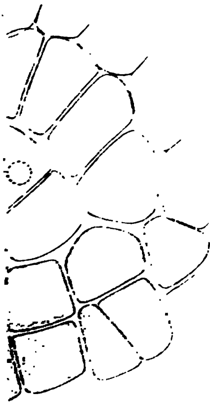


Fig. 4.

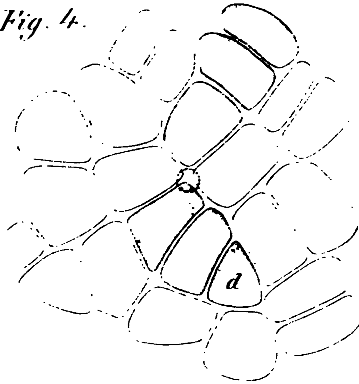



Fig. 8.

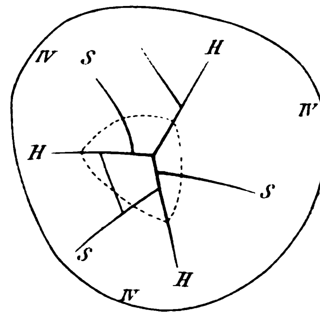
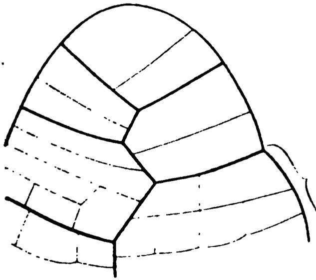



Fig. 7.



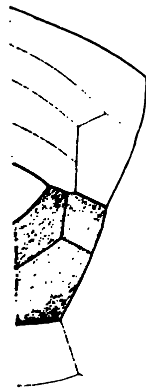


Fig. 12.

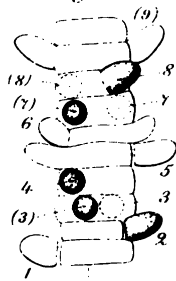



Fig. 14.

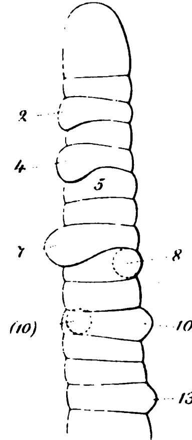
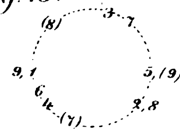



Fig. 13.




C. Laue lith.

ellung.

Fig. 6 (700). Scheitel von *Retinospora ericoides*. *A* Ansicht von oben, *s* die Scheitelzelle. *B* und *C* Seitenansichten; die in der Umgebung der Scheitelzelle *s* befindlichen Zellen sind mit den nämlichen Buchstaben bezeichnet wie in der Scheitelansicht *A*.

Fig. 7 (550). Seitenansicht einer Stammspitze von *Equisetum scirpoides*. Die Segmentwände sind durch stärkere Linien hervorgehoben. Im unteren, durch Parenthesen bezeichneten Theil der Figur zeigt die Umrisslinie eine schwache Ausbauchung, welche dem obersten Blattwirtel entspricht. Man sieht, dass dieser Blattwirtel auf der rechten Seite bis zur Segmentwand, auf der linken aber nur bis zur Mitte eines Segmentes reicht.

Fig. 8 (550). Querschnittsansicht der in Fig. 7 dargestellten Stammspitze. Die höchste Einstellung zeigte die in der Figur punktirte Scheitelzelle, die tiefste den ausgezogenen Umriss des jüngsten Blattwirtels, dessen drei Zähne die schwach dreilappige Form bedingen. Man vergleiche zur Orientirung Fig. 9, wo derselbe Scheitel ebenfalls im Querschnitt, aber noch von den älteren Scheiden umgeben, dargestellt ist. — Die Hauptwände sind mit *H*, die Sextantenwände mit *S* bezeichnet: die Lage der Blattzähne ist hiervon unabhängig.

Fig. 9 (140). Querschnitt durch die Stammspitze von *Equisetum scirpoides*. Mit drei Blattscheiden (I, II und III) und der Anlage zu einem vierten Wirtel (IV), welcher letztere in Fig. 7 und 8 bei stärkerer Vergrösserung abgebildet ist.

Fig. 10 (340). Querschnitt durch eine andere Stammspitze von *Equisetum scirpoides*. Der jüngste Blattwirtel ist durch die abgerundet dreieckige Form der Umrisslinie angedeutet. Die inneren Linien entsprechen einer andern Einstellung: *H* die Hauptwände, *S* die Sextantenwände.

Fig. 11 (340). Scheitelansicht der Stammspitze von *Struthiopteris germanica*. Die Scheitelzelle ist zweischneidig. Das jüngste Segment wurde der Deutlichkeit wegen schattirt.

Fig. 12 (600). Stück eines Axillartriebes von *Crouania annulata*. Veranschaulicht die Stellungsverhältnisse der seitlichen Organe.

Fig. 13. Die in Fig. 12 abgebildeten seitlichen Organe in der Horizontalprojection, mit gleicher Bezifferung.

Fig. 14 (600). Oberer Theil eines anderen Axillartriebes mit simultan entstandenen Anlagen seitlicher Organe, deren Stellung nur theilweise einem regelmässigen Spiralsystem entspricht.

---

Ausgegeben am 29. October.

Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei.

1885.

**XLI.**

# SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

# AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

ZU BERLIN.

---

29. October. Sitzung der philosophisch-historischen Classe.

---

Vorsitzender Secretar: Hr. Curtius.

Hr. Tobler las über ein Lied Bernarts von Ventadour.
Die Mittheilung erfolgt umstehend.

# Ein Lied Bernarts von Ventadour.

Von A. Tobler.

Nachfolgendes Lied ist in den Handschriften C und E als Werk Bernarts von Ventadour überliefert und nach denselben in Mahns Gedichten der Troubadours unter den Nummern 706 und 1348 roh wiedergegeben. Aufserdem findet sich noch in W der Singweise untergesetzt die erste Strophe; für weitere vier Strophen (mehr nicht, wie mir Dr. E. Braunholtz freundlich mitteilt, dem ich auch für die Abschrift jener einen zu Dank verpflichtet bin) ist hier blofs freier Raum gelassen, auch fehlt die Angabe eines Verfassers. Dafs Bernart als solcher anzusehen sei, ist darum, dafs keine entgegenstehende Aussage vorliegt, noch nicht sicher. Die beiden für ihn zeugenden Handschriften gehen hier wie in vielen anderen Fällen auf die nämliche Quelle zurück; die gemeinsamen Fehler in 1, 3. 4, 7; 4, 4, 6; 5, 5 zeigen es hinlänglich. Schwerlich würde, wenn nicht eine ausdrückliche und nicht gering anzuschlagende Bezeugung aus alter Zeit ihn zum Verfasser machte, jemand darauf gekommen sein, das Lied Bernart zuzusprechen; so wenig findet sich darin von der Frische der Empfindung, von der kräftigen Belebung der Natur, von dem Reichtum an eigentümlicher Anschauung, von dem raschen Wechsel der Gedanken, die bei jenem erfreuen. Hier hat man es, wenn man von der ersten Strophe, zumal ihrem nicht alltäglichen Schlufs absieht, nur mit Gemeinplätzen zu thun. Gleichwohl mag das alte Zeugnis die Wahrheit sagen; unser Lied ist von den unter Bernarts Namen gehenden nicht das einzige, das neben manchen sicher von ihm herrührenden den Eindruck überraschender Mattigkeit hinterläfst.

1.

*Lanquan fuelhon bofc e garric,*
*Elh flors pareis elh verdura*
*Pels vergiers totz e pels pratz,*
*E lh'auzel, qu'an eftat enic,*
*Son gai defotz los folhatz,*
*Atrefim chant e m'efbaudei*
*E reflorifc e reverdei*
*E fuelh fegon ma natura.*

2.

*Ges d'un'amor nom tuelh nim gic,*
*Don ſoi en bon'aventura*
*Segon mon eſper intratz,*
*Quar ſoi tengutz per fin amic*
*Lai on es ma volontatz;*
*Que re mais ſotz cel non envei*
*Ni ves autra part no ſoplei*
*Ni d'autra no ſoi en cura.*

3.

*Ben a malvais cor e mendic,*
*Qui ama e nos melhura;*
*Qu'ieu ſoi d'aitan melhuratz*
*Qu'ome de mi no vei plus ric,*
*Quar ſai qu'am e ſoi amatz*
*Per la genſor que anc dieus ſei,*
*Ni que ſia el mon, ſo crei,*
*Tan quan te terra ni dura.*

4.

*Anc no fetz ſemblan vair ni pic*
*La bela ni forſaitura,*
*Ni fui per lieis galiatz,*
*Ni nom crei qu'om tan la caſtic,*
*Tant es fina ſ'amiſtaz,*
*Qu'ela jas biais nis vairei*
*Ni per autre gurpiſca mei,*
*Segon que mos cors ſ'augura.*

5.

*Midons prec, nom lais per caſtic*
*Ni per gelos ſolatura*
*Que nom ſenta entre ſos bratz;*
*Quar ieu ſoi ſieus plus qu'ieu no dic,*
*E ſerai totztems ſilh platz;*
*Que per lieis m'es bel tot quan vei,*
*E port el cor, on que m'eſtei,*
*Sa beutat e ſa faitura.*

6.

*Anc no vitz home tan antic,*
*Si a bon'amor ni pura*
*E per ſidons ſ'amatz,*
*No ſia gais, neis ſers e bric,*
*S'es de joi pres e liatz;*
*Que de ſol cove que ſolei,*
*E de ſavi que cabalei;*
*Que pretz lin creis elh melhura.*

### Varianten.

1 1 *Lan que fueille et bosc jaurrist* W 2 *Que flor sespan et verdure* W *e verdura* C *E flor par els en v.* E 3 *Per vergiers et per praz* W *Pels verdiers e p. p.* C *Pels v. e pels platz* E 4 *Et lauzel qui sestai teuic* W *Els auzels* C E *estar* E 5 *Sunt gai. per me lou fueillas* W *guays* C 6 *Altresi chant et mesbaude* W 7 *Et vif de ioi et rauerde* W *E reverdei* C E 8 *Et fueill segont ma nature* W

2 2 *sui en gran bon* C

3 2 *Sel qui* C 4 *Que home* E 5 *quieu am* C *que am* E 6 *dieu* E

4 1—3 *Anc no fui per l. g.* C 4 *non cre* E *quelam castic* C E 6 *brais* E *vaire* C E 7 *gequisca* C 8 *sargura* E

5 2 *pel gelos sollentura* C 3 fehlt C 4 *non* C E 5 *Et o serai* C *Et ho cerai* E 7 *mestai* E

6 1 *vis* C E *amic* E 3 fehlt E *sidons es ben a.* C 4 *neis seis ebic* C 5 *Si es* C E *lasatz* E 6 *Que fols cove* C E 8 *li cresca* C E *meillur* E

Die Folge der Gedanken ist angemessen. Hat der Dichter zuerst dem Wiedererwachen der Natur das Grünen und Blühen im eigenen Gemüte an die Seite gestellt, so erklärt er in der zweiten Strophe dasselbe aus einer glückverheiſsenden, freundlich aufgenommenen Liebe, die jedes Sehnen und Flehen nach anderer Seite ausschlieſse. Er sieht darauf an sich bestätigt, daſs Liebe jeden über sich selbst emporhebe, der nicht armseligen Herzens sei; seit er weiſs, daſs er von der Schönsten auf dem Erdenrund geliebt ist, sieht er keinen, dem er höheren Rang einräumen möchte. Er hat nie Wandel und Schwanken im Verhalten der Geliebten wahrgenommen, keine Unbill noch Trug von ihr erfahren, und vertraut, es werde auch kein Verweisen soviel über ihre Freundschaft vermögen, daſs sie sich von ihm abwende, ihn zu Gunsten eines anderen preisgebe. Er bittet, sie möge durch kein Zureden noch durch den thörichten Eifersüchtigen sich hindern lassen, ihn in ihre Arme zu schlieſsen; ihr eigen sei und bleibe er ja, um ihretwillen freue ihn, was er nur sehe, ihr Bild trage er überall im Herzen.

Damit muſs das Lied schlieſsen, und ganz unmöglich ist, daſs irgend ein Dichter der an die besungene Frau gerichteten Bitte, die hier die fünfte Strophe bildet, noch eine Betrachtung über die Wirkung folgen lasse, die eine rechte Liebe selbst auf einen Alten, ja auf einen Knecht und einen Thoren übe, wie es in der Strophe geschieht, die unsere zwei Handschriften als die sechste hinzufügen, unmöglich zumal, wenn der Dichter an früherer Stelle, wie hier zu Anfang der dritten Strophe, einen ähnlichen Gedanken bereits ausgesprochen hat.[1]

---

[1] So ist in *Quan l'erba fresc'eil foilla par* die Strophenordnung, die man in Raynouards Text findet, zweifellos aufzugeben: daſs in der zweiten und der siebenten Strophe der Sänger sich in direkter Anrede an die Frau wende, dazwischen in dritter Person von ihr rede, scheint mir unmöglich; richtig stellt die Handschrift V die an-

Es müſste, wollte man die jedenfalls am unrichtigen Orte untergebrachte Strophe durchaus beibehalten, dieselbe mindestens neben die dritte gerückt werden und zwar, da wiederum die vierte als Fortsetzung des der Dame gespendeten Lobes sich von der dritten nicht füglich trennen läſst, zwischen die zweite und die dritte. Müſsig und störend ist sie auch hier; denn sie bringt etwas zur Sprache, was sich in die Folge der Gedanken recht übel fügt, nicht die veredelnde Wirkung rechter Minne, sondern daſs sie froh mache den Greis, ja den Knecht oder den Narren; der Thor müsse Thorheit treiben, der Weise sich hervorthun, sein Preis wachse und hebe sich davon (man erkennt nicht deutlich, ob auch der des Thoren, dem die Minne Anlaſs wird, sich besser »auszuleben«). Mir ist wahrscheinlich, daſs die Strophe überhaupt nicht zu unserem Liede gehört; kommt doch zu den angegebenen Gründen, die ihre Verwerfung rechtfertigen, hinzu, daſs sie in *melhura* und *amatz* zwei Reimwörter aufweist, die der Dichter in 3, 2 und 3, 5 bereits verwendet hat, und zwar ohne die Verschiedenheit der Bedeutung, welche die Wiederholung von *castic* (4, 4; 5, 1) rechtfertigt. Hat der Schreiber von W, wie es scheint, nur fünf Strophen in seiner Vorlage gefunden, so hat in derselben vermutlich nur das nicht gestanden, was nicht hinein gehörte. Die an sich selbst schon misſratenen acht Verse mag ein Unberufener, dem etwa

---

redenden Strophen gepaart ans Ende. In *Quan par la flors jostal vert foill* sind wiederum die Strophen, die sich anredend an die Geliebte richten, bei Raynouard durch eine getrennt, in der sie dritte Person ist; B hat eine annehmbare Ordnung der Teile. *Pel dous chan quel rossignols fai* giebt in der einzigen bis jetzt gedruckt vorliegenden Form aus gleichem Grunde schweren Anstoſs; vermutlich wird auch für dieses Lied die unumgängliche Umstellung sich auf handschriftliche Gewähr stützen können. In *Quan la douss'aura venta* ist die überlieferte Strophenordnung nicht anfechtbar, es müſste denn das Geleite unecht sein, was anzunehmen kein Grund vorliegt; der auch hier entgegentretende Übelstand, daſs der Dichter nach der Anrede an die Dame sich wieder an die Zuhörer wendet und von ihr spricht, schwindet, wenn man in der vierten Strophe statt *Domna Domnas* mit der Handschrift M und hernach *franchas* schreibt, so daſs die Bitte an sämtliche Frauen ergeht, wie unmittelbar zuvor über sämtliche geklagt worden ist. Auch in *Tant ai mon cor ple de joia* ist die Strophenordnung davor geschützt gewesen, verkehrt zu werden; wenn auch hier, in der fünften Strophe, die Anrede zwischen Teilen sich findet, in denen das Pronomen der dritten Person die Besungene bezeichnet, so rührt dies daher, daſs die Anrede hier nicht vom Dichter selbst, sondern von der Stimme aus ergeht, die nächtlich an die Geliebte mit ihrer Fürbitte sich wenden soll und die den Dichter selbst mit dem Pronomen der dritten Person bezeichnet, wie in den Handschriften C und M es geschieht. Von solcher Art der Anrede aus kann meines Erachtens unbedenklich der Dichter zu der in Strophe 4 gebrauchten Redeweise zurückkehren. Das Lied *Non es meraveilla s'ieu chan* zeigt in den Versionen, die bis jetzt davon gedruckt sind, die verschiedensten Anordnungen seiner Glieder, nur in einer derselben die richtige, sofern die mit *Domna* beginnende Strophe die letzte ist, nämlich bei Rochegude, der aber wie gewöhnlich nicht erkennen läſst, wieviel und welche Handschriften ihm das geboten haben, was er geglaubt hat vorziehen zu sollen.

eine der echten Strophen fehlte, zum Ersatze verfaſst und seinem Buche einverleibt haben; die bekanntermaſsen aus vielen Handschriften zusammentragenden Urheber von C und E aber haben wohl neben dem besseren Text auch den durch die schlimme Zuthat verderbten vorgefunden und das diesem eigene Gesätzlein nicht wollen umkommen lassen.

Zu einzelnen Stellen bemerke ich noch folgendes:

In 1,6 dem *atresi* das reflexive Pronomen angehängt zu lassen, ist nicht unbedenklich; W, das bei aller Entstellung des Textes gute Überlieferung vertreten mag, kennt den sicher entbehrlichen Zusatz nicht. Da wir aber einmal auf C und E für fast alles angewiesen sind, der reflexive Gebrauch von *cantar* wohl denkbar, wenngleich vielleicht nicht erweislich ist (Diez Gr. III³ 191), auch die besondere Färbung, die der Zutritt des Pronomens dem Ausdruck giebt, hier nicht eben übel zu passen scheint, so mag man bei der Lesart von C und E bleiben. Die vier in der folgenden Zeile diesen beiden Handschriften fehlenden Silben sind, wiederum ohne Rücksicht auf W, vermutungsweise zugefügt, weil das von W Gebotene ohne starke Änderung (mindestens doch *E viu en joi*) nicht aufgenommen werden konnte. So wird wenigstens eine, freilich nicht unerläſsliche Vollständigkeit in der Gegenüberstellung gewonnen: der *gaieza* der Vögel, dem *folhar*, der *flor* und der *verdura*, die der Dichter um sich wahrnimmt, läſst er sein eigenes *esbaudeiar*, *folhar*, *reflorir* und *reverdeiar* entsprechen.

*melhura* in 3, 2 giebt an sich zu Bemerkungen keinen Anlaſs; es ist bekannt, daſs die von *melhor* und *pejor* abgeleiteten Verba, wenigstens wenn der letzte Vokal ihres Stammes betont ist, denselben kaum anders als *u* lauten lassen, daſs Huc Faidit (um vorläufig bei diesem Namen zu bleiben) die 3. Sing. des Präsens Ind. derselben unter die Reime auf *ura* stellt, und daſs Raimon Vidal 86², 10 sich damit übereinstimmend äuſsern zu wollen scheint. Dagegen verlohnt es zu bemerken, daſs die jüngst von Hofmeister, Sprachl. Unters. der Reime Bernarts von V., Marburg 1844 S. 30 versuchte Erklärung der Thatsache doch nicht ohne weiteres befriedigt. Läge der Grund des Übertrittes von *ǫ* zu *u* in dem Vorangehen der palatalen Laute *lh* und *j*, so würde der nämliche Lautwandel doch auch in den Adjektiven *melhor*, *pejor*, *nualhor*, *sordejor*, wohl auch in *seignor*, *loignor*, warum nicht auch in *nualhos*, *vergonhos* u. dergl. zu erwarten sein, bei denen man bisher Spuren desselben nie gefunden hat. Hofmeister freilich weist einen Accusativ Pl. *pejurs* bei Raimbaut von Vaqueiras und, was noch merkwürdiger sein würde, einen Nominativ Sing. *pejurs* bei Guiraut von Borneil nach. Aber wenn er an der ersten Stelle auſser

dem Reimwort nur ein kleines Stück des Zusammenhangs mit ins Auge faſst, so wird er erkennen, daſs an derselben (Mahn, Ged. 217, 5) *perjurs* »Meineide« für *pejurs* zu schreiben ist; und daſs an der zweiten (Arch. 34, 400a und 36, 421) *perjurs* im Texte steht, nicht *pejurs* (oder doch letzteres in einer anderen Strophe, wo es zweifellos Verbum ist), kostet noch weniger Mühe festzustellen. Indessen gerade je weniger es gelingt, bei den angeführten Komparativen eine Spur von *u* für *o* zu finden, um so mehr befremdet das regelmäſsige Auftreten des *u* in den von jenen abgeleiteten Verben. Vielleicht darf man es daraus erklären, daſs das Bestehen von *pinturar* (von *pintura*, aber) neben *pintor*, von *paſturar* (von *paſtura*, aber) neben *paſtor* dazu verleitete, neben *melhor* ein *melhurar* zu stellen; auch neben *rancor* (wie neben *ardor*, *freidor*, *freſcor*, *verdor*) bestand eine gleichbedeutende Bildung auf *-ura* und dazu ein Verbum *rancurar*. Wenn diese Umstände bei *labora*, *odora*, *onora* (neben *onra?*), *ſabora*, *aſſabora*, *deſadolora*, *enamora*, *alugora*, *alegora*, *deſacolora* und bei *aſſenhora* gleiche Wirkung nicht herbeigeführt haben, so liegt dies vielleicht daran, daſs diese Bildungen aller Wahrscheinlichkeit nach minder volksüblich gewesen sind, was einer Störung des lautgesetzlichen Verhaltens durch Angleichung im Wege gestanden haben mag. Oder soll man in Formen wie *melhuirazo*, *meluyrar*, *pigoirazo*, die Rochegude und Raynouard anführen, Spuren einer Ableitung auf *-iare* erkennen, deren palatal gewordenes *i* statt des zu erwartenden *ǫ* ein *u* hätte erstehen lassen, wie W. Foerster es für die Ausflüsse von *augurium* annimmt (Zts. f. r. Ph. III 498)? In *doloiros*, *doloirar*, *doloiramen* ist (freilich vor der Tonsilbe) derartiges nicht geschehen.

*tener* im Sinne von »reichen« findet man wie hier 3, 8 bei Bertran von Born 10, 13 und an einer von Stimming dazu beigebrachten Stelle; altfranzösisch sagte man ebenso: *le mellour Ki ſoit, tant con li mondes tient*, Chev. II esp. 1485; *Elz quatre parties dou monde, Si com il tient a la roonde*, Ruteb. I[1] 253; *le mont, Tant com il tient tout a reont*, Amadas 6930, daher denn auch die bekannte Formel im Epos *Tant com tient l'anſte* ... Gleichbedeutend ist *durar*; vergl. *en tan col mons reſſenh e clau e dura*, Mahn, Ged. 348, 4.

Die 4, 1 begegnende tautologische Verbindung von *pic* mit *vair* ist von Raynouard zur Genüge nachgewiesen; man darf auch an das von Marcabrun gebrauchte Compositum *picvairat* erinnern, dessen Dasein in Versuchung bringt, in frz. *pivert* eine Entstellung von **pivair* zu sehen (Mahn, Ged. 506, 507, 7). Das von *vair* aus gewonnene Verbum *vaireiar* fehlt Raynouard, während es Rochegude nicht entgangen ist.

*ſenta* 5, 3 halte ich für die dritte Person und nehme das Wort in dem Sinne, den es Flamenca 1086 hat, wo der eifersüchtige Gatte

mit Bezug auf den König und die eigene Gattin sagt: *Avan que de Nemur issis, Mi cuh eu be que la sentis,* und an zahlreichen altfranzösischen Stellen, von denen ich nur ein paar anführe, um zu zeigen, dafs *sentir* in der gemeinten Bedeutung auch vom Weibe gesagt wird: Enide sagt *Je vos voudroie ja sentir En un lit certes nu a nu,* Erec 3382; *Ja mais char d'omme mes cors ne quiert sentir Se celui non cui je aim et desir,* Jourd. de Bl. 2349; *ne t'asentes Que baron aies ne ne sentes,* GCoinsy 263, 54. Ist diese Auffassung richtig, und die andere, wonach *senta* erste Person wäre, würde dem Dichter einen recht ungeschickten Ausdruck zuschreiben, so ist das Pronomen der ersten Person in der ersten Strophenzeile überflüssig, und es könnte sein Vorliegen einer der Fehler sein, die beide Handschriften mit einander gemein haben, ein Fehler, den Schreiber leicht verschulden konnten, wenn sie zunächst nur die beiden ersten Zeilen ins Auge fafsten. Es liegt aber auch die pleonastische Vorausnahme des Objekts eines Objektssatzes zum regierenden Verbum nicht aufserhalb des älteren Sprachgebrauches: *Ne vout le moniage, que nel presist, laissier,* SThom. 631.

Was von *folatura* 5, 2 zu halten sei, ist ziemlich schwer festzustellen. Dafs es mit *fol* »Narr« irgendwie zusammenhängt und von Raynouard nicht ganz ohne Grund mit *folie* übersetzt ist, dafür spricht die von ihm angeführte Stelle aus Marcabruns Pastorela: *segon dreitura Cerca fols sa folatura, Cortes cortez' aventura,* Bartsch, Chrest.[4] 53, 35 (oder nach I und A [Archiv 51, 131]: *Encalz fols sa f.*); aber schon die zweite von ihm beigebrachte Stelle: *Doncs, quar tan l'am, molt fui plus follatura Que fols pastre qu'al bel pueg caramella,* Peire Vidal (bei Bartsch 43, 29) hat ihn zu der Übersetzung *chose folle* »thörichtes Wesen« (Bartsch »Thor«) genötigt, die nämliche scheint erforderlich, wo es in Sünders Reue 490 (Suchier, Denkm. prov. Lit. I 229) von Christus heifst: *S'en intret en ifern... E trais nels sieus amics qu'eron de sa natura E reso[r]s al ters jorn, si com dis la scriptura. Adoncs perdet poder la cruzel folatura, Lo princeps ifernals,* und eine andere ist auch hier bei Bernart nicht möglich, wo das Wort unverkennbar als Masculinum auftritt, noch auch bei Gui von Uissel: *E Robi[s] com follatura, Qui* (l. *Que*) *que s'agues dit enan, Vais umilian,* Parn. occ. 261. Ja man kann wohl sagen, dafs ein konkreter, persönlicher Sinn des Wortes auch an der zuerst angeführten Stelle, wo es eine Thörin bezeichnen könnte, nicht ausgeschlossen, jedenfalls dieser Sinn der sicherer erwiesene sei. Dies müfste nun bei einem mittels *-atura* von einem Adjektiv abgeleiteten Worte höchlich befremden. Aber dergleichen Derivate giebt es überhaupt nicht: Bildungen, die den lateinischen auf *-atura* entsprechen, weist das Provenzalische in grofser Zahl auf, jedoch gehen sie, soweit es nicht wie *assatura, creatura,*

*dominicatura, eſtatura, natura* Lehnwörter sind, durchaus auf *-adura* aus und schlieſsen sich immer an Verba auf *-ar* an; so auſser den bei Diez, Gr.[3] II 348 angeführten: *aplanadura,* Flam. 7825, *barradura, bleſſadura* (wie man statt *bleſſedura* unbedenklich schreiben darf), *borſadura* (?), *botonadura, carnadura, caſſadura, cavalgadura, cavilladura, cornadura, coronadura, crebadura, cremadura, dauradura, deſlogadura, dobladura, domdadura, domenjadura* (neben *dominicatura*), *eſfaſadura* Flam., *empenhadura, endomengadura, engenradura, envezadura, eſcaudadura, eſmeradura, freſadura, folradura, gardadura, laizadura* (Ep. Ephes. V 27, zu catal. *leſiar,* pg. *leſar,* sp. *liſiar*), *lavadura, levadura, liadura, limadura, molhadura, montadura, pageladura* (?), *parladura, portadura, quairadura, ratonadura, ſacrificadura, ſaladura, ſerradura, talhadura, tancadura, teladura, tempradura, trencadura, tronadura, veſadura* (Flam. 937, afz. *envoiſeure*), *violadura* (*archadura, franhadura* bei Raynouard erscheinen als sehr zweifelhaft, auch *parelhadura* in Marcabruns Pastorela ist nicht völlig sicher). Ein Verbum **folar*, das zu *fol* gehörte, von dem aus aber immer nur zu **foladura* zu gelangen wäre, welches letztere bezeichnen müſste »das (konkrete) Ergebnis, Erzeugnis des *folar*«, giebt es nicht. Das von Raynouard aufgeführte Verbum *folatir* (Gir. Ross. 327 P, *fol atir* 906 O) ist wiederum höchst zweifelhafter Existenz, beinahe gleich undenkbar wie *follenſa,* wofür sicher *fallenſa* zu setzen ist.[1] und auch von ihm aus wäre kein *folatura* zu erreichen.

---

[1] Es würde recht verdienstlich sein, wenn jemand, bis einmal ein gutes Wörterbuch des Altprovenzalischen kommt, eine Zusammenstellung dessen gäbe, was an Wortaufstellungen und an Wortdeutungen bei Raynouard unzweifelhaft falsch, als falsch aus den bisher gedruckten Quellenschriften zu erweisen ist. Manches davon ist ja bereits richtig gestellt, aber bei weitem mehr steht noch unangefochten da, führt Herausgeber und Etymologen irre und verschuldet das Unterlassen weiterer Forschung. Ich glaube nicht, daſs z. B. nachfolgende Wörter bereits aus der Welt geschafft sind, in die sie Raynouards Übereifer gesetzt hat: *dieutat* (l. *deintat,* afz. *daintié*), *egatier* (l. *o gantier,* von *ganta?*), *endeſonrar* (l. *en Deſonratz*), *eſc* (l. *a deſc*), *eſcar* (l. *q'om meſca*), *eſcart* (l. *es c'art*), *nofegar* (l. *quis n'ofega*), *oſcla* (l. *noſcla*), *paguet* (Pf. von *pagar*), *plevit, preveira, prodeingnar* (l. *pro teingna*), *rauſan* (l. *ranſan*), *reclavar, rimader* (l. *rima d'er* »Reim auf *er*«). *ſuagra* (l. *ſiragra*). *vorma*; und wie viele verschwinden von selbst, sobald man die, roh oder bearbeitet, jetzt gedruckten Texte nachschlägt, die Raynouard nur aus Handschriften gekannt hat. Dazu kommen die unzähligen Miſsdeutungen, wie die von *eſcaſſelier,* das zu *eſcarſela* gehört, *falveta,* das mit afz. *fauvel, fauvain* gleichbedeutend scheint, *gaſtal,* das mit afz. *gaſtel* nicht eins sein kann, *limo,* das nur in der Bedeutung »Lehm« nachgewiesen ist, *malha,* das an keiner beigebrachten Stelle *maſſue* heiſst, *maltraire,* das unter keinen Umständen *maltraiter* heiſst, wie auch Bartsch leider immer noch wiederholt, *mealha,* das nie Dotter bedeutet, obschon auch Stimming das geglaubt hat, *mesprezo,* das mit *mépris* auſser dem Präfix nichts gemein hat (Bartsch sagt *mépriſe,* übersetzt aber dieses mit »Geringschätzung«), *barbuſtel,* das man eher noch wie Rochegude mit *barbon,* als wie Raynouard, Bartsch und P. Meyer mit *imberbe* übersetzen wird (für Honnorat heiſst es beides, obgleich es nur einmal gefunden ist) und sehr viel andere. Man darf von diesen Dingen reden, ohne sich damit Undanks gegen Diez' verdienten Vorläufer schuldig zu machen.

Ist es nun unmöglich, *folatura* als Derivatum von *fol* gelten zu lassen, so könnte es dagegen wohl ein Compositum sein, dessen erstes Glied *fol* wäre. Als zweites bietet sich alsdann *atur* »Streben«, »Vorsatz«, »conamen«, wie das alte Reimwörterbuch 59[1] 5 zutreffend übersetzt; ein gleichbedeutendes, ebenfalls aus *aturar* »conari« gewonnenes Femininum **atura,* das sich neben jenes stellte wie *cuida, comanda, pessa, torna* neben die entsprechenden Masculina, scheint nicht vorzukommen. Vielleicht hat eine irrige Zerlegung des Verbandes *folatur,* vermöge welcher *fola* als Femininum des Adjektivs erschien, dazu geführt, dem *tur* ein *a* anzuhängen (vergl. ital. *la versiera* aus *l'avversiere*). Endlich kann das, was zunächst »thörichter Vorsatz« bedeutete, zur Bezeichnung der Person geworden sein, bei der ein thörichter Vorsatz vorgefunden wird; handelte es sich dabei um eine männliche Person, so konnte der Ausdruck als Masculinum behandelt werden, wie etwa altfranzösisch *foimentie* »gebrochene Treue« auch ohne Änderung der Form als männliche oder geschlechtlich indifferente Bezeichnung des Treubrüchigen erscheint: *Se je ne voussisse estre faus Et foimentie et desloiaus,* Erec 6066; *Li foimentie, li parjure Cil i muerent,* Percev. 8922; *Sovent l'appele faus parjure Et foimentie et renoié,* Barb. und Méon II 426, 153; *Sire, encor fui je foimentie,* eb. IV 108, 73; *Li träistres, li foimentie, Li parjures et li trichierres,* Ren. 18816; *Car on en est tenut, et ch'est drois, fois mentie,* GMuis. II 162; *li ivre, li feimentie, li parjure,* Serm. poit. 99; oder wie das von Diez Gr. [3]III 122 nicht richtig aufgefafste *chiere hardie, membree* (und eben dahin gehören pr. *nas de corba,* Mahn, Ged. 161, 5; *cara de guiner, nas de gat,* Herrigs Arch. 50, 282; *brache fiere,* Gaufr. 96; Bast. de Bouill.; *courte espee,* Gaufr. 313; *tendre face,* Guil. Pal. 4060; *bele faiture,* RAlix. 341; *male goule,* Renclus M. 123, 8; *longue alaine,* FCandie 143; *coste fieree,* Mousk. 12955; *lonc col,* eb. 13341; *gens cors, biauls brais, vis cleir,* Bern. LHds. 246, 3; vergl. 266, 5; 471, 3) zu Personennamen als Apposition sich gesellen kann; vergl. dazu Darmesteter, Form. des mots composés S. 32 ff., Nehry, Über den Gebrauch des absoluten Casus obliquus, Berliner Dissert. 1882, S. 52. — Je nachdem man nun die Bitte lieber lauten läfst, die Besungene möge sich nicht um den oder um einen thörichten Eifersüchtigen kümmern, wird man vor *gelos* mit C *pel* oder mit E *per* schreiben; die Geringschätzung des Dichters für den Gatten kommt in E zu noch etwas lebhafterem Ausdruck.'

---

Ausgegeben am 5. November.

1885.

**XLII.**

# SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

# AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

ZU BERLIN.

---

29. October. Sitzung der physikalisch-mathematischen Classe.

---

Vorsitzender Secretar: Hr. Auwers.

Von Hrn. Hofmann ist die umstehend folgende am 23. Juli in der Gesammtsitzung vorgetragene Mittheilung zum Druck eingereicht.

---

# Über die Einwirkung des Ammoniaks und der Amine auf den Sulfocyanursäuremethyläther und das Cyanurchlorid. Normale alkylirte Melamine.

Von A. W. Hofmann.

(Vorgetragen am 23. Juli [s. oben S. 751].)

Die in einem früheren Aufsatze mitgetheilte Arbeit[1] über die Darstellung der Sulfocyanursäure aus dem zugehörigen Methyläther hat mich an einige andere mit diesem Äther angestellte Versuche erinnert, welche bisher unvollendet geblieben waren.

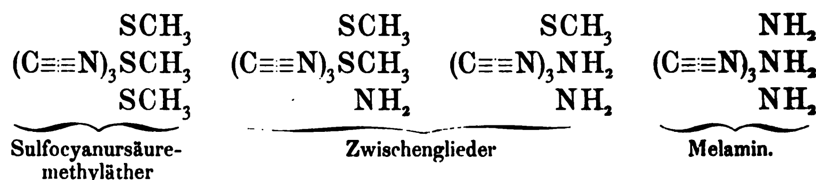
Schon am Schlusse meiner ersten Mittheilung über den Sulfocyanursäuremethyläther ist kurz angedeutet worden, dass sich derselbe sehr leicht mit Ammoniak umsetzt und eine Reihe wohl charakterisirter Basen liefert. Einige dieser Basen sind auch damals bereits etwas eingehender studirt worden. Bei den zu diesem Ende angestellten Versuchen habe ich mich noch der höchst werthvollen Unterstützung des Hrn. Dr. C. Schotten zu erfreuen gehabt, für die ich ihm hier, wenn auch verspätet, meinen besten Dank ausspreche. Die Arbeit im weiteren Umfange ist aber erst neuerdings wieder aufgenommen worden. Bei Fortsetzung derselben hat mir Hr. Dr. Otto Borgmann mit einer Umsicht und einer experimentalen Geschicklichkeit zur Seite gestanden, welche ich nicht dankbar genug anerkennen kann.

## Einwirkung des Ammoniaks auf den Sulfocyanursäuremethyläther.

Nachdem frühere Versuche[2] gezeigt hatten, dass sich der Äther durch Behandlung mit Wasser (Salzsäure) bei hoher Temperatur unter Abspaltung von Methylmercaptan in Cyanursäure verwandelt, durfte

[1] Hofmann, Sitzungsberichte 1885. S. 821.
[2] Hofmann, Monatsberichte 1880. S. 616.

man mit Zuversicht erwarten, dass er unter dem Einflusse des Ammoniaks als Endproduct Melamin liefern werde. Allein es war nicht wahrscheinlich, dass sich die Wirkung des Ammoniaks alsbald bis zur Bildung dieses Endproductes erstrecken werde, und es standen somit zwei noch schwefelhaltige Zwischenglieder in Aussicht:




Durch Einhalten gewisser Zeit- und Temperaturbedingungen gelingt es in der That, die ganze Reihe der von der Theorie vorgezeichneten Amidoverbindungen aus dem Sulfocyanursäureäther zu gewinnen.

*Primäre Amidobase.* Digerirt man den Sulfocyanursäureäther mit einem mässigen Überschusse einer starken alkoholischen Ammoniaklösung etwa fünf Stunden lang bei 100°, so zeigt sich die Röhre nach dem Erkalten von einer schönen Krystallisation erfüllt; das beim Öffnen derselben entweichende Mercaptan giebt sich alsbald durch den Geruch und die schwefelgelbe Färbung, welche mit Ammoniak befeuchtetes Bleipapier in dem Gase annimmt, zu erkennen. Die Krystalle, fast ausschliesslich aus primärer Base bestehend, werden gepulvert und mit Wasser ausgekocht, um kleine Mengen der gleichzeitig gebildeten secundären Base zu entfernen. Der Rückstand wird in Salzsäure gelöst, wobei bisweilen etwas unangegriffener Methyläther zurückbleibt. Man fällt nunmehr mit Ammoniak und löst den Niederschlag nach nochmaligem Auskochen mit Wasser in siedendem Alkohol, aus welchem beim Erkalten schöne rhombische, bei 200° schmelzende Tafeln anschiessen. Für die Analyse sind sie bei 100° getrocknet worden.

Der Formel



$$(C\equiv N)_3(SCH_3)_2NH_2 = C_5H_8N_4S_2$$

entsprechen folgende Werthe:

| | Theorie | | Versuch | |
|---|---|---|---|---|
| $C_5$ | 60 | 31.91 | 31.87 | — |
| $H_8$ | 8 | 4.26 | 4.65 | — |
| $N_4$ | 56 | 29.79 | — | 30.42 |
| $S_2$ | 64 | 34.04 | — | — |
| | 188 | 100.00 | | |

Wie aus der Darstellung erhellt, ist die Base leicht löslich in heissem, schwerer löslich in kaltem Alkohol; sie ist nicht ganz unlöslich in Wasser. Die Lösungen sind ohne Reaction auf Pflanzen-

farben; in Gegenwart von Ammoniak oder Natronlauge mit einem Bleisalze gekocht zeigen sie keine Reaction auf Schwefel. In Salzsäure ist die Base ziemlich schwer löslich; durch Zusatz von Wasser fällt sie wieder aus, so dass sie auch auf diese Weise leicht im reinen Zustande zu erhalten ist. Nur in Gegenwart eines grossen Überschusses starker Salzsäure lässt sich die Lösung ohne Trübung mit Wasser mischen. Die Lösung in concentrirter Salzsäure setzt nach längerem Stehen eine bereits veränderte Substanz ab. Durch längeres Kochen mit concentrirter Salzsäure erleidet die primäre Amidobase eine Reihe von Umwandlungen, aus welchen schliesslich Mercaptan, Ammoniak und Cyanursäure hervorgehen. Auf Zusatz von Platinchlorid scheiden sich aus der concentrirten Lösung des salzsauren Salzes erst nach längerem Stehen vierseitige Prismen eines Platinsalzes ab. Goldchlorid bewirkt in der concentrirten salzsauren Lösung eine gelbe Wolke, welche bald unter Bildung schöner gelber Nadeln verschwindet. Dieses Goldsalz ist sehr veränderlich; es muss mit Salzsäure ausgewaschen werden, da Wasser es zersetzt. Für die Analyse wurde es in *vacuo* getrocknet.

Die Formel

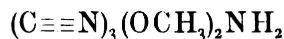


$$C_5H_8N_4S_2 . HCl . AuCl_3$$

verlangt 37.31 Procent Gold; gefunden wurden 37.37 Procent.

Mit Salpetersäure bildet die primäre Base ein in heissem Wasser leicht, in kaltem Wasser schwer lösliches Salz.

Nicht unerwähnt soll beiben, dass eine der primären geschwefelten Amidobase entsprechende sauerstoffhaltige Verbindung



$$(C\equiv N)_3(OCH_3)_2NH_2$$

bereits bekannt ist. Wir haben sie, Olshausen[1] und ich, gelegentlich unserer Arbeit über die normalen Cyanursäureäther erhalten.

*Secundäre Amidobase.* Sie entsteht, wenn man den Sulfocyanursäureäther etwa fünf Stunden lang mit alkoholischem Ammoniak statt bei 100° bei 160° digerirt. Die beim Erkalten sich ausscheidenden Krystalle enthalten neben der secundären Base die primäre und tertiäre. Sie werden abfiltrirt, fein gepulvert und mehrmals mit Wasser ausgekocht, welches die primäre ungelöst lässt. Beim Erkalten krystallisiren aus der wässerigen Flüssigkeit rhombische Tafeln der secundären Base aus, welche aber noch Melamin enthalten. Dieses lässt sich durch eine Krystallisation aus Alkohol, in welchem das Melamin nahezu unlöslich ist, leicht entfernen. Ein charakteristischer Unterschied zwischen der primären und secundären Base ist die Schwerlöslichkeit der ersteren in Wasser und ihre Leichtlöslichkeit in Alkohol, während

[1] Olshausen und Hofmann, Monatsberichte 1870. S. 198.

sich die secundäre leicht in Wasser, aber schwieriger in Alkohol löst. Die reine Diamidobase schmilzt bei 268°. Die Analyse der bei 100° getrockneten Base gab Zahlen, welche zu der Formel

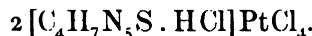


$$(C\equiv N)_3SCH_3(NH_2)_2 = C_4H_7N_5S$$

führen:

| | Theorie | | Versuch | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $C_4$ | 48 | 30.57 | 30.11 | — | — |
| $H_7$ | 7 | 4.46 | 4.74 | — | — |
| $N_5$ | 70 | 44.59 | — | 44.80 | — |
| S | 32 | 20.38 | — | — | 19.85 |
| | 157 | 100.00. | | | |

Die secundäre Base löst sich leicht in Salzsäure; aus der mässig verdünnten Lösung fällt auf Zusatz von Platinchlorid alsbald ein schönes, in sternförmig gruppirten Nadeln anschiessendes Platinsalz



$$2[C_4H_7N_5S.HCl]PtCl_4.$$

Die Theorie verlangt 26.89 Procent Platin; gefunden wurden 26.95 Procent.

Aus der salpetersauren Lösung der Base fällt auf Zusatz von Silbernitrat eine schwerlösliche, in feinen Nadeln krystallisirende Silberverbindung.

Bei längerem Kochen mit Salzsäure erleidet die Diamidobase dieselben Veränderungen, wie die Monamidoverbindung; als Endproducte werden Mercaptan, Ammoniak und Cyanursäure gebildet.

*Tertiäre Amidobase, Melamin.* Erhitzt man den Sulfocyanursäureäther oder eine der beiden noch schwefelhaltigen Amidobasen mehrere Stunden lang mit einem Überschusse von starkem wässerigem Ammoniak auf 180°, so findet man nach dem Erkalten der Röhre die klare Flüssigkeit von grossen sechsseitigen Blättern durchsetzt; auf der wässerigen Lösung schwimmt eine Schicht von reinem Methylmercaptan. Wenn die Bedingungen richtig eingehalten werden, so verläuft die Reaction nahezu quantitativ.[1] Man ist jedoch bei diesem Processe auf ein verhältnissmässig kleines Temperaturintervall beschränkt, denn geht man zu hoch, z. B. nur bis auf 200°, so erleidet das Melamin

[1] Die treffliche Ausbeute an Melamin, welche man durch Einwirkung von Ammoniak auf den Sulfocyanursäuremethyläther erhält, ist Veranlassung gewesen, auch das Verhalten des Sulfocyanmethyls gegen Ammoniak nochmals zu untersuchen. Es war nicht unmöglich, dass sich unter günstigen Bedingungen die Polymerisation des Äthers und die Umbildung des polymerisirten zu Melamin gleichzeitig vollziehen würde. Diese Hoffnung ist indessen nicht in Erfüllung gegangen. Es wurden wenig erfreuliche braune amorphe Producte erhalten, wie sie bereits von Kremer (J. f. prakt. Ch. LXXIII, 365) in der Äthylreihe beobachtet worden sind. Melamin entsteht auf diese Weise nicht.

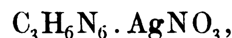
bereits eine Umsetzung mit den Elementen des Wassers, indem hydroxylirte Verbindungen entstehen, ja selbst Ammoniak und Kohlensäure auftreten, welch' letztere sich alsdann in der Flüssigkeit direct nachweisen lässt. Hat man andererseits nicht hoch genug erhitzt, so enthält das Product leicht eine kleine Menge der secundären Amidobase. Es empfiehlt sich daher, die vollständige Umsetzung in jedem Falle durch einen besonderen Versuch festzustellen, indem man eine Probe auf Schwefel untersucht. Ist noch Schwefel vorhanden, so muss das Reactionsproduct nochmals eingeschlossen werden.

Durch Krystallisation aus siedendem Wasser wird das aus dem Sulfocyanursäureäther gewonnene Melamin in gut ausgebildeten rhombischen Octaëdern erhalten, welche alle von LIEBIG[1] in seiner berühmten Abhandlung angegebenen Eigenschaften zeigen, zumal auch das charakteristische, in Wasser schwerlösliche Nitrat, Sulfat und Oxalat liefern. Die Analyse der bei 100° getrockneten krystallisirten Substanz ergab 66.68 Procent Stickstoff; der Formel



$$(C \equiv N)_3(NH_2)_3 = C_3H_6N_6$$

entsprechen 66.66 Procent. Das Melamin wurde überdies durch die Analyse des Silbersalzes identificirt. Versetzt man die heisse wässerige Lösung mit Silbernitrat, so fällt ein gelatinöser Niederschlag, welcher durch Umkrystallisiren aus siedendem Wasser in feinen Nadeln anschiesst. Es ist dies die schon von LIEBIG analysirte Verbindung



$$C_3H_6N_6 . AgNO_3,$$

welche 36.49 Procent Silber enthält. Die Analyse ergab 36.64 Procent.

Das Melamin verbindet sich, wie bei dieser Gelegenheit gefunden wurde, auch mit Platinchlorid. Platinverbindungen des Melamins scheinen bisher nicht dargestellt worden zu sein.[2] Weder LIEBIG[3]

---

[1] LIEBIG, LIEB. Ann. X, 21.

[2] Wenn man sich erinnert, dass LIEBIG der erste war, welcher die Platinverbindungen für die Moleculargewichtsbestimmung der organischen Basen in Anwendung gebracht hat, so könnte es auf den ersten Blick befremdlich erscheinen, dass er das Verhalten des Melamins zum Platinchlorid unbeachtet gelassen hat. Allein die Abhandlung, in welcher das Melamin beschrieben wird, ist im Jahre 1834 veröffentlicht, während die Arbeit, in welcher LIEBIG das Platinchlorid bei der Untersuchung der Basen verwerthet hat, erst vier Jahre später erschienen ist. Zwar war LIEBIG die Fähigkeit dieser Körper, mit Platinchlorid Verbindungen einzugehen, schon 1833 bekannt, denn er erwähnt sie in seiner Abhandlung über den Stickstoffgehalt der organischen Basen (LIEB. Ann. VI, 73), und empfiehlt sogar drei Jahre später (1836) in der Abhandlung über das Nicotin (LIEB. Ann. XVIII, 66) die Analyse des Nicotin-Platinsalzes zur Feststellung der Zusammensetzung dieser Base. Allein erst im Jahre 1838, in der Arbeit über die organischen Basen (LIEB. Ann. XXVI, 10) werden die ersten Analysen von Platinsalzen, nämlich der Salze des Morphins, Narcotins, Codeïns, Chinins, Cinchonins, Brucins und Strychnins mitgetheilt.

[3] LIEBIG a. a. O.

noch einer der späteren Forscher, welche sich, wie Zimmermann,[1] Drechsel,[2] Nencki,[3] Jäger[4] und Byk[5] mit den Salzen des Melamins beschäftigt haben, gedenkt der Platinsalze. Möglich, dass diese Verbindungen, weil sie nur in concentrirten Lösungen entstehen, übersehen worden sind, möglich auch, dass die Schwierigkeit, reine Salze zu erhalten — es bilden sich ihrer stets zwei — von dem Studium derselben abgeschreckt hat.

Versetzt man eine heisse, gesättigte Lösung von salzsaurem Melamin mit concentrirtem Platinchlorid, so schiessen beim Erkalten zwei Salze an, das eine in dicken, sechsseitigen Prismen mit schief abgestumpften Endkanten, das andere in dünnen, feinen Nadeln; hat man nicht genug Platinchlorid zugefügt, so ist das Gemenge beider Salze überdies von weissen Krystallen des Chlorhydrats durchsetzt. Man gewinnt ein einheitliches Salz, wenn man Melamin mit concentrirter Salzsäure zu einem Brei anreibt und diesen in sehr starker Platinchloridlösung auflöst. Die entstandenen Krystalle werden ein- oder zweimal aus heisser, concentrirter Platinlösung umkrystallisirt. Man beobachtet alsdann keine Nadeln mehr, sondern nur die sechsseitigen, abgestumpften Prismen.

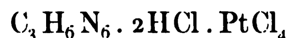
Diese Krystalle stellen das normale Platinsalz des Melamins mit 2 Mol. Wasser dar. Die Verbindung



$$2[C_3H_6N_6 . HCl]PtCl_4 . 2H_2O$$

enthält 5.10 Procent Wasser. Der Versuch ergab 5.07 Procent. Das Wasser entweicht schon über Schwefelsäure vollständig, schneller bei 100°. Die Krystalle verlieren dabei ihren Glanz. Das wasserfreie Salz enthält 29.41 Procent Platin; gefunden wurden 29.51, 29.55 und 29.66 Procent.

Es sind viele Versuche gemacht worden, auch das in feinen Nadeln krystallisirende Salz im reinen Zustande zu erhalten, allein ohne den erwünschten Erfolg. Es ist wohl nicht zu bezweifeln, dass es nach der Formel



$$C_3H_6N_6 . 2HCl . PtCl_4$$

zusammengesetzt ist, welche 36.33 Procent Platin verlangt. In verschiedenen Präparaten, welche scheinbar aus reinen Nadeln bestanden, wurden 34.04, 34.62, 35.08 und 35.10 Procent Platin gefunden. Offenbar enthielten die Krystalle noch von dem ersteren Salz; auch

---

[1] Zimmermann, Ber. chem. Ges. VII, 289.
[2] Drechsel, J. f. prakt. Chem. [2] XI, 304.
[3] Nencki, J. f. prakt. Chem. [2] XVII, 235.
[4] Jäger, Ber. chem. Ges. IX. 1555.
[5] Byk, J. f. prakt. Chem. [2] XX, 346.

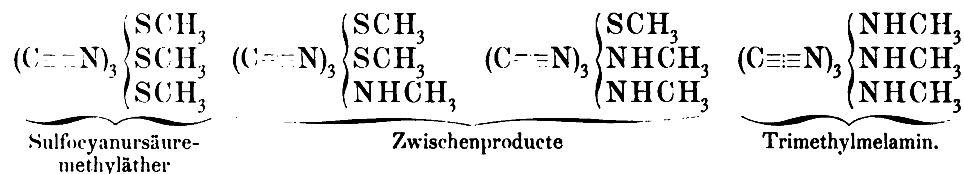
fand man, dass die Nadeln beim Umkrystallisiren leicht in das andere Salz übergehen. Auffallend bleibt es immer, dass sich auch bei einem grossen Überschusse von Platinchlorid das platinärmere Salz mit Vorliebe bildet.

Obwohl die oben mitgetheilten Beobachtungen kaum einen Zweifel darüber lassen konnten, dass hier das altbekannte Melamin vorlag, so ist letzteres bei dieser Gelegenheit doch noch einmal sowohl aus dem Schwefelcyanammonium nach der Methode von LIEBIG, als auch aus dem Cyanamid nach dem Verfahren von CLOËZ und CANNIZZARO dargestellt worden. Eine sorgfältige Vergleichung ergab, dass man auf den drei so verschiedenen Wegen zu genau demselben Körper gelangt.

Man konnte mit Bestimmtheit annehmen, dass sich die Amine dem sulfocyanursauren Methyläther gegenüber verhalten würden, wie das Ammoniak. Der Versuch hat den gehegten Erwartungen in vollem Maasse entsprochen.

## Einwirkung des Methylamins auf den Sulfocyanursäuremethyläther.

In dieser Reaction werden sämmtliche Erscheinungen beobachtet, welche man nach den Erfahrungen über das Verhalten des Äthers zum Ammoniak erwarten durfte. Unter Austritt nach einander von 1, 2, 3 Mol. Methylmercaptan werden 1, 2, 3 Mol. Methylamin fixirt; es entsteht die Reihe der methylamidirten Basen:



$$(C\equiv N)_3\begin{cases}SCH_3\\SCH_3\\SCH_3\end{cases}\quad(C\equiv N)_3\begin{cases}SCH_3\\SCH_3\\NHCH_3\end{cases}\quad(C\equiv N)_3\begin{cases}SCH_3\\NHCH_3\\NHCH_3\end{cases}\quad(C\equiv N)_3\begin{cases}NHCH_3\\NHCH_3\\NHCH_3\end{cases}$$

Sulfocyanursäuremethyläther — Zwischenproducte — Trimethylmelamin.

Als ich mich mit diesen Körpern beschäftigte, waren sowohl die im Vorstehenden beschriebenen Ammoniakderivate, als auch die im Folgenden noch zu erwähnenden entsprechenden Basen der Äthylreihe bereits eingehend studirt worden; es genügte daher, die wesentlichen Eigenschaften der Methylverbindungen zu beobachten und ihre Zusammensetzung durch einige wenige analytische Daten festzustellen.

*Primäre Methylamidobase.* Die mit dem Sulfocyanursäuremethyläther und einer 33procentigen wässerigen Lösung von Methylamin beschickten Röhren zeigten sich, nachdem sie mehrere Stunden auf 100° erhitzt worden waren, von schönen, wohlausgebildeten Krystallen erfüllt. Beim Öffnen der Röhren entwich Methylmercaptan, und das

Reactionsproduct erwies sich als vorwaltend aus der primären Base bestehend. Zur Reinigung wurde das Mercaptan verjagt und der Rückstand in wenig concentrirter Salzsäure gelöst. Auf Zusatz von Wasser fiel die primäre Base aus, welche, weil sie noch zwei Mercaptangruppen enthält, nur schwach basische Eigenschaften besitzt. Die Base ist leicht löslich in Alkohol und Äther. Durch Zusatz von Wasser zu der Alkohollösung kann man die Verbindung schnell reinigen. So wurden büschelförmig vereinigte Nadeln, beim langsamen Umkrystallisiren wohlausgebildete Prismen von dem Schmelzpunkte 174—175° erhalten. Da für diese Classe von Verbindungen die Stickstoffzahlen besonders charakteristisch sind, so wurde die Zusammensetzung der Base durch Bestimmung dieses Elementes ermittelt. Die Analyse der bei 100° getrockneten Base ergab 27.47 Procent Stickstoff. Der Formel



$$(C\equiv N)_3(SCH_3)_2NHCH_3 = C_6H_{10}N_4S_2$$

entsprechen 27.72 Procent.

Obwohl die Verbindung eine so schwache Base ist, dass sie auf Pflanzenfarben kaum mehr einwirkt, so bildet sie doch noch mit den meisten Säuren krystallinische Salze, die aber mit Ausnahme der Doppelsalze ausserordentlich löslich sind. Das salzsaure Salz krystallisirt in undeutlichen Schuppen, das salpetersaure in dünnen Blättchen; am schönsten ist das oxalsaure Salz, es bildet grosse, wohlausgebildete Prismen. Das ziemlich schwerlösliche Platinsalz fällt in kleinen, breiten Nadeln, die sich oft kreuzweise über einander lagern; das in Wasser schwer, in Alkohol leicht lösliche Goldsalz bildet Gruppen dünner Nadeln.

Mit Salzsäure zerfällt die Base schon bei 100° in Methylmercaptan, Methylamin und Cyanursäure.

*Secundäre Methylamidobase.* Sie bildet sich stets neben der primären und bleibt beim Fällen der letzteren durch Wasser aus der salzsauren Lösung des rohen Reactionsproductes in der stark verdünnten Mutterlauge zurück. Verdampft man diese, nachdem man sie mit Ammoniak neutralisirt hat, so erhält man schliesslich die secundäre Base als krystallinischen Rückstand. Sie wird nach dem Auswaschen des Salmiaks noch einmal in ganz schwacher Salzsäure — die Säure sollte nicht mehr als etwa $1/2$ Procent Chlorwasserstoff enthalten — gelöst, wobei noch Spuren von primärer Base zurückbleiben. Die secundäre Methylamidobase ist sehr leicht löslich in Alkohol, weniger in Äther, aus welchen Flüssigkeiten sie nur schwierig krystallisirt. Am besten erhält man sie durch Auflösen in viel siedendem Wasser, aus welchem sie beim Eindampfen in Nadeln vom

Schmelzpunkte 144° krystallisirt. Die Zusammensetzung derselben ist durch eine Stickstoffbestimmung ermittelt worden. In der bei 100° getrockneten Substanz wurden 37.42 Procent Stickstoff gefunden. Die Formel



$$(C\equiv N)_3SCH_3(NHCH_3)_2 = C_6H_{11}N_5S$$

verlangt 37.83 Procent.

Die Salze der Base sind meist sehr löslich; die Lösungen derselben werden durch Wasser nicht zersetzt. Das salzsaure, schwefelsaure und oxalsaure Salz trocknen zu undeutlich krystallinischen Massen ein; am besten krystallisirt das salpetersaure Salz, welches aus Wasser in wohlausgebildeten Nadelgruppen anschiesst. Das Platinsalz bildet kleine, sehr schwerlösliche Nadeln, das Goldsalz wohlausgebildete sechsseitige Prismen, welche sich, da sie in Wasser ziemlich löslich sind, nur langsam ausscheiden.

Mit Salzsäure auf 200° erhitzt, zerfällt die Base in Methylmercaptan, Methylamin und Cyanursäure.

*Tertiäre Methylamidobase, Trimethylmelamin.* Zur Darstellung dieses Körpers wurde der Sulfocyanursäuremethyläther mit einer 33 procentigen wässerigen Methylaminlösung mehrere Stunden lang auf 180° erhitzt, also auf dieselbe Temperatur, bei welcher der Äther, mit Ammoniak behandelt, Melamin geliefert hatte. Man fand aber, dass das Methylamin minder kräftig wirkte, als das Ammoniak, und dass das Reactionsproduct noch sehr erhebliche Mengen von primärer und secundärer Base enthielt. Es wurde versucht, die Reaction weiter zu führen, indem man bis auf 200° und selbst darüber erhitzte, wobei indessen mehrere Röhren verloren gingen. Aus diesem Grunde hat man es bei späteren Operationen vorgezogen, die Darstellung in zwei Phasen zu bewerkstelligen, indem man zunächst bei einer Temperatur von 130—140° ein Gemenge von primärer und secundärer Base erzeugte und dieses Gemenge von Neuem mit Methylamin nunmehr bei einer Temperatur von 170—180° erhitzte. Ob auf die eine oder die andere Weise erhalten, wurde das Reactionsproduct mit wenig kaltem Wasser ausgezogen, welches die tertiäre Base auflöste, während die primäre und secundäre zurückblieben. Die wässerige Lösung der Triamidobase lieferte beim Eindampfen einen Syrup, welcher nur sehr allmählich erstarrte. Das so erhaltene Trimethylmelamin ist noch nicht völlig rein, da die secundäre Base auch in kaltem Wasser nicht absolut unlöslich ist. Die trimethylirte Base ist sehr löslich, nicht nur in Wasser, sondern auch in Alkohol; eine Reinigung derselben durch Krystallisation ist vergeblich angestrebt worden. Auch die Salze der trimethylirten Base eignen sich nur wenig zur Analyse. Das salzsaure, salpetersaure und schwefelsaure Salz sind äusserst löslich und kaum

krystallinisch zu erhalten. Nur das oxalsaure Salz ist schwerer löslich, es schiesst auf Zusatz von Oxalsäure zu der wässerigen Lösung der Base alsbald in concentrisch vereinigten Nadeln an, welche aus Alkohol umkrystallisirt werden können. Da man aber bei den Oxalaten nie ganz sicher ist, ob nicht zwei Salze vorliegen, so blieb schliesslich nichts anderes übrig, als die Zusammensetzung der Base durch die Analyse des Platinsalzes festzustellen. Hierbei stösst man jedoch auf dieselbe Schwierigkeit wie beim Melamin; man erkennt sofort, dass sich zwei Salze bilden, ein in derben Krystallen auftretendes und ein in feinen Nadeln anschiessendes, welche sich glücklicher Weise nicht nur in der Form, sondern auch in der Löslichkeit von einander unterscheiden. Die Nadeln lösen sich viel leichter und können daher durch Auskochen des Gemenges leicht von dem derb krystallisirenden Salze getrennt werden. Letzteres hat die Zusammensetzung

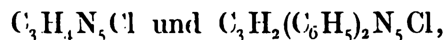


$$2[(C\equiv N)_3(NCH_3H)_3 . HCl]PtCl_4,$$

welche 22.53 Procent Stickstoff und 26.10 Procent Platin verlangt. In dem bei 110° getrockneten Salze wurden 22.14 Procent Stickstoff und 26.06 Procent Platin gefunden.

Einwirkung von Methylamin auf Cyanurchlorid.

Die Schwierigkeit der Gewinnung des trimethylirten Melamins aus dem Sulfocyanursäureäther ist Veranlassung zu dem Versuche gewesen, diesen Körper auf anderem Wege zu erlangen. Nach den erst jüngst noch bezüglich der Darstellung der Sulfocyanursäure gemachten Erfahrungen,[1] nach welchen sich diese Säure sowohl aus dem Methyläther als auch aus dem Cyanurchlorid gewinnen lässt, konnte man mit Sicherheit annehmen, dass sich das Trimethylmelamin auch durch Behandlung des genannten Chlorids mit Methylamin werde erzeugen lassen. Allerdings liegen bereits Versuche einerseits von Liebig[2] über die Einwirkung des Cyanurchlorids auf Ammoniak, andererseits von Laurent[3] über die auf Anilin vor, deren Ergebnisse auf den ersten Blick wenigstens nicht ermuthigend erschienen, insofern diese beiden Forscher Verbindungen erhielten, welche sie beziehungsweise als Chlorcyanamid und Chlorcyananilid, als

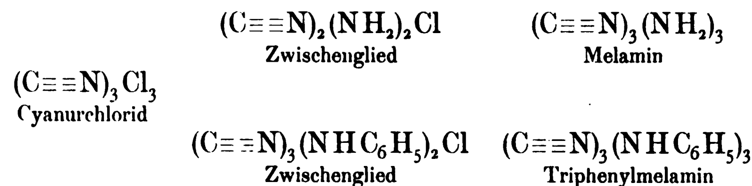


$$C_3H_4N_5Cl \text{ und } C_3H_2(C_6H_5)_2N_5Cl,$$

auffassten. Diese Verbindungen erscheinen uns aber heute ungezwungen als Übergangsglieder zwischen dem Cyanurchlorid einerseits und dem gewöhnlichen oder einem triphenylirten Melamin andererseits.

---

[1] Hofmann, Sitzungsber. 1885, 825.
[2] Liebig, Lieb. Ann. X, 45.
[3] Laurent, Ann. de Chim. et de Phys. [3] XXII, 97.



Eine nähere Beziehung zwischen dem Chlorcyanamid und dem Melamin ist in der That bereits schon vor längerer Zeit von NENCKI[1] angedeutet worden, obwohl er ihr unter der Annahme einer von der oben verzeichneten verschiedenen Constitution des Melamins einen anderen Ausdruck leihen musste.

Die Richtigkeit der oben ausgesprochenen Vermuthung vorausgesetzt, liess sich kaum bezweifeln, dass die weitere Einwirkung des Ammoniaks, beziehungsweise Anilins auf die genannten Zwischenglieder zum Melamin selbst und zu einem triphenylirten Melamin führen werde. Dies ist in der That der Fall.

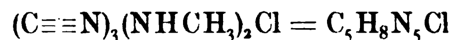
Das nach LIEBIG's Angabe durch einfaches Übergiessen von Cyanurchlorid mit Ammoniakflüssigkeit dargestellte Chlorcyanamid braucht nur einige Stunden lang mit starkem, wässerigem Ammoniak im Einschlussrohr bei 100° digerirt zu werden, um alsbald vollkommen reines Melamin zu liefern. Hiermit ist zugleich die einfachste Methode der Melamindarstellung gegeben. Man braucht in diesem Falle natürlich nicht zunächst das Chlorcyanamid darzustellen. Es genügt, das Cyanurchlorid, welches für diesen Zweck nicht einmal völlig rein zu sein braucht, mit starkem Ammoniak bei 100° zu digeriren, um eine fast theoretische Ausbeute an Melamin zu erhalten, welches nach dem Abwaschen des Salmiaks und einmaligem Umkrystallisiren vollkommen rein ist. Die Vermuthung, dass sich bei der Einwirkung von Ammoniak auf Cyanurchlorid Melamin bilden werde, ist übrigens schon vor dreissig Jahren von CLOËZ und CANNIZZARO[2] gelegentlich ihrer Arbeit über das Cyanamid ausgesprochen worden. Die in Aussicht gestellte experimentale Prüfung dieser Vermuthung scheint indessen nicht zur Ausführung gelangt zu sein, wenigstens finde ich in der Literatur keine Angabe.

Nach den mitgetheilten Ergebnissen durfte man wohl erwarten, dass das Cyanurchlorid unter dem Einflusse des Methylamins in ein dem Chlorcyanamid ähnliches Zwischenproduct und dieses durch geeignete Behandlung mit Methylamin schliesslich in das gesuchte trimethylirte Melamin übergehen werde. Der Versuch hat nicht ermangelt, diese Erwartungen zu erfüllen.

---

[1] NENCKI, Ber. chem. Ges. IX, 247.
[2] CLOËZ und CANNIZARO. Compt. Rend. XXXII, 62.

*Zweifach methylamidirtes Cyanurchlorid.* Übergiesst man gepulvertes Cyanurchlorid mit einer Lösung von Methylamin in absolutem Methylalkohol, so tritt starke Erwärmung ein. Man hört mit dem Zusatze auf, sobald die anfangs stark saure Reaction der Flüssigkeit in eine permanent alkalische umgeschlagen ist. Die Reaction zwischen beiden Körpern nimmt einige Zeit in Anspruch, und oft genug kommt es vor, dass die bereits stark alkalisch gewordene Flüssigkeit nach einigen Augenblicken wieder sauer reagirt. Die sich schnell absetzende, weisse, nur schwach krystallinische Substanz stellt in der That die chlorhaltige Verbindung dar, welche man nach den Erfahrungen von Liebig und Laurent mit dem Ammoniak und Anilin erwarten durfte: die Mutterlauge enthält neben reichlichen Mengen von salzsaurem Methylamin einen krystallinischen Körper, auf den ich weiter unten zurückkommen werde. In Wasser, Alkohol und Äther, selbst bei der Siedetemperatur, ist der ausgeschiedene Körper nahezu unlöslich; in siedendem Eisessig löst er sich, allerdings nicht ganz ohne Zersetzung, auf und wird aus dieser Lösung durch heisses Wasser in hübschen Nadeln ausgefällt, die bei 241° unter Zersetzung schmelzen. Zur Feststellung der Zusammensetzung wurde der Stickstoff und das Chlor in der bei 100° getrockneten Substanz bestimmt. Die Formel



$$(C\equiv\equiv N)_3(NHCH_3)_2Cl = C_5H_8N_5Cl$$

verlangt 40.35 Procent Stickstoff und 20.46 Procent Chlor; gefunden wurden 40.61 Procent Stickstoff und 20.24, 20.51 und 20.70 Procent Chlor. Von diesen Chlorbestimmungen wurde die erste nach dem Carius'schen Verfahren ausgeführt; bei den beiden letztangeführten hatte man andere Zwecke im Auge, indem man den Körper bei der zweiten mit Wasser, bei der dritten mit einer Lösung von Ammoniak in absolutem Alkohol auf eine Temperatur von 200° erhitzte und die gebildete Salzsäure in der Form von Chlorsilber wog.

Die chlorhaltige Verbindung ist eine schwache Base, welche aus der Lösung in concentrirten Säuren durch Wasser krystallinisch gefällt wird. Die Lösung in Salzsäure liefert mit Platinchlorid ein in schönen Nadeln krystallisirendes, ziemlich schwerlösliches Platinsalz, welches, zwei Mal dargestellt, bei der Analyse einen Gehalt von 26.14 und 26.24 Procent Platin ergab, während das Platinsalz der chlorhaltigen Base 25.75 enthält. Der constant bleibende Überschuss an Platin (vergl. S. 968) gab Veranlassung, das Verhalten der Base zu Säuren einer genaueren Prüfung zu unterwerfen, wobei sich herausstellte, dass dieselbe in saurer Lösung schon nach kurzer Frist das Chlor gegen eine Hydroxylgruppe austauscht. In Folge dieser Umwandlung der Chlorbase besteht das aus saurer Lösung gefällte Platinsalz bereits zum

grossen Theile aus der Platinverbindung der hydroxylirten Base, wodurch sich der höhere Platingehalt, welcher beobachtet wurde, einfach erklärt. Die frisch bereitete Lösung der chlorhaltigen Base in verdünnter Schwefelsäure oder Salpetersäure giebt in der That kaum eine Trübung mit Silbernitrat, aber schon nach gelindem Erwärmen entsteht eine starke Fällung. So lange die in der Kälte oder durch gelindes Erwärmen gewonnene Lösung der Base in Säure mit Wasser gefällt wird, entsteht auf Zusatz von Natronlauge ein Niederschlag von Chlorbase, welcher von einem Überschuss nicht gelöst wird, sobald jedoch Wasser keine Veränderung mehr hervorbringt, hat sich der Übergang in die Hydroxylbase bereits vollzogen, und es wird nunmehr durch Natronlauge ein Niederschlag erzeugt, welcher sich mit Leichtigkeit in einem Überschusse des Fällungsmittels auflöst.

Aus der concentrirten salzsauren Lösung der Chlorbase schiessen nach einiger Zeit schöne Krystallblätter, aus der salpetersauren feine Nadeln an; beide Krystallisationen gehören der Chlorbase nicht mehr an, sondern sind bereits Verbindungen der hydroxylirten Base.

## Einwirkung von Methylamin auf das zweifach methylamidirte Cyanurchlorid.

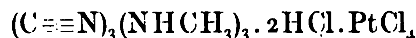
*Trimethylmelamin.* Da das letztgenannte Chlorid, wie bereits oben bemerkt wurde (vergl. S. 964) sein Chlor mit Leichtigkeit gegen die Hydroxylgruppe austauscht, so schien es angezeigt, die Anwesenheit von Wasser in dieser Reaction auszuschliessen. Aus diesem Grunde liess man das Methylamin in methylalkoholischer Lösung auf das Chlorid einwirken. Die Reaction erfolgt im Einschlussrohr schon in wenigen Stunden bei 100°. In dem Reactionsproduct ist eine kleine Menge unlöslicher Substanz suspendirt, wenn das Cyanurchlorid nicht rein war. Wird die filtrirte Flüssigkeit auf dem Wasserbade verdampft, um Alkohol und überschüssiges Methylamin zu verjagen, so bleibt ein von Krystallen durchsetzer Syrup zurück. Auf Zusatz von wenig Wasser lösen sich die Krystalle von salzsaurem Methylamin, während das Trimethylmelamin als Öl zurückbleibt und erst auf Zusatz von mehr Wasser gleichfalls in Lösung geht. Versetzt man die Lösung mit concentrirter Natronlauge, so entweicht das Methylamin beim Erwärmen und das Trimethylmelamin, welches in alkalischen Flüssigkeiten weniger löslich ist als in Wasser, wird wieder ausgeschieden. Es zeigt alle Eigenschaften, welche an dem aus dem Sulfocyanursäureäther dargestellten beobachtet werden (vergl S. 961). Dass sich wirklich Trimethylmelamin gebildet hatte, ist übrigens auch noch durch die Analyse

des Platinsalzes festgestellt worden. Es entstanden auch hier wieder die beiden, schon oben erwähnten Salze. Das schwerlösliche wurde ohne Schwierigkeit beim Auskochen des Gemenges der gleichzeitig gefällten Salze mit Wasser im reinen Zustande erhalten. Die Analyse ergab 26.13 Procent Platin. Das Platinsalz



$$2[(C\equiv N)_3(NHCH_3)_3.HCl]PtCl_4$$

verlangt 26.01 Procent Platin. Es gelang aber in diesem Falle auch das leicht lösliche, platinreichere Salz rein zu gewinnen (vergl. S. 962). In einem Versuche hatten sich schöne lange Nadeln gebildet, die keine Spur von dem schwerlöslichen Salz enthielten. Die Analyse ergab 14.57 Procent Stickstoff und 33.69 Procent Platin. Der Formel



$$(C\equiv N)_3(NHCH_3)_3.2HCl.PtCl_4$$

entsprechen 14.54 Procent Stickstoff und 33.69 Procent Platin.

Noch verdient bemerkt zu werden, dass das Trimethylmelamin eine sehr stabile Materie ist. Man kann es für sich längere Zeit auf 200° erhitzen, ohne dass es verändert wird. Mit Salzsäure lässt sich die Base mehrfach ohne Zersetzung eindampfen, ja selbst bei 100° längere Zeit digeriren; mit Salzsäure auf 150° erhitzt zerfällt die Base in Methylamin und Cyanursäure.

Der Übergang des Trimethylmelamins in Cyanursäure scheint sich nicht in einem Zuge zu vollziehen. Wahrscheinlich entstehen hier Zwischenglieder



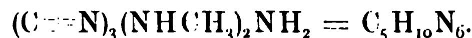
$$(C\equiv N)_3(NHCH_3)_2OH \text{ und } (C\equiv N)_3NHCH_3(OH)_2,$$

welche neben Hydroxylgruppen noch Methylaminreste enthalten. Dem ersten dieser Zwischenglieder, der zweifach methylamidirten Cyanursäure bin ich, wie weiter unten gezeigt werden soll, in einer anderen Reaction begegnet (vergl. S. 968).

### Einwirkung von Ammoniak auf das zweifach methylamidirte Cyanurchlorid.

Aus dem letztgenannten Körper kann man durch Behandlung mit verschiedenen Aminen Melaminsubstitute der mannichfaltigsten Zusammensetzung gewinnen. Ihre Anzahl ist Legion. Ich habe nur noch eine hierher gehörige Verbindung dargestellt, deren Beschreibung sich naturgemäss an die des Trimethylmelamins anreiht.

*Dimethylmelamin.* Lässt man auf das zweifach methylamidirte Cyanurchlorid statt Methylamin Ammoniak in wässeriger Lösung einwirken, so bildet sich das von der Theorie angezeigte Dimethylmelamin



$$(C\equiv N)_3(NHCH_3)_2NH_2 = C_5H_{10}N_6.$$

Die Reaction vollzieht sich mit Leichtigkeit bei 150°. Wendet man alkoholisches Ammoniak an, so bedarf es einer höheren Temperatur. Dass der ganze Chlorgehalt der behandelten Base eliminirt wird, ergab sich durch die Bestimmung des Chlors, welches bei der Zerlegung einer gewogenen Menge in der Form von Salzsäure ausgetreten war. Die dritte der bei der Analyse des zweifach methylamidirten Cyanurchlorids angeführten Chlorbestimmungen (vergl. S. 964) ist auf diese Weise bewerkstelligt worden.

Verdampft man die klare Lösung, welche sich in dem Digestionsrohr gebildet hat, zur Trockne, so bleibt die durch Eintritt der Amidogruppe an die Stelle von Chlor entstandene Base mit Salmiak gemischt zurück. Um das Ammoniak zu entfernen, wurde die Mischung mit wenig Natronhydrat versetzt und mehrmals eingedampft. Man erhält so die freie Base mit etwas Kochsalz verunreinigt, welches durch Ausziehen mit kaltem Wasser zum grossen Theile, aber nicht vollständig, entfernt werden kann, da die Base selber in Wasser löslich ist. Sie ist eine krystallinische Substanz, welche sich in Alkohol und Äther kaum löst. Mit den Säuren bildet sie lösliche Salze, welche durch Wasser nicht gefällt werden. Von den Salzen sind das schwefelsaure und das oxalsaure etwas schwerer löslich und gut krystallisirt; ersteres erscheint in sechsseitigen Tafeln, letzteres in rhombischen Krystallen. Die Lösungen der Salze werden, da die Base in Wasser löslich ist, nicht durch Ammoniak, wohl aber durch concentrirte Natronlauge gefällt. Ein Überschuss derselben löst den Niederschlag nicht auf, der aber alsbald auf Zusatz von Wasser verschwindet.

Aus der Bildungsweise der Base kann man nicht bezweifeln, dass hier ein Dimethylmelamin vorliegt. Ich bin aber nicht im Stande, analytische Belege dafür zu liefern. Diese Base bildet, gerade so wie das Melamin und das ihr noch näher stehende Trimethylmelamin, zwei verschiedene Platinsalze, nämlich



$$C_5H_{10}N_6, 2HCl . PtCl_4 \text{ und } 2(C_5H_{10}N_6 . HCl)PtCl_4,$$

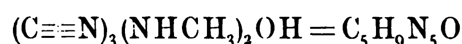
deren Eigenschaften nicht wesentlich von einander abweichen — beide krystallisiren in büschelförmigen Nadeln — und deren gesonderte Darstellung mir nicht gelungen ist. Daher stimmten denn auch die analytischen Ergebnisse nur annähernd mit den von der Theorie geforderten überein.

### Nebenproducte, welche bei der Einwirkung des Methylamins auf Cyanurchlorid beobachtet wurden.

Das Ziel, welches man bei dem Studium der Wechselwirkung zwischen Methylamin und Cyanurchlorid im Auge hatte, war die ein-

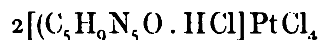
fachere Darstellung des Trimethylmelamins, welche in einem der vorhergehenden Paragraphen erörtert worden ist. Es konnte indessen nicht fehlen — wie dies auch bereits angedeutet worden ist — dass bei diesem Studium einige Beobachtungen gemacht wurden, welche mit der gestellten Aufgabe nur noch in entfernterem Zusammenhange stehen. Da es nicht wahrscheinlich ist, dass sich Gelegenheit bieten wird, auf diesen Gegenstand zurückzukommen, so möge es mir gestattet sein, die Ergebnisse dieser Beobachtungen an dieser Stelle parenthetisch einzuschalten.

*Zweifach methylamidirte Cyanursäure.* Im Vorhergehenden (vergl. S. 965) ist bereits der eigenthümlichen Zerlegung gedacht worden, welche das zweifach methylamidirte Cyanurchlorid in saurer Lösung erleidet. Schon nach kurzem Erwärmen ist das Chlor in der Form von Salzsäure ausgetreten, indem sich demselben eine Hydroxylgruppe substituirt hat. Dieselbe Umwandlung kann durch Wasser bei einer Temperatur von etwa 200° bewirkt werden. Gelegentlich der Darstellung der Base nach diesem Verfahren ist die oben erwähnte (S. 964) zweite Chlorbestimmung ausgeführt worden. Auf die eine wie auf die andere Weise wird die Base in Form eines salzsauren Salzes gewonnen und muss aus der Lösung desselben mit Ammoniak ausgefällt werden. So erhält man einen weissen, undeutlich krystallinischen Niederschlag, der sich selbst in siedendem Wasser nur spurenweise auflöst. Die Base ist in Alkohol und Äther unlöslich, sie verträgt eine Temperatur von 250° ohne Veränderung; stärker erhitzt verkohlt sie, ohne vorher zu schmelzen. Die Zusammensetzung der Verbindung ergiebt sich schon durch ihre Bildung aus dem Chlorkörper. Die Formel:



$$(C\equiv N)_3(NHCH_3)_2OH = C_5H_9N_5O$$

ist aber auch noch durch die Analyse eines schwerlöslichen, in schönen langen Nadeln krystallisirenden Platinsalzes festgestellt worden. Die Formel



$$2[(C_5H_9N_5O \, . \, HCl]PtCl_4$$

verlangt 19.45 Procent Stickstoff und 27.04 Procent Platin. Das bei 100° getrocknete Platinsalz gab bei der Analyse 19.24 Procent Stickstoff, 27.08 und 27.11 Procent Platin. Die erste Platinbestimmung bezieht sich auf eine durch die Einwirkung des Wassers bei hoher Temperatur, die zweite auf eine durch Abdampfen mit Salzsäure gewonnene Hydroxylverbindung.

Die zweifach methylamidirte Cyanursäure ist das schon oben (vergl. S. 966) angeführte erste Zwischenglied zwischen dem Trimethylmelamin und der Cyanursäure. Sie bildet, ihrer Zusammensetzung

nach, Salze sowohl mit den Säuren als auch mit den Basen. Von den Verbindungen mit Säuren, welche löslich sind und von Wasser nicht zersetzt werden, sind Chlorhydrat und Nitrat, beide wohl krystallisirbar, bei der Beschreibung der Chlorbase (vergl. S. 965) bereits erwähnt worden. Die Fähigkeit der zweifach methylamidirten Säure, sich mit Basen zu vereinigen, erkennt man, wenn dieselbe mit Natronlauge aus der sauren Lösung gefällt wird; zunächst entsteht ein weisser Niederschlag, der sich aber im Überschusse des Fällungsmittels wieder vollständig auflöst. Beim gelinden Verdampfen der Lösung krystallisirt das Natriumsalz in wohlausgebildeten Prismen. Die Lösung dieses Natriumsalzes kann man auch direct aus der Chlorbase gewinnen, wenn man dieselbe mit verdünnter Natronlauge kocht. Sobald die Lösung klar geworden ist, wozu indessen längere Zeit erfordert wird, enthält sie neben Kochsalz das Natriumsalz der zweifach methylamidirten Cyanursäure. Aus der Lösung dieses Salzes wird die Säure durch Neutralisation mit verdünnter Essigsäure wieder gefällt. Kocht man die Chlorbase statt mit Natronhydrat mit einer Lösung von Natriummethylat in Methylalkohol, so wird das Chlor eliminirt. Die Lösung bleibt in Folge des ausgeschiedenen Kochsalzes trübe, klärt sich aber sofort auf Zusatz von Wasser. Dampft man ein, so scheiden sich schöne regelmässige Prismen aus, denen sich bald Kochsalzwürfel hinzugesellen; von letzteren kann man sie durch Umkrystallisiren aus heissem Wasser trennen. Der neue Körper löst sich in Salzsäure und liefert ein schönes, ziemlich lösliches Platinsalz. Die salzsaure Lösung wird durch Ammoniak und durch Natronlauge gefällt; der Niederschlag ist auch in Natronlauge unlöslich. Die Base ist nicht analysirt worden; allein man wird nicht fehlgehen, wenn man sie als den Methyläther der zweifach methylamidirten Cyanursäure, als die Verbindung



$$(C\equiv N)_3(NHCH_3)_2OCH_3$$

anspricht.

*Methylamidirtes-methoxylirtes Cyanurchlorid.* Wie oben (S. 964) bereits erwähnt worden ist, bleibt bei der Darstellung des zweifach methylamidirten Cyanurchlorids in der Mutterlauge neben salzsaurem Methylamin ein krystallinischer Körper. Man erhält ihn rein, wenn man die Flüssigkeit eindampft, die ausgeschiedenen Krystalle durch Waschen mit kaltem Wasser von dem Methylaminsalze trennt und mehrfach aus siedendem Wasser umkrystallisirt. So gewonnen, stellt die Substanz nadelförmige, in Alkohol und Äther lösliche Krystalle dar, welche bei 155° schmelzen. Die Substanz ist in Salzsäure und Salpetersäure löslich; die Lösungen werden durch Wasser nicht gefällt. Beim Verdampfen der Flüssigkeiten werden krystallisirbare,

leichtlösliche Salze erhalten, aus denen die Base durch Ammoniak oder Natronhydrat unverändert wieder ausgefällt wird; der Niederschlag wird von einem Überschusse der Fällungsmittel nicht wieder aufgelöst. In der salzsauren Lösung der Base wird weder durch Platin-, noch durch Goldchlorid ein Niederschlag hervorgebracht.

Die Analyse der bei 100° getrockneten Base gab Zahlen, welche auf eine Verbindung

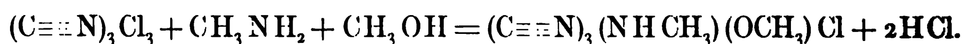


$$(C\equiv N)_3(NHCH_3)(OCH_3)Cl = C_5H_7N_4OCl$$

schliessen lassen.

| | Theorie | | Versuch | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $C_5$ | 60 | 34.39 | 34.60 | — | — |
| $H_7$ | 7 | 4.01 | 4.31 | — | — |
| $N_4$ | 56 | 32.09 | — | 31.66 | — |
| O | 16 | 9.17 | — | — | — |
| Cl | 35.5 | 20.34 | — | — | 20.32 |
| | 174.5 | 100.00 | | | |

Die Bildung eines solchen Körpers wird verständlich, wenn man sich erinnert, dass das Methylamin in methylalkoholischer Lösung auf das Cyanurchlorid zur Wirkung gelangte:



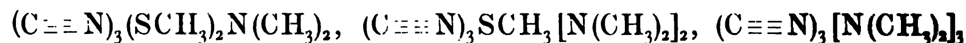
$$(C\equiv N)_3Cl_3 + CH_3NH_2 + CH_3OH = (C\equiv N)_3(NHCH_3)(OCH_3)Cl + 2HCl.$$

Die oben angeführte Chlorbestimmung wurde in der Art ausgeführt, dass man die Base im Einschlussrohre mit Wasser auf 200° erhitzte, wobei sie sich in Methylamin, Methylalkohol (?), Salzsäure und Cyanursäure spaltete. Der experimentale Nachweis des Methylalkohols ist indessen nicht geführt worden.

Bemerkenswerth ist es, dass, während die zweifach methylamidirte Chlorbase das Chlor schon beim Eindampfen der salzsauren Lösung entlässt, der vorliegende Körper mit Säuren zum Sieden erhitzt werden kann, ohne sich seines Chlors zu begeben.

## Einwirkung des Dimethylamins auf den Sulfocyanursäuremethyläther und auf das Cyanurchlorid.

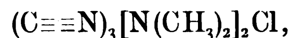
Es schien von Interesse, zumal im Hinblick auf die weiter unten zu erörternde Frage nach der Constitution des Melamins, das Verhalten auch eines secundären Amins zu dem Methyläther in den Kreis der Betrachtung zu ziehen. Zunächst sind einige Versuche mit dem Dimethylamin angestellt worden. Die Theorie stellt hier die Verbindungen



$$(C\equiv N)_3(SCH_3)_2N(CH_3)_2,\quad (C\equiv N)_3SCH_3[N(CH_3)_2]_2,\quad (C\equiv N)_3[N(CH_3)_2]_3$$

in Aussicht, allein es hätte kaum ein Interesse geboten, die beiden ersten Verbindungen darzustellen. Die Versuchsbedingungen wurden daher alsbald so gewählt, dass man die Bildung der tertiären Base, des hexamethylirten Melamins erwarten durfte, d. h. man digerirte die Mischung bei einer Temperatur von 200 bis 220°. Beim Öffnen der Röhren entwickelte sich reichlich Methylmercaptan, allein die im Rückstande verbleibenden Basen enthielten gleichwohl noch Schwefel, der ihnen auch nicht völlig entzogen werden konnte, als das Reactionsproduct zum zweiten und selbst zum dritten Male mit Dimethylamin eingeschlossen wurde. Angesichts dieser Schwierigkeiten schien es angezeigt, dem gesuchten Körper auf einem anderen Wege nachzugehen. Derselbe musste auch, und wahrscheinlich viel leichter, durch die Wechselwirkung zwischen Cyanurchlorid und Dimethylamin erhalten werden. Der Versuch hat diese Erwartung in erwünschter Weise bestätigt.

*Tertiäre Dimethylamidobase, Hexamethylmelamin.* Zur Vermeidung eines Zwischenkörpers

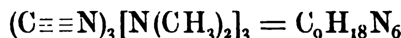


$$(C\equiv N)_3[N(CH_3)_2]_2Cl,$$

auf welchen man nach den Erfahrungen mit dem Methylamin bei der Behandlung von Cyanurchlorid mit wässerigem Dimethylamin gefasst sein musste, liess man das Amin in Form seines salzsauren Salzes auf das Chlorid einwirken. Gleiche Gewichtsmengen salzsauren Dimethylamins und Cyanurchlorids wurden mit einander verrieben, und die Mischung schnell, um die Anziehung von Feuchtigkeit möglichst auszuschliessen, in einer Probirröhre über freiem Feuer zum Schmelzen erhitzt. Es empfiehlt sich, in kleinem Maassstabe zu arbeiten; bei meinen Versuchen wurden in der Regel 4—5$^g$ der Mischung angewendet. Man erhitzt, so lange sich Salzsäure entwickelt, wobei in den oberen Theil der Röhre etwas Cyanurchlorid sublimirt, welches man wiedergewinnen kann. Der beim Erkalten erstarrende Rückstand in der Probirröhre enthält das gebildete hexamethylirte Melamin in der Form seines salzsauren Salzes. Dieses wird in siedendem Wasser gelöst, die Flüssigkeit zur Entfernung unlöslicher Nebenproducte filtrirt und mit Natronlauge gefällt. Der nur schwach krystallinische Niederschlag, welcher sich in einem Überschusse des Fällungsmittels nicht wieder auflöst, liefert beim Umkrystallisiren aus siedendem Alkohol schöne Nadeln, welche bei 171—172° schmelzen. Das Hexamethylmelamin ist eine wohlcharakterisirte Base, welche sich in den Säuren auflöst; auf Wasserzusatz fällt sie nicht wieder aus. Die salzsaure Lösung giebt mit Platinchlorid einen in langen, dünnen Nadeln krystallisirenden, in Wasser schwer, in Alkohol etwas leichter löslichen Niederschlag.

Das Goldsalz hat ähnliche Eigenschaften; in Wasser ist es noch schwerer, in Alkohol etwas leichter löslich.

Da über die Zusammensetzung der Verbindung kein Zweifel obwalten konnte, so durfte man sich mit einer Stickstoffbestimmung begnügen. Für diese Bestimmung wurde die Substanz bei 100° getrocknet, bei welcher Temperatur sie indessen bereits zu sublimiren beginnt. Es wurden 40.25 Procent Stickstoff gefunden. Die Verbindung



$$(C\equiv N)_3[N(CH_3)_2]_3 = C_9H_{18}N_6$$

enthält 40.00 Procent.

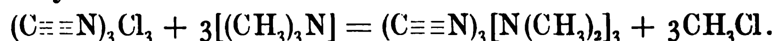
Das oben erwähnte Platinsalz gab 23.04 Procent Platin. Der Formel



$$2(C_9H_{18}N_6.HCl)PtCl_4$$

entsprechen 23.46 Procent.

Das Hexamethylnelamin kann man auch erhalten, wenn man Cyanurchlorid statt mit salzsaurem Dimethylamin, mit salzsaurem Trimethylamin behandelt. Es entwickelt sich alsdann statt Salzsäure Chlormethyl:



$$(C\equiv N)_3Cl_3 + 3[(CH_3)_3N] = (C\equiv N)_3[N(CH_3)_2]_3 + 3CH_3Cl.$$

Der Versuch wurde im Übrigen genau so ausgeführt, wie bei der Darstellung der Verbindung aus Dimethylamin. Das so gewonnene Hexamethylmelamin wurde durch die Schmelzpunktbestimmung mit dem aus Dimethylamin erzeugten identificirt.

Beim Erhitzen mit Salzsäure im Einschlussrohr auf 200° zerfällt das Hexamethylmelamin in Cyanursäure und Dimethylamin. Da es, wie weiter unten erhellen wird, von Interesse war, die Rückbildung des Dimethylamins durch eine Zahl festzustellen, so wurde das zurückgewonnene Dimethylamin in das charakteristisch krystallisirende Platinsalz verwandelt, welches bei der Analyse 38.85 Procent Platin hinterliess. Das Dimethylaminplatinchlorid enthält 38.95 Procent.

## Einwirkung des Äthylamins auf den Sulfocyanursäuremethyläther.

Sie verläuft im Wesentlichen gerade so wie die analogen Reactionen mit Ammoniak und Methylamin. Die Äthylabkömmlinge sind früher studirt worden, als die entsprechenden Verbindungen in der Methylreihe: daher die etwas eingehendere analytische Behandlung der Äthylkörper.

*Primäre Äthylamidobase.* Sie entsteht unter Abspaltung von Methylmercaptan, wenn man den Sulfocyanursäuremethyläther mit einer alkoholischen Äthylaminlösung sechs Stunden lang auf 100° erhitzt.

Das Reactionsproduct bildet eine krystallinische Masse, vorzugsweise aus der primären Base bestehend, der aber schon etwas von der secundären beigemischt sein kann. Um erstere rein zu erhalten, löst man die Krystalle in wenig concentrirter Salzsäure auf; Zusatz von Wasser zu dieser Lösung fällt die primäre Base in Krystallen, welche in siedendem Wasser schwer, in kaltem Alkohol leicht löslich sind; aus siedendem, verdünntem Alkohol werden beim Erkalten glänzende Nadeln erhalten, welche bei 114° schmelzen. Die Analyse der bei 100° getrockneten Substanz lieferte Zahlen, welche der Formel



$$(C\equiv N)_3(SCH_3)_2NHC_2H_5 = C_7H_{12}N_4S_2$$

entsprechen:

| | Theorie | | Versuch |
|---|---|---|---|
| $C_7$ | 84 | 38.89 | 38.78 |
| $H_{12}$ | 12 | 5.56 | 5.96 |
| $N_4$ | 56 | 25.92 | — |
| $S_2$ | 64 | 29.63 | — |
| | 216 | 100.00 | |

Das salzsaure Salz liefert mit Platinchlorid ein in Prismen krystallisirendes Salz von der Formel



$$2(C_7H_{12}N_4S_2.HCl)PtCl_4,$$

welches 23.12 Procent Platin enthält; gefunden wurden 23.28 Procent.

*Secundäre Aethylamidobase.* Wird der Sulfocyanursäuremethyläther mit einer alkoholischen Aethylaminlösung mehrere Stunden lang auf 140° erhitzt, so entsteht vorwaltend die secundäre Base; es bilden sich aber gleichzeitig auch die beiden anderen, und die Trennung ist nicht leicht; sie gelingt noch am besten, indem man das Reactionsproduct nach dem Verjagen des Mercaptans mit viel Wasser auskocht, welches die Triamidobase etwas leichter löst. Der so erhaltene Rückstand wird mit einer grösseren Menge höchst verdünnter Salzsäure ($\frac{1}{2}$ procentiger) ausgezogen, in welcher sich die secundäre Base löst, während die primäre zurückbleibt. Die Lösung wird mit Ammoniak übersättigt und eingedampft, und der Rückstand, nachdem der Salmiak durch kaltes Wasser entfernt ist, mit Alkohol aufgenommen, dem man siedendes Wasser bis zur Trübung zusetzt. Nach längerem Stehen bilden sich Krystallnadeln vom Schmelzpunkt 83—84°. Des Öfteren muss diese Operation, um eine reine Substanz zu erhalten, wiederholt werden.

Die Zusammensetzung der Diäthylamidobase ist durch die Stickstoffbestimmung ermittelt worden. Die Formel



$$(C\equiv N)_3SCH_3(NHC_2H_5)_2 = C_8H_{15}N_5S$$

erheischt 32.86 Procent Stickstoff; gefunden wurden 32.51 Procent.

Das salzsaure Salz der Base ist krystallinisch, ausserordentlich löslich in Wasser, etwas schwerer in Alkohol, unlöslich in Äther; die alkoholische Lösung wird von Äther gefällt. Das Nitrat ist schwerer löslich und gut krystallisirbar. Das Oxalat bildet feine, sehr lösliche Nadeln. Das Sulfat konnte nicht krystallinisch erhalten werden. Das Platinsalz ist sehr schwer löslich und fällt aus heissen, verdünnten Lösungen in feinen Nadeln; das Goldsalz scheidet sich als Öl aus, welches allmählich zu einer strahligen Krystallmasse erstarrt. Auch ein krystallinisches Doppelsalz mit Zinnchlorid ist beobachtet worden.

*Tertiäre Aethylamidobase, Triäthylmelamin.* Sie kann sowohl aus dem Sulfocyanursäuremethyläther, als auch aus dem Cyanurchlorid gewonnen werden. Um sie auf erstere Weise zu erhalten, muss der Äther längere Zeit mit einer starken, wässerigen Lösung von Aethylamin auf 180—200° erhitzt werden. Man erkennt, dass die Umsetzung vollendet ist, wenn das Reactionsproduct nach dem Verjagen des Mercaptans keinen Schwefel mehr enthält.

Bequemer ist die Darstellung aus Cyanurchlorid. Was diese anlangt, so darf ich auf das, was bezüglich der analogen Reaction in der Methylreihe gesagt worden ist, verweisen (vergl. S. 965). Ich will indessen noch besonders bemerken, dass auch den Zwischenkörpern die nöthige Aufmerksamkeit geschenkt worden ist. Die weisse, in erster Linie durch die Einwirkung von Äthylamin auf Cyanurchlorid entstehende Verbindung



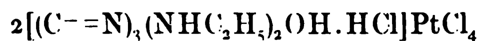
$$(C\equiv N)_3(NHC_2H_5)_2Cl$$

ist zwar selbst nicht analysirt worden, allein man hat sie durch Auflösen in Salzsäure in das schön krystallisirte Salz der entsprechenden Hydroxylverbindung



$$(C\equiv N)_3(NHC_2H_5)OH.HCl$$

umgewandelt, und dessen Zusammensetzung durch die Analyse des Platinsalzes



$$2[(C\equiv N)_3(NHC_2H_5)_2OH.HCl]PtCl_4$$

festgestellt (Theorie 25.09, Versuch 25.16).

Hat man das Zwischenproduct dargestellt — was nicht eigentlich nothwendig ist —, so kann man dasselbe durch einen Überschuss stark alkoholischer Äthylaminlösung in wenigen Stunden schon bei 100° in Triäthylmelamin überführen. Man verjagt das überschüssige Äthylamin und dampft zur Syrupconsistenz ein. Durch Behandlung mit kaltem Wasser wird das salzsaure Äthylamin ausgezogen; das zurückbleibende dickflüssige Triäthylmelamin erstarrt allmählich zu

einer schwach krystallinischen Masse. Man löst in Alkohol und versetzt die Lösung mit siedendem Wasser bis zur milchigen Trübung. Beim langsamen Erkalten scheiden sich schöne Nadeln vom Schmelzpunkte 73—74° aus. Bei mehreren Operationen blieben in der geschmolzenen Base einige ungeschmolzene Filamente zurück. Man fand, dass sie einer schwerlöslichen Substanz angehörten, welche man durch Entfernung der ersten Krystallanschüsse beseitigen konnte (vergl. S. 965). Dieser schwerer lösliche Körper erschien nur, wenn man nicht vollkommen reines Cyanurchlorid mit Äthylamin digerirt hatte. Das Triäthylmelamin ist in Alkohol, Äther und Benzol löslich. Aus diesen Lösungen krystallisirt es aber nur mit Schwierigkeit; selbst bei freiwilliger Verdunstung bilden sich gewöhnlich nur undeutliche Krystallmassen.

Die einfachen Salze des Triäthylmelamins sind ausserordentlich löslich und mit Ausnahme des Chlorhydrats schwer krystallisirbar. Das Platinsalz dagegen bildet schwerlösliche, lange, feine Nadeln. Das Goldsalz fällt als Öl, welches allmählich krystallinisch erstarrt. Mit Silbernitrat entsteht in der verdünnten alkoholischen Lösung der Base ein weisser, krystallinischer Niederschlag, der sich beim Umkrystallisiren aus heissem Wasser in feinen Nadeln abscheidet.

Von den folgenden Analysen beziehen sich die Stickstoffbestimmung im Triäthylmelamin und die erste Platinbestimmung auf die aus Cyanurchlorid, die zweite Platinbestimmung und die Silberbestimmungen auf die aus dem Sulfocyanursäuremethyläther dargestellte Base.

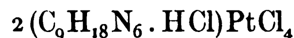
Der Formel



$$(C\equiv N)_3(NHC_2H_5)_3 = C_9H_{18}N_6$$

entsprechen 40.00 Procent Stickstoff; gefunden wurden 40.44 Procent.

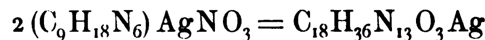
Das Platinsalz



$$2(C_9H_{18}N_6 . HCl)PtCl_4$$

enthält 31.41 Procent Platin; die Analyse gab 31.60 und 31.35 Procent.

Das Silbersalz hat die Formel



$$2(C_9H_{18}N_6)AgNO_3 = C_{18}H_{36}N_{13}O_3Ag$$

| | Theorie | | Versuch | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $C_{18}$ | 216 | 36.61 | 36.83 | — | — |
| $H_{36}$ | 36 | 6.10 | 6.47 | — | — |
| $N_{13}$ | 182 | 30.85 | — | — | — |
| $O_3$ | 48 | 8.14 | — | — | — |
| Ag | 208 | 18.30 | — | 18.48 | 18.00 |
| | 590 | 100.00. | | | |

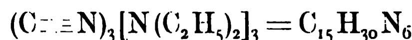
Das für die beiden Silberbestimmungen verwendete Salz stammte aus zwei Darstellungen.

Das Triäthylmelamin ist eine sehr stabile Base; die salzsaure Lösung kann lange gekocht werden, ohne dass Zersetzung eintritt; auch durch mehrstündige Digestion im Einschlussrohre bei 100° erleidet sie keine Veränderung. Mit concentrirter Salzsäure einige Stunden auf 150° erhitzt, liefert das Triäthylmelamin, ebenso wie die primäre und secundäre Base, Cyanursäure und Äthylamin, denen sich bei der Umbildung der zuletzt genannten beiden Basen Methylmercaptan hinzugesellt.

### Einwirkung von Diäthylamin auf den Sulfocyanursäuremethyläther und das Cyanurchlorid.

Bei der Einwirkung von Diäthylamin auf den Sulfocyanursäureäther konnte trotz längerer Digestion bei hochgesteigerter Temperatur die schwefelfreie Base nicht erhalten werden. Man war also auf das Cyanurchlorid angewiesen. Da das Diäthylamin im wasserfreien Zustande zur Verfügung stand, so lag kein Grund vor, wie dies bei dem Dimethylamin der Fall war, die Base in Form ihres Chlorhydrats in Anwendung zu bringen. Die Reaction ist indessen eine äusserst heftige, und es war daher angezeigt, die Base tropfenweise auf stark abgekühltes, gepulvertes Cyanurchlorid fliessen zu lassen, so lange sich noch Wärmeentwickelung wahrnehmen liess. Die Masse wurde alsdann über freier Flamme erhitzt, bis alle Salzsäure entfernt war.

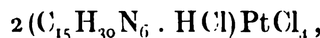
*Hexäthylmelamin.* Lässt man, wenn keine Salzsäure mehr entweicht, das Reactionsproduct erkalten, so bleibt ein brauner, von zerfliesslichen Blättern salzsauren Diäthylamins durchsetzter Teig zurück. Bei Behandlung des Productes mit Wasser scheidet sich alsbald ein braunes Öl aus, indem das salzsaure Diäthylamin in Lösung geht. Auf Zusatz von Salzsäure löst sich das Öl wieder auf, welches also das freie Hexäthylmelamin darstellt. Die Base ist auch in Alkohol löslich, aber alle Versuche, sie aus Alkohol oder Äther zum Krystallisiren zu bringen, sind fehlgeschlagen, so dass schliesslich nichts übrig blieb, als die Zusammensetzung:



$$(C \equiv N)_3 [N(C_2H_5)_2]_3 = C_{15}H_{30}N_6$$

durch die Analyse des Platin- und des Goldsalzes festzustellen, welche man gut krystallisirt erhält, wenn man der heissen Lösung des Chlorhydrats vor der Fällung mit Platin-, beziehungsweise Goldchlorid etwas Alkohol zufügt.

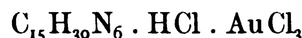
Das in derben Krystallen ausfallende, in Wasser schwer, in Alkohol leichtlösliche Platinsalz hat die Zusammensetzung:



$$2(C_{15}H_{30}N_6 \,.\, HCl)PtCl_4,$$

welcher 19.51 Procent Platin entsprechen; in dem bei 100° getrockneten Platinsalze wurden 19.59 Procent gefunden

Das Goldsalz bildet in Wasser und Alkohol schwer lösliche Nadeln. Die Formel



$$C_{15}H_{30}N_6 \, . \, HCl \, . \, AuCl_3$$

verlangt 31.07 Procent Gold, während der Versuch mit dem bei 100° getrockneten Salze 31.10 Procent ergeben hat.

Mit concentrirter Salzsäure im Einschlussrohr auf 150° erhitzt, spaltet sich das Hexäthylmelamin in Diäthylamin und Cyanursäure.

## Einwirkung des Amylamins auf den Sulfocyanursäuremethyläther.

Man hat sich nur überzeugen wollen, dass auch die Amine der höheren Reihen noch mit dem Äther in Wechselwirkung treten.

*Primäre Amylamidobase.* Sie entsteht leicht durch Digeriren des Äthers mit alkoholischem Amylamin bei 100°. Das Reactionsproduct wird nach dem Verjagen des Mercaptans in siedendem Alkohol gelöst, aus welchem sich die Base beim Erkalten in seideglänzenden, büschelweise gruppirten Nadeln vom Schmelzpunkte 96° ausscheidet. Sie löst sich leicht in Salzsäure auf; die Lösung wird durch Wasser gefällt. Die Formel der Base



$$(C \equiv N)_3(SCH_3)_2NHC_5H_{11} = C_{10}H_{18}N_4S_2$$

ist durch eine Elementaranalyse festgestellt worden. Die Theorie verlangt 46.51 Procent Kohlenstoff und 6.99 Procent Wasserstoff; gefunden wurden 46.86 Procent Kohlenstoff und 7.35 Procent Wasserstoff.

Die Base wird von concentrirter Salzsäure schon bei gewöhnlicher Temperatur langsam zersetzt; jedenfalls entwickelten sich reichliche Mengen von Methylmercaptan, als bei dem Versuche, ein Platinsalz zu gewinnen, die salzsaure Lösung der Base eine Zeit lang stehen geblieben war. Diese Zersetzung ist wohl der Grund, weshalb ein Platinsalz der Amylbase nicht erhalten werden konnte.

## Einwirkung des Piperidins auf den Sulfocyanursäuremethyläther.

Das Verhalten des Sulfocyanursäuremethyläthers gegen secundäre Amine ist eigentlich bereits hinreichend durch die Versuche mit Dimethylamin und Diäthylamin gekennzeichnet. Es schien gleichwohl

von Interesse, die Einwirkung auch eines secundären Monamins mit einem zweiwerthigen Atomcomplex auf den Äther zu studiren. Für diesen Zweck bot Piperidin das geeignetste Material.

Ich habe mich nicht dabei aufgehalten, die primäre piperidylamidirte Base darzustellen, sondern bin zufrieden gewesen, die Existenz der secundären und tertiären durch ein Paar Versuche darzulegen.

*Secundäre Base.* Durch Erhitzen des Methyläthers mit Piperidin während fünf Stunden auf 200° wird ein dickes Öl erhalten, welches nach dem Abdunsten des anhaftenden Methylmercaptans allmählich krystallinisch erstarrt. Diese Krystallmasse wird mit Wasser ausgekocht, um noch etwaige Spuren von Piperidin hinwegzunehmen, und sodann aus wenig Alkohol umkrystallisirt. Man erhält auf diese Weise farblose Krystalle, welche bei 106—107° schmelzen. Die Base löst sich leicht in Salzsäure und liefert mit Platinchlorid ein schwerlösliches Doppelsalz. Mit Goldchlorid entsteht eine harzige Fällung.

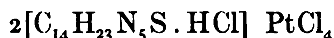
Die Zusammensetzung der secundären Base wurde durch Bestimmung des Stickstoffs und des Schwefels in der bei 100° getrockneten Substanz festgestellt; gefunden wurden 24.49 Procent Stickstoff und 10.45 Procent Schwefel. Die Formel



$$(C\equiv N)_3SCH_3(NC_5H_{10})_2 = C_{14}H_{23}N_5S$$

verlangt 23.89 Procent Stickstoff und 10.92 Procent Schwefel.

Das bereits erwähnte Platinsalz hat die Zusammensetzung:



$$2[C_{14}H_{23}N_5S.HCl]\ PtCl_4$$

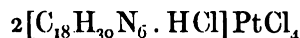
und enthält 19.74 Procent Platin; gefunden wurden 19.74 Procent.

*Tertiäre Base, Tripiperidylmelamin.* Erhitzt man die Mischung von Sulfocyanursäuremethyläther mit Piperidin statt auf 200°, wie für die Darstellung der secundären Base, auf eine Temperatur von 250°, so wird der ganze Schwefelgehalt des ersteren in der Form von Methylmercaptan eliminirt, und man erhält nach dem Aufkochen des Röhreninhalts mit Wasser zur Entfernung flüchtiger Producte eine zähe, harzige Masse, welche beim Erkalten erstarrt. Durch Auflösen in siedendem Alkohol wird die Base in kleinen Nadeln gewonnen, welche bei 213° schmelzen. Von Säuren wird sie leicht gelöst; die salzsaure Lösung giebt mit Platinchlorid einen schwerlöslichen, gelben, krystallinischen Niederschlag, mit Goldchlorid eine harzige Fällung. Behufs Feststellung der Zusammensetzung der tertiären Base wurde der Stickstoff in derselben bestimmt. Der Versuch ergab 25.88 Procent. Der Formel



$$(C\equiv N)_3(NC_5H_{10})_3 = C_{18}H_{30}N_6$$

entsprechen 25.45 Procent Stickstoff. Das Platinsalz



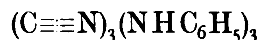
$$2[C_{18}H_{30}N_6.HCl]PtCl_4$$

enthält 18.18 Procent Platin; gefunden wurden 18.23 Procent.

Mit Salzsäure im Einschlussrohr auf 150° erhitzt, zerfällt sowohl die secundäre wie die tertiäre Piperidylbase in Piperidin und Cyanursäure.

### Einwirkung des Anilins auf den Sulfocyanursäuremethyläther und das Cyanurchlorid.

Hier will ich nur bemerken, dass in beiden Reactionen das von der Theorie in Aussicht gestellte Triphenylmelamin



$$(C\equiv\equiv N)_3(NHC_6H_5)_3$$

erhalten worden ist. Versuche über aromatische Melamine, welche ich der Akademie demnächst mitzutheilen hoffe, haben Ergebnisse geliefert, bei deren Darlegung ich nothwendig auf diesen Körper zurückzukommen haben werde. Es scheint daher angezeigt, für den Augenblick auf eine nähere Erörterung des in den angeführten Reactionen gebildeten Triphenylmelamins zu verzichten.

### Einwirkung des Diphenylamins auf das Cyanurchlorid.

Aus den eben angeführten Gründen soll an dieser Stelle auch nicht mehr mitgetheilt werden, als dass aus der Wechselwirkung zwischen den in der Überschrift genannten Verbindungen in der That das von der Theorie versprochene Hexaphenylmelamin



$$(C\equiv\equiv N)_3[N(C_6H_5)_2]_3$$

mit Leichtigkeit erhalten wird.

---

## Nachschrift.

Die vorliegende Abhandlung war bereits vollendet, als mir im letzten am 26. October ausgegebenen Hefte der »Berichte der deutschen chemischen Gesellschaft«[1] ein Referat aus den Verhandlungen der schwedischen Akademie der Wissenschaften (*Bihang till K. Svenska Vet. Akad. Handlingar* Bd. 10. Nr. 6. 7) über eine Reihe schöner Untersuchungen von Hrn. PETER CLAËSSON zu Gesichte kam, welches mir zeigt, dass ich mit einem Theil meiner Versuche — denen, welche

[1] Ber. der chem. Ges. XVIII [R.] 197.

das Cyanurchlorid angehen — mit dem ausgezeichneten schwedischen Forscher auf demselben Arbeitsgebiete zusammengetroffen bin.

Angesichts der etwas früheren Veröffentlichung des Hrn. Peter Claësson will ich nur noch bemerken, dass sich meine schon im letzten Sommer angestellten Versuche naturgemäss an die im Sitzungsberichte vom 30. Juli (XXXVIII, 821) veröffentlichte Arbeit über die Sulfocyanursäure anschliessen und gleichzeitig mit der letztgenannten Untersuchung der Akademie in ihrer Sitzung am 23. Juli dieses Jahres (Sitzungsbericht XXXVII, 751) vorgetragen worden sind.

31. October 1885.

A. W. H.

# Über die den Alkylcyanamiden entstammenden alkylirten Isomelamine und über die Constitution des Melamins und der Cyanursäure.

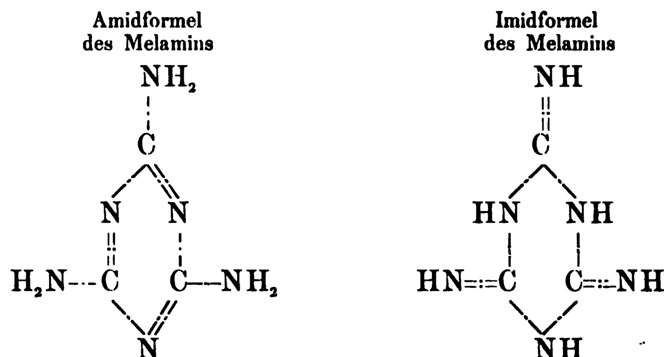
Von A. W. Hofmann.

(Vorgetragen am 23. Juli [s. oben S. 751].)

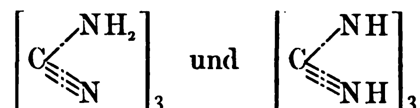
Durch die in der vorhergehenden Abhandlung ausführlich beschriebenen Versuche habe ich eine umfassende Gruppe alkylirter Basen kennen gelehrt, welche sich ungezwungen dem Melamin unterordnen, obwohl sie bislang aus demselben noch nicht dargestellt worden sind. Alle diese Basen, ebenso wie das Melamin selber, entstammen dem Sulfocyanursäuremethyläther, über dessen Constitution kein Zweifel obwaltet. Sie entstehen einfach, indem eine oder mehrere Amidgruppen, oder Substitute derselben, für einen oder mehrere Mercaptanreste in den Äther eintreten; auch habe ich kein Bedenken getragen, diese ganze Reihe von Körpern als Amidverbindungen anzusprechen. Mit dieser Auffassung stimmt auch die Wahrnehmung überein, dass sich viele derselben ebenso leicht, wenn nicht leichter, aus dem Cyanurchlorid bilden, indem man die Chloratome durch Amidgruppen ersetzt.

Bezüglich der Constitution des Melamins selber sind indessen die Ansichten der Chemiker getheilt geblieben. Liebig[1] in der berühmten Abhandlung über einige Stickstoffverbindungen, welcher wir die erste Kenntniss des Melamins verdanken, betrachtet diese Base als eine Amidverbindung, und dieser Ansicht huldigen wohl die meisten Chemiker. Neuerdings sind aber mehrfach Stimmen laut geworden, welche sich für eine imidartige Structur dieser Base ausgesprochen haben. Die einander gegenüberstehenden Auffassungen spiegeln sich in folgenden graphischen Formeln:

[1] Liebig, Lieb. Ann. X, 21.




Diese Formeln mögen im Folgenden durch die knapperen, kaum minder durchsichtigen Ausdrücke




wiedergegeben werden, welche überdies den Vorzug haben, dass sie sich den in der vorhergehenden Abhandlung bereits gebrauchten anschmiegen.

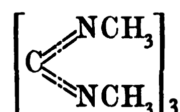
Betrachtet man die Bildung der in vorliegender Arbeit beschriebenen Melamine nochmals unter Berücksichtigung dieser beiden Ansichten über die Structur des Melamins, so ist nicht zu verkennen, dass sich der Übergang eines Äthers oder eines Chlorids von der Zusammensetzung beziehungsweise




unter dem Einflusse des Ammoniaks oder der Amine einerseits in Mercaptan oder Salzsäure, andererseits in Melamine weit einfacher erklärt, wenn man dem Melamin die erstere, als wenn man ihm die letztere Structur zuschreibt. Ohne bedenkliche Atomumlagerungen können Melamine der letzten Gattung aus dem Sulfocyanursäureäther oder dem Cyanurchlorid gar nicht zu Stande kommen. Welche Verschiebungen hier eintreten müssen, giebt sich am besten zu erkennen, wenn man die Melaminbildung durch secundäre Amine näher ins Auge fasst. Da in so gebildeten Basen, wenn man sie von einem imidartig construirt gedachten Melamin ableitet, die sechs Alkyle, welche den Wasserstoff in den sechs Imidgruppen ersetzen, von nicht mehr als drei Moleculen secundären Amins geliefert werden, so kann sich die Reaction nur vollziehen, indem sich eine Alkylgruppe des Amins von dem Stickstoffatome desselben loslöst, um sich mit einem anderen Stickstoffatome zu vereinigen. Bei der Zerlegung eines

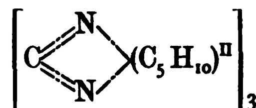
solchen sechsfach alkylirten Melamins unter Mitwirkung des Wassers würde sich — sollte man annehmen — auf der einen Seite Alkylcyanurat, auf der anderen ein primäres Alkylamin erzeugen. Der Versuch hat aber gezeigt, dass unter gleichzeitiger Ausscheidung von Cyanursäure das secundäre Alkylamin, welches als Ausgangspunkt gedient hat, zurückgebildet wird.

Das dem Dimethylamin entstammende sechsfach methylirte Melamin würde die Zusammensetzung



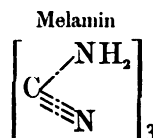
besitzen und sollte unter dem Einflusse des Wassers in Methylcyanurat und in Methylamin zerfallen. In Wirklichkeit entsteht aber neben Cyanursäure wieder Dimethylamin (vergl. S. 972), und es bleibt nichts anderes übrig, als anzunehmen, dass die Methylgruppe, welche sich bei der Bildung des sechsfach methylirten Melamins von ihrem Stickstoffatome getrennt hatte, bei der Zerlegung wieder zu diesem Stickstoffatome zurückkehrt.

Lässt man die Melaminbildung durch secundäre Amine erfolgen, in denen, wie in dem Piperidin und Coniin zweiwerthige Atomgruppen functioniren, so stösst man auf ähnliche Schwierigkeiten. Bei der Bildung eines Piperidinabkömmlings von der Formel

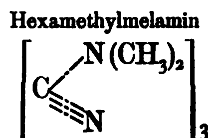


muss sich die zweiwerthige Atomgruppe $C_5H_{10}$, welche noch eben mit ihrer ganzen Atombindekraft an einem Atom Stickstoff haftete, bei ihrer Einfügung in das Melaminmolecul, alsbald dazu verstehen, zwei Stickstoffatome zu verketten, um sich im nächsten Augenblick bei der Spaltung des Körpers in Piperidin und Cyanursäure wieder mit einem Atom Stickstoff zu begnügen. Man sieht, dass, wer dem Melamin die Imidformel vindicirt, nicht ohne die Annahme mehrfacher, ziemlich umständlicher Verschiebungen fertig wird. Wie einfach und ungezwungen erklären sich dagegen alle diese Bildungen, alle diese Zersetzungen, wenn man den genannten Körpern den Charakter von Amidverbindungen beilegt!

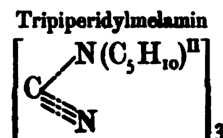
Melamin



Hexamethylmelamin



Tripiperidylmelamin



In der That, hätte man das Melamin und die Alkylmelamine nur auf dem vorstehend verzeichneten Wege erhalten, so wäre es wohl Keinem eingefallen, diese Körper anders aufzufassen, als wie dies oben geschehen ist.

Dafür nun aber, dass zum wenigsten die aus dem Sulfocyanursäuremethyläther entstehenden alkylirten Melamine einem Amidmelamin zugehören, lässt sich ein Grund geltend machen, dessen Triftigkeit man nicht beanstanden wird. Alkylmelamine, welche einem Imidmelamin entsprechen, können auf anderem Wege gewonnen werden; mehrere derselben sind in der That bereits bekannt. Diese Körper liefern, wie der Versuch gelehrt hat, keine Cyanursäure, sondern verwandeln sich unter Abspaltung von Ammoniak in die betreffenden Alkylcyanurate.

## Alkylirte Isomelamine.

Schon vor Jahren habe ich gezeigt,[1] dass sich derartige Verbindungen mit Leichtigkeit aus den monoalkylirten Sulfoharnstoffen erzeugen lassen. Aus diesen Verbindungen entstehen zunächst monoalkylirte Cyanamide, welche sich schnell zu trialkylirten Melaminen polymerisiren. Die Versuche sind in der Methyl-, Aethyl- und Phenylreihe mit gleichem Erfolge ausgeführt worden. Ich habe dieselben im Hinblick auf die in der vorhergehenden Arbeit erzielten Ergebnisse wiederholt und die aus den Sulfoharnstoffen erhaltenen Verbindungen etwas eingehender studirt, als dies früher geschehen war.

*Trimethylirtes Isomelamin.* Diese Verbindung ist bereits in einer früheren Mittheilung[2] flüchtig erwähnt worden. Der Monomethylsulfoharnstoff, welcher neuerdings zu ihrer Darstellung diente, war durch Einwirkung des Ammoniaks auf das bei der Polymerisirung des Sulfocyanmethyls als Nebenproduct auftretende Methylsenföl bereitet worden. Das so gewonnene Senföl enthält noch etwas unverändertes Sulfocyanmethyl, sowie kleine Mengen anderer Producte. Um den Methylsulfoharnstoff daraus zu erhalten, muss man die Mischung mit concentrirtem Ammoniak schütteln, wobei sie sich stark erwärmt. Wenn die Flüssigkeit nach dem Erkalten nicht mehr nach Senföl riecht, so wird, nachdem die nicht gelösten Öle durch ein nasses Filter schnell entfernt sind, die ammoniakalische Flüssigkeit sofort eingedampft. Der Harnstoff bleibt in diesem Falle alsbald vollkommen weiss und bei 120° schmelzend zurück. Lässt man die ammoniakalische Flüssig-

---

[1] Hofmann, Monatsberichte 1869. 791.
[2] Hofmann, Monatsberichte 1870. 191.

keit längere Zeit stehen, so färbt sie sich tief braunroth, und der Harnstoff ist dann nur schwer zu reinigen.

Die Entschwefelung des Sulfoharnstoffs kann mittelst Bleioxyds oder Quecksilberoxyds in wässeriger oder alkoholischer Lösung bewerkstelligt werden; bei den in letzter Zeit angestellten Versuchen hatte ich zunächst mit Quecksilberoxyd und gewöhnlichem Alkohol gearbeitet. Wird die so gewonnene Lösung nach vollständiger Entschwefelung eingedampft, so krystallisirt bald, aus dem zuerst gebildeten Methylcyanamid durch Polymerisation entstanden, etwas trimethylirtes Isomelamin aus. Man gewinnt indessen auf diese Weise keineswegs eine der Theorie entsprechende Ausbeute, insofern sich gleichzeitig verschiedene harzartige Producte bilden, welche in der alkoholischen Mutterlauge verbleiben und einen nicht unerheblichen Theil der Base zurückhalten. Die Bildung dieser harzigen Producte kann jedoch beschränkt, ja fast vermieden werden, wenn man die Gegenwart von Wasser bei der Entschwefelung sorgfältig ausschliesst, d. h. mit trocknem Quecksilberoxyd in absolutem Alkohol arbeitet. Jedenfalls wird bei Abwesenheit von Wasser eine ungleich befriedigendere Ausbeute gewonnen.

Das trimethylirte Isomelamin ist in Wasser und Alkohol sehr leicht löslich, die Lösungen haben eine entschieden alkalische Reaction. In Äther löst sich die Base nicht auf; die alkoholische Lösung wird von Äther krystallinisch gefällt. Aus concentrirter wässeriger oder alkoholischer Lösung scheiden sich wohl ausgebildete Nadeln aus, welche bei 179° schmelzen und gleichzeitig sublimiren. Diese Sublimation beginnt schon wenige Grade über 100°.

Seitdem ich die Base zuerst durch Entschwefelung des Monomethylsulfoharnstoffs erhielt, ist dieselbe von BAUMANN[1] auch durch Polymerisirung von auf anderem Wege gebildetem Methylcyanamid gewonnen worden. BAUMANN fand bei dieser Gelegenheit, dass sie mit 3 Mol. Wasser krystallisirt, eine Beobachtung, welche ich bestätigen kann. Die 3 Mol. Wasser entweichen schon bei gewöhnlicher Temperatur über Schwefelsäure. Der beobachtete Wasserverlust betrug 24.04 Procent. Der Theorie nach hätten 24.32 Procent gefunden werden sollen. Bei 100° getrocknet hat das Trimethylmelamin die Zusammensetzung:



$$(C{=}NCH_3)_3(NH)_3 = C_6H_{12}N_6.$$

| | Theorie | | Versuch | |
|---|---|---|---|---|
| $C_6$ | 72 | 42.80 | 43.10 | — |
| $H_{12}$ | 12 | 7.14 | 7.28 | — |
| $N_6$ | 84 | 50.06 | — | 49.44 |
| | 168 | 100.00 | | |

[1] BAUMANN, Ber. Chem. Ges. VI, 1372.

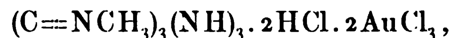
Löst man die trimethylirte Base in concentrirter Salzsäure unter gelindem Erwärmen, so scheiden sich schon nach kurzer Frist schöne prismatische Krystalle eines Chlorhydrates aus. Die Lösung dieses Salzes liefert mit Platin- und Goldchlorid schöne, in Nadeln krystallisirende Verbindungen. Für das Platinsalz



$$(C{=}NCH_3)_3(NH)_3 . 2HCl . PtCl_4,$$

wurden 33.62 und 33.50 Procent Platin gefunden, während die Theorie 33.69 Procent verlangt.

Das Goldsalz hat die Zusammensetzung:



$$(C{=}NCH_3)_3(NH)_3 . 2HCl . 2AuCl_3,$$

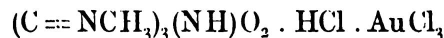
welcher 46.46 Procent Gold entsprechen; der Versuch ergab 46.46 Procent.

Wird das Isotrimethylmelamin einige Stunden lang mit Salzsäure im Einschlussrohr auf 100° erhitzt, so zerlegt es sich vollständig in Ammoniak und Isocyanursäuremethyläther, welcher durch sorgfältige Vergleichung der Eigenschaften, zumal aber durch den bei 176° beobachteten Schmelzpunkt mit der Wurtz'schen Verbindung identificirt wurde. Schon längeres Kochen mit Salzsäure unter gewöhnlichem Druck oder mehrmaliges Abdampfen der Lösung genügt, die Umbildung zu bewerkstelligen. Man erkennt hierbei, dass sich die Wandlung nicht in einem Zuge vollzieht. Zwischen Amin und Äther liegen noch die beiden Verbindungen



$$(C{=}NCH_3)_3(NH)_2O \text{ und } (C{=}NCH_3)_3(NH)O_2.$$

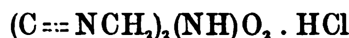
Ich habe versucht, diese Zwischenglieder zu isoliren, und es ist mir dies auch wenigstens mit dem zweiten derselben gelungen. Versetzt man eine frisch in der Kälte bereitete Lösung von Isotrimethylmelamin in Salzsäure mit Platinchlorid, so entsteht das schöne, nadelförmig krystallisirende Platinsalz der Base, welches oben erwähnt worden ist. Lässt man die salzsaure Lösung dagegen einige Stunden lang stehen oder hält man sie einige Augenblicke im Sieden, so fallen alsbald auf Zusatz von Platinchlorid die wohlbekannten Octaëder von Platinsalmiak. In der Flüssigkeit ist nunmehr neben 2 Mol. Salmiak das salzsaure Salz des zweiten Zwischengliedes vorhanden, welches man ohne Schwierigkeit in Form eines in schönen, schwerlöslichen Nadeln krystallisirenden Goldsalzes zu fassen vermag, während das Ammoniumgoldchlorid in der Mutterlauge bleibt. Die Natur der Verbindung wurde zumal durch die Stickstoffbestimmung festgestellt, da die Goldprocente in den Salzen der verschiedenen hier in Betracht kommenden Basen begreiflich kaum von einander abweichen. Das Goldsalz



$$(C{=}NCH_3)_3(NH)O_2 . HCl . AuCl_3$$

verlangt 10.98 Procent Stickstoff und 38.63 Procent Gold; gefunden wurden 10.79, 11.03 und 11.04 Procent Stickstoff und 38.46, 38.50 und 38.66 Procent Gold.

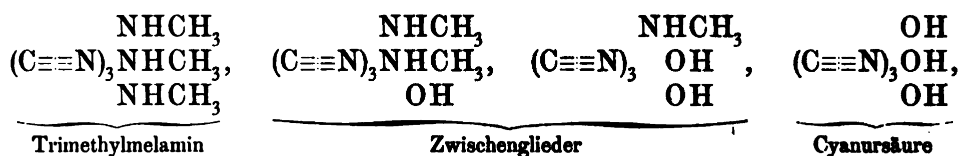
Die analytischen Zahlen beziehen sich auf Präparate von verschiedener Darstellung, welche mehrfach wiederholt worden ist, weil man immer gehofft hatte, durch Einhaltung besonderer Bedingungen, Arbeiten in der Kälte und mit verdünntester Säure, auf den sauerstoffärmeren Körper zu stossen. Für die Zusammensetzung der Zwischenbase kann ich übrigens auch noch die Analyse eines chlorwasserstoffsauren Salzes anführen, welches durch Behandlung des Goldsalzes mit Schwefelwasserstoff gewonnen wurde. Beim Verdampfen der Lösung blieb ein Rückstand, der in absolutem Alkohol aufgenommen wurde; aus dieser Lösung liess sich das Chlorhydrat durch wasserfreien Äther in Nadeln ausfällen. Die Formel



$$(C{\equiv}NCH_3)_3(NH)O_2 \,.\, HCl$$

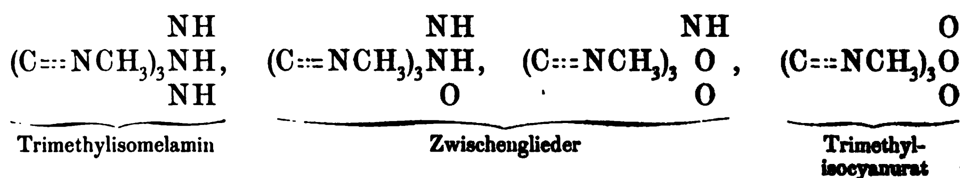
erheischt 27.11 Procent Stickstoff und 17.19 Procent Chlor; der Versuch ergab 26.56 Procent Stickstoff und 16.95 Procent Chlor. Versetzt man die Lösung des salzsauren Salzes mit Alkali, so wird die Base als Öl in Freiheit gesetzt, welches auf Zusatz von Wasser verschwindet. Das Öl ist selbst nach längerem Stehen nicht fest geworden.

Wenn sich das trimethylirte Isomelamin von dem normalen Trimethylmelamin schon durch seine Bildungsweise und seine physikalischen Eigenschaften unterscheidet, so spiegelt sich die fundamentale Verschiedenheit beider Substanzen doch zumal in den beiden Reihen von Umbildungen, welche sie unter dem Einflusse des Wassers bei Gegenwart von Salzsäure erleiden. Das normale Trimethylmelamin liefert unter diesen Umständen die Reihe:



$$\underbrace{(C{\equiv}N)_3\begin{matrix}NHCH_3\\NHCH_3\\NHCH_3\end{matrix}}_{\text{Trimethylmelamin}},\quad \underbrace{(C{\equiv}N)_3\begin{matrix}NHCH_3\\NHCH_3\\OH\end{matrix},\quad (C{\equiv}N)_3\begin{matrix}NHCH_3\\OH\\OH\end{matrix}}_{\text{Zwischenglieder}},\quad \underbrace{(C{\equiv}N)_3\begin{matrix}OH\\OH\\OH\end{matrix}}_{\text{Cyanursäure}}$$

während das trimethylirte Isomelamin in die Reihe:



$$\underbrace{(C{\equiv}NCH_3)_3\begin{matrix}NH\\NH\\NH\end{matrix}}_{\text{Trimethylisomelamin}},\quad \underbrace{(C{\equiv}NCH_3)_3\begin{matrix}NH\\NH\\O\end{matrix},\quad (C{\equiv}NCH_3)_3\begin{matrix}NH\\O\\O\end{matrix}}_{\text{Zwischenglieder}},\quad \underbrace{(C{\equiv}NCH_3)_3\begin{matrix}O\\O\\O\end{matrix}}_{\text{Trimethylisocyanurat}}$$

übergeht.

*Triäthylirtes Isomelamin.* Der für die Darstellung dieses Körpers erforderliche Monoäthylsulfoharnstoff war nach dem ursprünglich von

mir angegebenen Verfahren,[1] nämlich durch Einwirkung von Ammoniak auf Aethylsenföl gewonnen, nachdem Versuche, ihn durch Umsetzung von Schwefelcyankalium mit Aminsulfat zu erhalten — eine Methode, welche in der Phenylreihe treffliche Dienste leistet, — wenig befriedigende Ergebnisse geliefert hatten. Der Aethylsulfoharnstoff ist seiner ausserordentlichen Löslichkeit in Wasser und Alkohol halber nur schwer in völlig reinem Zustande zu erhalten. Daher kommt es auch, dass ich den Schmelzpunkt des in zwei verschiedenen Darstellungen gewonnenen Körpers früher einmal bei 89°, das andere Mal bei 106° beobachtet habe.[2] Bei erneuter Bereitung grösserer Quantitäten dieser Verbindung wurde Gelegenheit genommen, den Schmelzpunkt nochmals zu bestimmen. Für diesen Zweck wurde eine erhebliche Menge der aus reinem Aethylsenföl bereiteten Substanz mehrmals aus Benzol umkrystallisirt, in dem sie in der Wärme etwas löslicher ist, als in der Kälte. So gewonnener Monoäthylsulfoharnstoff schmolz constant bei 113°.

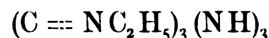
Die Entschwefelung lässt sich wie bei der Methylverbindung sowohl mit Bleioxyd als auch mit Quecksilberoxyd in Wasser wie in Alkohol bewerkstelligen. Nach dem Eindampfen der entschwefelten Lösung bleibt ein alkalisch reagirender Syrup zurück, der, wenn man mit gewöhnlichem Alkohol gearbeitet hat, in der Regel nur äusserst schwierig krystallisirt. Der Syrup kann dann oft wochenlang stehen, oder wiederholt eingedampft und mit den verschiedensten Lösungsmitteln behandelt werden, ohne dass sich Krystalle absetzen. Die Krystallisation des Körpers wird geradeso, nur in viel höherem Maasse, als bei der entsprechenden Methylverbindung, durch die Gegenwart harziger Substanzen behindert, welche sich bei der Entschwefelung von Sulfoharnstoffen allgemein bilden. Auch in diesem Falle empfiehlt es sich, mit trocknem Quecksilberoxyd und absolutem Alkohol zu arbeiten. Man erhält alsdann gewöhnlich schon bei dem ersten Eindampfen eine schöne Krystallisation der Verbindung. Wenn der Körper einmal krystallinisch geworden ist, so lässt er sich sowohl aus Wasser als aus Alkohol und Äther leicht umkrystallisiren. Er bildet feine, sternförmig gruppirte Nadeln, welche bei 92° schmelzen.

Das triäthylirte Isomelamin krystallisirt aus der wässerigen Lösung mit 4 Mol. Wasser, welche einem Wassergehalt von 25.53 Procent entsprechen. Das lufttrockene Salz verlor unter der Luftpumpe über Schwefelsäure 25.48 Procent Wasser. Ich habe mich begnügt, die

---

[1] Hofmann, Monatsberichte 1868, 26.
[2] Hofmann, Monatsberichte a. a. O. u. 1869, 794.

Zusammensetzung der Base durch eine Stickstoffbestimmung festzustellen. Die Formel



$$(C \equiv NC_2H_5)_3(NH)_3$$

verlangt 40.00 Procent Stickstoff; gefunden wurden 39.81 Procent.

Ausserdem ist noch das Platin- und das Goldsalz analysirt worden.

Das Platinsalz des triäthylirten Isomelamins krystallisirt in garbenförmig vereinigten Nadeln, ziemlich leicht in Wasser, weniger leicht in Alkohol löslich, welche bei 100° getrocknet werden können. Der Formel



$$(C \equiv NC_2H_5)_3(NH)_3 . 2HCl . PtCl_4 = C_9H_{20}N_6PtCl_6$$

entsprechen folgende Werthe:

| | Theorie | | Versuch | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_9$ | 108 | 17.43 | 17.56 | — | — | — | — |
| $H_{20}$ | 20 | 3.23 | 3.33 | — | — | — | — |
| $N_6$ | 84 | 13.56 | — | — | — | — | — |
| Pt | 194.6 | 31.41 | — | 31.48 | 31.53 | 31.55 | 31.61 |
| $Cl_6$ | 213 | 34.37 | — | — | — | — | — |
| | 619.6 | 100.00. | | | | | |

Das Goldsalz bildet schöne rhombische Krystalle, welche bei langsamer Bildung beträchtliche Grösse annehmen können. In dem bei 100° getrockneten Salze wurden 44.18 Procent Gold gefunden; der Formel



$$(C \equiv NC_2H_5)_3(NH)_3 . 2HCl . 2AuCl_3$$

entsprechen 44.27 Procent.

Unter dem Einflusse der Säuren erleidet das triäthylirte Isomelamin Veränderungen, welche denen der homologen Methylverbindung vollständig gleichen.

Durch mehrfaches Eindampfen mit Salzsäure, schneller durch Digestion mit Salzsäure bei 150° verwandelt sich die Base in das Wurtz'sche Triäthylisocyanurat, welches durch Beobachtung seiner Eigenschaften, namentlich des Schmelzpunktes (95°) als solches erkannt wurde. Aber auch hier durchläuft das triäthylirte Isomelamin ähnliche Zwischenstufen, wie sie bei dem Studium der entsprechenden Methylverbindung beobachtet wurden, es entstehen in erster Linie Körper



$$(C \equiv NC_2H_5)_3(NH)_2O \text{ und } (C \equiv NC_2H_5)_2(NH)O_2,$$

von denen letzterer sich mit Vorliebe bildet und leicht isolirt werden kann. Durch einmaliges Aufkochen mit Salzsäure verliert das triäthylirte Isomelamin zwei Imidgruppen, welche durch zwei Atome Sauerstoff ersetzt werden. Kocht man die Lösung mit Natronlauge ein, um das Ammoniak zu entfernen, so erhält man nach dem Übersättigen

mit Salzsäure und Eindampfen ein trockenes Gemenge von Salmiak und dem Chlorhydrat des Sauerstoffkörpers, welches durch Alkohol von ersterem befreit wird.

Das Chlorhydrat des Sauerstoffkörpers liefert mit Platinchlorid ein Salz, welches zunächst ölig ausfällt, aber schon nach wenigen Augenblicken zu Krystallnadeln erstarrt. Es hat die Zusammensetzung:



$$2\,[(C\ldots N(C_2H_5))_3(NH)_2O\,.\,HCl]\,PtCl_4 = C_{18}H_{36}N_{10}O_2PtCl_6$$

| | Theorie. | | Versuch. | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $C_{18}$ | 216 | 25.91 | 25.92 | — | |
| $H_{36}$ | 36 | 4.08 | 4.43 | — | |
| $N_{10}$ | 140 | 13.43 | — | 13.30 | |
| $O_2$ | 32 | 7.68 | — | — | |
| Pt | 194.6 | 23.35 | — | — | 23.43 |
| $Cl_6$ | 213 | 25.55 | — | — | |
| | 831.6 | | | | |

Aus den durch die vorliegenden Untersuchungen festgestellten Thatsachen erhellt unzweifelhaft, dass es zwei Reihen alkylirter Melamine giebt, die eine einem amidirten, die andere einem imidirten Melamin sich unterordnend. Beide Reihen sind durch Bildung und Zersetzung scharf von einander unterschieden. Die eine, die Reihe der alkylirten Amidmelamine, bildet sich durch Behandlung des Sulfocyanursäureäthers und des Cyanurchlorids mit Alkylaminen und zerfällt mit den Elementen des Wassers in Cyanursäure und Alkylamin, die andere, die Reihe der alkylirten Imidmelamine, entsteht durch Polymerisation aus den alkylirten Cyanamiden und wird durch die Einwirkung des Wassers in Isocyanursäurealkyläther und Ammoniak gespalten.

Gewähren uns nun diese Erfahrungen Anhaltspunkte zur Beantwortung der oben aufgeworfenen Frage nach der Constitution des Melamins selber? Ist das Melamin eine Amido- oder eine Imidoverbindung?

Mir scheint die Thatsache, dass sich das Melamin leicht und glatt aus Ammoniak in Reactionen bildet, in denen die Alkylamine in unzweifelhafte alkylirte Amidmelamine übergehen, unzweideutig für die Amidnatur auch des Melamins zu sprechen. Allerdings werden die Anhänger der Imidformel nicht ermangeln, darauf hinzuweisen, dass sich das Melamin auch aus dem Cyanamid bildet, also auf analoge Weise, wie die alkylirten Isomelamine aus den alkylirten Cyanamiden entstehen. Dies lässt sich nicht läugnen; wer aber jemals Melamin aus Cyanamid dargestellt hat, dem wird es nicht in den Sinn kommen, diese Bildungsweise mit dem molecularen Übergang des Sulfocyanur-

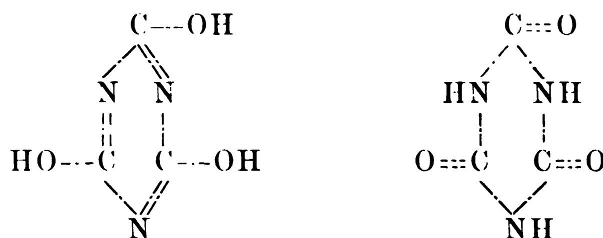
säureäthers und des Cyanurchlorids in Melamin auf dieselbe Linie zu stellen. DRECHSEL[1] hat bereits darauf hingewiesen, dass sich beim Erhitzen des Cyanamids unter lebhafter Ammoniakentwickelung reichliche Mengen von Dicyandiamid und mellonartigen Körpern bilden, und dass das Melamin hierbei nur in höchst minimaler Menge auftritt. Ich kann die Angaben DRECHSELS in ihrem vollem Umfange bestätigen und glaube daher nicht, dass sich die Entstehung kleiner Mengen von Melamin beim Erhitzen des Cyanamids als ein schwerwiegender Einwand gegen die Annahme der Amidnatur desselben wird geltend machen lassen. Jedenfalls lässt sich nicht verkennen, dass, wie man sich auch den Übergang des Cyanamids in Melamin denke, die Umwandlung der Alkylcyanamide in alkylirte Isomelamine durch eine völlig verschiedene Reaction erfolgt.

Wenn nun aber die Bildung des Melamins den letzten Zweifel bezüglich seiner Constitution nicht beseitigt, so liegt der Gedanke nahe, eine endgültige Entscheidung der Frage durch einen Rückschluss aus seinen Umsetzungsproducten herbeizuführen.

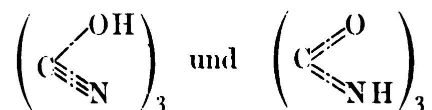
Unter dem Einflusse des Wassers zerlegt sich das Melamin, wie schon LIEBIG gezeigt hat, in Ammoniak und Cyanursäure.

Wer sich daher mit Untersuchungen über die Natur des Melamins beschäftigt, wird nicht umhin können, die Frage nach der Constitution auch der Cyanursäure in den Kreis der Betrachtung zu ziehen. Für solche Betrachtung sind in der Auffindung der Sulfocyanursäure, sowie der normalen Alkylmelamine einige neue Anlehnungspunkte gegeben.

Gerade so wie man sich das Melamin in zweierlei Weise zu Stande gekommen denken kann, hat man sich bekanntlich auch von der Constitution der Cyanursäure zwei verschiedene Vorstellungen gemacht, welche in den Diagrammen




oder in den einfacheren Formeln




zum Ausdrucke gelangen.

[1] DRECHSEL J. f. prakt. Chem. [2] XI. 301.

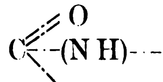
Man erkennt unschwer, dass hier die Frage über die Constitution des Melamins in anderer Form von Neuem vorliegt, und dass es sich schon deshalb empfiehlt, einen Augenblick in diese Frage einzutreten, weil einerseits die zwiefache Auffassung des Melamins zumal den schwankenden Ansichten über die Cyanursäure entsprungen ist, andererseits, weil der Einblick in die Natur dieses Körpers, welchen die Erkenntniss der normalen Alkylmelamine geliefert hat, nicht verfehlen kann, einen Rückschlag auf die Betrachtung auch der Cyanursäure zu üben.

Die beiden Auffassungen bezüglich der Constitution der Cyanursäure, welche durch die vorstehend gegebenen Formeln veranschaulicht werden, sind wesentlich aus dem Studium zweier Reihen isomerer Äther hervorgegangen, von denen man die einen, die sogenannten normalen Äther von einer hydroxylirten, die anderen, die sogenannten Isoäther, von einer imidirten Cyanursäure ableiten zu müssen glaubt: gerade so, wie wir die im Vorstehenden beschriebenen normalen Alkylmelamine einem amidirten Melamin, die alkylirten Isomelamine dagegen einem Imidmelamin untergeordnet haben. Die Cyanursäureäther dieser beiden Reihen sind mit grosser Sorgfalt untersuchte, scharf charakterisirte Verbindungen. Sie unterscheiden sich zumal durch ihre Umbildungen: während sich die normalen Äther mit den Elementen des Wassers in Alkohol und Cyanursäure umsetzen, liefern die Isoäther unter denselben Bedingungen Alkylamine und Kohlensäure. Wäre man nun auch im Stande, die normalen Äther nach dem für die Erzeugung von Säureäthern üblichen Verfahren aus Alkohol und Cyanursäure zu gewinnen, so würde man über die Natur der Cyanursäure kaum im Zweifel sein; man würde nicht anstehen, ihr dieselbe Constitution zuzuerkennen, welche man für die normalen Äther gelten lässt. Dem ist aber nicht so. Bis jetzt ist es nicht gelungen, nach den gebräuchlichen Methoden aus der Cyanursäure normale Äther zu erzeugen. Lässt man unter den gewöhnlichen Bedingungen der Ätherbildung Cyanursäure und Alkohol auf einander wirken, so entstehen keine normalen Äther, sondern jedesmal Isoäther. Daher der Zwiespalt in der Beurtheilung der Cyanursäure. Wer die Bildung der Äther, nicht ihre Zerlegung, als für die Beantwortung der Frage entscheidend ansieht, muss die Cyanursäure als die Säure der Isoäther betrachten; wer andererseits der Zerlegung der Äther grössere Beweiskraft als ihrer Bildung beilegt, wird sich für die Zugehörigkeit der Cyanursäure zu den normalen Äthern aussprechen müssen.

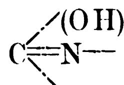
Die Frage nach der Constitution der Cyanursäure bleibt also, wenn man nur die beiden Ätherreihen ins Auge fasst, eine offene.

Man hat daher auf anderem Wege eine Entscheidung derselben herbeizuführen gesucht.

Diejenigen, welche der Isonatur der Cyanursäure das Wort reden, führen zunächst ihre Bildung aus Harnstoff und harnstoffartigen Körpern, aus den Diharnstoffen, dem Biuret u. s. w. ins Feld. In allen diesen Substanzen, machen sie geltend, sei der Atomcomplex



recht eigentlich für die Bildung der Cyanursäure zur Verfügung; wollte man diese Säure als eine Hydroxylverbindung auffassen, so müsste bei ihrer Entstehung aus allen diesen Körpern eine Atomverschiebung angenommen werden. Hierzu bemerken die Vertreter der entgegengesetzten Ansicht — allerdings ohne besonderes Vertrauen in das Argument, welches sie anrufen, — dass die Constitution des Harnstoffs und seiner Abkömmlinge noch keineswegs endgiltig festgestellt sei, dass einige Chemiker[1] im scharfen Gegensatz zu der gewöhnlichen Auffassung den Atomcomplex



in der Gruppe der Harnstoffe annehmen, welche naturgemäss in eine hydroxylirte Cyanursäure übergehen würde.

Es ist aber zumal die Bildung der Cyanursäure aus den cyansauren Salzen und die Zerlegung ersterer bei der Destillation in Cyanursäure, welche als Argumente für die Isoformel geltend gemacht werden. Dieser Beweisführung liegt die Annahme zu Grunde, dass die Cyansäure und ihre Salze selber Isoverbindungen seien. Gelänge es, der Cyansäure und den Cyanaten eine normale Constitution zu vindiciren, so wäre begreiflich für die entgegengesetzte Ansicht eine ebenso kräftige Stütze gewonnen. Welche Gründe hat man nun aber für die ziemlich allgemeine Annahme der Isonatur dieser Verbindungen? Vergleichen wir Bildung und Umbildung derselben mit den entsprechenden Processen bei der Sulfocyansäure, deren normale Constitution nicht bezweifelt wird. Die Salze der Cyansäure entstehen unter ganz ähnlichen Bedingungen aus dem Cyankalium, wie die der Sulfocyansäure. Wie sich das Ammoniumcyanat in den Harnstoff *par excellence* verwandelt, geht das Ammoniumsalz der Sulfocyansäure — allerdings nicht ganz so leicht — in den Sulfoharnstoff über. Wenn sich die freigewordene Cyansäure mit den Elementen des Wassers in Ammoniak

[1] Vergl. WANKLYN und GAMGEE, Chem. Soc. J. [2] IV, 161.

und Kohlensäure umsetzt, so beobachtet man bei der Sulfocyansäure die etwas langsamer eintretende, aber völlig parallele Spaltung in Ammoniak und Kohlenoxysulfid. Somit zeigt das Verhalten beider Reihen von Verbindungen eine Analogie, die nicht grösser gedacht werden kann. Mit besonderer Vorliebe wird daher auch für die Imidnatur der Cyansäure der scharf ausgesprochene Charakter der aus ihr entstehenden Äther betont, welche sich durch ihren leichten Übergang in Kohlensäure und Alkylamin unzweifelhaft als Isoverbindungen bekunden. Wie ganz anders, macht man geltend, ist in dieser Beziehung das Gebahren der normalen Sulfocyansäure, insofern dieselbe mit den Alkoholen Äther bildet, welche sich, den Überlieferungen der Säureäther getreu, mit den Elementen des Wassers wieder in Alkohol und Säure spalten. Ja selbst der stechende Geruch der Cyansäure und der eigenthümliche Reiz, den sie auf die Schleimhäute der Nase und des Auges übt, sind als Beweise für die Zugehörigkeit der Cyansäure zu den Isoäthern angerufen worden! Man hat nur dabei vergessen, dass das Cyanchlorid, über dessen Constitution man nicht zweifelhaft ist, diese Eigenschaften in noch höherem Grade als die Cyansäure besitzt.

Es braucht kaum bemerkt zu werden, dass, wer die Cyanursäure als eine Hydroxylverbindung ansieht, diese Ansicht auch auf die Cyansäure ausdehnen und bei der Ätherbildung in dem einen, wie in dem anderen Falle eine Atomverschiebung gelten lassen muss. Man sieht, um die Annahme einer solchen Verschiebung kommt man bei den Cyansäure- und Cyanursäureäthern nicht herum; die Vertheidiger der einen Ansicht müssen sie sich bei der Bildung der Isoäther, die der anderen bei der Zerlegung der normalen Äther gefallen lassen, und es fragt sich also nur, ob Gründe vorliegen, welche mehr für die Umlagerung in dem ersten als in dem zweiten Falle sprechen.

Solche Gründe scheinen sich nun aber in der That zu Gunsten des ersten Falles geltend machen zu lassen.

Hier darf zunächst an den thatsächlichen Übergang der normalen in die Isoäther erinnert werden, welchen wir, O. Olshausen und ich[1], zuerst bei dem normalen Cyanursäuremethyläther beobachtet haben. Kurze Zeit bei der Siedetemperatur (250°) erhalten, verwandelt sich die normale Verbindung von dem Schmelzpunkte 136° — durch die Einwirkung von Cyanurchlorid auf Natriummethylat gewonnen — in die Isoverbindung von dem Schmelzpunkt 176°, durch Destillation von Cyanursäure mit methylschwefelsaurem Salz darstellbar. Die Umwandlung wird überdies unzweideutig durch die charakteristische Ver-

[1] Olshausen und Hofmann, Monatsberichte 1870. S. 198.

schiedenheit in dem Verhalten der Verbindung bezeugt, welche wir, nachdem sie sich eben noch mit den Elementen des Wassers in Methylalkohol und Cyanursäure gespalten hatte, nach kurzem Erhitzen bei geeigneter Einwirkung des Wassers in Methylamin und Kohlensäure übergehen sehen. Eine analoge Umsetzung erleidet nach späteren Versuchen von Mulder[1] der Cyanursäureäthyläther. Ganz ähnliche Erscheinungen beobachtet man bei einer Reihe unzweifelhaft normal constituirter Cyanursäureäther, bei der normalen Dimethyl-, Diäthyl- und Diamylcyanursäure, welche ich kürzlich aufgefunden habe und demnächst beschreiben werde. Alle diese Verbindungen lassen sich wieder in Cyanursäure und die betreffenden Alkohole zurückführen; werden sie aber kurze Zeit erhitzt, so gehen sie in Isoverbindungen über und zerfallen alsdann mit den Elementen des Wassers in Kohlensäure und Alkylamin, denen sich in diesem Falle begreiflich Ammoniak hinzugesellt.

Hier verdienen auch noch einige Beobachtungen angeführt zu werden, welche im Laufe dieser Untersuchung gemacht worden sind, aber bei einer anderen Gelegenheit ausführlicher erörtert werden sollen. Nachdem festgestellt worden war, dass sich der Sulfocyanursäuremethyläther bei hoher Temperatur unter dem Einflusse des Wassers in Methylmercaptan und Cyanursäure spaltet, schien es von Interesse, zu untersuchen, in welcher Weise Alkohol auf den Äther einwirkt. Die Reaction konnte so verlaufen, dass sich auch jetzt wieder Cyanursäure bildete, aber unter Austritt von geschwefeltem Methyläther, oder aber es konnten unter Abspaltung von Methylmercaptan die normalen sauerstoffhaltigen Cyanursäureäther entstehen. Keines von beiden! Man erhielt stets nur Isocyanursäureäther, und zwar liefert die Einwirkung von Methylalkohol den Cyanursäuremethyläther (Schmelzpunkt 176°), die von Äthylalkohol den Äthyläther (Schmelzpunkt 95°). Offenbar waren, da sich die Reaction nur bei sehr hoher Temperatur, über 250°, vollzieht, die in erster Linie gebildeten normalen Äther in die Isoäther übergegangen.

Die normalen Cyansäureäther sind im reinen Zustande fast unbekannt. Ich habe sie niemals in Händen gehabt, und nach Mulder[2] wäre das Cyanätholin von Cloëz nur ein Gemenge verschiedener Substanzen, unter denen das normale Äthylcyanurat vorherrscht. Angesichts dieser Verhältnisse kann von der Beobachtung des Übergangs eines normalen Cyanats in ein Isocyanat nicht die Rede sein. Dagegen hat gerade die Untersuchung des Sulfocyanursäuremethyläthers den

---

[1] Mulder, Ber. chem. Ges. XVI, [R] 360.
[2] Mulder, Rec. Trav. Chim. Pays-Bas. 1833, 133.

Beweis geliefert, wie leicht sich die normalen Sulfocyansäureäther in die entsprechenden Isoäther, in die sogenannten Senföle verwandeln. Wenn man das reine Sulfocyanmethyl für sich erhitzt, so wird es, wie bereits in einer früheren Abhandlung[1] bemerkt worden ist, zum grossen Theile in Methylsenföl übergeführt. Hier verdient aber auch noch ganz besonders an die Thatsache erinnert zu werden, dass sich, wie einerseits Zinin, andererseits Berthelot und de Luca gezeigt haben,[2] schon beim gelinden Erwärmen einer alkoholischen Lösung von Sulfocyankalium mit Jodallyl direct Allylsenföl bildet. Will man das normale Sulfocyanallyl gewinnen, so kann dies, wie von Billeter[3] dargethan worden ist, durch die Einwirkung von Chlorcyan auf ein Allylmercaptid geschehen, aber auch so gewonnen, geht das normale Sulfocyanallyl schon bei der einfachen Destillation vollständig in Allylsenföl über. Wären die normalen Sulfocyansäureäther der gesättigten Alkohole unbekannt, so würden wir die Sulfocyansäure, im Hinblick auf die Senfölbildung aus dem Sulfocyankalium, mit demselben Rechte für eine Isoverbindung erklären, mit dem heute, auf den Übergang in Isoäther hin, die Imidnatur der Cyansäure behauptet wird.

Angesichts der bemerkenswerthen Wandelbarkeit der normalen Cyansäure- wie Sulfocyansäureäther, schien es angezeigt, zu versuchen, ob nicht etwa die aus der Cyanursäure thatsächlich entstehenden Isoäther schliesslich nichts anderes als Umwandlungsproducte in erster Linie gebildeter normaler Äther seien. Besondere in dieser Richtung angestellte Versuche haben indessen eine solche Vermuthung nicht bestätigt. Aus den Untersuchungen von Habich und Limpricht[4] weiss man, dass Silbercyanurat und Jodäthyl auf 120° erhitzt, sich zu Isocyanurat umsetzen. Ich habe den Versuch mit Jodmethyl wiederholt und gefunden, dass die Umsetzung, obwohl langsam und unvollkommen schon bei 100°, im Laufe der Zeit selbst bei gewöhnlicher Temperatur stattfindet. Immer aber war es nur der Isoäther, der sich gebildet hatte. Auch aus einer Mischung von Natriumcyanurat und methylschwefelsaurem Kalium, welches man längere Zeit auf 100° erhitzt hatte, war nur Isoäther entstanden. Bei dieser Gelegenheit mag hier nochmals bemerkt werden, dass einmal gebildeter normaler Äther bis zu seinem Siedepunkt erhitzt werden muss, um in den Isoäther überzugehen. Normaler Cyanursäuremethyläther, welcher vierzehn Tage lang bei einer Temperatur von 100° erhalten worden war, zeigte nach

[1] Hofmann, Sitzungsberichte 1885, 822.
[2] Zinin, Lieb. Ann. XCV, 128; Berthelot und de Luca, Ann. chim. phys. [3], XLIV, 495.
[3] Billeter, Ber. chem. Ges. VIII, 461.
[4] Habich und Limpricht, Lieb. Ann. CV, 395.

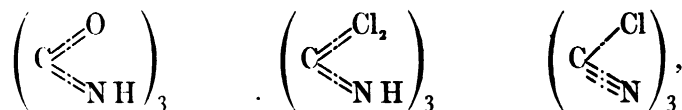
dieser Zeit noch genau denselben Schmelzpunkt (136°), welchen er ursprünglich besessen hatte. Hiernach bleibt demjenigen, welcher in der Cyanursäure eine normale Säure erblickt, nur übrig, die Atomverschiebung als bei dem Übergang der Säure in den Äther eintretend anzunehmen.

Kommen wir nach dieser Abschweifung auf die Frage zurück, welche Ausgangspunkt dieser Betrachtungen gewesen ist, auf die Frage nämlich, ob Gründe vorliegen, welche dem Übergang einer normalen Cyanursäure in Isoäther grössere Wahrscheinlichkeit leihen, als der Umwandlung von normalen Äthern in eine Isosäure, so wird man dieselbe Angesichts der mitgetheilten Beobachtungen bejahend beantworten müssen. Jedenfalls steht thatsächlich fest, dass für die Umbildung einer erheblichen Anzahl unbezweifelter normaler Verbindungen dieser Gruppe in anerkannte Isoverbindungen der experimentale Beweis geliefert ist, während man den umgekehrten Fall, nämlich den Übergang einer verbürgten Isoverbindung in eine unbeanstandete normale Verbindung, bisher nicht ein einziges Mal beobachtet hat.

Wer die Hydroxylnatur der Cyanursäure befürwortet, wird schliesslich nicht unterlassen, mit besonderem Nachdruck auch noch die Beziehung zwischen Säure und Cyanurchlorid zu Gunsten seiner Auffassung anzurufen. Die Cyanursäure verwandelt sich, wie Beilstein[1] gezeigt hat, unter dem Einflusse des Phosphorpentachlorids mit Leichtigkeit in Cyanurchlorid, aus welchem sie bei der Einwirkung des Wassers zurückgebildet wird. Wenn man die Cyanursäure als eine Hydroxylverbindung gelten lässt, so sind diese Übergänge selbstverständlich, indem einfach ein Austausch zwischen der einwerthigen Hydroxylgruppe und dem einwerthigen Chloratom stattfindet:




Bei der Einwirkung des Phosphorpentachlorids auf eine imidirte Cyanursäure dagegen kann die Substitution des einwerthigen Chloratoms für das zweiwerthige Sauerstoffatom nur so zu Stande kommen, dass der benachbarten Imidgruppe gleichzeitig ein Wasserstoffatom in der Form von Salzsäure entführt wird, so dass das Stickstoffatom nunmehr mit seiner ganzen Bindekraft an dem Kohlenstoffatome haftet. In einer solchen Reaction müsste eigentlich ein Zwischenglied auftreten:




[1] Beilstein, Lieb. Ann. CXVI, 357.

wie ein solches bei der Bildung der Imidchloride aus den Amiden in den Amidchloriden thatsächlich vorliegt.

In ähnlicher Weise verschieden gestaltet sich die Interpretation der Rückbildung der Cyanursäure aus dem Chlorid unter dem Einflusse des Wassers (Natriumhydrats), je nachdem man die eine oder die andere Auffassung der Säure gelten lässt. Nun wird aber, wie man weiss, das Cyanurchlorid von dem Schwefelwasserstoff, von dem Methylalkohol und dem Methylmercaptan nicht minder kräftig umgebildet, als von dem Wasser. Wenn das Wasser Cyanursäure erzeugt, so veranlassen Schwefelwasserstoff, Methylalkohol und Methylmercaptan, als Natriumverbindungen auf das Cyanurchlorid einwirkend, die Bildung der Sulfocyanursäure und der Methyläther der Cyanursäure und Sulfocyanursäure. Die letztgenannten drei Substanzen sind aber — Niemand zweifelt daran — normal zusammengesetzte Verbindungen. Betrachtet man die Cyanursäure als eine Isoverbindung, so ist der Mechanismus der Wechselwirkung zwischen Cyanurchlorid und Wasser ein wesentlich verschiedener von demjenigen, welcher der Umbildung dieses Chlorids durch Schwefelwasserstoff, Methylalkohol und Methylmercaptan zu Grunde liegt. Man wird sich aber nur schwer entschliessen, die in umfassender Erfahrung begründete Ansicht, dass Wasser, Schwefelwasserstoff, Alkohol und Mercaptan in solchen Fällen analoge Wirkung üben, fallen zu lassen.

Ich habe im Vorstehenden die Gründe, welche die Auffassung des Melamins als Amid- und der Cyanursäure als Hydroxylverbindung befürworten, mit denjenigen in Parallele gestellt, welche sich für die Imidnatur dieser beiden Körper geltend machen lassen. Wenn ich ersterer Auffassung entschieden den Vorzug gebe, so bin ich bei dieser Entscheidung nicht wenig durch das Studium der bemerkenswerthen Reihenfolge einfacher Umbildungsprocesse beeinflusst worden, welche mir im Laufe meiner Untersuchungen über den Methyläther der Sulfocyanursäure durch die Hände gegangen sind.

Mit dem Methyläther beginnend, habe ich diese Verbindung, Stufe um Stufe, durch schwefelhaltige Zwischenbasen hindurch, in Melamin und dieses, über Liebig's gemischte Hydroxylamide hinweg, in Cyanursäure übergehen sehen, aus welcher durch Umwandlung in Chlorid schliesslich wieder der Sulfocyanursäuremethyläther erhalten wurde, der als Ausgangspunkt der Untersuchung gedient hatte:

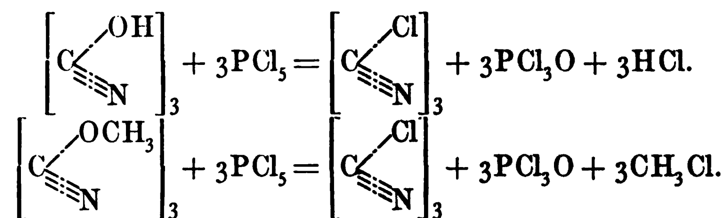
| | | | |
|---|---|---|---|
| Methyläther | $(C\equiv N)_3(SCH_3)_3$ | Melamin | $(C\equiv N)_3(NH_2)_3$ |
| Monamidobase | $(C\equiv N)_3(SCH_3)_2NH_2$ | Ammelin | $(C\equiv N)_3(NH_2)_2(OH)$ |
| Diamidobase | $(C\equiv N)_3(SCH_3)(NH_2)_2$ | Ammelid | $(C\equiv N)_3(NH_2)(OH)_2$ |
| Melamin | $(C\equiv N)_3(NH_2)_3$ | Cyanursäure | $(C\equiv N)_3(OH)_3$ |

| | |
|---|---|
| Cyanursäure | $(C\equiv N)_3(OH)_3$ |
| Cyanurchlorid | $(C\equiv N)_3Cl_3$ |
| Sulfocyanursäure | $(C\equiv N)_3(SH)_3$ |
| Methyläther | $(C\equiv N)_3(SCH_3)_3$ |

In dieser Reihe erfolgt der Übergang von einem Gliede zum anderen durch wohlbekannte Reactionen, welche wir in den verschiedensten Gebieten der Chemie sich vollziehen sehen, ohne dass sie eine Atomverschiebung bedingen, wie wir sie auf dem Wege von Methyläther zu Methyläther zwei Mal annehmen müssen, wenn wir die Cyanursäure als eine Isoverbindung gelten lassen.

Schliesslich sei hier noch ein Versuch erwähnt, welchen ich, über die Constitution der Cyanursäure nachdenkend, in letzter Zeit noch angestellt habe, und dessen Ergebniss mir als weitere Bestätigung der im Vorstehenden ausgesprochenen Ansicht von Interesse erscheint.

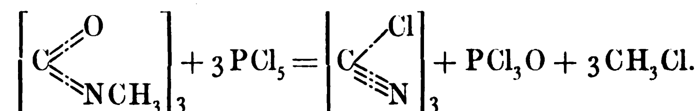
Was immer die Constitution der Cyanursäure sei, man durfte erwarten, dass sie unter dem Einflusse kräftiger Agentien ein analoges Verhalten mit den ihr zugehörigen Äthern zeigen werde. Bei der Einwirkung des Phosphorpentachlorids liefert die Cyanursäure Cyanurchlorid und Phosphoroxychlorids unter gleichzeitiger Abscheidung von Chlorwasserstoffsäure. Ist die Cyanursäure die den normalen Äthern zugehörige Säure, so durfte man erwarten, dass diese Äther unter denselben Bedingungen gleichfalls in Cyanurchlorid und Phosphoroxychlorid, allein unter gleichzeitiger Entwickelung von Chloralkyl übergehen würden:



Dem ist nun wirklich so. Als man den normalen Cyanursäuremethyläther mit Phosphorpentachlorid (1 Mol. des ersteren und 3 Mol. des letzteren) im Einschlussrohr 8 Stunden lang auf 200° erhitzte, verwandelte sich die Mischung der beiden starren Substanzen in eine Flüssigkeit, und beim Öffnen des Rohres entwichen Ströme von Chlormethyl, welche über warmem Wasser aufgesammelt werden konnten. Aus der zurückbleibenden Flüssigkeit konnte durch Destillation Phosphoroxychlorid (Siedepunkt 108°) und Cyanurchlorid (Schmelzpunkt 145°) abgeschieden werden. Es war aber offenbar in Folge einer weitergehenden Reaction, wahrscheinlich durch Einwirkung von

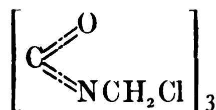
Phosphorpentachlorid auf das entstandene Chlormethyl auch etwas Salzsäure und Phosphortrichlorid entstanden.

Sehr begierig war ich nun, das Verhalten des isocyanursauren Methyläthers gegen Phosphorpentachlorid kennen zu lernen. Möglicherweise konnten in dieser Reaction dieselben Producte entstehen, wie in der letztbetrachteten:

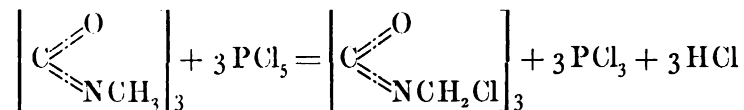


Wenn eines der beiden activen Chloratome im Phosphorpentachlorid die Methylgruppe von dem Stickstoff löst, so beansprucht letzterer dreiviertel der Atombindekraft des Kohlenstoffatoms, und es konnte nunmehr ein univalentes Chloratom für das bivalente Sauerstoffatom eintreten. Vollzog sich die Reaction in diesem Sinne, so würde der Versuch die Frage unentschieden gelassen haben. Allein das Phosphorpentachlorid übt eine ganz andere Wirkung auf die Isocyanursäureäther. Über das Verhalten des Äthyläthers zu diesem Reagens liegt bereits eine Angabe von Habich und Limpricht[1] vor, nach welcher man das Phosphorpentachlorid von dem Isocyanurat abdestilliren kann, ohne dass letzteres angegriffen wird. Der Methyläther zeigt genau dasselbe Verhalten. Erhitzt man denselben aber mit Phosphorpentachlorid etwa acht Stunden lang im Einschlussrohr auf 200°, so findet man die starre Beschickung des Rohres in eine dunkle Flüssigkeit verwandelt. Beim Öffnen des Rohrs entweicht Salzsäuregas in grosser Menge, welches von Wasser nahezu vollständig absorbirt wird. Es liess sich keine Spur von Chlormethyl nachweisen und, als die dem Digestionsrohr entnommene Flüssigkeit der Destillation unterworfen wurde, ging zunächst reines Phosphortrichlorid vom Siedepunkte 78° über; der Siedepunkt stieg alsdann schnell bis über 300°, bei welcher Temperatur eine zähe Flüssigkeit destillirte, welche zu einem durchsichtigen, glasartigen, an Metastyrol erinnernden Körper erstarrte. Derselbe ist unlöslich in Wasser, sehr löslich in Alkohol, etwas schwieriger in Chloroform, noch weniger in Äther. Aus diesen Flüssigkeiten scheidet er sich beim Erkalten krystallinisch aus. Am besten krystallisirt er aber aus Benzol, aus welchem grosse, wohl ausgebildete, farblose Prismen vom Schmelzpunkte 164° erhalten wurden. Eine Analyse, welche jedoch noch der Bestätigung bedarf, lässt dieses merkwürdige Product als dreifach chlorirtes Methylisocyanurat

[1] Habich und Limpricht, Lieb. Ann. CIX., 102.



erkennen. Die Reaction war also nach der Gleichung:



verlaufen, ganz anders, als man unter der Voraussetzung, dass Cyanursäure und Isocyanursäuremethyläther analog construirte Körper seien, hätte erwarten sollen. Das Ergebniss dieser Versuche erklärt sich am einfachsten durch die Annahme, dass die Cyanursäure die den normalen Äthern entsprechende Hydroxylverbindung ist.

Das auf dem angedeuteten Wege erhaltene Chlorderivat des Methylisocyanurats verdient übrigens eine nähere Untersuchung, und ich beabsichtige daher, diese Arbeit in der Kürze weiter fortzusetzen.

---

Ausgegeben am 5. November.

Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei.

1885.
**XLIII.**

# SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

# AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

ZU BERLIN.

5. November. Gesammtsitzung.

Vorsitzender Secretar: Hr. Auwers.

1. Hr. Diels las den ersten Theil einer Abhandlung über Seneca und Lucan.

2. Hr. Siemens legte eine Mittheilung des Hrn. Prof. L. Weber in Breslau vor: über einen Differential-Erd-Inductor, welche in einem der nächsten Stücke erscheinen wird.

3. Mit besonderen Begleitschreiben sind eingesandt: von Hrn. Prof. H. A. Schwarz in Göttingen zwei Exemplare seiner Abhandlung »über ein die Flächen kleinsten Flächeninhalts betreffendes Problem der Variationsrechnung«, von Hrn. Prof. Fr. Hultzsch in Dresden seine Editio princeps der Schriften des Autolycus, und von Hrn. Ramdas Sen in Berhampore, Bengalen, der erste Theil seines Werkes: Bharat Rahasya.

4. Das correspondirende Mitglied der philosophisch-historischen Classe Hr. W. Jonckbloet ist in Wiesbaden am 19. October verstorben.

Ausgegeben am 19. November.

1885.

**XLIV.**

# SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

# AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

ZU BERLIN.

---

12. November. Sitzung der physikalisch-mathematischen Classe.

---

Vorsitzender Secretar: Hr. Auwers.

1. Hr. G. Kirchhoff las: Zur Theorie der Gleichgewichtsvertheilung der Elektricität auf zwei leitenden Kugeln.

2. Hr. v. Helmholtz überreichte eine zweite Mittheilung des correspondirenden Mitgliedes der Classe Hrn. Prof. Kundt in Strassburg über die elektromagnetische Drehung der Polarisationsebene des Lichtes im Eisen.

3. Hr. Schulze legte eine Arbeit des Hrn. Dr. R. v. Lendenfeld in Sydney vor, welche eine vorläufige Mittheilung von Beobachtungen desselben über das Nerven- und Muskelsystem der Hornschwämme bildet.

4. Der Vorsitzende legte eine von Hrn. H. F. Wiebe hierselbst eingereichte Abhandlung vor, welche weitere Mittheilungen über den Einfluss der Zusammensetzung des Glases auf die Nachwirkungs-Erscheinungen bei Thermometern enthält.

Sämmtliche Mittheilungen werden, Nr. 1, 3, 4 in dem heutigen, Nr. 2 in einem der nächsten Berichte, veröffentlicht.

---

# Zur Theorie der Gleichgewichtsvertheilung der Elektricität auf zwei leitenden Kugeln.

Von G. Kirchhoff.

Die Gleichgewichtsvertheilung der Elektricität auf zwei leitenden Kugeln ist ein Problem, dessen Lösung schon von Poisson[1] gegeben und später von anderen auf verschiedenen Wegen abgeleitet ist. Von hervorragendem Interesse bei demselben ist die Ermittelung der Elektricitätsmengen, welche die Kugeln enthalten, und der Kraft, mit der sie anziehend oder abstossend auf einander wirken, wenn die Potentialwerthe in ihnen gegeben sind.

Es seien $a$ und $b$ die Radien der beiden Kugeln, $c$ der Abstand ihrer Mittelpunkte, $g$, $h$ die Potentialwerthe in ihnen, $E_1$, $E_2$ die Elektricitätsmengen, die sie enthalten, und $F$ die Abstossungskraft, die sie auf einander ausüben; dann ist

$$E_1 = a_{11}g + a_{12}h$$
$$E_2 = a_{21}g + a_{22}h$$
$$2F = g^2\frac{\partial a_{11}}{\partial c} + 2gh\frac{\partial a_{12}}{\partial c} + h^2\frac{\partial a_{22}}{\partial c},$$

wo

$$a_{21} = a_{12}$$

und $a_{11}$, $a_{12}$, $a_{22}$ Functionen von $a$, $b$, $c$ sind, um deren Bestimmung es sich handelt.

Aus den Gleichungen, welche ich in meiner Abhandlung »Über die Vertheilung der Elektricität auf zwei leitenden Kugeln«[2] abgeleitet habe, ergeben sich für $a_{11}$, $a_{12}$, $a_{22}$ die folgenden Ausdrücke. Es sei $q$ die positive Wurzel, welche kleiner als 1 ist, der Gleichung

$$q^2 + \frac{1}{q^2} = \frac{c^2 - a^2 - b^2}{ab},$$

oder, was dasselbe ist, der Gleichung

[1] Mémoires de l'Institut de France 1811.

[2] Crelle's Journal. Bd. 59. 1861.

$$q + \frac{1}{q} = \sqrt{\frac{c^2 - (a-b)^2}{ab}},$$

und

$$\xi = \frac{a + bq^2}{c}, \quad \eta = \frac{b + aq^2}{c},$$

wobei

$$\xi\eta = q^2,$$

dann ist

$$a_{11} = a(1-\xi^2)\left\{\frac{1}{1-\xi^2} + \frac{q^2}{1-\xi^2 q^4} + \frac{q^4}{1-\xi^2 q^8} + \ldots\right\}$$

$$-a_{12} = \frac{ab}{c}(1-q^4)\left\{\frac{1}{1-q^4} + \frac{q^2}{1-q^8} + \frac{q^4}{1-q^{12}} + \ldots\right\}$$

$$a_{22} = b(1-\eta^2)\left\{\frac{1}{1-\eta^2} + \frac{q^2}{1-\eta^2 q^4} + \frac{q^4}{1-\eta^2 q^8} + \ldots\right\}.$$

Sir William Thomson[1] hat für $a_{11}, a_{12}, a_{22}$ Formeln aufgestellt, welche zur numerischen Rechnung vorzüglich geeignet sind, wenn der Abstand der Kugeln nicht zu klein gegen ihre Radien ist, und mit Hülfe derselben zum Gebrauch bei einem von ihm construirten Elektrometer eine Tafel berechnet, aus der die Werthe von $a_{11}, a_{12}, a_{22}$ und $\frac{\partial a_{11}}{\partial c}, \frac{\partial a_{12}}{\partial c}, \frac{\partial a_{22}}{\partial c}$ für den Fall $a = b = 1$ zu entnehmen sind, wenn $c$ einen der Werthe 2,1, 2,2, 2,3 ..., 4 hat. Diese Formeln sind:

$$a_{11} = \frac{1}{P_1} + \frac{1}{P_2} + \frac{1}{P_3} + \ldots$$

$$-a_{12} = \frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} + \frac{1}{S_3} + \ldots$$

$$a_{22} = \frac{1}{Q_1} + \frac{1}{Q_2} + \frac{1}{Q_3} + \ldots$$

$$P_{n+1} = \frac{c^2 - a^2 - b^2}{ab} P_n - P_{n-1}$$

$$Q_{n+1} = \frac{c^2 - a^2 - b^2}{ab} Q_n - Q_{n-1}$$

$$S_{n+1} = \frac{c^2 - a^2 - b^2}{ab} S_n - S_{n-1}$$

und

$$P_1 = \frac{1}{a} \qquad P_2 = \frac{c^2 - a^2 - b^2}{ab} P_1 + \frac{1}{b}$$

$$Q_1 = \frac{1}{b} \qquad Q_2 = \frac{c^2 - a^2 - b^2}{ab} Q_1 + \frac{1}{a}$$

$$S_1 = \frac{c}{ab} \qquad S_2 = \frac{c^2 - a^2 - b^2}{ab} S_1$$

[1] Phil. Mag. for April 1853.

Statt der drei letzten Gleichungen können auch die einfacheren

$$P_0 = -\frac{1}{b}, \quad Q_0 = -\frac{1}{a}, \quad S_0 = 0$$

geschrieben werden, wenn man festsezt, dass die für $P_{n+1}$, $Q_{n+1}$, $S_{n+1}$ angegebenen Relationen auch für $n = 1$ gelten sollen.

Hiernach kann man mit Leichtigkeit nach einander die Glieder der für $a_{11}$, $a_{12}$, $a_{22}$ nach Sir W. Thomson angesetzten Entwickelungen berechnen.

Es stimmen diese Glieder einzeln mit denen der vorher angegebenen Reihen überein. Um diese Behauptung in Bezug auf die für $a_{11}$ aufgestellten Reihen einzusehen, bemerke man, dass die für $P_n$ geltende Differenzengleichung durch Einführung der Grösse $q$ wird

$$P_{n+1} = \left(q^2 + \frac{1}{q_2}\right) P_n - P_{n-1}$$

und dass hiernach ist

$$P_n = Aq^{2n} + B\frac{1}{q^{2n}},$$

wo $A$ und $B$ constante, d. h. von $n$ unabhängige Grössen sind. Dieselben bestimmen sich, indem man einmal $n = 0$, dann $n = 1$ setzt. Das giebt

$$A + B = -\frac{1}{b}$$

$$Aq^2 + B\frac{1}{q^2} = \frac{1}{a},$$

also

$$A\left(q^2 - \frac{1}{q^2}\right) = \frac{1}{a} + \frac{1}{bq^2}$$

$$B\left(\frac{1}{q^2} - q^2\right) = \frac{1}{a} + \frac{q^2}{b}.$$

Aus den Relationen

$$\xi = \frac{a + bq^2}{c}, \quad \frac{1}{\xi} = \frac{a + \frac{b}{q^2}}{c}$$

folgt aber

$$\frac{1}{b} = \frac{1}{a}\,\frac{\frac{\xi^2}{q^2} - q^2}{1 - \xi^2},$$

daher wird

$$A = -\frac{1}{a}\,\frac{\xi^2}{(1 - \xi^2)q^2}, \quad B = \frac{1}{a}\,\frac{q^2}{1 - \xi^2}$$

und

$$P_n = \frac{1}{a(1-\xi^2)}\left(\frac{1}{q^{2(n-1)}} - \xi^2 q^{2(n-1)}\right)$$

oder

$$\frac{1}{P_n} = a(1-\xi^2)\frac{q^{2(n-1)}}{1-\xi^2 q^{4(n-1)}}.$$

Das ist aber das *n*te Glied der zuerst für $a_{11}$ angegebenen Reihenentwickelung. Ganz ähnliche Rechnungen lassen sich in Bezug auf $a_{12}$ und $a_{22}$ durchführen.

Diese Reihen convergiren um so schneller, je kleiner $q$, d. h. je grösser der Abstand der Kugeln im Verhältniss zu ihren Radien ist. Um ein Urtheil über diese Convergenz in einigen Fällen hervorzurufen, lasse ich die ersten Glieder der Entwickelung von $a_{11}$ für gleiche Kugeln und einige Werthe der Entfernung folgen, die in der Tafel von Sir W. Thomson vorkommen.

$$a = b = 1$$

| $c$ | 2.1 | 2.5 | 4 |
|---|---|---|---|
| $\frac{1}{P_1}$ | 1 | 1 | 1 |
| $\frac{1}{P_2}$ | 0.2932 | 0.1904 | 0.0667 |
| $\frac{1}{P_3}$ | 0.1386 | 0.0469 | 0.0048 |
| $\frac{1}{P_4}$ | 0.0715 | 0.0117 | 0.0004 |
| $\frac{1}{P_5}$ | 0.0377 | 0.0029. | |

Man sieht hieraus, dass bei den kleineren der von Sir W. Thomson in seine Tafel aufgenommenen Entfernungen schon die Berücksichtigung einer bedeutenden Zahl von Gliedern nöthig ist, um eine mässige Genauigkeit zu erreichen. Es lassen sich die in Rede stehenden Reihen in andere verwandeln, deren Convergenz eine ungleich schnellere ist.

Diese Reihen sind, abgesehn von gewissen Factoren, alle von der Form

$$\frac{1}{1-\alpha} + \frac{\beta}{1-\alpha\gamma} + \frac{\beta^2}{1-\alpha\gamma^2} + \frac{\beta^3}{1-\alpha\gamma^3} + \ldots,$$

wo $\alpha$, $\beta$, $\gamma$ echte Brüche bedeuten. Bezeichnet man diese Reihe mit $R$, so hat man auch

$$R = \frac{1}{1-\alpha} + \beta + \beta^2 + \beta^3 + \ldots$$
$$+ \frac{\alpha\beta\gamma}{1-\alpha\gamma} + \frac{\alpha\beta^2\gamma^2}{1-\alpha\gamma^2} + \frac{\alpha\beta^3\gamma^3}{1-\alpha\gamma^3} + \ldots$$

oder, wenn man die Glieder der oberen Horizontallinie in eines zusammenfasst,

$$R = \frac{1-\alpha\beta}{(1-\alpha)(1-\beta)} + \alpha\beta\gamma R_1,$$

wo

$$R_1 = \frac{1}{1-\alpha\gamma} + \frac{\beta\gamma}{1-\alpha\gamma^2} + \frac{\beta^2\gamma^2}{1-\alpha\gamma^3} + \dots$$

Wie man sieht, entsteht $R_1$ aus $R$ dadurch, dass man darin $\alpha\gamma$ für $\alpha$ und $\beta\gamma$ für $\beta$ setzt. Nennt man $R_2$ die Reihe, in welche durch dieselben Substitutionen $R_1$ übergeht, u. s. f., so hat man daher

$$R_1 = \frac{1-\alpha\beta\gamma^2}{(1-\alpha\gamma)(1-\beta\gamma)} + \alpha\beta\gamma^3 R_2$$

$$R_2 = \frac{1-\alpha\beta\gamma^4}{(1-\alpha\gamma^2)(1-\beta\gamma^2)} + \alpha\beta\gamma^5 R_3$$

$$\dots\dots\dots\dots$$

Multiplicirt man die Gleichungen, welche $R, R_1, R_2 \dots$ durch $R_1, R_2, R_3 \dots$ ausdrücken, mit $1, \alpha\beta\gamma, \alpha^2\beta^2\gamma^4, \alpha^3\beta^3\gamma^9, \dots$ und addirt sie, so erhält man[1]

$$R = \frac{1-\alpha\beta}{(1-\alpha)(1-\beta)} + \alpha\beta\gamma\frac{1-\alpha\beta\gamma^2}{(1-\alpha\gamma)(1-\beta\gamma)} + \alpha^2\beta^2\gamma^4\frac{1-\alpha\beta\gamma^4}{(1-\alpha\gamma^2)(1-\beta\gamma^2)} + \dots$$

Das $n+1$te Glied dieser unendlichen Reihe ist

$$\alpha^n\beta^n\gamma^{n^2}\frac{1-\alpha\beta\gamma^{2n}}{(1-\alpha\gamma^n)(1-\beta\gamma^n)}.$$

Die Coefficienten $a_{11}$, $a_{12}$, $a_{22}$ sind, durch $R$ ausgedrückt,

$$a_{11} = a(1-\xi^2)R(\alpha=\xi^2, \beta=q^2, \gamma=q^4)$$

$$-a_{12} = \frac{ab}{c}(1-q^4)R(\alpha=q^4, \beta=q^2, \gamma=q^4)$$

$$a_{22} = b(1-\eta^2)R(\alpha=\eta^2, \beta=q^2, \gamma=q^4).$$

Haben die Radien der beiden Kugeln, $a$ und $b$, gleiche Grösse, so ist

$$\xi=\eta=q, \quad q+\frac{1}{q}=\frac{c}{a},$$

und, setzt man noch $a=1$, so wird

---

[1] Ein besonders einfacher Fall der Gleichung, die man durch Gleichsetzung der für $R$ ursprünglich angenommenen und der nun dafür gefundenen Reihe erhält, ist der, dass $\alpha=\beta=\gamma=x$ ist. Fügt man noch den Factor $x$ hinzu, so wird sie

$$\frac{x}{1-x}+\frac{x^2}{1-x^2}+\frac{x^3}{1-x^3}+\dots+\frac{x^n}{1-x^n}+\dots = x\frac{1+x}{1-x}+x^4\frac{1+x^2}{1-x^2}+\dots+x^{n^2}\frac{1+x^n}{1-x^n}+\dots$$

Diese Gleichung ist schon von Clausen in Crelle's Journal Bd. 3 S. 95 angegeben.

$$2q = c - \sqrt{c^2 - 4}$$

$$a_{11} = a_{22} = 1 + q^2 + q^8(1 - q^2)\frac{1 + q^6}{1 - q^6} + q^{24}(1 - q^2)\frac{1 + q^{10}}{1 - q^{10}} + \dots$$

mit dem $n$ten Gliede

$$q^{4n \cdot n - 1}(1 - q^2)\frac{1 + q^{4n-2}}{1 - q^{4n-2}}$$

und
$$-a_{12} = \frac{1}{c} + q^3 + q^{11}\frac{(1 - q^2)(1 - q^{14})}{(1 - q^6)(1 - q^8)} + q^{29}\frac{(1 - q^2)(1 - q^{22})}{(1 - q^{10})(1 - q^{12})} + \dots$$

mit dem $n$ten Gliede

$$q^{4n^2 - 2n - 1}\frac{(1 - q^2)(1 - q^{8n-2})}{(1 - q^{4n-2})(1 - q^{4n})}.$$

Für denselben Fall, dass $a = b = 1$, findet man hieraus weiter, indem man benutzt, dass

$$\frac{\partial q}{\partial c} = -\frac{q^2}{1 - q^2}$$

ist,

$$\begin{aligned}
-\frac{1}{2}\frac{\partial a_{11}}{\partial c} = {} & \frac{q^3}{1 - q^2} \\
& + q^9\frac{1 + q^6}{1 - q^6}\left(4 - \frac{q^2}{1 - q^2} + \frac{6q^6}{1 - q^{12}}\right) \\
& + q^{25}\frac{1 + q^{10}}{1 - q^{10}}\left(12 - \frac{q^2}{1 - q^2} + \frac{10q^{10}}{1 - q^{20}}\right) \\
& + q^{49}\frac{1 + q^{14}}{1 - q^{14}}\left(24 - \frac{q^2}{1 - q^2} + \frac{14q^{14}}{1 - q^{28}}\right) \\
& \dots\dots\dots\dots\dots\dots
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2}\frac{\partial a_{12}}{\partial c} = {} & \frac{1}{2c^2} + \frac{3}{2}\frac{q^4}{1 - q^2} \\
& + q^{12}\frac{1 - q^{14}}{(1 - q^6)(1 - q^8)}\left(\frac{11}{2} - \frac{q^2}{1 - q^2} + \frac{3q^6}{1 - q^6} + \frac{4q^8}{1 - q^8} - \frac{7q^{14}}{1 - q^{14}}\right) \\
& + q^{30}\frac{1 - q^{22}}{(1 - q^{10})(1 - q^{12})}\left(\frac{29}{2} - \frac{q^2}{1 - q^2} + \frac{5q^{10}}{1 - q^{10}} + \frac{6q^{12}}{1 - q^{12}} - \frac{11q^{22}}{1 - q^{22}}\right) \\
& + q^{56}\frac{1 - q^{30}}{(1 - q^{14})(1 - q^{16})}\left(\frac{55}{2} - \frac{q^2}{1 - q^2} + \frac{7q^{14}}{1 - q^{14}} + \frac{8q^{16}}{1 - q^{10}} - \frac{15q^{30}}{1 - q^{30}}\right) \\
& \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots
\end{aligned}$$

Um die Convergenz dieser Reihen zu zeigen, habe ich ihre ersten Glieder für die oben gewählten Werthe von $c$ berechnet.

| | $c = 2.1$ | $c = 2.5$ | $c = 4$ |
|---|---|---|---|
| | 1.532672 | 1.250000 | 1.071797 |
| | 0.051021 | 0.003024 | 0.000025 |
| | 0.000266 | | |
| $a_{11} =$ | 1.58396 | 1.25302* | 1.07182 |

| | $c = 2.1$ | $c = 2.5$ | $c = 4$ |
|---|---|---|---|
| | 0.864958 | 0.525000 | 0.269239 |
| | 0.018512 | 0.000374 | |
| | 0.000054 | | |
| $-a_{12} =$ | 0.88352* | 0.52537 | 0.26924 |
| | 0.831894 | 0.166667 | 0.020726 |
| | 0.301853 | 0.007577 | 0.000028 |
| | 0.004685 | | |
| | 0.000005 | | |
| $\frac{1}{2}\frac{\partial a_{11}}{\partial c} =$ | 1.13844 | 0.17424* | 0.02075 |
| | 1.024108 | 0.205000 | 0.039580 |
| | 0.149131 | 0.001302 | 0.000001 |
| | 0.001153 | | |
| | 0.000001 | | |
| $\frac{1}{2}\frac{\partial a_{12}}{\partial c} =$ | 1.17439 | 0.20630 | 0.03958. |

Man ersieht hieraus unter Anderem, dass bei einigermaassen grossen Entfernungen der Kugeln die fraglichen Coefficienten mit grosser Genauigkeit durch die Ausdrücke dargestellt sind

$$a_{11} = 1 + q^2 \qquad -\frac{1}{2}\frac{\partial a_{11}}{\partial c} = \frac{q^3}{1 - q^2}$$

$$-a_{12} = \frac{1}{c} + q^3 \qquad \frac{1}{2}\frac{\partial a_{12}}{\partial c} = \frac{1}{2c^2} + \frac{3}{2}\frac{q^4}{1 - q^2}.$$

[1] Von den hier berechneten Werthen der Reihen stimmen die mit einem Sternchen bezeichneten nicht ganz überein mit den entsprechenden der von Sir W. Thomson veröffentlichten Tafel. Statt derselben finden sich dort die Zahlen

1.25324, 0.88175, 0.17432.

# Beitrag zur Kenntniss des Nerven- und Muskelsystems der Hornschwämme.

Von Dr. R. v. Lendenfeld
in Sydney.

(Vorgelegt von Hrn. F. E. Schulze.)

Eine der australischen Euspongia-Arten, welche mit *Euspongia anfractuosa* Carter[1] ident ist, von mir aber *Euspongia canaliculata* genannt wird, zeigt in mancher Hinsicht bemerkenswerthe Abweichungen von dem bekannten Bau[2] des gewöhnlichen Badeschwammes, *Euspongia officinalis*. Der Schwamm ist massig und besitzt kurze, abgerundete, fingerförmige Fortsätze. Diese enthalten je einen weiten kreiscylinderförmigen, longitudinal verlaufenden Hohlraum, welcher äusserlich einem weiten Oscularrohre sehr ähnlich sieht. Diese weiten Röhren münden nach unten hin in ein System anastomosirender Lacunen ein. Die ganze Oberhaut ist reich an Poren. Zwischen den regelmässig vertheilten Porensieben ist ein sehr zierliches Sandnetz ausgebreitet. Bei genauerer Betrachtung erkennt man, dass die Röhren in den fingerförmigen Fortsätzen mit einer ganz ebenso gestalteten Haut ausgekleidet sind. Das Gleiche gilt von der Auskleidung der lacunösen Hohlräume in der Tiefe des Schwammes. Die Röhren und Lacunen sind nicht Oscularröhren und gehören nicht zum eigentlichen Schwammkörper, sondern bilden einen Vorhofsraum, der mit dem einführenden Canalsystem allein im Zusammenhange steht. Auf der Innenseite der Röhren und in den Lacunenwänden findet man nämlich keine Oscula. Diese Vorhofsbildung weicht somit von jener ziemlich bedeutend ab, welche ich von den Auleniden[3] beschrieben habe. Sie ist den Nardorusformen reciprok.

[1] H. J. Carter. Description of Sponges from Port Phillip Heads, South Australia, continued. Annals and Magazine of Natural History, Series 5, Volume 15, p. 316.

[2] F. E. Schulze. Untersuchungen über den Bau und die Entwickelung der Spongien. VII. Mittheilung. Die Familie der Spongidae. Zeitschrift für wissenschaftliche Zoologie. Band 32, S. 591 ff.

[3] R. v. Lendenfeld. Über den Bau der Hornschwämme. Zoologischer Anzeiger für 1885.

Die Oscula sind klein. Sie liegen stets in Reihen. Diese Reihen laufen in longitudinaler Richtung den fingerförmigen Fortsätzen entlang. Die fingerförmigen Fortsätze sind 10 — 20^mm dick und ebenso lang, die Oscula 1 — 2^mm breit, kreisrund und in ziemlich regelmässigen Abständen, 10 — 15^mm von einander entfernt.

An Skeletten sieht man keine Spur von Osculis. An Stelle der Oscula-Reihen finden sich hier tiefe Rinnen, die zuweilen bis in das centrale Pseudo-Oscularrohr herabreichen. Am lebenden Schwamm ist von diesen Rinnen nichts zu sehen. Sie sind von dem Schwammgewebe ganz ausgefüllt. Freilich entbehrt dieses Gewebe jeglicher Skelettstütze und es erscheint dieser Theil an trockenen Exemplaren stark vertieft und eingefallen.

An Querschnitten erkennt man, dass das Gewebe, welches diesen Theil bildet, sehr locker und lacunös ist. Die Geisselkammergruppen zwischen den weiten und unregelmässigen, zumeist longitudinal verlaufenden Canälen sind wenig zahlreich und klein, bei weitem nicht so zahlreich, wie jene des viel dichteren, nur mit kleinen Canälen versorgten, skelethaltigen Theiles. Diese grossen Canäle und Lacunen fliessen zur Bildung des kurzen Oscularrohres zusammen: sie gehören alle dem ausführendem Systeme an.

Wenn nun schon in dieser Rinnenbildung uns eine bemerkenswerthe Eigenthümlichkeit entgegentritt, so finden wir doch bei der genaueren mikroskopischen Untersuchung noch viel interessantere Verhältnisse vor.

Das Skelett ist ein sehr feinmaschiges Euspongiaskelett. Die radialen Hauptfasern sind wenig verzweigt und sandführend. Die Verbindungsfasern hingegen frei von Fremdkörpern und vielfach verzweigt. Sie bilden zahlreiche Anastomosen. Ihre durchschnittliche Dicke ist bei den verschiedenen Varietäten verschieden und schwankt zwischen 0.01 und 0.02^mm. Am Rinnenrande nun enden alle diese Verbindungsfasern mit sehr scharfen, schwertförmigen Spitzen. Diese Spitzen stehen so nahe bei einander, dass die Rinnenwand dicht stachlig aussieht.

Es kann keinem Zweifel unterliegen, dass diese Stachligkeit eine Vertheidigungseinrichtung gegen solche fremde Eindringlinge ist, die von den weiten Oscularröhren und Lacunen des ausführenden Systems aus in den Schwammkörper gelangen wollen.

Vor den spitzen Enden der Hornfasern zieht eine Membran herab, welche das Lacunengewebe der Rinne durchaus von dem übrigen Schwammkörper trennt. Nach unten hin ist diese Membran mehrfach unterbrochen. Hier treten die ausführenden Canäle hindurch. Wir begegnen einer solchen Haut auf beiden Seiten der Lacunenrinne.

Diese Häute bekleiden die Seitenwände der Rinne in ihrer ganzen Länge.

Bei genauerer Untersuchung feiner Querschnitte erkennt man, dass diese Haut aus parallelen Spindelzellen besteht, welche senkrecht auf der äusseren Oberfläche des Schwammes stehen, indem sie alle von der Oberfläche radial in die Tiefe herabziehen. Sie bilden mehrere Lagen in der erwähnten Membran — durchschnittlich drei. Die Membran selbst ist durchaus von gleichförmiger Dicke. Diese Zellen laufen nach beiden Seiten hin in ausserordentlich feine Spitzen aus. Sie sind $0.1^{mm}$ lang und in der Mitte $0.003^{mm}$ breit. Der ovale Kern findet sich in der Längenmitte. Er liegt jedoch nicht axial, sondern mehr oder weniger seitlich. In der Umgebung des Kernes findet sich eine sehr geringe Menge gewöhnlichen Protoplasmas, während der ganze übrige Theil der Zelle aus einer Substanz besteht, die wesentlich von dem Inhalt gewöhnlicher Spindelzellen abweicht. Es finden sich nämlich deutliche, kleine, aber das Licht sehr stark und doppelt brechende rundliche Körnchen in einer homogenen, durchsichtigen Substanz eingebettet, welche das Licht wenig und nur einfach bricht. Die Körnchen sind theilweise sehr regelmässig angeordnet, so dass eine Art Querstreifung der Fasern zu Stande kommt. Die Körnchen treten nicht zur Bildung doppeltlichtbrechender Scheiben zusammen und der Grad der Regelmässigkeit in ihrer Anordnung ist auch nicht immer der gleiche. Bei der Untersuchung von Spiritusmaterial erkennt man leicht, dass diese Rinnenwandmembranen stark zusammenziehbar sind, und zwar so, dass sie sich immer in radialer Richtung contrahiren. Hierdurch wird die äussere Oberfläche des Rinnenfüllgewebes mehr oder weniger gesenkt. In der sehr beträchtlichen Schwankung der Tiefe, bis zu welcher die Oberfläche des Rinnenfüllgewebes in verschiedenen Exemplaren eingesunken ist, drückt sich die Wirkung der radialen Contraction dieser Membranen aus.

Ich glaube aus den angeführten Beobachtungen schliessen zu sollen, dass diese Membranen Muskeln sind und die sie zusammensetzenden Zellen Muskelzellen. Und weiter, dass diese Muskelzellen in Folge ihrer eigenthümlichen Structur den Übergang von der glatten zu der quergestreiften Faser vermitteln.

An Querschnitten durch die Rinnenränder erkennt man, dass ein eigenthümliches Organ am oberen, äusseren Rande dieser Muskelmembran sitzt. Man findet dort nämlich die Membran plötzlich bis zum doppelten oder dreifachen Durchmesser verdickt. Diese Verdickungslinie kann an feinen Schnitten genau studirt werden. Man findet, dass sie nicht aus Spindelzellen besteht. Grosse kugelige Kerne sind hier sehr deutlich, diese erscheinen einer granulösen Substanz

eingebettet. Zweifellos gehört diese Substanz Zellen an, deren Grenzen nicht deutlich sind. Von dieser Randverdickung gehen seitlich körnige Fasern ab, welche tangential in der äusseren Oberhaut des Schwammes dahinziehen und zuweilen auf ziemlich lange Strecken hin verfolgt werden können. Oben stehen auf dieser distalen Verdickung der Muskellamella spindelförmige Sinneszellen auf. Die basalen Enden aller dieser auf eine ziemlich breite Zone verstreuten Zellen krümmen sich gegen die obenerwähnte Verdickung hin, und sie stehen mit derselben in directem Zusammenhange. Eine Verzweigung der Basalausläufer wurde nicht beobachtet. Der Zellkörper selbst hat die gewöhnliche Form. Die Zellen sind etwa 0.03$^{mm}$ lang und 0.002$^{mm}$ in der Mitte, an der Kernanschwellung breit. In dem Zellkörper finden sich nach Osmiumbehandlung jene charakteristischen, dunklen Körnchen, welche von Jickeli[1] in den Sinneszellen der Hydroiden entdeckt worden sind und welche auch bei den Spongien-Sinneszellen vorkommen, und hier ein besonders deutliches und werthvolles Kriterium abgeben.

Ich glaube die oben beschriebenen Gebilde am distalen Rande der Muskelmembran folgendermaassen deuten zu sollen.

Die ganze Verdickung, welche nur stellenweise unterbrochen ist, besteht aus Ganglienzellen, deren Kerne an Praeparaten deutlich sind, deren Conturen jedoch nicht klar hervortreten. Die körnigen Fäden, welche in tangentialer Richtung von diesen Ganglien abgehen, sind Nerven, welche die Verbindung der Ganglien mit entfernter gelegenen, vorläufig noch unbekannten Gebilden, herstellen.

Aus der obigen Darstellung geht hervor, dass die Sinneszellenzone dem oberen Rande der Muskelmembran entlang zieht und somit zwei Streifen von Sinneszellen gebildet werden, welche das Rinnenfüllgewebe an der Oberfläche einrahmen.

Ich glaube, dass dieses Gebilde unseres Schwammes einen directen Vergleich mit dem Ringnerven der cykloneuren Medusen (Eimer), den Hydromedusen zulässt und darauf hinweist, dass die Spongien, weil einer ähnlichen Entwickelung fähig wie diese Cnidarier, von ihnen wahrscheinlich ursprünglich nicht so sehr verschieden waren, wie wir gewöhnlich anzunehmen pflegen. Freilich muss zugegeben werden, dass durch convergirende Entwickelung hier eine Ähnlichkeit entstanden sein mag, die gar keinen phylogenetischen Schluss gestattet, um so mehr als diese Gebilde der Spongien mesodermal sind und nicht subepithelial wie bei den Hydromedusen. Auf diesen Gegenstand näher einzugehen, würde uns jedoch weiter führen, als es in einer vorläufigen Mittheilung geboten scheint.

---

[1] C. Jickeli. Über den Bau der Hydroidpolypen. Morphologisches Jahrb. Bd. VIII.

Wenn ich nun noch einen kurzen Rückblick auf unsere Kenntniss des Nerven- und Muskelgewebes der Spongien werfe, so dürfte dies meinen Mitarbeitern auf diesem Gebiete einerseits von Werth sein, und andererseits wird eine solche Zusammenstellung auch allgemeinen morphologischen Untersuchungen zur Grundlage dienen können.

Zuerst wies F. E. SCHULZE, der Begründer der neueren Spongiologie nach, dass bei vielen Schwämmen einzelne Faserzellen, und auch Faserzellencomplexe, contractil seien. Diese Entdeckung, dass die längst bekannten Bewegungen der ausgewachsenen Schwämme (Larven, junge Spongillen u. s. w. bewegen sich ohne Faserzellencontraction) nicht durch eine Zusammenziehung der Grundsubstanz oder der Epithelien, sondern durch Zusammenziehung bestimmter, diesem Zwecke angepasster Elemente, verursacht werden, ist vielfach von mir und Anderen bestätigt worden.

Im Jahre 1880 demonstrirte C. STEWART »Palpocils« an *Grantia compressa* vor einer Versammlung der Königlich Englischen mikroskopischen Gesellschaft. Ich bin nicht in der Lage über diese Angabe, die mir erst vor einigen Monaten bekannt geworden ist, ein Urtheil abzugeben. Ich selber halte die Existenz von Sinneshaaren an den von mir entdeckten Sinneszellen aus apriorischen Gründen zwar für wahrscheinlich, habe jedoch Palpocils nie gesehen.

Ich habe eine Anzahl von australischen Kalkschwämmen, Schleimschwämmen und Hornschwämmen genauer untersucht und an einigen, jedoch verhältnissmässig nur wenigen Zellen gefunden, die ich als nervös betrachte. Von Hornschwämmen habe ich bis nun bloss die Auleninae und die Gattung Euspongia (die australischen Arten) hierauf geprüft. Die thatsächlichen Befunde in diesen Gruppen sind folgende:

*Sycandra arborea* HAECKEL. Die Sinneszellen bilden einen Ring am Eingange der einführenden Canäle.

*Grantessa sacca* R. v. L. Die Sinneszellen stehen in Gruppen am Eingange der einführenden Canäle.

*Vosmaeria gracilis* R. v. L. und *Sycandra pila* R. v. L. Die Sinneszellen stehen in Gruppen weiter ab im Umkreise der Einströmungsöffnungen.

*Leucandra saccharata* HAECKEL und *Leucandra meandrina* R. v. L. Die Sinneszellen stehen in Gruppen, welche unregelmässig über die Oberfläche zerstreut sind.

*Leucetta microrhaphis* und *Leucaltis Helena* R. v. L. Die Sinneszellen stehen einzeln an der Oberfläche zerstreut, scheinen jedoch zahlreicher in der Nähe der Einströmungsöffnungen zu sein.

*Aulena villosa* R. v. L. Die Sinneszellen stehen in kleinen Gruppen an den Vereinigungslinien der Membranen, welche im Vorhofsraume ausgespannt sind.

*Halme globosa* R. v. L. Die Sinneszellen stehen in Gruppen an den Rändern der Membranen, welche in den lacunösen Räumen des einführenden Canalsystems ausgespannt sind.

*Euspongia canaliculata* R. v. L. Die Sinneszellen bilden Zonen, welche an der Oberfläche die lacunöse Ausbreitung des ausführenden Systems umziehen.

Diese vereinzelten Beobachtungen lassen gar keinen allgemeinen Schluss zu, da die Beobachtungen an verschiedenen Arten so sehr verschieden sind.

Ich habe schon früher[1] darauf hingewiesen, dass die SCHULZE'sche Bezeichnung der zusammenziehbaren Elemente als »contractile Faserzellen« nun, da nervöse Elemente neben ihnen aufgefunden worden sind, nicht mehr nothwendig ist und durch die Bezeichnung Muskelzellen ersetzt werden kann.

Sowohl Muskel- wie Nervenzellen sind m e s o d e r m a l. Die *Epithelien* der Spongien scheinen nirgends in der Weise weiter entwickelt, wie bei höheren Coelenteraten. Sowohl Entoderm wie Ektoderm bleiben stets einfach.[2]

---

[1] R. v. LENDENFELD. Das Nervensystem der Spongien. Zoologischer Anzeiger Nr. 186.

[2] HAECKEL hat einige Kalkschwämme mit stellenweise mehrschichtigem Entoderm beschrieben. Bis jetzt ist diese Angabe nicht bestätigt worden. Vergleiche auch VOSMAER in BRONN's Classen und Ordnungen des Thierreiches, Porifera.

# Über den Einfluss der Zusammensetzung des Glases auf die Nachwirkungs-Erscheinungen bei Thermometern.

Von H. F. Wiebe,
technischem Hülfsarbeiter der Kaiserlichen Normal-Aichungs-Commission.

(Vorgelegt von Hrn. Auwers.)

Im Anschluss an die Mittheilungen, welche ich mir im vorigen Jahre erlaubt habe, im Auftrage des Hrn. Prof. Dr. Foerster der Königlichen Akademie der Wissenschaften zu überreichen (s. Sitzungsberichte 1884 S. 843 ff.), gestatte ich mir heute, mit Genehmigung des Hrn. Directors der Kaiserlichen Normal-Aichungs-Commission, über einen vorläufigen Abschluss der von dieser Behörde in Gemeinschaft mit den HH. Prof. Dr. Abbe und Dr. Schott in Jena ausgeführten thermometrischen Untersuchungen zu berichten, welcher die damals ausgesprochenen Hoffnungen im Wesentlichen erfüllt.

Es ist nämlich im Verlaufe dieser Arbeiten gelungen, eine Glassorte herzustellen, welche sich leicht vor der Lampe verarbeiten lässt und den im vorigen Berichte näher dargelegten thermischen Nachwirkungen in viel geringerem Grade unterworfen ist, als das Glas der in den letzten Jahrzehnten in Deutschland hergestellten Thermometer, und auch in merklich geringerem Grade als die in anderen Ländern zur Thermometer-Fabrication zur Zeit benutzten Glassorten.

Diese in der Reihe der bezüglichen Fabricationsexperimente und Analysen mit der Nr. XVI$^{III}$ bezeichnete Glassorte hat folgende Zusammensetzung:

| | |
|---|---|
| Kieselsäure | 67.5 |
| Natron | 14 |
| Zinkoxyd | 7 |
| Kalk | 7 |
| Thonerde | 2.5 |
| Borsäure | 2 |

Zwei andere Typen, welche sich etwas weniger leicht vor der Lampe verarbeiten lassen, dagegen in Betreff der thermischen Nach-

wirkung sich ebenso günstig wie das vorerwähnte Glas verhalten, sind die beiden mit Nr. XIV$^{III}$ und Nr. XVIII$^{III}$ bezeichneten, deren Zusammensetzungen die folgenden sind:

| XIV$^{III}$ | | XVIII$^{III}$ | |
|---|---|---|---|
| Kieselsäure | 69 | Kieselsäure | 52 |
| Natron | 14 | Kali | 9 |
| Zinkoxyd | 7 | Zinkoxyd | 30 |
| Kalk | 7 | Borsäure | 9 |
| Thonerde | 1 | | |
| Borsäure | 2 | | |

Das wesentlich Charakteristische aller drei Glassorten, welche ich im Folgenden kurzhin Jenenser Glas nennen will, besteht darin, dass die Depressionsconstanten der aus ihnen verfertigten Thermometer, d. h. die Nachwirkungen andauernder Erwärmungen auf 100°, nur 0°05 betragen, und dass dem entsprechend auch das langsame Ansteigen des Eispunktes in Folge des allmählichen Verschwindens der von der Anfertigungstemperatur herrührenden Nachwirkungen weit unter denjenigen Beträgen bleibt, die bei Thermometern aus anderem (auch englischem und französischem) Glase bei ähnlicher Behandlung in entsprechenden Zeiträumen beobachtet werden.

Zu der nachfolgenden Tafel, aus welcher die Beläge für diese Behauptungen zu entnehmen sind, ist zu bemerken, dass die in den ersten fünf und in den letzten drei Reihen aufgeführten Thermometer kurze Zeit vor Beginn der Beobachtungsreihen neu angefertigt waren, und dass die auf Hundertel Centigrad abgerundeten Zahlenwerthe Mittel aus den Beobachtungsergebnissen an je zwei oder mehreren gleichzeitig untersuchten Thermometern darstellen.

Ausser den erwähnten Gläsern enthält die Tafel drei, mit XXII, XVII$^{III}$ und XXXI bezeichnete, auf Grund theoretischer Erwägungen in Jena hergestellte, welche eine besonders grosse Nachwirkung zeigen, und deren in der Schlusstabelle (S. 1028) angegebene Zusammensetzung mit derjenigen der schlechtesten neuerdings in den Handel gebrachten Thüringer Thermometergläser im Wesentlichen übereinstimmt. Der Vollständigkeit wegen sind alsdann auch noch einige Daten für Thermometer aus demjenigen gangbaren Thüringer Glas, wie es im letzten Jahrzehnt vielfach zur Verwendung gekommen ist, hinzugefügt worden. Letztere Zahlen sind allerdings mit den für die anderen Thermometer gegebenen nicht unmittelbar vergleichbar, da die Thermometer aus »Thüringer Glas« bei Beginn der Beobachtungen bereits sechs bis sieben Monate alt waren.

| Glas. | Depression für 100°. | Anstieg des Eispunktes in Tagen: | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 4 | 21 | 42 | 49 | 66 | 88 | 135 | 160 | 175 | 200 | 242 | 285 | 317 | 447 | 570 | 1450 | 1600 |
| XIV''' ............ | 0.05 | — | — | — | — | 0.02 | — | — | — | — | — | 0.03 | — | 0.04 | — | — | — | — |
| XVI''' ............ | 0.05 | — | — | — | — | — | 0.04 | — | — | — | — | — | 0.04 | — | — | — | — | — |
| XVIII''' ............ | 0.05 | — | — | — | — | — | — | — | — | — | 0.04 | — | 0.05 | — | — | — | — | — |
| Französisches Glas (Verre dur) ...... | 0.07 | — | — | — | 0.02 | 0.04 | — | — | — | — | 0.07 | — | — | — | — | — | — | — |
| Englisches Glas.... | 0.18 | — | — | — | — | — | 0.10 | 0.12 | — | — | — | — | — | 0.15 | 0.16 | — | — | — |
| Thüringer Glas .... | 0.36 | — | — | — | — | — | — | — | — | — | 0.25 | — | — | — | — | 0.38 | 0.43 | 0.44 |
| XXII ............ | 1.05 | 0.05 | — | 0.09 | 0.12 | — | 0.16 | — | 0.25 | 0.25 | — | — | — | — | — | — | — | — |
| XVII'''............ | 1.06 | — | — | 0.22 | — | 0.33 | — | — | — | — | — | — | 0.43 | — | — | — | — | — |
| XXXI ........ .... | 1.03 | 0.24 | 0.42 | — | — | — | — | 0.53 | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — |

Aus diesen Zahlen erhellt, dass sich Thermometer aus »Jenenser Glas« nicht nur hinsichtlich der vorübergehenden (periodischen) Depression, sondern auch bezüglich des langsamen (säcularen) Ansteigens des Eispunktes bedeutend günstiger verhalten, als die hier untersuchten Thüringer und besten englischen und französischen Thermometer. Um aber in Anbetracht des verhältnissmässig geringen Alters der Thermometer jeden Zweifel möglichst auszuschliessen, wurde noch nach einem anderen Kriterium zur Entscheidung dieses Punktes gesucht. Ein solches ist in dem schon im vorigen Berichte erwähnten Process des künstlichen Altmachens der Thermometer zu suchen. Dieses, wie es scheint, zuerst von Welsh in Kew angewendete Verfahren (annealing process) besteht darin, dass die Thermometer längere Zeit anhaltend auf einer höheren Temperatur (z. B. 100°) gehalten und alsdann möglichst langsam abgekühlt werden. Hierdurch wird das Verschwinden der von der hohen Anfertigungstemperatur herrührenden Depression beschleunitg und in kürzerer Zeit der gleiche Anstieg des Eispunktes bewirkt, der unter dem Einflusse mittlerer (Zimmer-) Temperatur erst im Laufe längerer Zeit eintritt.

Aus dem folgenden Täfelchen, in welchem die durch das genannte Verfahren erzielten Resultate zusammengestellt worden sind, erhellt besonders deutlich das ungünstigere Verhalten des ausländischen Glases gegenüber dem »Jenenser Glase«. Von der hinzugefügten Glassorte XX''' ist weiter unten die Rede.

Wirkung andauernder Erwärmung der Thermometer auf 100°.

| Glas | nach Erwärmung während | betrug der Anstieg des Eispunktes |
|---|---|---|
| XIV''' .................... | 7 Stunden | 0°02 |
| XVI''' .................... | 7 » | 0.01 |
| XVIII'''.................... | 7 » | 0.01 |
| Französisches............ | 8 » | 0.05 |
| Englisches ................ | 9 » | 0.16 |
| XX''' .................... | 8 » | 0.15 |

wirkung sich ebenso günstig wie das vorerwähnte Glas verhalten, sind die beiden mit Nr. XIV[III] und Nr. XVIII[III] bezeichneten, deren Zusammensetzungen die folgenden sind:

| XIV[III] | | XVIII[III] | |
|---|---|---|---|
| Kieselsäure | 69 | Kieselsäure | 52 |
| Natron | 14 | Kali | 9 |
| Zinkoxyd | 7 | Zinkoxyd | 30 |
| Kalk | 7 | Borsäure | 9 |
| Thonerde | 1 | | |
| Borsäure | 2 | | |

Das wesentlich Charakteristische aller drei Glassorten, welche ich im Folgenden kurzhin Jenenser Glas nennen will, besteht darin, dass die Depressionsconstanten der aus ihnen verfertigten Thermometer, d. h. die Nachwirkungen andauernder Erwärmungen auf 100°, nur 0°05 betragen, und dass dem entsprechend auch das langsame Ansteigen des Eispunktes in Folge des allmählichen Verschwindens der von der Anfertigungstemperatur herrührenden Nachwirkungen weit unter denjenigen Beträgen bleibt, die bei Thermometern aus anderem (auch englischem und französischem) Glase bei ähnlicher Behandlung in entsprechenden Zeiträumen beobachtet werden.

Zu der nachfolgenden Tafel, aus welcher die Beläge für diese Behauptungen zu entnehmen sind, ist zu bemerken, dass die in den ersten fünf und in den letzten drei Reihen aufgeführten Thermometer kurze Zeit vor Beginn der Beobachtungsreihen neu angefertigt waren, und dass die auf Hundertel Centigrad abgerundeten Zahlenwerthe Mittel aus den Beobachtungsergebnissen an je zwei oder mehreren gleichzeitig untersuchten Thermometern darstellen.

Ausser den erwähnten Gläsern enthält die Tafel drei, mit XXII, XVII[III] und XXXI bezeichnete, auf Grund theoretischer Erwägungen in Jena hergestellte, welche eine besonders grosse Nachwirkung zeigen, und deren in der Schlusstabelle (S. 1028) angegebene Zusammensetzung mit derjenigen der schlechtesten neuerdings in den Handel gebrachten Thüringer Thermometergläser im Wesentlichen übereinstimmt. Der Vollständigkeit wegen sind alsdann auch noch einige Daten für Thermometer aus demjenigen gangbaren Thüringer Glas, wie es im letzten Jahrzehnt vielfach zur Verwendung gekommen ist, hinzugefügt worden. Letztere Zahlen sind allerdings mit den für die anderen Thermometer gegebenen nicht unmittelbar vergleichbar, da die Thermometer aus »Thüringer Glas« bei Beginn der Beobachtungen bereits sechs bis sieben Monate alt waren.

| Glas. | Depression für 100°. | Anstieg des Eispunktes in Tagen: | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 4 | 21 | 42 | 49 | 66 | 88 | 135 | 160 | 175 | 200 | 242 | 285 | 317 | 447 | 570 | 1450 | 1600 |
| XIV$^{III}$ | 0.05 | — | — | — | — | 0.02 | — | — | — | — | — | 0.03 | — | 0.04 | — | — | — | — |
| XVI$^{III}$ | 0.05 | — | — | — | — | — | 0.04 | — | — | — | — | — | 0.04 | — | — | — | — | — |
| XVIII$^{III}$ | 0.05 | — | — | — | — | — | — | — | — | — | 0.04 | — | 0.05 | — | — | — | — | — |
| Französisches Glas (Verre dur) | 0.07 | — | — | — | 0.02 | 0.04 | — | — | — | — | 0.07 | — | — | — | — | — | — | — |
| Englisches Glas | 0.18 | — | — | — | — | — | 0.10 | 0.12 | — | — | — | — | — | 0.15 | 0.16 | — | — | — |
| Thüringer Glas | 0.36 | — | — | — | — | — | — | — | — | — | 0.25 | — | — | — | — | 0.38 | 0.43 | 0.44 |
| XXII | 1.05 | 0.05 | — | 0.09 | 0.12 | — | 0.16 | — | 0.25 | 0.25 | — | — | — | — | — | — | — | — |
| XVII$^{III}$ | 1.06 | — | — | 0.22 | — | 0.33 | — | — | — | — | — | — | 0.43 | — | — | — | — | — |
| XXXI | 1.03 | 0.24 | 0.42 | — | — | — | — | 0.53 | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — |

Aus diesen Zahlen erhellt, dass sich Thermometer aus »Jenenser Glas« nicht nur hinsichtlich der vorübergehenden (periodischen) Depression, sondern auch bezüglich des langsamen (säcularen) Ansteigens des Eispunktes bedeutend günstiger verhalten, als die hier untersuchten Thüringer und besten englischen und französischen Thermometer. Um aber in Anbetracht des verhältnissmässig geringen Alters der Thermometer jeden Zweifel möglichst auszuschliessen, wurde noch nach einem anderen Kriterium zur Entscheidung dieses Punktes gesucht. Ein solches ist in dem schon im vorigen Berichte erwähnten Process des künstlichen Altmachens der Thermometer zu suchen. Dieses, wie es scheint, zuerst von WELSH in Kew angewendete Verfahren (annealing process) besteht darin, dass die Thermometer längere Zeit anhaltend auf einer höheren Temperatur (z. B. 100°) gehalten und alsdann möglichst langsam abgekühlt werden. Hierdurch wird das Verschwinden der von der hohen Anfertigungstemperatur herrührenden Depression beschleunitg und in kürzerer Zeit der gleiche Anstieg des Eispunktes bewirkt, der unter dem Einflusse mittlerer (Zimmer-) Temperatur erst im Laufe längerer Zeit eintritt.

Aus dem folgenden Täfelchen, in welchem die durch das genannte Verfahren erzielten Resultate zusammengestellt worden sind, erhellt besonders deutlich das ungünstigere Verhalten des ausländischen Glases gegenüber dem »Jenenser Glase«. Von der hinzugefügten Glassorte XX$^{III}$ ist weiter unten die Rede.

## Wirkung andauernder Erwärmung der Thermometer auf 100°.

| Glas | nach Erwärmung während | betrug der Anstieg des Eispunktes |
|---|---|---|
| XIV$^{III}$ | 7 Stunden | 0°02 |
| XVI$^{III}$ | 7 » | 0.01 |
| XVIII$^{III}$ | 7 » | 0.01 |
| Französisches | 8 » | 0.05 |
| Englisches | 9 » | 0.16 |
| XX$^{III}$ | 8 » | 0.15 |

Bei einer Reihe junger Thermometer aus Thüringer Glas hatte eine 26 stündige Erwärmung auf 100° einen Anstieg des zeitigen Eispunktes von 0°.26 und eine solche von dreitägiger Dauer einen Anstieg von 0°.40 bewirkt. Bei den Thermometern aus Glas XVII^m, XXII und XXXI wurde das Verschwinden der von der Anfertigungstemperatur herrührenden Depression durch den Siedeprocess derartig beschleunigt, dass sogar schon eine halbstündige Erwärmung auf 100° ausreichte, um ein mehrere Hundertel Grad betragendes Ansteigen des maximal deprimirten Eispunktes hervorzubringen. Weitere Versuche wurden wegen der geringen Resistenzfähigkeit dieser Gläser bisher nicht angestellt.

Ferner hat sich herausgestellt, dass die Eigenschaften des »Jenenser Glases« für thermometrische Anwendungen auch insofern sehr günstig sind, als die an sich schon sehr kleinen Depressionen, welche die Eispunkte der aus ihnen angefertigten Thermometer durch längere, schneller Abkühlung voraufgehende Erwärmungen auf 100° erfahren, sich ungemein schnell wieder ausgleichen, so dass schon nach Verlauf von zwei bis drei Tagen der Eispunkt wieder seine alte Höhe erreicht hat. Nahezu ebenso günstig haben sich in dieser Beziehung die hier untersuchten französischen Thermometer verhalten, während bei den englischen Thermometern nach etwa einem Monate erst die Hälfte der durch das Sieden hervorgerufenen Depression wieder ausgeglichen ist, und es bei den aus Thüringer Glas in den siebziger Jahren verfertigten Thermometern durchschnittlich eine Zeit von vier bis sechs Monaten bedarf, bis der durch Siedepunktsbestimmungen deprimirte Eispunkt seinen vorherigen Stand wieder erreicht hat. Eine ausführlichere Darlegung über den zeitlichen Verlauf der thermischen Nachwirkung und seine Beziehungen zu der chemischen Zusammensetzung des Glases soll in Bälde an einer anderen Stelle gegeben werden.

Endlich lässt sich auch, obwohl die Vergleichungen mit dem Luftthermometer bisher nur mittelbare und vorläufige gewesen sind, bereits erkennen, dass die Reductionen der Angaben von Thermometern aus »Jenenser Glas« auf das Luftthermometer kleiner und regelmässiger sind, als die entsprechenden Reductionen der Angaben der Thermometer aus gebräuchlichem Thüringer Glas. Die entsprechenden Reductionswerthe für die hier untersuchten französischen Thermometer (von Tonnelot) sind allerdings durchschnittlich noch etwas geringer, wogegen eine Reihe hier untersuchter englischer Thermometer sehr stark von dem bezüglichen Verhalten der Thermometer aus französischem und aus Jenenser Glas abweichen und auch einen weniger einfachen Verlauf der Reductionswerthe erkennen lassen.

Die nachfolgende Zusammenstellung enthält die vorläufigen Reductionen, wie sie sich durch die Vergleichung der Thermometer

mit dem an das Luftthermometer angeschlossenen Normalthermometer der Normal-Aichungs-Commission ergeben haben.

| Bei Temperaturen in Centigraden | Reductionen auf die Angaben des Luftthermometers für Thermometer aus | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Jenenser Glas | | | Thüringer Glas | französischem Glas | englischem Glas |
| | Nr. XIV$^{III}$ | Nr. XVI$^{III}$ | Nr. XVIII$^{III}$ | | | |
| 0 | 0°00 | 0°00 | 0°00 | 0°00 | 0°00 | 0°00 |
| + 10 | − 0.01 | − 0.01 | + 0.01 | − 0.03 | − 0.02 | + 0.03 |
| + 20 | − 0.07 | − 0.05 | − 0.02 | − 0.11 | − 0.06 | 0.00 |
| + 30 | − 0.08 | − 0.07 | − 0.02 | − 0.12 | − 0.05 | + 0.02 |
| + 40 | − 0.04 | − 0.05 | + 0.01 | − 0.08 | − 0.02 | + 0.09 |
| + 50 | + 0.01 | | | − 0.05 | | + 0.14 |

Die Zahlen unter Thüringer Glas stellen Mittelwerthe für die gebräuchlichsten Thüringer Glassorten dar; ein anderes Thüringer Glas hatte folgende Reductionen auf die Angaben des Luftthermometers ergeben:

| | | |
|---|---|---|
| bei | 0° | 0°00 |
| | + 10 | − 0.09 |
| | + 20 | − 0.20 |
| | + 30 | − 0.27 |
| | + 40 | − 0.27 |

Bezüglich der Thermometer aus englischem Glase ist zu bemerken, dass die angegebenen Werthe Mittel aus Beobachtungen an vier Thermometern sind. Zwei derselben waren aus Krystallglas verfertigt, dessen Zusammensetzung in dem vorigen Berichte S. 847 angegeben ist, die beiden anderen waren Kew-Standards. Letztere zeigten in ihren Angaben und thermischen Eigenschaften eine so vollkommene Übereinstimmung mit denen der ersteren Art, dass man berechtigt ist, die Zusammensetzung des (Kew-) Glases als im Wesentlichen identisch mit jener des sogenannten Krystallglases, dessen Analyse in dem vorangehenden Aufsatze (Sitzungsberichte für 1884 Seite 843 ff.) gegeben ist, anzunehmen.

Die Analyse des Glases französischer von Tonnelot in Paris verfertigter Thermometer hat Folgendes ergeben:

| | |
|---|---|
| Kieselsäure | 70.96 |
| Natron | 12.02 |
| Kali | 0.56 |
| Magnesia | 0.40 |
| Kalk | 14.40 |
| Thonerde und Eisenoxyd | 1.44 |
| Summe | 99.78 |

Demnach zeigt das Glas vollständig die Zusammensetzung des gewöhnlichen Fensterglases. Die geringe Beimengung von Kali rührt offenbar von der für den Glassatz verwendeten Soda her.

Wenn, wie bei dieser Gelegenheit schliesslich noch bemerkt werden möge, die Unterschiede der Reductionen auf das Luftthermometer, welche an die Angaben von verschiedenen Thermometern aus den gebräuchlichen Glassorten anzubringen sind, wie wir oben gesehen haben, in der Nähe von $+30^\circ$ bis $+40^\circ$ bis zu $\frac{1}{4}$ Centigrad ansteigen können, so geht daraus hervor, dass eine grössere Gleichförmigkeit der Zusammensetzung des bei Thermometern anzuwendenden Glasmaterials auch in dieser Beziehung von grosser wissenschaftlicher und weittragender praktischer Bedeutung ist.

Zur Ergänzung unserer ersten Mittheilung über den erheblichen Einfluss, welchen das gleichzeitige Vorhandensein nahezu gleicher Mengen von Natron und Kali auf die thermischen Nachwirkungs-Erscheinungen ausübt, habe ich zu bemerken, dass auf Wunsch der Normal-Aichungs-Commission von Hrn. Dr. Schott in Jena noch eine Glassorte hergestellt worden ist, welche den gleichen Kalkgehalt, wie die a. a. O. S. 848 aufgeführten Glassorten Nr. IV und VIII aufweist, jedoch 7.5 Procent Kali und 7.5 Procent Natron enthält, während das Glas Nr. IV 13.5 Procent Kali und das Glas Nr. VIII 15 Procent Natron enthalten.

Es konnte nämlich der Schlussfolgerung jener ersten Mittheilung, wonach das nahezu in gleichem Betrage vorhandene Nebeneinander beider Alkalien einen entscheidend ungünstigen Einfluss auf die thermischen Nachwirkungs-Erscheinungen übt, entgegen gehalten werden, dass in der damals synthetisch hergestellten Glassorte Nr. XXII nicht bloss das Nebeneinander von Kali und Natron, sondern auch der grössere Gesammtantheil dieser beiden Bestandtheile und der entsprechend verminderte Antheil von Kalk ungünstig gewirkt haben könne.

Diese Folgerung wurde jedoch durch die damals gegebene Zusammenstellung der Analysen deutscher Thermometergläser nicht bestätigt, da in diesen die Verschiedenheiten des Kalkgehalts einen besonders erheblichen Einfluss auf die Nachwirkungs-Erscheinungen nicht erkennen lassen. Die Grösse der Nachwirkungen schien vielmehr von dem Gesammtgehalte an Kali und Natron nahezu unabhängig zu sein und allem Anschein nach lediglich in einer einfachen Beziehung zu dem Verhältnisse zwischen dem Natron- und dem Kaligehalte zu stehen. Immerhin überstiegen die bei der Anfertigung der in Rede stehenden Glassorte (XXII) zugelassenen Unterschiede in dem Kalkgehalt und in dem Gesammtgehalt an Alkalien die bei den übrigen Glassorten vorgefundenen Unterschiede.

Das auf Grund vorstehender Erwägungen hergestellte, mit Nr. $XX^{III}$ bezeichnete Glas hat nunmehr im Allgemeinen die Folgerungen hinsichtlich des ungünstigen Einflusses nahezu gleichwerthigen Vorkommens von Kali und Natron bestätigt. Indessen lässt sich erkennen, dass

bei dem Glase Nr. XXII die sehr starke Verminderung des Kalkgehaltes doch nicht ohne Einfluss auf die ungünstige Steigerung der Nachwirkungen gewesen war.

Bei Glas Nr. $XX^{III}$ hat sich nämlich die Depressionsconstante erheblich kleiner als bei Nr. XXII, indessen immer noch mehr als doppelt so gross herausgestellt als bei den Glassorten IV und VIII. Hieraus geht nunmehr völlig unzweifelhaft hervor, dass Kali und Natron bei der Zusammensetzung von Thermometerglas einander nur vollständig ersetzen dürfen, dass dagegen die theilweise Ersetzung von Natron durch Kali und umgekehrt, unter Festhaltung der übrigen Bestandtheile, in Betreff der thermometrischen Eigenschaften nur ungünstig wirkt, indem sie die Nachwirkungs-Erscheinungen steigert. Und zwar ist diese Steigerung nach den Darlegungen im vorigen Berichte um so grösser, je mehr sich das Verhältniss der Alkalien zu einander der Gleichheit nähert.

Zu dem obigen Ergebnisse, wonach das Glas Nr. $XX^{III}$ mindestens die doppelte Grösse der Nachwirkung erkennen lässt wie die beiden Glassorten Nr. IV und VIII, ist übrigens noch zu bemerken, dass die Herstellung von Thermometern aus dem Glase Nr. $XX^{III}$ erst ganz vor Kurzem ermöglicht worden ist, so dass die bei dieser Glassorte bis jetzt beobachtete Depressionsconstante noch nicht als der definitive Betrag angesehen werden kann. Vielmehr ist der Werth derselben offenbar noch im Steigen begriffen, obgleich das Altern auch dieser Thermometer durch die erwähnte Art der Behandlung thunlichst beschleunigt worden ist. Es haben sich nämlich im Mittel aus den Ablesungen bei zwei Thermometern aus dieser Glassorte der Zeitfolge nach für die Depressionsconstante nachstehende Grössen ergeben:

| Datum | Depression für 100° |
|---|---|
| 4. Juni 1885 | 0°10 |
| 8. Juni 1885 | 0.14 |
| 22. Juni 1885 | 0.15 |
| 24. Juli 1885 | 0.16 |
| 16. October 1885 | 0.17 |

Auch bezüglich des Ansteigens der Eispunkte hat diese Glassorte im Vergleich mit den beiden Nummern IV und VIII eine erheblich ungünstigere Beschaffenheit gezeigt. Innerhalb $3^1/_2$ Monaten betrug bei den Thermometern aus Glas $XX^{III}$ der Anstieg des Eispunktes 0°13, wohingegen bei den Thermometern aus Glas IV, bezüglich VIII innerhalb eines Jahres der Eispunkt nur um die Hälfte dieses Betrages angestiegen war.

Ausser den bisher erwähnten Glassorten sind nun in Jena theils in kleinerem, theils in grösserem Maassstabe im Ganzen noch zwanzig

andere Thermometergläser angefertigt und die aus denselben hergestellten Thermometer bei der Normal-Aichungs-Commission auf ihre Nachwirkung untersucht worden. Von den Ergebnissen dieser Untersuchungen sollen hier in der nachfolgenden Tabelle, welche sich an die in der ersten Abhandlung auf Seite 847 und 848 gegebenen Tabellen anschliesst, nur einige von allgemeinerem Interesse kurz aufgeführt werden, während eine ausführliche Mittheilung über die sämmtlichen Versuchsergebnisse an einem anderen Orte erfolgen wird.

| Bezeichnung des Glases | Kieselsäure | Natron | Kali | Bleioxyd | Zinkoxyd | Kalk | Baryt | Lithiumoxyd | Thonerde | Borsäure | Depression für 100° |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| II | 24 | 7 | — | — | — | — | 53 | — | 16 | — | 0°02 |
| V | 54 | — | 16 | — | 30 | — | — | — | — | — | 0.09 |
| VII | 51 | — | — | 3.7 | 27.7 | — | — | 6.5 | 1.8 | 9.3 | 0.10 |
| IX | 63 | 15 | — | 10 | — | 8 | — | — | — | 4 | 0.08 |
| X | 46 | 8 | — | — | — | — | 40 | — | — | 6 | 0.09 |
| XI | 65 | — | 18 | — | — | — | — | — | 5 | 12 | 0.09 |
| XIX | 50 | 15 | — | — | 20 | — | 15 | — | — | — | 0.07 |
| XXIII | 57 | 8 | — | — | — | 20 | — | — | 10 | 5 | 0.10 |
| XXXI | 66 | 11.1 | 16.9 | — | — | 6 | — | — | — | — | 1.03 |
| XVIII[III] | 69 | 15 | 10.5 | — | — | — | — | — | 5 | — | 1.06 |
| XXII | 66 | 14 | 14 | — | — | 6 | — | — | — | — | 1.05 |

Die zuletzt genannte Glassorte XXII, deren Zusammensetzung bereits im vorigen Berichte S. 848 angegeben wurde, ist des Vergleichs wegen hier nochmals aufgeführt worden. Ihre Depressionsconstante ist, wie auch aus der im Eingange gegebenen Tabelle ersichtlich, inzwischen von 0°84 auf 1°05 angewachsen.

Zum Schlusse sei mir noch gestattet, als das Ergebniss der oben dargelegten Untersuchungen hervorzuheben, dass wir in dem »Jenenser Glas« ein Material gewonnen haben, welches uns in den Stand setzt, Thermometer herzustellen, die auch den strengsten und weitest gehenden Anforderungen der Wissenschaft und Technik entsprechen. Es steht somit zu hoffen, dass es in Zukunft gelingen werde, der deutschen Thermometerfabrication wieder den sonst so wohlverdienten alten Ruf zu sichern.

Dieser Erfolg, welchem sich ein ähnlicher auf dem Gebiete der praktischen Optik schon anzuschliessen beginnt, wird wesentlich den HH. Prof. Abbe und Dr. Schott, sowie der Königl. Preussischen Staatsregierung, welche das ganze Unternehmen hochsinnigst unterstützt hat, zu verdanken sein.

Ausgegeben am 19. November.

1885.
**XLV.**

# SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

# AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

ZU BERLIN.

---

12. November. Sitzung der philosophisch-historischen Classe.

---

Vorsitzender Secretar: Hr. Mommsen.

1. Hr. Wattenbach las über die Inquisition, welche von dem Coelestiner Petrus gegen die Waldenser in Pommern und der Mark Brandenburg in den Jahren 1393 und 1394 geführt wurde.

2. Hr. Kirchhoff legte eine Anzahl von Hrn. Lolling in Berlin abgeschriebener archaischer Inschriften vor, welche umstehend abgedruckt sind.

---

Chäroneia. An der Westseite des Hauses des A. Dardavesis in Kapräna umgekehrt eingemauert. Grauer Kalksteinblock; der Anfang der Inschrift zerstört, das Ende steckt in der Mauer:

8. ////////ΙΙΤΡΟΦΟ . . . . . . . ιτροφο[ς

Im Museum. Fragment eines basisförmigen grauen Grabsteins:

9. EV+IΘIO Εὐξίϑιο[ς

Ebend. Grosser Block aus grauem Stein:

10. LΑΡΡΙΤΙΝΟΣ Λαρριτῖνος

Koroneia. An der Thür des Hauses des Chr. Galis in Mamura bei Koroneia eingemauerter grauer Stein:

11. ΑΡΙΣΣΤΙΑΣ Ἀρισστίας

Kreusis. Im Heiligsten der Capelle des Hag. Nikolaos in Livadostro. Block aus grauem Stein:

12. ΜΕΛΑΝΘΙΟΣ Μελάνϑιος

Lebadeia. Unter der Gruppe von Ölbäumen am Nordrand des sogenannten Livadaki, ungefähr 20 Minuten von Livadia, auf dem Grundstück des Tolias. Postamentähnlicher Block aus grauem Stein:

13. ΘΟΚLΙD Ἀγα]ϑοκλίδ[ας

Vor dem Hause des Bitzaksis, nicht weit von den Herkynaquellen. Grauer Stein, der Anfang der Inschrift steckt tief in der Erde:

14. ΜΟΚΥDΙDΑΣ Δα]μοκυδίδας

15. Leuktra. Die I. G. A. 201, sowie die ebend. 249 publicirten Inschriften sind, wie sie dort mitgetheilt werden, am Anfang vollständig und die Lesungen stehen, wie eine neue Vergleichung gezeigt hat, sicher, so dass die von Fick bei Meister in der Collitzschen Sammlung zu Nr. 851 und 852 vorgeschlagenen Lesungen, wenigstens bei 852 sicher, nicht das Richtige treffen.

Die Inschrift I. G. A. 248 ist nicht von Decharme, sondern von Rangabé richtig wiedergegeben: ΦΙΟΟΝ.

Orchomenos. An der Kapelle des Hag. Demetrios im gleichnamigen Dorf:

16. ΕΠΑΛΕΣΙDΙ Ἐπ' Ἀγε(ι)σίδι

Vergl. Mitth. VII S. 360, 13.

Ebend., grauer Block:

# Archaische Inschriften in Boeotien.

Von H. Lolling.

(Vorgelegt von Hrn. A. Kirchhoff.)

Akräphia. Im Hof der Demarchie in Karditza. Graue, oben zugespitzte Platte:

1. ARTVLLO//// Ἄρτυλλο[ς

Graue, dicke Platte, ebend.:

2. D///NIA//// ΔϜεινίας?

Graue, oben spitze Platte, ebend.:

3. LVMARIΚA Ε]ὐ[μ]αρί[χ]α

Auf zwei grossen unbehauenen schwarzen Blöcken, ebend.:

4. 1. ΕΚΑ 2. LIKRATEIS

Ἐπὶ Κα... λ]ικράτεις

Wenn beide Inschriften, wie es fast den Anschein hat, zusammengehören, ist hier die gleiche Nachlässigkeit geübt worden, wie in einer späteren thisbischen Grabinschrift: ἐπὶ Νικοκλῆς.

Würfelförmiger Block aus schwarzem Stein, ebend.:

5. MENIΠ////////// Μένιπ[πος

Schwarze, oben zugespitzte Platte, ebend.:[1]

6. ΕΠΙFΟΙΚΟΝΙ Ἐπὶ Ϝοίκωνι

Im Hause des Demetrios Xenakis in Karditza. Grosse, graue Platte:

7. ΦΟΙΝ//////// Φοῖν[ιξ

[1] Ebend. auf einer schwarzen, oben gebrochenen Platte in grosser Schrift ΝΟΘΟΝV. In der Mitth. IX. S. 5 n. 1 publicirten Grabschrift ist am Ende wahrscheinlich ein ϟ weggebrochen, ebend. S. 6 n. 2 lautet der Schluss ΨΑ, also Μνασιμάχα, so dass die vermeintliche Entdeckung »einer bisher unbekannten Form für ο« nur auf der Ungenauigkeit des Copisten beruht.

Chäroneia. An der Westseite des Hauses des A. Dardavesis in Kapräna umgekehrt eingemauert. Grauer Kalksteinblock; der Anfang der Inschrift zerstört, das Ende steckt in der Mauer:

8. ////////ΙΙΤΡΟΦΟ ... ιτροφο[ς

Im Museum. Fragment eines basisförmigen grauen Grabsteins:

9. ΕV+ΙΘΙΟ Εὐξίϑιο[ς

Ebend. Grosser Block aus grauem Stein:

10. ΛΑΡΡΙΤΙΝΟΣ Λαρριτῖνος

Koroneia. An der Thür des Hauses des Chr. Galis in Mamura bei Koroneia eingemauerter grauer Stein:

11. ΑΡΙΣΣΤΙΑΣ Ἀρισστίας

Kreusis. Im Heiligsten der Capelle des Hag. Nikolaos in Livadostro. Block aus grauem Stein:

12. ΜΕΛΑΝΘΙΟΣ Μελάνϑιος

Lebadeia. Unter der Gruppe von Ölbäumen am Nordrand des sogenannten Livadaki, ungefähr 20 Minuten von Livadia, auf dem Grundstück des Tolias. Postamentähnlicher Block aus grauem Stein:

13. ,ΘΟΚΛΙΔ Ἀγα]ϑοκλίδ[ας

Vor dem Hause des Bitzaksis, nicht weit von den Herkynaquellen. Grauer Stein, der Anfang der Inschrift steckt tief in der Erde:

14. ΜΟΚΥΔΙΔΑΣ Δα]μοκυδίδας

15. Leuktra. Die I. G. A. 201, sowie die ebend. 249 publicirten Inschriften sind, wie sie dort mitgetheilt werden, am Anfang vollständig und die Lesungen stehen, wie eine neue Vergleichung gezeigt hat, sicher, so dass die von Fick bei Meister in der Collitzschen Sammlung zu Nr. 851 und 852 vorgeschlagenen Lesungen, wenigstens bei 852 sicher, nicht das Richtige treffen.

Die Inschrift I. G. A. 248 ist nicht von Decharme, sondern von Rangabé richtig wiedergegeben: ΦΙΘΟΝ.

Orchomenos. An der Kapelle des Hag. Demetrios im gleichnamigen Dorf:

16. ΕΠΑΓΕΣΙΔΙ Ἐπ' Ἀγε(ι)σίδι

Vergl. Mitth. VII S. 360, 13.

Ebend., grauer Block:

17. ΕΠΑΛΕΤΟRΙΝΟΙ 'Επ' 'Αγε(ι)τορίνοι

Die I. G. A. 293 publicirte Inschrift, die auf einem erhöhten Streifen eines an der Südseite der Klosterkirche vermauerten grauen Blockes steht, lautet

18. ϜΑΝΑΧΙΔΟΤΟΣ Ϝαναξίδοτος

und von einem Versehen des Steinmetzen kann nicht die Rede sein, das Ϝ am Anfang steht so sicher wie in der Inschrift von Turnavo, Mitth. VII S. 224.

Bei der Kapelle der Panagia im Dorfe Deglé, circa 1½ Stunde von Orchomenos. Block aus grauem Stein (Inschrift vollständig):

19. HERMON "Ερμον
ΦΕΣΠΙΕV Θεσπιεῦ

In der Umfassungsmauer der Kapelle des Hag. Demetrios im gleichnamigen Dorf. Grauer Steinblock:

20. ΚΑΦΙΣ Καφι[σίας oder Καφισόδωρος oder ähnlich.

An der Südseite der Klosterkirche[1] eingemauerter grauer Block:

21. ΠΟLVΜΕΣΤΟR Πολυμήστωρ

Platää. In der byzantinischen Capellenruine Hag. Athanasios, ¼ Stunde von Kokla, am Wege nach Kaparelli. Block aus grauem Stein, Theil eines Pilasters:

22. ΕΠ DAMAΕΝ ΕΤΟΕ 'Επὶ Δαμαενέτοε

Tanagra. Vorläufig im Haus des Antikenwächters Alekos Basiliu. Kleine Porossäule:

23. DAMONIKO/// Δαμόνικο[ς

Auf Porossteinen ebend.:

24. HIΠΠΟΚLΙΑ 'Ιππόκλ(ε)ια
25. ////ΓΑΚ|LΕΙΑ Με]γάκλεια
26. ΣΟΨΙΘΝΑ//// Μελ]άνθιχος?
27. ΜΕLΑΝΤΙΨΟΣ Μελάντιχος
28. ///////ΕΦVLΟΣ Μεν]έφυλος oder 'Εχεφ.
29. ΠΙΣΙDΙΚΑ Πισιδίκα
30. ΕΠΙΦΑΕΝΙΔΙΕΜΙΒΕ 'Επὶ Φαε(ι)νίδι ε(ἰ)μι he.....

[1] In I. G. A. 294 hat meine Copie für α die Form A, in 217 hat das α die alterthümliche Gestalt Α.

31. ΦΑ///Ⰲ////ΙΨΑ Φα[ύ]λ[λ]ιχα

32. //// Φ///ΘΟΝ Φιδων

Theben. Im Museum, Nr. 1930. Bläuliche Marmorplatte:

33. Α///ΑΝΤΙΔΑΣ Α[ἰ]αντίδας

Bei der Post. Auf einer bläulichen oben zugespitzten Marmorplatte:

ΕΠΙ 'Επὶ
ΠΡΟΣΔΟΚΑ Προσδοκᾶ.
ΑΝΤΙΦΑΝΗΣ 'Αντιφάνης.
34. ΑΡΙΣΤΟΓΙΤΟΝ 'Αριστογ(ε)ίτων.

Vor der Kirche des Hag. Athanasios in der Vorstadt Pyri. Grosser bläulicher Marmorblock:

35. ΔΕΥϘΟΝ Δεύϙων

Im Museum. Dicke weisse Marmorplatte:

36. ΘΕΟΚΤΙΔΑΣ Θεοκτίδας

Ebend., Nr. 248. Unbehauener Felsblock:

37. ·ΡΥΝΨΟΝ 'Ρύνχων

Thespiä. *A. Museum in Erimokastro.* Roh behauener Block aus grauem Stein; auf einem geglätteten Streifen:

38. ΑΛΑΘΑΡΨΟΣ 'Αγάθαρχος

Ebend. Block aus grauem Stein:

39. ΑΠΕΛΛ 'Απελλ[εῖς

Ebend. Desgl.[1]

40. ΑΡΙΣΤΟΚΡΑΤΕΣ 'Αριστοκράτε(ι)ς

ΣΟΙΝ Εἰποκλέ-
ΟΜΙΑΔ ης Λακε-
ΕΚΑΛΣΕ δαιμό-
41. ΕΚΑΛΟΠΙΕ νιος

Ebend. Grauer Steinblock:

42. ΑΡΚΑΔΙΑ 'Αρκαδία

[1] [Die ältere böotische Inschrift stammt anscheinend aus dem Anfange des 5. Jahrhunderts, die jüngere, nach Ausweis ihres Inhaltes wie ihres Alphabetes lakonische, gehört vermuthlich einem der Jahre an, in welchen in Thespiä eine lakedämonische Mora unter Befehl eines Polemarchen stationirt war, d. h. dem Zeitraum von 378 bis kurz vor der Schlacht bei Leuktra. Übrigens sollte das erste Zeichen der ersten (untersten) Zeile ohne Zweifel ein Β sein. A. K.]

Ebend. Weisser Marmorblock:

43. BROVVLLC Βρόχυλλ[ος

Ebend. Weisse Marmorplatte:

44. ΔOΘALEIA Δαμ]οθάλεια

Ebend. Block aus grauem Stein:

45. DIONVΣIOΣ Διονύσιος

Ebend. Bläulicher Marmorblock:

46. FEIARINOΣ Ϝειαρῖνος

Vergl. I. G. A. 250.

Ebend. Block aus grauem Stein:

47. EVΘVMIDAΣ Εὐθυμίδας

Ebend. Grauer Steinblock:

48. EYKLEIDAΣ Εὐκλείδας

Ebend. Desgl.:

49. EXED//////// Ἐχέδ[αμος

Ebend. Desgl.:

50. ΘEBA . . ΦILOΣ Θ(ε)ιβα . [ό]φιλος

Ebend. Desgl.:

51. IΘYDIK. Ἰθυδίκ[α

Ebend. Rundlicher roher Feldstein:

52. FIΣARVOΣ Ϝίσαρχος

Ebend. Dünne graue Steinplatte:

53. IDOTC Ἰσ]ίδοτ[ος

Ebend. Postamentähnlicher Block aus weissem Stein. Über der Inschrift ein rother Streifen:

54. KALLIΣ Κάλλις oder Καλλίς

Ebend. Kleiner Block aus grauem Stein:

55. KERESODOTOΣ Κερεσόδοτος

Ebend. Block aus grauem Stein:

56. LEE///ΣΣΘENEIA Κ]λεεσσθένεια

Ebend. Kleiner Block aus grauem Stein. Die Inschrift in feinen Zügen eingeritzt:

57. ////AKRARIDAΣ Α]αχραρίδας statt Α]αχρατίδας?

Ebend. Block aus grauem Stein:

58. ΜΕΝΑRΨΑ Μενάρχα

Ebend. Desgl., auf geglättetem Streifen:

59. ΜΝΑΣΑRΕΤΑ Μνασαρέτα

Ebend. Desgl.:

60. ////ΑΝΤΑΙΝΟ//// Π[άνταινο]ς

Ebend. Grauer Steinblock:

61. +ΕΝΟΦΑΝ... Ξενόφαν[τος

Ebend. Weisser Marmorblock:

62. ΠROΜΑΘΙΔΑΣ Προμαθίδας

Ebend. Block aus weissem Kalkstein:

63. ΠVRRINAS Πυρρίνας

Ebend. Postament aus weissem Stein, mit Farbespuren und Resten früherer Benutzung:

64. ΦΕLΙSΤΑ Φελίστα, statt Φιλίστα?

Vergl. I. G. A. 279, R. Meister in Collitz, Sammlung der griech. Dialektinschr. Heft III 781.

Ebend. Grauer Steinblock:

65. ΦΟ+S Φόξ[ος

Ebend. Desgl. R. u. l. Stossfläche, grosse Buchstaben:

66. ΣΠΙΤΙΤRΙ

*B. Im Gebiet von Thespiä zerstreut.* An der Südwestecke der Kirche Κοίμησις τῆς Θεοτόκου in Paläopanagia. Grauer Block:

67. ΑΜΦΙΚLΕΑ Ἀμφίκλε(ι)α

Bei der Kapelle der Hag. Trias in Tatesa. Block aus grauem Stein:

68. ΑΣΟΠΟΚR Ἀσωποκρ[άτεις

In einem Pfeiler innerhalb der Kapelle der Metamorphosis im Dorfe Mavromati ist ein grauer Block vermauert, mit der Inschrift

69. ////SOTIMOS Ἰ]σότιμος

Die bis jetzt nur aus Copien von Ross und Schillbach bekannte archaische Inschrift I. G. A. 146, welche an der Südostecke der Kirche des Hag. Blasios bei Paläopanagia ziemlich hoch eingemauert ist, lautet nach meiner von unten genommenen der Ross'schen zunächst stehenden Copie

70. ϺΝΑΜΕΙΙΟLΙΛϜ — Μνᾶμ' ἐ[π]' Ὀλιγε(ί)-
DΑΙΙΜΟΠΑΤΕRΙ — δᾳ, μ' ὁ πατ(ε)ὶρ ἐ-
ΓΕ⊞ΕΚΕ⊞ΑΝΟ, — πέθε(ι)κε θανό[ν-
ΤΙΟΣ▨ΙLΟΣΟΣ — τι Ὀσ[θ]ίλος. Ὡς
ΓΕΝ⊞ΟΣ⊞ΕΚϜΝ — πένθος θε(ῖ)κεν
ΑΓΟΦ⊞ΙΜΕΝΟΣ — ἀποφθίμενος!

Das 5. Zeichen in Z. 4 ist quadratisch, die Annahme eines φ (ὡς φίλος) also ausgeschlossen; da ο keinen Sinn giebt, bleibt nur ⊞ übrig, dessen Kreuz zerstört ist.

An der Ostseite der Kapelle des Hag. Athanasios, südöstlich unter der Höhe von Erimokastro. Grauer Porosblock; die erhaltenen Buchstaben sind vielleicht nur ein Fragment aus der Mitte einer Grabschrift, da die Ränder rechts und links neu behauen zu sein scheinen:

71. Γ·ΕΤΑ/\

An der Nordwestecke der Capelle des Hag. Elias in Kaskaveli[1] eingemauerter Block aus hartem, weissem Kalkstein:

72. RΕ+ΙΑΣ — Ῥεξίας

Vergl. I. G. A. 280.

In den höchst unscheinbaren Ruinen der Capelle des Joh. Prodromos vor dem Dorfe Paläopanagia, links vom Wege zum Musenthal. Würfelförmiger grauer Steinblock:

73. ΦΑΝΟΦΙLΟΣ — Φανόφιλος

An der Brücke bei Xeronomi eingemauerter grauer Block:

74. ΛΕΙΔΑΣΣΑΜΙΧΟΣ — .....χ]λείδας Σάμιχος

Über Leuktra s. o. VI.

Thisbe. Am Haus des Konstantinos Papajoannu in Dombrena eingemauerter kleiner Block aus grauem Stein:

75. +ΣΕΝΟΤΙΜΟΣ — Ξενότιμος

Eine nochmalige genaue Untersuchung des Steins I. G. A. 167 lieferte folgende neue Copie:

76. \ΣΣΤΟΙ////ΚΑΙΨΣΕΝΟΙΣΙΦΑΝΕΣΦΙLΟ,
////ΣΓ?////ΑRΙΣΣΤΕVΟΝΕΝΓRΟΜΑΨΟΙΣ

Der Stein ist an der Südseite der Capellenruine Hag. Lukas kopfüber eingemauert.

---

[1] Vor der Südseite derselben Capelle liegt die Inschrift I. G. A. 277. Meine Copie des jetzt etwas beschädigten Namens ΗRΕΞΚLΕΣ schliesst jeden Zweifel an der Richtigkeit der Ross'schen und Rangabé'schen aus. — In einer Treppe im Innern der Capelle Fragment eines grauen Steins mit DΙLLΟ; der erste Buchstabe wahrscheinlich ein halbes Φ.

Ausgegeben am 19. November.

Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei.

1885.

**XLVI.**

# SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

# AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

ZU BERLIN.

---

19. November. Gesammtsitzung.

---

Vorsitzender Secretar: Hr. Auwers.

1. Hr. Diels las den zweiten Theil seiner Abhandlung über Seneca und Lucan (s. Sitz. Ber. S. 1003), welche in den »Abhandlungen« der Akademie zum Druck gelangen wird.

2. Hr. Schwendener legte eine Mittheilung des Hrn. Dr. M. Westermaier hierselbst vor: zur physiologischen Bedeutung des Gerbstoffes in den Pflanzen. Dieselbe wird in einem der nächsten Berichte erscheinen.

---

Ausgegeben am 3. December.

1885.

**XLVII.**

# SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

# AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

ZU BERLIN.

---

26. November. Sitzung der philosophisch-historischen Classe.

---

Vorsitzender Secretar: Hr. Mommsen.

Hr. Mommsen las über die römische Legende von König Tatius.

---

Ausgegeben am 3. December.

1885.

**XLVIII.**

# SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

# AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

ZU BERLIN.

26. November. Sitzung der physikalisch-mathematischen Classe.

Vorsitzender Secretar: Hr. Auwers.

1. Hr. von Helmholtz las: die Elektrodynamik nach Faraday-Maxwell's Hypothese zurückgeführt auf Hamilton's Princip.

2. Hr. Kronecker las über die absolut kleinsten Reste reeller Grössen.

3. Hr. Dr. H. v. Jhering, Naturalista des brasilianischen Reichsmuseums, hat aus Rio Grande, Provinz Rio Grande do Sul, unter dem 25. September d. J. Beobachtungen über die Fortpflanzung der Gürtelthiere eingesendet.

4. Hr. Schulze legte eine Arbeit des Assistenten am Zoologischen Institute Hrn. Dr. K. Heider vor: über die Anlage der Keimblätter von *Hydrophilus piceus L.*

Die Mittheilung Nr. 1 wird in einem der nächsten Berichte erscheinen, Nr. 2 und 3 folgen umstehend.

# Die absolut kleinsten Reste reeller Grössen.

Von L. Kronecker.

(Fortsetzung der am 30. April gelesenen Mittheilung.)

## VII.

Am Schlusse des art. VI habe ich die Logarithmen der Vorzeichenwerthe von:

$$\mathrm{R}\left(\frac{km}{n}\right) \qquad (k=1,2,\ldots \tfrac{1}{2}(n-1))$$

für die Darstellung des Logarithmus des Legendre'schen Zeichens verwendet. Diese Benutzung der Logarithmen beruht auf der Congruenz:

$$(\mathfrak{R}) \quad \frac{1}{\pi i}(\log a - \log|a|) \equiv \frac{1}{\pi i}\log \operatorname{sgn}. a \equiv \tfrac{1}{2}(1-\operatorname{sgn}. a) \pmod{2},$$

welche offenbar für jede reelle Grösse $a$ und für jeden der verschiedenen Werthe der Logarithmen Geltung hat, sowie auf der allgemeineren Congruenz:

$$(\mathfrak{R}') \qquad \frac{1}{\pi i}\log \operatorname{sgn}. \prod_r a_r \equiv \tfrac{1}{2}\sum_r (1-\operatorname{sgn}. a_r) \pmod{2} \qquad (r=1,2,3,\ldots),$$

welche aus jener unmittelbar folgt.

Die zweite der beiden Formeln, durch welche sich im art. IV die zwischen zwei Zahlen $m, n$ bestehende Reciprocitäts-Beziehung ausgedrückt findet, nämlich die Formel:

$$(\mathfrak{K}') \quad \tfrac{1}{2}\sum_h\left(1-\operatorname{sgn}. \mathrm{R}\left(\frac{hn}{m}\right)\right)+\tfrac{1}{2}\sum_k\left(1-\operatorname{sgn}. \mathrm{R}\left(\frac{km}{n}\right)\right)\equiv\tfrac{1}{4}(m-1)(n-1) \pmod{2},$$
$$(h=1,2,\ldots \tfrac{1}{2}(m-1);\ k=1,2,\ldots \tfrac{1}{2}(n-1))$$

deren Herleitung — wie im art. V erwähnt worden — den wesentlichen Inhalt des fünften Gauss'schen Beweises bildet, erweist sich hiernach als völlig übereinstimmend mit der Congruenz:

$$(\mathfrak{K}) \quad \frac{1}{\pi i}\log \operatorname{sgn}. \prod_h \mathrm{R}\left(\frac{hm}{n}\right)\prod_k \mathrm{R}\left(\frac{kn}{m}\right)\equiv\tfrac{1}{4}(m-1)(n-1) \pmod{2},$$
$$(h=1,2,\ldots \tfrac{1}{2}(m-1);\ k=1,2,\ldots \tfrac{1}{2}(n-1))$$

welche nur eine logarithmische Umgestaltung der ersten jener beiden Formeln des art. IV, nämlich der dort mit ($\mathfrak{K}$) bezeichneten Gleichung, ist. Da nun in der Herleitung eben dieser Gleichung ($\mathfrak{K}$) — wie im art. V erwähnt worden — das Charakteristische des dritten Gauss'schen Beweises besteht, so enthüllt sich hiermit in überraschender Weise die eigentliche innere Beziehung jener beiden, von demselben Lemma ausgehenden Gauss'schen Beweismethoden und auch der wahre Grund dafür, dass die letztere der beiden Methoden sich bei der obigen Analyse (vergl. art. V) als die sachlich einfachste erwiesen hat. Indem nämlich beim Übergang zu den Logarithmen die Productformel ($\mathfrak{K}$) sich auf eine Additionsformel ($\mathfrak{K}'$) reducirt, können sich auch die zur Verification dienenden Mittel entsprechend vereinfachen.

Will man, auf eine solche Vereinfachung verzichtend, sich genau derselben Mittel für die Verification der Formel ($\mathfrak{K}'$) bedienen, welche zum Beweise der Formel ($\mathfrak{K}$) angewendet werden, so hat man nur in jeder einzelnen Gleichung, die im art. IV bei der Herleitung der Productformel ($\mathfrak{K}$) vorkommt, den Übergang zu den Logarithmen zu machen. Auf diese Weise resultirt aus der Gleichung ($\mathfrak{C}$) des art. II, mit Hülfe der Congruenz ($\mathfrak{R}'$), die Formel:

$$(\mathfrak{O})\quad \frac{1}{\pi i}\log \operatorname{sgn.} R(a) \equiv \tfrac{1}{2}\sum_g \left(1-\operatorname{sgn.}\left(\tfrac{1}{2}g-a\right)\right) \pmod{2} \qquad (g=1,2,3,\ldots),$$

in welcher die Summation rechts wenigstens bis zu der Zahl $g=[2a]$ zu erstrecken ist. Gemäss dieser Formel, welche sich auch leicht direct verificiren lässt, ist:

$$\frac{1}{\pi i}\log \operatorname{sgn.} R\left(\frac{hn}{m}\right) \equiv \tfrac{1}{2}\sum_g \left(1-\operatorname{sgn.}\left(\frac{g}{2n}-\frac{h}{m}\right)\right) \qquad (g=1,2,\ldots n-1).$$

Werden nun, wie im art. IV, die graden und die ungraden Werthe von $g$ gesondert, die einen mit $2k$, die anderen mit $n-2k$ bezeichnet, und die Glieder mit graden Werthen von $g$ negativ genommen, so kommt:

$$(\mathfrak{P})\quad \frac{1}{\pi i}\log \operatorname{sgn.} R\left(\frac{hn}{m}\right) \equiv \tfrac{1}{2}\sum_k \operatorname{sgn.}\left(\frac{h}{m}+\frac{k}{n}-\frac{1}{2}\right) - \tfrac{1}{2}\sum_k \operatorname{sgn.}\left(\frac{h}{m}-\frac{k}{n}\right) \pmod{2}.$$
$$(k=1,2,\ldots \tfrac{1}{2}(n-1))$$

Ebenso wird:

$$(\mathfrak{Q})\quad \frac{1}{\pi i}\log \operatorname{sgn.} R\left(\frac{km}{n}\right) \equiv \tfrac{1}{2}\sum_h \operatorname{sgn.}\left(\frac{h}{m}+\frac{k}{n}-\frac{1}{2}\right) - \tfrac{1}{2}\sum_h \operatorname{sgn.}\left(\frac{k}{n}-\frac{h}{m}\right) \pmod{2},$$
$$(h=1,2,\ldots \tfrac{1}{2}(m-1))$$

und durch Addition der Formeln ($\mathfrak{P}$) und ($\mathfrak{Q}$) entsteht die Congruenz:

$$\frac{1}{\pi i}\log \operatorname{sgn.} \prod_h R\left(\frac{hn}{m}\right)\prod_k R\left(\frac{km}{n}\right) \equiv \sum_{h,k} \operatorname{sgn.}\left(\frac{h}{m}+\frac{k}{n}-\frac{1}{2}\right) \equiv \tfrac{1}{4}(m-1)(n-1) \pmod{2},$$
$$(h=1,2,\ldots \tfrac{1}{2}(m-1);\ k=1,2\ldots \tfrac{1}{2}(n-1))$$

durch welche offenbar das Reciprocitätsgesetz für die quadratischen Reste ausgedrückt wird. Dieses ergiebt sich also hier durch eine »logarithmische Umgestaltung« des dritten GAUSS'schen Beweises. Denn ebenso wie es bei diesem dritten Beweise unmittelbar aus der Formel:

$$\operatorname{sgn}.\mathrm{R}\left(\frac{hn}{m}\right) = \operatorname{sgn}.\prod_k \left(\frac{h}{m}-\frac{k}{n}\right)\left(\frac{h}{m}+\frac{k}{n}-\frac{1}{2}\right) \qquad (k=1,2,\ldots\tfrac{1}{2}(n-1))$$

resultirt (vergl. art. IV), so folgt es hier aus der Congruenz:

$$\frac{1}{\pi i}\log\operatorname{sgn}.\mathrm{R}\left(\frac{hn}{m}\right) \equiv \tfrac{1}{2}\sum_k \operatorname{sgn}.\left(\frac{h}{m}+\frac{k}{n}-\frac{1}{2}\right) - \tfrac{1}{2}\sum_k \operatorname{sgn}.\left(\frac{h}{m}-\frac{k}{n}\right) \pmod{2},$$
$$(k=1,2,\ldots\tfrac{1}{2}(n-1))$$

welche oben mit ($\mathfrak{P}$) bezeichnet ist.

Der Ausdruck auf der rechten Seite dieser Congruenz stellt den Überschuss der Anzahl der positiven Werthe von:

$$\frac{h}{m}+\frac{k}{n}-\frac{1}{2} \qquad (k=1,2,\ldots\tfrac{1}{2}(n-1))$$

über die Anzahl der positiven Werthe von:

$$\frac{h}{m}-\frac{k}{n} \qquad (k=1,2,\ldots\tfrac{1}{2}(n-1))$$

dar. Die erstere Anzahl wird offenbar durch die dem Bruche $\frac{hn}{m}$ zunächst liegende ganze Zahl, die letztere aber durch die Zahl $\left[\frac{hn}{m}\right]$ gegeben; jener Überschuss ist also gleich:

$$\tfrac{1}{2}\left(1-\operatorname{sgn}.\mathrm{R}\left(\frac{hn}{m}\right)\right)$$

und also, gemäss der Relation ($\mathfrak{R}$), in der That dem Werthe von:

$$\frac{1}{\pi i}\log\operatorname{sgn}.\mathrm{R}\left(\frac{hn}{m}\right)$$

nach dem Modul 2 congruent. Die Congruenz ($\mathfrak{P}$) ist hiermit direct arithmetisch erwiesen.

## VIII.

Ein Beweis des Reciprocitätsgesetzes, welcher von Hrn. A. GENOCCHI schon im November 1852 der Brüsseler Akademie überreicht, bald darauf in deren Abhandlungen publicirt und neulich wieder in Erinnerung

gebracht worden ist,[1] geht davon aus, dass der Überschuss der Anzahl der positiven Werthe von:

$$\frac{h}{m}+\frac{k}{n}-\frac{1}{2}+\frac{1}{2mn} \qquad (k=1,2,\ldots\tfrac{1}{2}(n-1))$$

über die Anzahl der positiven Werthe von:

$$\frac{h}{m}-\frac{k}{n} \qquad (k=1,2,\ldots\tfrac{1}{2}(n-1))$$

gleich $\frac{1}{2}\left(1-\mathrm{sgn.\,R}\left(\frac{hn}{m}\right)\right)$ ist. Es wird dies a. a. O. nachgewiesen und die obige Congruenz ($\mathfrak{K}'$) daraus erschlossen.

Um diesen Genocchi'schen Beweis zu analysiren, bemerke ich zuvörderst, dass für positive Werthe von $\frac{h}{m}+\frac{k}{n}-\frac{1}{2}+\frac{1}{2mn}$ offenbar auch $\frac{h}{m}+\frac{k}{n}-\frac{1}{2}$ positiv ist. Jene Grundlage des Genocchi'schen Beweises kann also durch die Formel:

$$(\mathfrak{R})\quad \tfrac{1}{2}\left(1-\mathrm{sgn.\,R}\left(\frac{hn}{m}\right)\right)=\tfrac{1}{2}\sum_k \mathrm{sgn.}\left(\frac{h}{m}+\frac{k}{n}-\frac{1}{2}\right)-\tfrac{1}{2}\sum_k \mathrm{sgn.}\left(\frac{h}{m}-\frac{k}{n}\right)$$
$$(k=1,2,\ldots\tfrac{1}{2}(n-1)),$$

ausgedrückt werden, welche am Schlusse des art. VII auf kürzestem Wege hergeleitet worden ist, und aus welcher sich die oben mit ($\mathfrak{K}'$) bezeichnete Congruenz:

$$\tfrac{1}{2}\sum_h\left(1-\mathrm{sgn.\,R}\left(\frac{hn}{m}\right)\right)+\tfrac{1}{2}\sum_k\left(1-\mathrm{sgn.\,R}\left(\frac{km}{n}\right)\right)\equiv\tfrac{1}{4}(m-1)(n-1)\pmod{2}$$
$$(h=1,2,\ldots\tfrac{1}{2}(m-1);\ k=1,2,\ldots\tfrac{1}{2}(n-1))$$

unmittelbar ergiebt. Für den Modul 2 sind aber die Werthe von:

$$\tfrac{1}{2}\left(1-\mathrm{sgn.\,R}\left(\frac{hn}{m}\right)\right),\quad \frac{1}{\pi i}\log\mathrm{sgn.\,R}\left(\frac{hn}{m}\right)$$

einander congruent; die Genocchi'sche Beweismethode kommt daher mit jener, welche im art. VII entwickelt worden ist, völlig überein, und sie ist daher selbst als eine »logarithmische Umgestaltung« des dritten Gauss'schen Beweises zu charakterisiren.

Da für den Beweis des Reciprocitätsgesetzes nur der nach dem Modul 2 genommene Congruenzwerth von $\frac{1}{2}\left(1-\mathrm{sgn.\,R}\left(\frac{hn}{m}\right)\right)$ in Betracht

---

[1] Comptes Rendus des Séances de l'Académie des Sciences, Tome 90 p. 300, Séance du 16 février 1880; Tome 101, p. 425, Séance du 10 août 1885.

kommt, so kann die Grundlage des Genocchi'schen Beweises — ebenso wie durch die Gleichung ($\mathfrak{R}$) — auch durch die Congruenz:

$$(\mathfrak{P})\quad \frac{1}{\pi i}\log \mathrm{sgn.}\, \mathrm{R}\left(\frac{hn}{m}\right) \equiv \tfrac{1}{2}\sum_k \mathrm{sgn.}\left(\frac{h}{m}+\frac{k}{n}-\frac{1}{2}\right) - \tfrac{1}{2}\sum_k \mathrm{sgn.}\left(\frac{h}{m}-\frac{k}{n}\right) \pmod{2},$$
$$(k = 1, 2, \ldots \tfrac{1}{2}(n-1))$$

dargestellt werden. Diese Congruenz resultirt aber unmittelbar aus den Eisenstein'schen Entwickelungen, wenn man in der daraus hervorgehenden Gleichung:[1]

$$\mathrm{sgn.}\, \mathrm{R}\left(\frac{hn}{m}\right) = \mathrm{sgn.} \sin\frac{2hn\pi}{m} = \mathrm{sgn} \prod_k \left(\sin\frac{2k\pi}{n} - \sin\frac{2h\pi}{m}\right)$$
$$(k = 1, 2, \ldots \tfrac{1}{2}(n-1))$$

jeden Factor:

$$\sin\frac{2k\pi}{n} - \sin\frac{2h\pi}{m}$$

durch das Product:

$$\sin\left(\frac{h\pi}{m} - \frac{k\pi}{n}\right) \sin\left(\frac{h\pi}{m} + \frac{k\pi}{n} - \frac{\pi}{2}\right)$$

ersetzt und alsdann zu den Logarithmen übergeht. Doch hat, wie ich hinzufügen muss, Hr. Genocchi die Grundlage seines Beweises keineswegs den Eisenstein'schen Entwickelungen entnommen, sondern unabhängig von diesen — die ihm zur Zeit der Redaction seiner Abhandlung noch unbekannt waren[2] — auf rein arithmetischem Wege selbständig gefunden.

Ich bemerke noch, dass mich Hr. Stern auf eine Formel aufmerksam gemacht hat, welche er im 59. Bande des Journals für Mathematik (S. 154, letzte Zeile) hergeleitet hat, und welche in dem speciellen Falle, wo $n$ Primzahl ist, mit der am Schlusse des art. VI hervorgehobenen Formel genau übereinstimmt.

---

[1] Journal für Mathematik Bd. 29, S. 178 und 179.

[2] Vergl. den Schluss der Genocchi'schen Mittheilung in den Comptes Rendus vom 10. August 1885.

# Über die Fortpflanzung der Gürtelthiere.

Von Hermann v. Jhering,
Naturalista des brasilianischen Reichsmuseums.

(Vorgelegt von Hrn. Waldeyer.)

Schon im vorigen Jahrhundert theilte Azara mit, dass von dem in Paraguay und Argentinien lebenden Gürtelthiere *Praopus hybridus* Desm. die einheimische Bevölkerung behaupte, dasselbe bringe bei jedem Wurfe stets nur Junge eines Geschlechtes zur Welt. Auch Burmeister (Description physique de la République Argentine. Vol. III. 1879 p. 433) erwähnt dieser Sage, aber weder er noch andere Zoologen haben sich selbständig mit der Frage befasst. Da auch mir die gleiche Behauptung hier begegnete und die Mulita, eben der *Praopus hybridus*, hier nicht selten ist, so nahm ich mir vor, die Angelegenheit zu studiren, und es war mir möglich zweimal trächtige Weibchen zu erhalten. In beiden Fällen traf ich acht Foetus im Uterus, welche jedesmal nicht nur alle auf absolut gleicher Entwickelungsstufe standen, sondern auch alle das gleiche Geschlecht hatten. Es waren in beiden Fällen männliche Embryonen, deren Penis noch in dem ersten, ein erheblich jüngeres Entwickelungsstadium repraesentirenden Falle schon die typische, am Ende etwas dreilappige Form, welche für diese Art charakteristisch ist, aufwies. Bei dem zweiten Thiere war der Penis der Foetus schon fertig entwickelt, das *orificium urethrae* offen, ein Irrthum in der Bestimmung des Geschlechtes daher unmöglich. Was aber mehr als der positive Befund der Übereinstimmung des Geschlechtes aller Jungen mein Interesse in Anspruch nahm, war das Verhalten der Eihäute, welches zugleich die Erklärung für die Verhältnisse lieferte. Es zeigte sich nämlich, dass zwar jede Frucht ihr eigenes Amnios besass, alle zusammen aber nur ein einziges gemeinsames Chorion.[1] Das letztere ist glatt und liegt lose der Uteruswand an, nur im oberen Theil des Uterus, nahe dessen Fundus, besteht ring-

[1] Es liegen hier also dieselben Verhältnisse vor, wie sie Kölliker bezüglich der Eihäute von *Dasypus (Praopus) novemcinctus* beschrieben hat. (Entwickelungsgeschichte II. Aufl. S. 362.) Über das Geschlecht der Foeten findet sich daselbst keine Angabe. Waldeyer.

förmig eine Verwachsung der Uterusschleimhaut mit der hier in's Chorion eingeschalteten Placenta. Es besteht hier eine ringförmige Placenta, die aber mit der gleichnamigen der Raubthiere nichts gemein hat, indem sie eine *Placenta annularis composita* ist. Jede der acht scheibenförmigen Placenten stösst mit den Rändern der zwei nächsten zusammen, alle gemeinsam bilden dann den zur Längsaxe des Uterus senkrecht stehenden Ring. Im jüngeren Stadium (Chorionblase 70 Mm. Durchmesser) war die Verwachsung eine sehr innige, im späteren eine lockere und glaube ich nach dem Befunde annehmen zu müssen, dass die Decidua schon lange vor der Geburt sich von der übrigen Uterusschleimhaut absondert und in fester Verbindung mit der *Placenta foetalis* bleibt, wie das nach meinen allerdings erst wenig umfassenden Erfahrungen (*Felis, Mephitis* — mit nicht ringförmiger Placenta, da ein etwa $^1/_5$ des Ringes einnehmender Theil nur braun pigmentirte freie Zotten trägt, aber nicht zur Placenta entwickelt ist) auch bei den Raubthieren der Fall zu sein scheint. Die südamerikanischen Edentaten dürften daher wohl alle zur Gruppe der Deciduaten gehören. Noch bemerkt sei, dass ausser den mit Amnios versehenen acht Foeten im ersten Falle noch vier linsen- bis bohnengrosse Keimblasen im Chorionsacke eingeschlossen waren, von denen die grösste einen verkümmerten Embryo enthielt. Drei derselben waren kettenförmig an einander gereiht.

Näher auf Einzelheiten einzugehen liegt mir in dieser ersten vorläufigen Mittheilung fern, nur noch auf eine mir auffällige Beobachtung aus der Embryologie der Edentaten möchte ich hinweisen. Die langen, zum Theil enormen Krallen, welche die Gürtelthiere und Ameisenbären auszeichnen, entstehen nämlich nicht wie diejenigen der Raubthiere als äusserlich freie über die Spitze der Endphalange hervorragende Theile, sondern werden im Innern einer völlig anders gebauten, breiten foetalen Endphalange angelegt, wie ich das an Foeten von *Myrmecophaga tetradactyla* wie von *Praopus hybridus* beobachten konnte. Bei weit entwickelten Foeten der letzteren Art mit bereits geöffneten Augen, aber durch eine zarte Membran verschlossenen Nasenlöchern, ist das Ende der Finger und Zehen breit, etwas dreilappig und plump, so dass man eher meinen möchte, es mit dem Foetus eines Hufthieres zu thun zu haben, als mit dem eines Tatu. Durch die Endphalange sieht man die im Innern bereits angelegte Kralle durchschimmern, deren morphologische Bedeutung erst eingehendere Studien erweisen können. Jedenfalls aber liegt hier ein interessanter Fall von Atavismus vor, für dessen Erklärung darauf hingewiesen sei, dass die Endphalangen der fossilen Vorläufer unserer Tatus, der Glyptodonten, nicht sichelförmig, sondern breit, kurz und plump, und, wie

ich vermuthen möchte, von einer klauen- oder hufförmigen Hornscheide im Leben überzogen waren. Gleichviel ob diese Annahme zutreffe oder jene Burmeister's von einem »callo terminal«, sicher lag die Endphalange im Innern eines breiten Zehengliedes, wie schon ihre zahlreichen Gefässöffnungen beweisen. Zu dem völlig abweichenden Verhalten der mit mächtiger Sichelkralle versehenen lebenden Gürtelthiere schlägt aber die foetale Ausbildung des Praopusfusses die Brücke. So viel mir bekannt, liegen über diese sonderbare Metamorphose des Armadillfusses bisher keine Angaben vor.

# Über die elektromagnetische Drehung der Polarisationsebene des Lichtes im Eisen.

Von A. Kundt
in Strassburg i. E.

Zweite Mittheilung.

(Vorgelegt am 12. November [s. oben S. 1003].)

## Abhängigkeit der Drehung von der Intensität des Magnetfeldes.

In meiner ersten Mittheilung über die elektromagnetische Drehung der Polarisationsebene des Lichtes im Eisen, Cobalt und Nickel habe ich gezeigt, dass diese Metalle ein positives Drehvermögen besitzen. Die Drehung ist im Vergleich zu derjenigen, welche andere magnetische oder diamagnetische Substanzen zeigen, ausserordentlich gross. Am Schluss habe ich bereits auf einige weitere Fragen, die sich an die bisherigen Versuche anschliessen, hingewiesen. Die wichtigste derselben schien mir die nach der Abhängigkeit der Drehung von der Stärke der magnetisirenden Kräfte zu sein. Man nimmt an, dass bei einer diamagnetischen und einer schwach magnetischen Substanz die elektromagnetische Drehung der Polarisationsebene für eine bestimmte Wellenlänge und bestimmte Länge der durchstrahlten Schicht in einem homogenen magnetischen Feld proportional ist der Componente der magnetischen Kraft nach der Richtung der Strahlen, oder wenn diese mit der Richtung der magnetischen Kraftlinien zusammenfallen, proportional der Intensität des Magnetfeldes. Die Drehung, welche die Längeneinheit einer Substanz in einem Feld von der absoluten Intensität Eins hervorbringt, wenn die Lichtstrahlen und Kraftlinien dieselbe Richtung haben, hat man die Constante der Drehung dieser Substanz oder die Verdet'sche Constante derselben genannt. Ebenso wie die Drehung ist auch, soweit bisher die Versuche reichen, der in einem diamagnetischen oder schwach magnetischen Medium inducirte Magnetismus den magnetisirendenKräften proportional, mithin kann man auch kurz sagen, es ist für diese Körper die Drehung auf

jedem Wegelement proportional der nach demselben geschätzten Componente des magnetischen Moments an dem betreffenden Ort.

Für Eisen, Cobalt und Nickel ist aber der inducirte Magnetismus nicht proportional der magnetisirenden Kraft, sondern wächst, wenigstens beim Eisen, zuerst schneller als diese, dann langsamer, um endlich bei einer bestimmten magnetisirenden Kraft einen Maximalwerth zu erreichen, der bei weiterem Anwachsen der ersteren constant bleibt.

Es fragt sich, ist die Drehung im Eisen der jeweiligen Magnetisirung desselben oder der magnetisirenden Kraft proportional? Wie von vornherein zu erwarten war, zeigten die Versuche bald, dass die Drehung nicht der magnetisirenden Kraft proportional blieb, sondern mit Anwachsen dieser einen Grenzwerth erreichte, der nicht überschritten wurde. Damit verliert die VERDET'sche Constante für Eisen ihre Bedeutung. Man kann auch nicht mehr, wie ich es in meiner ersten Mittheilung gethan habe, von einer specifischen Drehung des Eisens sprechen, wenn man unter dieser Bezeichnung ein für alle magnetisirenden Kräfte constantes Verhältniss der Drehung im Eisen zu derjenigen in einer anderen Substanz, etwa Wasser oder Schwefelkohlenstoff versteht.

Das Vorhandensein eines Maximalwerthes der Drehung in einer Eisenschicht giebt aber Veranlassung eine andere Constante einzuführen. Sollte sich durch die Versuche ergeben, dass bei verschieden dicken Eisenschichten der Maximalwerth der Drehung proportional ist der durchstrahlten Schicht, so ist der Quotient aus der Maximaldrehung und der Dicke der drehenden Schicht, d. h. die Maximaldrehung, welche auf die Längeneinheit erfolgt, jedenfalls als ein das magnetooptische Verhalten des Eisens charakterisirender Werth zu betrachten. Es wird unten angegeben, in wie weit die Versuche bisher berechtigen, eine Proportionalität zwischen Schichtendicke und Drehung anzunehmen. — Ausserdem schien es mir wichtig zu untersuchen, wie mit wachsender Intensität des Feldes die Drehung im Eisen bis zum Maximum zunimmt und bei welcher Intensität des Feldes das Maximum erreicht wird. Ausgedehntere Versuche habe ich bisher nur mit Eisen anstellen können; Nickel und Cobalt verhalten sich im Allgemeinen wie Eisen; um die Unterschiede im Verhalten der drei Metalle genau festzustellen, bedürfte es weiterer Versuchsreihen, da die Versuche sich indess bequem nur mit Sonnenlicht anstellen lassen, müssen dieselben auf den Sommer verschoben werden.

Ich erlaube mir daher im Anschluss an meine erste Mittheilung die bisher erhaltenen Resultate der Akademie nachfolgend vorzulegen. An diese Mittheilung knüpfe ich sodann noch einige Bemerkungen über das negative Drehvermögen der Lösungen magnetischer Salze.

## Anordnung der Versuche.

Die Eisenschichten wurden, wie früher angegeben, galvanoplastisch auf platinirtem durchsichtigem Glas hergestellt. Das zu benutzende Glas erhielt ich von Hrn. LOHMANN in Berlin, der mir grössere Platten ganz dünnen Glases, wie es für Mikroskopdeckgläser benützt wird, platinirte. Das Glas mit Platin drehte ohne Eisenschicht in den stärksten von mir benutzten Feldern nur zwischen 20 und 30 Minuten. Der benutzte Elektromagnet war, wie früher, ein RUHMKORFF'scher gewöhnlicher Construction. Den Strom für denselben lieferte eine GRAMME'sche Maschine. Die Stromintensität wurde durch eingeschaltete Widerstände geändert. Das Feld zwischen den conischen Polen des Elektromagneten ist in grösserer Ausdehnung durchaus nicht als homogen zu betrachten; in dem kleinen Raum zwischen den beiden Durchbohrungen der Pole ist die Intensität des Feldes aber hinreichend gleichmässig, und dieser kleine Raum kommt lediglich zur Verwendung.

Um die Stärke des Feldes zu erhalten, wurde jedesmal die Drehung der Polarisationsebene in einem bestimmten Stück Glas gemessen. Ist einmal das Drehvermögen dieses Glasstückes mit der Drehung in Wasser oder $CS_2$ verglichen, so ist mit Hülfe der VERDET'schen Constante für diese Medien die Stärke des Magnetfeldes in jedem Fall in absolutem Maass zu berechnen.

Das betreffende Glasstück und der zu untersuchende Eisenspiegel befanden sich vertical über einander auf einem unter den Polen fest angebrachten Stativ, welches allseitige leichte Justirung der Platten erlaubte. Mit Hülfe eines kleinen Triebs mit Zahnstange konnte ohne Verrückungen schnell und leicht hintereinander bald das Glas, bald der Eisenspiegel zwischen die Pole gebracht werden. Dabei war dafür gesorgt, dass in einer Versuchsreihe immer genau wieder dieselbe Stelle der Eisenschicht zwischen die Pole kam. Diese Vorsicht ist nöthig, da die benutzten Spiegel an verschiedenen Stellen oft ziemlich erheblich verschiedene Dicke besassen. Selbstverständlich wurde ausserdem noch die Drehung in einem Theil des platinirten Glases bestimmt, welcher nicht mit Eisen belegt war, und wurde diese Grösse dann von der Drehung abgezogen, welche das mit Eisen bedeckte Glas gab, um die Drehung im Eisen allein zu erhalten.

Als Lichtquelle diente die Sonne, deren Strahlen vor dem Eintritt in den polarisirenden Nicol durch ein rothes Glas gingen. Die Mitte der durch das Glas in erheblicher Intensität gehenden Strahlen entsprach ziemlich genau der FRAUNHOFER'schen Linie *C*.

Für die Bestimmung der Intensität des Feldes in absolutem Maass dienten die folgenden Daten. Die Glasplatte, in welcher die Drehung

beobachtet wurde, hatte eine Dicke von $0^{cm}.3651$. Das Verhältniss der Drehung in diesem Glas zu derjenigen in einer gleich dicken Wasserschicht ergab sich gleich 1.240. Wird die VERDET'sche Constante für Wasser und Natronlicht in Winkelwerth nach Hrn. ARONS gleich 0.01295 Minuten genommen, und nimmt man das Verhältniss der Drehung des Wassers für die Linie $C$ zu derjenigen für $D$ nach VERDET gleich 0.8, so ergiebt sich als VERDET'sche Constante für das benutzte Glas und rothes Licht in Winkelmaass $0'.01285$.

Bei den Versuchen wurde in dem Glas immer die doppelte Drehung bei Stromumkehr bestimmt, es entspricht mithin für das $0^{cm}.3651$ dicke Glas ein Grad Drehung bei Stromwechsel einem Feld von 6391 oder abgerundet von 6400 $cm^{-\frac{1}{2}} gr^{\frac{1}{2}} sec^{-1}$. Mit dieser Zahl sind aus den in Glas beobachteten Drehungen im Folgenden die absoluten Intensitäten des magnetischen Feldes zwischen den Polen berechnet worden.

## Die Beobachtungen.

Die folgende Tabelle enthält die mit drei Spiegeln verschiedener Dicke angestellten Beobachtungen.

Ich bemerke dazu, dass die Maximaldrehung des Spiegels Nr. III noch nicht die grösste ist, die ich überhaupt beobachten konnte. War das Sonnenlicht recht intensiv, so liessen noch Eisenschichten hinreichend Licht für die Beobachtung durch, welche so dick waren, dass ich eine Maximaldrehung von etwa 12° erhielt.

### Tabelle 1.

Abhängigkeit der Drehung im Eisen von der Intensität des magnetischen Feldes.

| Drehung in Glas in Graden | Intensität des magnetischen Feldes. Dimension: $cm^{-\frac{1}{2}} gr^{\frac{1}{2}} sec^{-1}$ | Drehung in Eisen in Graden |
|---|---|---|
| | Spiegel Nr. I. | |
| 0°69 | 4420 | 1°72 |
| 1.26 | 8060 | 3.47 |
| 2.20 | 14100 | 4.41 |
| 2.89 | 18500 | 4.45 |
| 4.71 | 30100 | 4.36 |

| Drehung in Glas in Graden | Intensität des magnetischen Feldes. Dimension: $cm^{-\frac{1}{2}}\ gr^{\frac{1}{2}}\ sec^{-1}$ | Drehung in Eisen in Graden |
|---|---|---|
| | Spiegel Nr. II. | |
| 0°64 | 4100 | 2°40 |
| 1.06 | 6780 | 4.15 |
| 2.99 | 19100 | 7.38 |
| 3.22 | 20600 | 7.54 |
| 4.46 | 28500 | 7.48 |
| | Spiegel Nr. III. | |
| 0°72 | 4610 | 3°58 |
| 1.47 | 9410 | 6.34 |
| 2.18 | 14000 | 8.82 |
| 2.85 | 18200 | 9.67 |
| 4.56 | 29200 | 9.71 |

## Die Maximaldrehung der Längeneinheit.

Für sechs Spiegel wurde die Dicke der galvanoplastischen Eisenschicht durch Wägung bestimmt, um die Maximaldrehung für die Längeneinheit der durchstrahlten Schicht zu erhalten. Man kann nicht darauf rechnen, diesen Werth sehr genau zu bekommen, denn obgleich die Wägungen möglichst sorgfältig mit zwei verschiedenen Waagen ausgeführt wurden, bleibt die genaue Ermittelung der sehr kleinen Gewichtsdifferenzen doch immer etwas unsicher. Das Gewicht der zwischen 6 und $10^{qcm}$ grossen Eisenschichten betrug nur zwischen 0.275 und 1.35 Mgr. Sodann haben die galvanoplastischen Überzüge sehr selten an allen Stellen gleiche Dicke. Man erhält durch die Wägung also nur die mittlere Dicke der Schichten, nicht diejenige der Stellen, an denen die optische Beobachtung vorgenommen wird. Um den hieraus entspringenden Fehler, der sehr bedeutend sein kann, wenigstens etwas zu mindern, wurde bei den meisten gewogenen Spiegeln die Maximaldrehung an verschiedenen Stellen derselben bestimmt und aus den erhaltenen Werthen das Mittel genommen. Die zweite Columne der folgenden Tabelle 2 enthält diese Mittelwerthe, die erste die durch Wägung bestimmte Dicke der Eisenschicht, und die dritte die Werthe, welche die Division der Zahlen der zweiten Columne durch die der ersten ergiebt.

## Tabelle 2.

Maximaldrehung beim Durchgang des Lichtes durch Eisen.

| Dicke der Eisenschicht in Centimetern | Beobachtete Maximaldrehung in Graden | Maximaldrehung für ein Centimeter in Graden |
|---|---|---|
| 0.00000419 | 1°66 | 396000° |
| 0.00000592 | 2.00 | 338000 |
| 0.00000759 | 3.20 | 422000 |
| 0.00001025 | 4.97 | 485000 |
| 0.00001148 | 5.38 | 467000 |
| 0.00002123 | 8.51 | 401000 |
| | Mittel: | 418000° |

Die Werthe für die Drehungen der Längeneinheit weichen aus den oben angegebenen Gründen stark von einander ab, es ist indessen eine Abhängigkeit derselben von der Dicke der Schicht nicht zu erkennen und ist jedenfalls in erster Annäherung die Maximaldrehung der durchstrahlten Schicht proportional zu setzen. Das Mittel der Werthe der dritten Columne ist 418000°.

Es ist also die einfache Drehung in einem Centimeter Eisen, welches bis zum Maximum magnetisirt ist, abgerundet gleich

200000°

oder die Maximaldrehung beträgt in Bogenmaass in 0.01 Mm. etwas mehr als $\pi$.

Dieses Maximum der Drehung wird erreicht, wie die Zahlen der Tabelle 1 und die Curven zeigen, in einem Felde von ungefähr $20000 \, \mathrm{cm}^{-\frac{1}{2}} \mathrm{gr}^{\frac{1}{2}} \mathrm{sec}^{-1}$. Bei Vergrösserung der Intensität des Feldes steigt die Drehung nur noch unmerklich.

Von Wichtigkeit wäre es gewesen, ebenso wie die Drehung, das magnetische Moment der Eisenschichten als Function des Feldes zu bestimmen, um zu sehen, ob und wie weit wirklich die Drehung der Magnetisirung proportional ist. Ich habe bisher keine einfache Methode finden können, den Magnetismus der Eisenschichten in der Lage, in welcher sie sich für Beobachtung der Drehung zwischen den Polen befinden, zu bestimmen. Hängt man die Spiegelchen so zwischen den Polen auf, dass ihre Längsrichtung mit den magnetischen Kraftlinien zusammenfällt und mithin die Normale auf die spiegelnde Fläche zu den Kraftlinien senkrecht ist, so ist die Bestimmung des magnetischen Moments nicht schwierig. Versuche, die in meinem Laboratorium ausgeführt werden, ergeben, dass in diesem Fall schon in einem Feld von etwa 2000 das Maximum des magnetischen Moments

auftritt. Aus der Magnetisirung der Spiegel in axialer Lage, bei der die Spiegel longitudinal magnetisirt werden, lässt sich aber Nichts schliessen über diejenige, welche eintritt, wenn die Spiegel, wie bei Beobachtung der Drehung, sich in aequatorialer Lage befinden, also transversal magnetisirt werden.

Der Magnetismus des Eisens wächst ferner bekanntlich anfangs schneller als die magnetisirenden Kräfte. Ob das gleiche für die Drehungen gilt, lässt sich aus den vorliegenden Beobachtungen nicht mit Bestimmtheit entscheiden. Der Verlauf der Curven, welche die Beobachtungen mit den Spiegeln I und II ergeben, scheint auf das Vorhandensein eines Wendepunktes in dem aufsteigenden Ast hinzudeuten, doch bedürfte es, um das Vorhandensein eines solchen sicher nachzuweisen, weiterer Versuche.

## Reflexion des Lichtes.

Auch bei senkrechter Reflexion des Lichtes von einem magnetisirten Eisenspiegel ist die Drehung der Intensität der magnetisirenden Kräfte nicht proportional, sondern erreicht beim Wachsen letzterer einen Maximalwerth. Ich gebe nachstehend eine Beobachtungsreihe mit dem oben mit Nr. III bezeichneten Spiegel. Die Beobachtungen geschahen in der in meiner ersten Mittheilung angegebenen Weise, nur wurde statt der unter 45° geneigten Glasplatte ein durchbohrter Metallspiegel benutzt, wie es dort auch schon angegeben ist. Die Intensisät des Feldes wurde wie oben durch Beobachtung der Drehung in der Glasplatte gemessen.

### Tabelle 3.

Abhängigkeit der Drehung von der Intensität des magnetischen Feldes bei Reflexion des Lichtes von Eisen.

| Drehung in Glas | Intensität des magnetischen Feldes | Drehung am Eisen |
|---|---|---|
| | Spiegel Nr. III. | |
| 0°78 | 4990 | — 0°27 |
| 1.68 | 10800 | — 0.55 |
| 2.59 | 16600 | — 0.62 |
| 3.10 | 19800 | — 0.66 |
| 4.73 | 30300 | — 0.67 |

Man sieht, dass ebenfalls bei einem Feld von etwa 20000 die Drehung ihren Maximalwerth erreicht.

Ich habe noch zahlreiche andere Versuche über die Drehung bei Reflexion angestellt, auf die ich hier aber nicht eingehen will. Hervorheben will ich nur, dass der Maximalwerth der Drehung bei senkrechter Reflexion einmal von der Dicke der benutzten Spiegel, dann aber in hohem Maasse von der Oberflächenbeschaffenheit derselben abhängt.

Die Spiegel sind häufig mit einer sehr dünnen Oxydschicht überzogen. Diese Schicht, die für den Durchgang des Lichtes ohne Bedeutung ist, kann die Drehung bei der Reflexion erheblich modificiren. Ich habe mich hiervon direct überzeugt, indem ich Eisen-, Cobalt- und Nickelspiegel »anlaufen« liess, das heisst durch Erwärmen eine Oxydschicht auf denselben erzeugte. Man erhält leicht jede gewünschte »Anlassfarbe«. Solche angelassene Spiegel zeigen bei senkrechter Reflexion des Lichtes, wenn sie magnetisirt werden, die mannigfachsten Erscheinungen. Zuweilen tritt eine sehr starke Drehung der Polarisationsebene ein, zuweilen ist das reflectirte Licht stark elliptisch, so dass beim Drehen des analysirenden Nicols nur unbedeutende Helligkeitsdifferenzen auftreten. Wird durch Erwärmen die Eisenschicht in ihrer ganzen Dicke in Oxyd verwandelt, so wird überhaupt keine Drehung mehr beobachtet.

Dies complicirte Verhalten der oberflächlich oxydirten Spiegel erklärt sich folgendermaassen. Die das Metall bedeckende Oxydschicht ist durchsichtig und dreht die Polarisationsebene des durchgehenden Lichtes nicht merklich. Ein Theil des normal auffallenden geradlinigen Lichtes wird an der Vorderfläche der Oxydschicht reflectirt, ein zweiter Theil wird an der Grenzfläche von Oxyd und Metall reflectirt. Bei dieser Reflexion tritt die magnetische Drehung der Polarisationsebene ein. Beide reflectirten Strahlenpartien interferiren nach der Reflexion mit einander. Der Schwingungszustand, welcher aus der Interferenz resultirt, hängt ab einmal von dem Gangunterschied, den die beiden Strahlen durch die Oxydschicht erhalten haben, zweitens von der Drehung, die die Polarisationsebene des einen interferirenden Bündels an der Grenzschicht von Oxyd und Metall erfahren hat. Es ist leicht ersichtlich, dass selbst bei kleiner elektromagnetischer Drehung der Polarisationsebene und beliebig gewähltem Gangunterschied, sehr verschiedene Schwingungszustände des reflectirten interferirenden Lichtes resultiren können. Will man aus Versuchen über Drehung bei Reflexion des Lichtes von elektrolytisch hergestellten Spiegeln allgemeine Schlüsse ziehen, so bedarf es mithin der grössten Vorsicht, da sehr dünne Oxydschichten die Resultate schon erheblich beeinflussen können.

## Bemerkung über die negative Drehung der Lösungen magnetischer Salze.

Als VERDET nachgewiesen hatte, dass concentrirte Eisenchloridlösungen eine negative Drehung zeigen, d. h. eine Drehung, deren Richtung entgegengesetzt derjenigen ist, welche eine diamagnetische Substanz in dem betreffenden magnetischen Feld zeigen würde, und dass eine Anzahl Salze magnetischer Metalle wenigstens die positive Drehung des Lösungsmittels vermindern, schien bezüglich der elektromagnetischen Drehung ein Gegensatz zwischen magnetischen und diamagnetischen Substanzen aufgefunden, der für unsere Anschauungen über das Wesen des Magnetismus und Diamagnetismus nicht ohne Bedeutung sein konnte. Darauf bezüglich sagt MAXWELL, nachdem er das negative Drehvermögen des Eisenchlorids besprochen hat:

This shews that the difference between ferromagnetic and diamagnetic substances does not arise merely from the magnetic permeability being in the first case greater and in the second less than that of air, but that the properties of the two classes of bodies are really opposite.[1]

Er fügt freilich gleich hinzu, dass nicht alle magnetischen Substanzen negativ, und alle diamagnetischen positiv drehen; das neutrale chromsaure Kali, welches diamagnetisch ist, zeigt z. B. negative Drehung.

Die obige Schlussfolgerung MAXWELL's und alle Bestrebungen das negative Drehvermögen einer Anzahl von Salzen magnetischer Metalle durch die negative Drehung der in ihnen enthaltenen magnetischen Atome zu erklären, sind durch den Nachweis, dass Eisen, Cobalt und Nickel selbst positiv drehen, hinfällig geworden. Um so auffallender bleibt der Gegensatz im Verhalten der Eisensalze zu dem des Eisens.

Ich möchte nun hier auf eine Thatsache hinweisen, die vielleicht später zum Ausgangspunkt einer Erklärung der elektromagnetischen Drehung in den Salzen dienen kann.

Alle bisher untersuchten chemisch einfachen Körper, seien sie stark magnetisch oder stark diamagnetisch, zeigen positive elektromagnetische Rotation; negative Drehung geben nur chemisch zusammengesetze Körper.

Von Elementen, für die positive Drehung constatirt ist, führe ich die folgenden 11 an: *Fe, Co, Ni, Br, Se, S, P, C* (Diamant), *O, N, H.* Die Reihe enthält die am stärksten magnetischen Elemente und stark

[1] MAXWELL: Electricity and Magnetism. Second Edition. Vol. II. p. 412.

diamagnetische, wie Schwefel und Selen. Für die anderen Elemente ist der Sinn der Drehung nicht ermittelt, und wird für den grössten Theil derselben, da sie sehr undurchsichtig sind und voraussichtlich nur geringes Drehungsvermögen besitzen, auch kaum experimentell festzustellen sein. Negative Drehung zeigen ferner nur solche chemische Verbindungen, in denen Atome stark magnetischer Elemente enthalten sind, wie Eisensalze u. s. w. Es ist daher allerdings zu vermuthen, dass diese Atome das Bedingende für die negative Drehung sind. So lange wir aber durchaus keine Kenntniss davon haben, wie eine magnetisirende Kraft auf die einzelnen Atome eines Molecules wirke, wie die Atome im Molecul sich gegenseitig magnetisch beeinflussen, wird auch nichts Bestimmtes über die Abhängigkeit der Drehung der Polarisationsebene von der Zusammensetzung der Körper ausgesagt werden können. Schliesslich will ich noch bemerken, dass nach Versuchen, welche Hr. Stscheglajeff in meinem Laboratorium angestellt hat, auch bei Eisenchloridlösungen die Drehung der Intensität des Feldes nicht proportional ist, und Versuche mit Lösungen anderer magnetischer Salze, welche ich zur Zeit ausführen lasse, scheinen zu dem gleichen Resultat zu führen.

Ausgegeben am 3. December.

Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei.

1885.

**XLV.**

# SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

# AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

ZU BERLIN.

---

12. November. Sitzung der philosophisch historischen Classe.

---

Vorsitzender Secretar: Hr. MOMMSEN.

1. Hr. WATTENBACH las über die Inquisition, welche von dem Coelestiner Petrus gegen die Waldenser in Pommern und der Mark Brandenburg in den Jahren 1393 und 1394 geführt wurde.

2. Hr. KIRCHHOFF legte eine Anzahl von Hrn. LOLLING in Athen abgeschriebener archaischer Inschriften vor, welche umstehend abgedruckt sind.

---

1885.

XLIX.

# SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

# AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

ZU BERLIN.

3. December. Gesammtsitzung.

Vorsitzender Secretar: Hr. Auwers.

1. Hr. Mommsen las über die ökonomischen Verhältnisse und insbesondere die Bodenwirthschaft der römischen Kaiserzeit.

2. Hrn. Premierlieutenant a. D. M. Quedenfeldt hierselbst sind zu einer naturwissenschaftlichen Reise nach dem westlichen Theil des Atlas-Gebirges und den südlich desselben gelegenen Landschaften 2000 Mark aus Mitteln der physikalisch-mathematischen Classe bewilligt.

# Zu LINDEMANN's Abhandlung: „Über die LUDOLPH'sche Zahl".

Von K. WEIERSTRASS.

(Vorgetragen am 22. October [s. oben S. 919].)

Für die Ergebnisse der in der genannten Abhandlung[1] mitgetheilten Untersuchungen des Hrn. LINDEMANN, namentlich für den darin enthaltenen, bis dahin vergebens erstrebten Beweis, dass die Zahl $\pi$ keine algebraische Zahl und somit die Quadratur des Kreises auf constructivem Wege unausführbar ist, hat sich in den weitesten Kreisen ein so lebhaftes Interesse kundgegeben, dass ich glaube, es werde eine möglichst elementar gehaltene, nur auf allbekannte Sätze sich stützende Begründung der LINDEMANN'schen Theoreme, wie ich sie im Nachstehenden zu geben versuche, zahlreichen Mathematikern willkommen sein.[2]

---

[1] Diese Abhandlung, deren Inhalt durch die Überschrift nur unvollständig angegeben wird, ist von mir am 22. Juni 1882 der Akademie vorgelegt worden und bald darauf etwas weiter ausgeführt auch in den »Mathematischen Annalen« (Bd. XX) erschienen.

[2] Ich bemerke ausdrücklich, dass die Veröffentlichung dieses im Sommer 1882 entstandenen und seinem wesentlichen Inhalte nach am 26. October desselben Jahres in der Akademie vorgetragenen Aufsatzes im Einverständnisse mit Hrn. LINDEMANN erfolgt, und dass ich damit nur bezwecke, die von demselben gegebenen oder angedeuteten Beweise seiner Sätze ohne wesentliche Modification der leitenden Grundgedanken zu vereinfachen und zu vervollständigen. Das erstere erreiche ich hauptsächlich dadurch, dass ich nicht, wie Hr. LINDEMANN es thut, bei dem Leser die vollständige Kenntniss des Inhalts der berühmten HERMITE'schen Abhandlung »Sur la fonction exponentielle« (Compt. rend. 1873) voraussetze, sondern aus derselben nur die Methode zur Herleitung des in §. 1 unter Nr. VI aufgestellten Hülfssatzes entnehme.

Der Aufsatz ist übrigens im Manuscript mehreren befreundeten Mathematikern mitgetheilt und dann unter Benutzung der Bemerkungen, die mir einige von ihnen haben zukommen lassen, umgearbeitet worden. Namentlich hat mir Hr. H. A. SCHWARZ verschiedene redactionelle Änderungen vorgeschlagen, auf die ich gern eingegangen bin. Besonderen Dank schulde ich ferner Hrn. DEDEKIND für eine auf den Beweis des im Anfange des §. 3 aufgestellten Hülfssatzes sich beziehende Mittheilung, durch welche es mir möglich geworden ist, diesen Beweis wesentlich zu vereinfachen.

§. 1.

## Hülfssätze aus der Theorie der Exponentialfunction.

I. Es bedeute $[z, \lambda]$ für jeden ganzzahligen, nicht negativen Werth von $\lambda$ die durch die Gleichung

$$(1) \qquad \frac{[z,\lambda]}{\lambda!} = \sum_{\varkappa=0}^{\lambda} \frac{z^{\varkappa}}{\varkappa!}$$

definirte ganze Function $\lambda$ten Grades des Arguments $z$, ferner sei

$$(2) \qquad g(z) = \sum_{\lambda=0}^{l} b_\lambda z^\lambda$$

eine beliebige ganze Function von $z$, und es werde gesetzt:

$$(3) \qquad G(z) = \sum_{\lambda=0}^{l} b_\lambda [z, \lambda];$$

dann besteht die Gleichung

$$(4) \qquad g(z)e^{-z}dz = d\left(-G(z)e^{-z}\right),$$

und es ist $G(z)$ eine ganze Function der Veränderlichen $z$ von demselben Grade wie die Function $g(z)$.

Dabei ist zu bemerken, dass durch die vorstehende Gleichung die Function $G(z)$ eindeutig definirt wird.

II. Es seien

$$(5) \qquad \begin{cases} f(z) = \sum_{\nu=0}^{n+1} a_\nu z^{n+1-\nu}, \\ h(z) = \sum_{\nu=0}^{n} c_\nu z^\nu \end{cases}$$

zwei ganze Functionen von $z$, beziehlich vom $(n+1)$ten und vom $n$ten Grade; die Coefficienten der zweiten sollen willkürlich anzunehmende Grössen und die Coefficienten der ersten nur der Beschränkung unterworfen sein, dass $a_0$ nicht gleich Null sein und die Function $f(z)$ mit ihrer ersten Ableitung $f'(z)$ keinen gemeinschaftlichen Theiler besitzen darf. Man bestimme, unter $m$ eine beliebig anzunehmende positive ganze Zahl verstehend, auf die in (I.) angegebene Weise eine Reihe von ganzen Functionen

$$(6) \qquad H_0(z), H_1(z), \ldots H_m(z),$$

welche den Gleichungen

$$(7) \qquad \begin{cases} h(z)e^{-z}dz = d\left(-H_0(z)e^{-z}\right) \\ f'(z)H_{\mu-1}(z)e^{-z}dz = d\left(-H_\mu(z)e^{-z}\right) \end{cases} \qquad (\mu = 1, 2, \ldots m)$$

genügen; dann hat man, wenn

(8) $$h_0(z) = h(z)\,,\ h_\mu(z) = f'(z)\,H_{\mu-1}(z) \qquad (\mu = 1, 2, \ldots m)$$

gesetzt wird, für $\mu = 0, 1, \ldots m-1$,

(9) $$d\left(-\frac{H_\mu(z)}{(m-\mu)!}\overset{m-\mu}{f(z)}e^{-z}\right) = \frac{h_\mu(z)}{(m-\mu)!}\overset{m-\mu}{f(z)}e^{-z}dz - \frac{h_{\mu+1}(z)}{(m-\mu-1)!}\overset{m-\mu-1}{f(z)}e^{-z}dz,$$

und (für $\mu = m$)

(10) $$d\left(-H_m(z)e^{-z}\right) = h_m(z)e^{-z}.$$

Aus diesen $(m+1)$ Gleichungen ergiebt sich, wenn man sie durch Addition mit einander vereinigt:

(11) $$\frac{h(z)}{m!}\overset{m}{f(z)}e^{-z}dz = d\sum_{\mu=0}^{m}\left\{-\frac{H_\mu(z)}{(m-\mu)!}\overset{m-\mu}{f(z)}e^{-z}\right\}.$$

Die Coefficienten der Functionen $[z, \lambda]$ sind, wie aus der Formel (1) unmittelbar erhellt, ganze Zahlen; die Coefficienten der durch die Gleichung (3) definirten Function $G(z)$ also ganze lineare Functionen der Grössen $b_0, b_1, \ldots b_l$ mit ganzzahligen Coefficienten. Demgemäss lehren die Formeln (7), dass jede der Functionen $H_0(z), H_1(z), \ldots H_m(z)$ eine ganze Function der Grössen

$$z\,,\ a_0\,,\ a_1\,,\ \ldots\ a_{n+1}\,,\ c_0\,,\ c_1\,,\ \ldots\ c_n$$

mit ganzzahligen Coefficienten ist.

III. **Die im Vorstehenden definirte Function $H_m(z)$ ist niemals durch die Function $f(z)$ theilbar, ausgenommen in dem Falle, wo die Grössen $c_0, c_1, \ldots c_n$ sämmtlich den Werth Null haben und somit jede der Functionen $H_0(z), H_1(z), \ldots H_m(z)$ sich für jeden Werth von $z$ auf Null reducirt.**

Es werde gesetzt

(12) $$\overline{H}_m(z) = \sum_{\mu=0}^{m}\left\{\frac{H_\mu(z)}{(m-\mu)!}\overset{m-\mu}{f(z)}\right\},$$

so ist [nach Gleichung (11)]

$$\overline{H}_m(z) - \frac{d\overline{H}_m(z)}{dz} = \frac{h(z)}{m!}\overset{m}{f(z)}.$$

Wenn daher die Coefficienten der Function $h(z)$ nicht sämmtlich den Werth Null haben, so ist $\overline{H}_m(z)$ eine ganze Function von $z$, die nicht für jeden Werth dieser Grösse verschwindet und deren Grad (nach I.) nicht grösser ist als $m(n+1) + n = (m+1)(n+1) - 1$. Bezeichnet man also mit $\rho+1$ die kleinste positive ganze Zahl, für welche $\overline{H}_m(z)$ nicht durch $\overset{\rho+1}{f(z)}$ theilbar ist, und setzt

$$\overline{H}_m(z) = H_m^*(z)\overset{\rho}{f(z)}\,,$$

so ist $H_m^*(z)$ eine ganze Function von $z$, die nicht für jeden Werth dieser Grösse verschwindet, und $\rho \leqq m$. Man hat dann

$$\left(H_m^*(z) - \frac{dH_m^*(z)}{dz}\right) f(z) - \rho H_m^*(z) f'(z) = \frac{h(z)}{m!} f(z)^{m-\rho+1},$$

und es ist daher $\rho H_m^*(z) f'(z)$ durch $f(z)$ theilbar. Dies aber ist, da die Functionen $f(z), f'(z)$ keinen gemeinschaftlichen Theiler besitzen und die Function $H_m^*(z)$ nicht durch $f(z)$ theilbar ist, nur der Fall für $\rho = 0$; es ist also $f(z)$ kein Theiler von $\bar{H}_m(z)$ und somit, der Gleichung (12) zufolge, auch kein Theiler der Function $H_m(z)$.

IV. Bezeichnet man (unter der Annahme, dass $n > 1$ sei) mit $z', z''$ irgend zwei derjenigen Werthe von $z$, für welche $f(z) = 0$ wird, so ergiebt sich aus der Gleichung (11):

$$(13) \qquad H_m(z'') e^{-z''} - H_m(z') e^{-z'} = -\int_{z'}^{z''} \frac{h(z)}{m!} f(z)^m e^{-z} dz.$$

Aus den Gleichungen (7 und 1—4) erhellt, dass die Function $H_m(z)$, bei unbestimmten Werthen der Grössen $c_0, c_1, \ldots c_n$, vom $(mn + n)$ten Grade ist und dass in derselben die Coefficienten von

$$z^{mn+n}, \; z^{mn+n-1}, \ldots z^{mn+n-(m-1)}$$

beziehlich durch

$$a_0^m \quad , a_0^{m-1} \quad , \ldots a_0$$

theilbar sind. Daraus folgt, dass die Function $a_0^{m(n-1)} H_m(z)$ sich auf die Form

$$(14) \qquad a_0^{m(n-1)} H_m(z) = G(z, m) f(z) + g(z, m)$$

bringen lässt, in der Art, dass $G(z, m)$, $g(z, m)$ beide ganze Functionen der Grössen $z, a_0, a_1, \ldots a_{n+1}, c_0, c_1, \ldots c_n$ mit ganzzahligen Coefficienten werden und $g(z, m)$ in Beziehung auf $z$ von nicht höherem als dem $n$ten Grade ist. Die Gleichung (13) kann also in die folgende verwandelt werden:

$$(15) \quad g(z'', m) e^{-z''} - g(z', m) e^{-z'} = -\int_{z'}^{z''} \frac{h(z) \left(a_0^{n-1} f(z)\right)^m}{m!} e^{-z} dz.$$

Die Coefficienten der Functionen $H_m(z)$, $G(z, m)$, $g(z, m)$ sind, wie für die erste aus ihrer oben angegebenen Bildungsweise, für die beiden anderen aber aus der vorstehenden Definition derselben hervorgeht, homogene ganze lineare Funtionen der willkürlich anzunehmenden Grössen $c_0, c_1, \ldots c_n$. Wenn man daher, unter $\nu$ irgend eine der Zahlen $0, 1, \ldots n$ verstehend, mit $g_\nu(z, m)$ die Function bezeichnet, in welche $g(z, m)$ dadurch übergeht, dass man $c_\nu = 1$

und die übrigen der Grössen $c_0, c_1, \ldots c_n$ sämmtlich gleich Null annimmt, so hat man

$$(16) \qquad g(z, m) = \sum_{\nu=0}^{n} c_\nu g_\nu(z, m),$$

und es gehen aus der Gleichung (15) die folgenden $(n+1)$ Gleichungen hervor:

$$(17) \quad g_\nu(z'', m)e^{-z''} - g_\nu(z', m)e^{-z'} = -\int_{z'}^{z''} \frac{z^\nu\left(a_0^{n-1}f(z)\right)^m}{m!} e^{-z} dz. \quad (\nu=0,1,\ldots n)$$

Die Functionen $g_\nu(z, m)$ sind ganze Functionen der Grössen $z, a_0, a_1, \ldots a_{n+1}$ mit ganzzahligen Coefficienten. Bezeichnet man ferner mit $G_\nu(z, m)$ die Function, in welche $G(z, m)$ durch die Annahme

$$h(z) = z^\nu$$

übergeht, so ist

$$(18) \quad \begin{cases} G(z, m) = \sum_{\nu=0}^{n} c_\nu G_\nu(z, m), \\ a_0^{m(n-1)} H_m(z) = f(z) \sum_{\nu=0}^{n} c_\nu G_\nu(z, m) + \sum_{\nu=0}^{n} c_\nu g_\nu(z, m), \end{cases}$$

und es ergiebt sich aus der letzten Gleichung, da $H_m(z)$ (nach III.) nur dann durch $f(z)$ theilbar ist, wenn die Grössen $c_\nu$ sämmtlich verschwinden, dass der Ausdruck

$$\sum_{\nu=0}^{n} c_\nu g_\nu(z, m)$$

nur dann für jeden Werth von $z$ gleich Null ist, wenn jede der Grössen $c_0, c_1, \ldots c_n$ den Werth Null hat — mit anderen Worten, dass unter den in den Gleichungen (17) vorkommenden $(n+1)$ ganzen Functionen von $z$

$$g_0(z, m), g_1(z, m), \ldots g_n(z, m)$$

für keinen Werth von $m$ eine lineare Abhängigkeit stattfindet.

Aus dieser Eigenschaft der Functionen $g_\nu(z, m)$ ergiebt sich ferner: Giebt man der Grösse $z$ irgend $(n+1)$ bestimmte Werthe

$$z_0, z_1, \ldots z_n,$$

unter denen keine zwei gleiche sich finden, so hat die Determinante

$$|g_\nu(z_\lambda, m)| \; (\lambda, \nu = 0, 1, \ldots n)$$

stets einen von Null verschiedenen Werth.

Wäre nämlich diese Determinante gleich Null, so würden sich $(n+1)$ Grössen $c_0, c_1, \ldots c_n$ so bestimmen lassen, dass die $(n+1)$ Gleichungen

$$\sum_{\nu=0}^{n} c_\nu g_\nu(z_\lambda, m) = 0 \qquad (\lambda=0,1,\ldots n)$$

beständen, ohne dass sämmtliche Grössen $c_0, c_1, \ldots c_n$ den Werth Null hätten. Dann würde aber der Ausdruck

$$\sum_{\nu=0}^{n} c_\nu g_\nu(z, n),$$

der eine ganze Function der Veränderlichen $z$ von nicht höherem als dem $n$ten Grade ist, für jeden Werth von $z$ verschwinden, was nach dem Vorhergehenden nicht stattfinden kann.

V. Da

$$\frac{z^\nu\left(a_0^{n-1}f(z)\right)^m}{m!}e^{-z}$$

eine (transcendente) ganze Function von $z$ ist, so hat das Integral auf der Rechten der Gleichung (17) bei gegebenen Werthen von $m, \nu, z', z''$ einen von dem Integrationswege unabhängigen, eindeutig bestimmten Werth, den man, unter $\tau$ eine auf das Intervall $(0 \ldots 1)$ beschränkte reelle Veränderliche verstehend, in der Form

$$\int_0^1 \frac{(z''-z')(z'+(z''-z')\tau)^\nu\left(a_0^{n-1}f(z'+(z''-z')\tau)\right)^m}{m!}e^{-z'-(z''-z')\tau}d\tau$$

darstellen kann. Es lässt sich aber, nach Annahme einer beliebig kleinen positiven Grösse $\delta$, eine ganze Zahl $M$ so bestimmen, dass für jeden Werth von $m$, der grösser als $M$ ist, und für jeden der betrachteten Werthe von $\tau$

$$\left|\frac{(z''-z')(z'+(z''-z')\tau)^\nu\left(a_0^{n-1}f(z'+(z''-z')\tau)\right)^m}{m!}e^{-z'-(z''-z')\tau}\right| < \delta$$

und somit auch, nach einem bekannten Satze, der absolute Betrag des Integrals

$$\int_{z'}^{z''}\frac{z^\nu\left(a_0^{n-1}f(z)\right)^m}{m!}e^{-z}dz$$

kleiner als $\delta$ ist. Aus der Gleichung (17) ergiebt sich also, wenn man beide Seiten derselben mit

$$e^{z''+z'}$$

multiplicirt

$$(19) \qquad \operatorname*{Lim.}_{m=\infty}\{g_\nu(z', m)e^{z''} - g_\nu(z'', m)e^{z'}\} = 0. \qquad (\nu = 0, 1, \ldots n)$$

VI. Bis jetzt sind die Coefficienten der Function $f(z)$ keiner anderen Beschränkung als der oben (unter II.) angegebenen unterworfen worden. Setzt man aber nunmehr noch fest, dass dieselben sämmtlich gegebene ganze Zahlen sein sollen, so werden, nach dem

oben (IV.) Bemerkten, für jeden Werth der Zahl $m$ auch die Coefficienten der Functionen $g_\nu(z, m)$ sämmtlich ganze Zahlen. Man kann ferner, wenn $z_0, z_1, \ldots z_n$ die Wurzeln der Gleichung $f(z) = 0$ sind, den Gleichungen (19) gemäss $m$ so gross annehmen, dass jede der Differenzen

$$g_\nu(z_0, m) e^{z_\lambda} - g_\nu(z_\lambda, m) e^{z_0} \qquad \begin{pmatrix} \lambda = 0, 1, \ldots n \\ \nu = 0, 1, \ldots n \end{pmatrix}$$

ihrem absoluten Betrage nach kleiner ist, als eine beliebig klein angenommene positive Grösse $\delta$. Zugleich hat dann die Determinante

$$|g_\nu(z_\lambda, m)| \quad (\lambda, \nu = 0, 1 \ldots n)$$

einen von Null verschiedenen Werth, indem unter den Grössen $z_0, z_1, \ldots z_n$ keine zwei gleiche sich finden.

Damit ist ein Satz bewiesen, der im Folgenden hauptsächlich zur Begründung der LINDEMANN'schen Theoreme dienen wird und sich so ausprechen lässt:

»Es sei $f(z)$ eine ganze Function $(n+1)$ Grades der Veränderlichen $z$ mit gegebenen ganzzahligen Coefficienten, die so beschaffen sind, dass die Gleichung

$$f(z) = 0$$

$(n+1)$ von einander verschiedene Wurzeln hat, welche mit

$$z_0, z_1, \ldots z_n$$

bezeichnet werden mögen. Alsdann lässt sich, nach Annahme einer beliebig kleinen positiven Grösse $\delta$, auf manigfaltige Weise ein System von $(n+1)$ ganzen Functionen

$$g_0(z), g_1(z), \ldots g_n(z)$$

des Arguments $z$ von nicht höherem als dem $n$ten Grade, deren Coefficienten sämmtlich ganze Zahlen sind, so bestimmen, dass erstens jede der Differenzen

$$g_\nu(z_0) e^{z_\lambda} - g_\nu(z_\lambda) e^{z_0} \qquad \begin{pmatrix} \lambda = 0, 1, \ldots n \\ \nu = 0, 1, \ldots n \end{pmatrix}$$

ihrem absoluten Betrage nach kleiner als $\delta$ ist, und zweitens die Determinante

$$g_\nu(z_\lambda)| \quad (\lambda, \nu = 0, 1, \ldots n)$$

einen von Null verschiedenen Werth hat.«

## §. 2.

## Beweis, dass die LUDOLPH'sche Zahl $\pi$ eine transcendente Zahl ist.

Da $e^{\pi i} = -1$ ist und die Function $e^x$ nur für solche Werthe ihres Arguments, welche (ungrade) Vielfache von $\pi i$ sind, den Werth $-1$ annimmt, so kann dem zu beweisenden Satze der folgende substituirt werden:

»Die Grösse $e^x + 1$ hat, wenn $x$ eine algebraische Zahl ist, stets einen von Null verschiedenen Werth.«

Es bedeute $x_1$ irgend eine gegebene algebraische Zahl. Dieselbe sei Wurzel einer Gleichung $r$ten Grades:

$$x^r + c_1 x^{r-1} + \ldots + c_r = 0,$$

deren Coefficienten sämmtlich rationale Zahlen sind — wobei angenommen werden darf, dass $r > 1$ sei, weil für $r = 1$ $e^{x_1} = e^{-c_1}$ und somit eine positive Grösse ist. Die vorstehende Gleichung hat dann ausser $x_1$ noch $(r-1)$ andere Wurzeln; werden diese mit $x_2, \ldots x_r$ bezeichnet, so ist es, damit der aufgestellte Satz bestehe, nothwendig und hinreichend, dass die Grösse

$$\prod_{\lambda=1}^{r} (e^{x_\lambda} + 1)$$

einen von Null verschiedenen Werth habe. Dies aber lässt sich folgendermaassen zeigen:

Es seien $\xi_1, \xi_2, \ldots \xi_r$ von einander unabhängige Veränderliche, so hat man

$$\prod_{\lambda=1}^{r} (e^{\xi_\lambda} + 1) = \sum_{\varepsilon_1, \varepsilon_2 \ldots \varepsilon_r} e^{\varepsilon_1 \xi_1 + \varepsilon_2 \xi_2 + \ldots + \varepsilon_r \xi_r}, \qquad (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots \varepsilon_r = 0, 1)$$

oder, wenn man $2^r = p$ setzt und die $p$ Functionen

$$\varepsilon_1 \xi_1 + \varepsilon_2 \xi_2 + \ldots + \varepsilon_r \xi_r, \qquad (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots \varepsilon_r = 0, 1)$$

in irgend einer Ordnung genommen, mit $\zeta_0, \zeta_1, \ldots \zeta_{p-1}$ bezeichnet,

$$\prod_{\lambda=1}^{r} (e^{\xi_\lambda} + 1) = \sum_{\mu=0}^{p-1} e^{\zeta_\mu}.$$

Sind also

$$z_0, z_1, \ldots z_{p-1}$$

die Werthe, welche

$$\zeta_0, \zeta_1, \ldots \zeta_{p-1}$$

dadurch annehmen, dass man

$$\xi_1 = x_1, \; \xi_2 = x_2, \ldots \; \xi_r = x_r$$

setzt, so ist

$$\prod_{\lambda=1}^{r} (e^{x_\lambda} + 1) = \sum_{\mu=0}^{p-1} e^{z_\mu}.$$

Die Anzahl der von einander verschiedenen Werthe, welche in der Reihe $z_0, z_1, \ldots z_{p-1}$ vorhanden sind, sei $n + 1$, und es mögen die Ausdrücke $\zeta_0, \zeta_1, \ldots \zeta_{p-1}$ so geordnet sein, dass unter den $(n+1)$ Grössen $z_0, z_1, \ldots z_n$ keine zwei gleiche sich finden, und $z_0 = 0$ ist; wobei zu bemerken, dass $n + 1 > 1$ ist, weil in der Reihe $z_0, z_1, \ldots z_{p-1}$ auch die Grössen $x_1, \ldots x_r$ enthalten sind. Dann

kann man, unter $z$ eine unbestimmte Grösse verstehend, eine ganze Function $f(z)$ vom Grade $n+1$ herstellen, welche nur ganzzahlige Coefficienten hat und für $z = z_0, z_1, \ldots z_n$ verschwindet. Es kann nämlich das Product

$$\prod_{\mu=0}^{p-1}(z - \zeta_\mu)$$

dargestellt werden als ganze Function der Grössen $z, \xi_1, \xi_2, \ldots \xi_r$ mit ganzzahligen Coefficienten, welche sich nicht ändert, wenn die Grössen $\xi_1, \xi_2, \ldots \xi_r$ in beliebiger Weise permutirt werden, und sich somit, wenn man für $\xi_1, \xi_2, \ldots \xi_r$ die Wurzeln einer Gleichung $r$ten Grades mit lauter rationalen Zahlcoefficienten einsetzt, in eine ganze Function $p$ten Grades von $z$ mit eben solchen Coefficienten verwandelt. Es lässt sich also $\prod\limits_{\mu=0}^{p-1}(z - z_\mu)$ als ganze Function von $z$ mit lauter rationalen Zahlcoefficienten darstellen; dividirt man diese Function dann durch den grössten Theiler, den sie mit ihrer ersten Ableitung gemein hat, so ist der Quotient eine ganze Function $(n+1)$ten Grades von $z$, aus der man, indem man sie mit einer passenden ganzen Zahl multiplicirt, eine Function

$$f(z) = a_0 z^{n+1} + a_1 z^n + \ldots + a_{n+1}$$

erhält, welche lauter ganzzahlige Coefficienten hat und für $z = z_0, z_1, \ldots z_n$ verschwindet.

Nachdem diese Function $f(z)$ hergestellt worden, kann man aus ihr, nach Annahme einer beliebig kleinen positiven Grösse $\delta$, ein System von $n+1$ ganzen Functionen

$$g_0(z), g_1(z), \ldots g_n(z)$$

von der im Schlusssatz (VI.) des vorigen Paragraphen angegebenen Beschaffenheit ableiten, so dass, wenn man

$$g_\nu(0) e^{z_\lambda} - g_\nu(z_\lambda) = \varepsilon_{\lambda,\nu}\delta \qquad \begin{pmatrix}\lambda = 0, 1, \ldots n \\ \nu = 0, 1, \ldots n\end{pmatrix}$$

setzt, jede der Grössen $\varepsilon_{\lambda,\nu}$ ihrem absoluten Betrage nach kleiner als $1$ ist.

Die Grössen $g_\nu(z_\lambda)$ sind sämmtlich algebraische Zahlen; multiplicirt man jede derselben mit $a_0^n$, so verwandeln sie sich alle in ganze algebraische Zahlen.[1]

---

[1] Nach der von Hrn. KRONECKER eingeführten Terminologie heisst eine Grösse $x$ eine algebraische Zahl, wenn sie einer algebraischen Gleichung von der Form

$$x^\nu + A_1 x^{\nu-1} + \ldots + A_\nu = 0,$$

in der die Coefficienten $A_1, \ldots A_\nu$ sämmtlich rationale Zahlen sind, genügt. Sind insbesondere diese Coefficienten sämmtlich ganze Zahlen, so wird $x$ eine ganze

Nimmt man nun $\delta$ so klein an, dass $|(p-1)a_0^n\delta| < 1$ ist, so ergiebt sich aus der vorstehenden Gleichung

$$a_0^n g_\nu(0) \sum_{\mu=0}^{p-1} e^{z_\mu} = \sum_{\mu=0}^{p-1} a_0^n g_\nu(z_\mu) + \varepsilon_\nu, \qquad (\nu = 0, 1 \ldots n)$$

wo jede der Grössen $\varepsilon_\nu$ dem absoluten Betrage nach kleiner als 1 ist.

Es ist aber

$$\sum_{\mu=0}^{p-1} a_0^n g_\nu(\zeta_\mu)$$

für jeden Werth von $\nu$ eine symmetrische ganze Function der Grössen $\xi_1, \xi_2, \ldots \xi_r$ mit ganzzahligen Coefficienten; also ist die ganze algebraische Zahl

$$\sum_{\mu=0}^{p-1} a_0^n g_\nu(z_\mu)$$

zugleich eine rationale Zahl, d. h. sie ist eine ganze Zahl im gewöhnlichen Sinne. Ferner lässt sich zeigen, dass die $n+1$ Zahlen

$$\sum_{\mu=0}^{p-1} a_0^n g_\nu(z_\mu) \qquad (\nu = 0, 1, \ldots n)$$

nicht sämmtlich den Werth Null haben. Man hat nämlich

$$\sum_{\mu=0}^{p-1} a_0^n g_\nu(z_\mu) = \sum_{\lambda=0}^{n} N_\lambda g_\nu(z_\lambda),$$

wo $N_0, N_1, \ldots N_n$ sämmtlich positive ganze Zahlen sind; es müsste also, wenn die in Rede stehenden Zahlen alle den Werth Null haben sollten, die Determinante

$$|g_\nu(z_\lambda)| \quad (\lambda, \nu = 0, 1, \ldots n)$$

gleich Null sein, was nicht der Fall ist.

Es giebt also mindestens einen bestimmten Werth von $\nu$, für welchen

$$\sum_{\mu=0}^{p-1} a_0^n g_\nu(z_\mu)$$

eine von Null verschiedene ganze rationale Zahl, und somit

$$\sum_{\mu=0}^{p-1} a_0^n g_\nu(z_\mu) + \varepsilon_\nu = a_0^n g_\nu(0) \sum_{\mu=0}^{p-1} e^{z_\mu} = a_0^n g_\nu(0) \prod_{\lambda=1}^{r} (e^{x_\lambda} + 1)$$

nicht gleich Null ist.

---

algebraische Zahl genannt, und es ist in diesem Falle auch jede ganze rationale Function von $x$ mit lauter ganzzahligen Coefficienten eine ganze algebraische Zahl.

Hiernach sind, da

$$a_0^n f(z) = (a_0 z)^{n+1} + a_1(a_0 z)^n + \ldots + a_n a_0^{n-1}(a_0 z) + a_{n+1} a_0^n$$

ist, $a_0 z_0, a_0 z_1, \ldots a_0 z_n$ sämmtlich ganze algebraische Zahlen, und dasselbe gilt also auch, da der Grad der Function $g_\nu(z)$ nicht grösser als $n$ ist, von jeder der Grössen $a_0^n g_\nu(z_\lambda)$.

Daraus folgt unmittelbar, dass das Product

$$\prod_{\lambda=1}^{r}(e^{x_\lambda}+1)$$

und somit auch jeder einzelne Factor desselben einen von Null verschiedenen Werth hat; w. z. b. w.

Damit ist, dem oben Bemerkten gemäss, dargethan, dass die Zahl $\pi i$ und daher auch $\pi$ selbst eine transcendente Zahl ist.

Als ein Corollar zu diesem Satze ergiebt sich, dass die »Quadratur des Kreises« eine unlösbare Aufgabe ist, wenn verlangt wird, dass sie durch eine geometrische Construction, bei der nur algebraische Curven und Flächen zur Anwendung kommen, bewerkstelligt werde. (Vergl. den Schlusssatz des §. 3)

## §. 3.

## Allgemeinere, auf die Exponentialfunction sich beziehende Sätze.

I. Zunächt ist der folgende Hülfssatz zu beweisen. Es seien gegeben $k+1$ Reihen von je $r$ Grössen:

| | |
|---|---|
| (1) | $A'_1\ ,\ A'_2\ ,\ \ldots A'_r$ |
| (2) | $A''_1\ ,\ A''_2\ ,\ \ldots A''_r$ |
| ⋮ | . . . . . . . . . . . . . |
| ($k$) | $A^{(k)}_1,\ A^{(k)}_2,\ \ldots A^{(k)}_r$ |
| ($k+1$) | $x_1\ ,\ x_2\ ,\ \ldots x_r\ ,$ |

wobei angenommen werde, dass in jeder der $k$ ersten Reihen wenigstens eine Grösse vorkomme, die einen von Null verschiedenen Werth hat, und in der letzten Reihe keine zwei gleiche Grössen sich finden. Man bilde das Product

$$\sum_{\mathfrak{a}=1}^{r} A'_{\mathfrak{a}} e^{x_{\mathfrak{a}}} \cdot \sum_{\mathfrak{b}=1}^{r} A''_{\mathfrak{b}} e^{x_{\mathfrak{b}}} \ldots \sum_{\mathfrak{k}=1}^{r} A^{(k)}_{\mathfrak{k}} e^{x_{\mathfrak{k}}}$$

und bringe dasselbe, welches mit $P$ bezeichnet werde, auf die Form[1]

$$P = \sum_{\mathfrak{a},\mathfrak{b},\ldots\mathfrak{k}} A'_{\mathfrak{a}} A''_{\mathfrak{b}} \ldots A^{(k)}_{\mathfrak{k}} e^{x_{\mathfrak{a}}+x_{\mathfrak{b}}+\cdots x_{\mathfrak{k}}}. \qquad (\mathfrak{a},\mathfrak{b},\ldots\mathfrak{k}=1,\ldots r)$$

---

[1] Es ist nothwendig, dass bei dieser Umformung von $P$ das Argument der Exponentialgrösse, durch welche das Product aus den Factoren

$$e^{x_{\mathfrak{a}}}\ ,\ e^{x_{\mathfrak{b}}}\ ,\ \ldots e^{x_{\mathfrak{k}}}$$

dargestellt wird, gleich $x_{\mathfrak{a}}+x_{\mathfrak{b}}+\ldots+x_{\mathfrak{k}}$ genommen werde, und nicht etwa, was an sich gestattet wäre, gleich dieser Summe plus einem Vielfachen von $2\pi i$. Ohne diese Festsetzung würden die im Folgenden einzuführenden Grössen $C_\lambda$ nicht gehörig bestimmt sein.

Aus der Gesammtheit der Werthe, welche die aus $k$ Gliedern bestehende Summe

$$x_{\mathfrak{a}} + x_{\mathfrak{b}} + \ldots + x_{\mathfrak{k}}$$

annimmt, wenn man für $\mathfrak{a}, \mathfrak{b}, \ldots \mathfrak{k}$ alle möglichen Systeme von $k$ der Reihe $1, 2, \ldots r$ entnommenen Zahlen setzt, hebe man die von einander verschiedenen, deren Anzahl $n+1$ sein möge, heraus; bezeichnet man dieselben mit $z_0, z_1, \ldots z_n$, so ergiebt sich

$$P = \sum_{\lambda=0}^{n} C_\lambda e^{z_\lambda},$$

wo für jeden bestimmten Werth von $\lambda$

$$C_\lambda = \sum_{\mathfrak{a}, \mathfrak{b}, \ldots \mathfrak{k}}' A'_{\mathfrak{a}} A''_{\mathfrak{b}} \ldots A^{(k)}_{\mathfrak{k}}$$

ist, unter der Bedingung, dass die Summation sich über diejenigen Werthsysteme $\mathfrak{a}, \mathfrak{b}, \ldots \mathfrak{k}$, für welche $x_{\mathfrak{a}} + x_{\mathfrak{b}} + \ldots + x_{\mathfrak{k}} = z_\lambda$ ist, erstrecke. Es ist nun zu beweisen, dass unter den so definirten Grössen $C_\lambda$ mindestens eine sich findet, die nicht gleich Null ist.

Die Grössen $x_1, \ldots x_r$ können sowohl complexe als reelle Werthe haben. Man betrachte eine complexe Grösse $t + t'i$ (wo $t, t'$ reelle Grössen bezeichnen) als positiv, wenn $t > 0$ oder auch $t = 0, t' > 0$, dagegen als negativ, wenn $t < 0$ oder auch $t = 0, t' < 0$ ist; dann darf man, da das Product $P$ seinen Werth nicht ändert, wenn in dem gegebenen Grössensysteme irgend zwei Colonnen unter einander vertauscht werden, voraussetzen, es seien die Grössen $x_1, x_2, \ldots x_r$ so geordnet, dass die Differenzen

$$x_1 - x_2, x_2 - x_3, \ldots x_{r-1} - x_r$$

sämmtlich positive Grössen sind.

Dies vorausgesetzt, nehme man aus jeder der obigen Reihen $(1), (2), \ldots (k)$ die erste Grösse, welche nicht den Werth Null hat, heraus; diese sei $A'_\alpha$ in der ersten Reihe, $A''_\beta$ in der zweiten, $\ldots, A^{(k)}_\varkappa$ in der $k$ten, so ist

$$A'_\alpha A''_\beta \ldots A^{(k)}_\varkappa e^{x_\alpha + x_\beta + \ldots + x_\varkappa}$$

eines der Glieder, aus denen $P$ zusammengesetzt wird. Irgend ein anderes Glied, dessen Coefficient nicht den Werth Null hat, sei

$$A'_{\mathfrak{a}} A''_{\mathfrak{b}} \ldots A^{(k)}_{\mathfrak{k}} e^{x_{\mathfrak{a}} + x_{\mathfrak{b}} + \ldots + x_{\mathfrak{k}}},$$

so ist

$$\mathfrak{a} \geqq \alpha, \mathfrak{b} \geqq \beta, \ldots \mathfrak{k} \geqq \varkappa,$$

und es giebt unter den Zahlen $\mathfrak{a}, \mathfrak{b}, \ldots \mathfrak{k}$ mindestens eine, welche grösser ist, als die entsprechende der Zahlen $\alpha, \beta, \ldots \varkappa$. Folglich ist

$(x_a + x_b + \ldots + x_t) - (x_\alpha + x_\beta + \ldots + x_\varkappa) = (x_a - x_\alpha) + (x_b - x_\beta) + \ldots + (x_t - x_\varkappa)$ eine positive Grösse und somit $(x_a + x_b + \ldots + x_t)$ nicht gleich $(x_\alpha + x_\beta + \ldots + x_\varkappa)$. Es findet sich also unter den Gliedern

$$A'_a A''_b \ldots A^{(k)}_t e^{x_a + x_b + \ldots + x_t}$$

keines, in welchem das Argument der Exponentialgrösse denselben Werth hätte, wie in dem Gliede

$$A'_\alpha A''_\beta \ldots A^{(k)}_\varkappa e^{x_\alpha + x_\beta + \ldots + x_\varkappa};$$

der Coefficient des letzteren ist also eine der Grössen $C_\lambda$, unter denen sich hiernach unter allen Umständen eine findet, welche nicht gleich Null ist.[1]

II. Nunmehr seien, wie in §. 2, $x_1, x_2, \ldots x_r$ die Wurzeln einer Gleichung $r$ten Grades

$$x^r + c_1 x^{r-1} + \ldots + c_r = 0,$$

deren Coefficienten sämmtlich gegebene rationale Zahlen sind, und deren Discriminante einen von Null verschiedenen Werth hat. Ferner seien $N_1, N_2, \ldots N_r$ gegebene ganze Zahlen, unter denen wenigstens eine nicht gleich Null ist. Dann lässt sich beweisen, dass die Summe

$$\sum_{\varrho=1}^{r} N_\varrho e^{x_\varrho}$$

niemals den Werth Null hat.

Man bezeichne die Grössen, welche aus der vorstehenden Summe dadurch hervorgehen, dass man in derselben die Grössen $x_1, \ldots x_r$ auf jede mögliche Weise permutirt, mit

$$X', X'', \ldots X^{(k)},$$

wo $k = r!$ ist, so hat, wenn $\mathfrak{n}$ irgend eine der Zahlen $1, 2, \ldots k$ bedeutet, $X^{(\mathfrak{n})}$ die Form

$$X^{(\mathfrak{n})} = \sum_{\varrho=1}^{r} N^{(\mathfrak{n})}_\varrho e^{x_\varrho},$$

wo die Reihe der Zahlen $N^{(\mathfrak{n})}_1, N^{(\mathfrak{n})}_2, \ldots N^{(\mathfrak{n})}_r$ aus der Reihe $N_1, N_2, \ldots N_r$ durch eine bestimmte Permutation der Glieder der letzteren hervorgeht. Setzt man dann

$$P = \prod_{\mathfrak{n}=1}^{k} X^{(\mathfrak{n})},$$

[1] Dass man in der Reihe der Grösse $C_0, C_1, \ldots C_n$ eine, die nicht gleich Null ist, ohne Weiteres auf die angegebene Weise ermitteln könne, wenn man die Grössen $x_1, \ldots x_r$ so auf einander folgen lässt, dass die Differenzen $x_1 - x_2, x_2 - x_3, \ldots x_{n-1} - x_n$ sämmtlich positive Werthe (in dem festgesetzten Sinne) erhalten, ist eine Bemerkung, die ich Hrn. Dedekind verdanke.

so ist

(1) $$P = \sum_{\mathfrak{a}, \mathfrak{b}, \ldots \mathfrak{k}} N'_{\mathfrak{a}} N''_{\mathfrak{b}} \ldots N^{(k)}_{\mathfrak{k}} e^{x_{\mathfrak{a}} + x_{\mathfrak{b}} + \ldots + x_{\mathfrak{k}}}, \qquad (\mathfrak{a}, \mathfrak{b}, \ldots \mathfrak{k} = 1, 2, \ldots r)$$

woraus sich, wenn man die von einander verschiedenen Werthe der Grössen

$$x_{\mathfrak{a}} + x_{\mathfrak{b}} + \ldots + x_{\mathfrak{k}}, \qquad (\mathfrak{a}, \mathfrak{b}, \ldots \mathfrak{k} = 1, \ldots r)$$

wie in (I.), mit $z_0, z_1, \ldots z_n$ bezeichnet,

(2) $$P = \sum_{\lambda=0}^{n} C_\lambda e^{z_\lambda}$$

ergiebt, wo jetzt die Grössen $C_\lambda$ sämmtlich ganze Zahlen sind, von denen, dem in (I.) Bewiesenen gemäss, wenigstens eine nicht gleich Null ist.

Mittels der gegebenen Gleichung, deren Wurzeln $x_1, x_2, \ldots x_r$ sind, kann man nun eine Gleichung $(n+1)$ten Grades mit lauter ganzzahligen Coefficienten herstellen, deren Wurzeln die Grössen $z_0, z_1, \ldots z_n$ sind. Bildet man nämlich, unter $z, \xi_1, \xi_2, \ldots \xi_r$ von einander unabhängige Veränderliche verstehend, aus den durch die Formel

$$z - (\xi_{\mathfrak{a}} + \xi_{\mathfrak{b}} + \ldots + \xi_{\mathfrak{k}}) \qquad (\mathfrak{a}, \mathfrak{b}, \ldots \mathfrak{k} = 1, \ldots r)$$

repräsentirten Grössen ein Product, so ist dasselbe eine ganze Function von $z, \xi_1, \ldots \xi_r$ mit lauter ganzzahligen Coefficienten, und zugleich eine symmetrische Function von $\xi_1, \xi_2, \ldots \xi_r$, verwandelt sich also, wenn man $\xi_1 = x_1, \xi_2 = x_2, \ldots \xi_r = x_r$ setzt, in eine ganze Function von $z$ mit lauter rationalen Zahlcoefficienten, welche für $z = z_0, z_1, \ldots z_n$, und zwar nur für diese Werthe von $z$, verschwindet. Dividirt man dann diese Function durch den grössten Theiler, den sie mit ihrer ersten Ableitung gemein hat, so ist der Quotient eine ganze Function $(n+1)$ten Grades, aus der man, indem man sie mit einer passenden ganzen Zahl multiplicirt, eine ganze Function

(3) $$f(z) = a_0 z^{n+1} + a_1 z^n + \ldots + a_{n+1}$$

erhält, welche lauter ganzzahlige Coefficienten hat und für $z = z_0, z_1, \ldots z_n$ verschwindet.

Aus dieser Function $f(z)$ kann man nun, nach Annahme einer beliebig kleinen positiven Grösse $\delta$, ein System von $(n+1)$ ganzen Functionen

$$g_0(z), g_1(z), \ldots g_n(z)$$

von der im Schlusssatze (VI.) des §. 1 angegebenen Beschaffenheit ableiten, so dass, wenn

(4) $$g_\nu(z_0) e^{z_\lambda} - g_\nu(z_\lambda) e^{z_0} = \varepsilon_{\lambda,\nu} \delta \qquad \binom{\lambda = 0, 1, \ldots n}{\nu = 0, 1, \ldots n}$$

gesetzt wird, jede der Grössen $\varepsilon_{\lambda,\nu}$ ihrem absoluten Betrage nach kleiner als 1 ist. Dann ergiebt sich aus dem obigen Ausdrucke der Grösse $P$

$$(5)\qquad a_0^n g_\nu(z_0)e^{-z_0}P = \sum_{\lambda=0}^{n} C_\lambda a_0^n g_\nu(z_\lambda) + a_0^n e^{-z_0}\delta \sum_{\lambda=0}^{n} \varepsilon_{\lambda,\nu} C_\lambda. \qquad (\nu=0,1\ldots n)$$

Hier ist nun jede der Grössen $a_0^n g_\nu(z_\lambda)$ eine ganze algebraische Zahl; es lässt sich aber zeigen, dass jede der $(n+1)$ Summen

$$\sum_{\lambda=0}^{n} C_\lambda a_0^n g_\nu(z_\lambda)$$

eine ganze rationale Zahl, d. h. also eine ganze Zahl im gewöhnlichen Sinne ist.

Versteht man wieder unter $z, \xi_1, \xi_2, \ldots \xi_r$ von einander unabhängige Veränderliche, so ist das Product

$$\sum_{\mathfrak{a}=1}^{r} N'_{\mathfrak{a}} e^{\xi_{\mathfrak{a}}} \cdot \sum_{\mathfrak{b}=1}^{r} N''_{\mathfrak{b}} e^{\xi_{\mathfrak{b}}} \ldots \sum_{\mathfrak{k}=1}^{r} N^{(k)}_{\mathfrak{k}} e^{\xi_{\mathfrak{k}}}$$

und somit auch die Summe

$$\sum_{\mathfrak{a},\mathfrak{b},\ldots\mathfrak{k}} N'_{\mathfrak{a}} N''_{\mathfrak{b}} \ldots N^{(k)}_{\mathfrak{k}} e^{\xi_{\mathfrak{a}}+\xi_{\mathfrak{b}}+\cdots+\xi_{\mathfrak{k}}} \qquad (\mathfrak{a},\mathfrak{b},\ldots\mathfrak{k}=1,\ldots r)$$

eine symmetrische Function von $\xi_1, \xi_2, \ldots \xi_r$. Entwickelt man dieselbe in eine Potenzreihe von $\xi_1, \xi_2, \ldots \xi_r$, so ist die Summe der Glieder $\mathfrak{m}$ter Dimension dieser Reihe, nämlich

$$\frac{1}{\mathfrak{m}!}\sum_{\mathfrak{a},\mathfrak{b},\ldots\mathfrak{k}} N'_{\mathfrak{a}} N''_{\mathfrak{b}} \ldots N^{(k)}_{\mathfrak{k}} (\xi_{\mathfrak{a}}+\xi_{\mathfrak{b}}+\ldots+\xi_{\mathfrak{k}})^{\mathfrak{m}}, \qquad (\mathfrak{a},\mathfrak{b},\ldots\mathfrak{k}=1,\ldots r)$$

und daher auch, wenn $g(z)$ eine beliebige ganze Function von $z$ ist,

$$\sum_{\mathfrak{a},\mathfrak{b},\ldots\mathfrak{k}} N'_{\mathfrak{a}} N''_{\mathfrak{b}} \ldots N^{(k)}_{\mathfrak{k}} g(\xi_{\mathfrak{a}}+\xi_{\mathfrak{b}}+\ldots+\xi_{\mathfrak{k}}) \qquad (\mathfrak{a},\mathfrak{b},\ldots\mathfrak{k}=1,\ldots r)$$

eine symmetrische ganze rationale Function der Grössen $\xi_1, \xi_2, \ldots \xi_r$. Die letztere erhält also, wenn man (für $\nu = 0, 1, \ldots n$) $g(z) = g_\nu(z)$ annimmt und $\xi_1 = x_1, \xi_2 = x_2, \ldots \xi_r = x_r$ setzt, einen rationalen Werth, der sich durch Multiplication mit $a_0^n$ in eine ganze Zahl verwandelt. Es ist aber nach dem Obigen, für jeden bestimmten Werth von $\lambda$

$$(6)\qquad C_\lambda = \sum_{\mathfrak{a},\mathfrak{b},\ldots\mathfrak{k}}' N'_{\mathfrak{a}} N''_{\mathfrak{b}} \ldots N^{(k)}_{\mathfrak{k}},$$

wenn die Summation über diejenigen Zahlensysteme, für welche $x_{\mathfrak{a}} + x_{\mathfrak{b}} + \ldots + x_{\mathfrak{k}} = z_\lambda$ ist, erstreckt wird, und daher

$$(7)\qquad \sum_{\lambda=0}^{n} C_\lambda a_0^n g_\nu(z_\lambda) = \sum_{\mathfrak{a},\mathfrak{b},\ldots\mathfrak{k}} N'_{\mathfrak{a}} N''_{\mathfrak{b}} \ldots N^{(k)}_{\mathfrak{k}} a_0^n g_\nu(x_{\mathfrak{a}}+x_{\mathfrak{b}}+\ldots+x_{\mathfrak{k}}),$$

also auch $\sum_{\lambda=0}^{n} C_\lambda a_0^n g_\nu(z_\lambda)$ eine ganze rationale Zahl.

Es lässt sich aber auch zeigen, dass diese Zahl wenigstens für einen Werth von $\nu$ einen von Null verschiedenen Werth hat. Da

nämlich die Grössen $C_\lambda$ (nach I.) nicht sämmtlich gleich Null sind, so müsste, wenn alle $(n+1)$ Zahlen

$$\sum_{\lambda=0}^{n} C_\lambda a_0^n g_\nu(z_\lambda) \qquad (\nu = 0, 1, \ldots n)$$

den Werth Null hätten, die Determinante

$$|g_\nu(z_\lambda)| \quad (\lambda, \nu = 0, 1, \ldots n)$$

gleich Null sein, was nicht der Fall ist.

Nimmt man also die Grösse $\delta$ so klein an, dass jede der Grössen

$$a_0^n e^{-z_0} \delta \sum_{\lambda=0}^{n} \varepsilon_{\lambda,\nu} C_\lambda \qquad (\nu = 0, 1, \ldots n)$$

dem absoluten Betrage nach kleiner als 1 ist, so findet sich unter den Grössen auf der Rechten der Gleichungen (5) wenigstens eine, die nicht gleich Null ist; woraus sich unmittelbar ergiebt, dass das Product $P$, und somit auch die Grösse

$$\sum_{\varrho=1}^{r} N_\varrho e^{x_\varrho},$$

welche ein Factor dieses Productes ist, einen von Null verschiedenen Werth hat; was zu beweisen war.

Selbstverständlich gilt dieser Satz auch, wenn unter $N_1, N_2, \ldots N_r$ rationale Zahlen verstanden werden.

Nimmt man für $x_1, x_2, \ldots x_r$ irgend $r$ von einander verschiedene ganze Zahlen an, so ergiebt sich als ein besonderer Fall des vorstehenden Theorems der von Hermite bewiesene Satz, dass die Zahl $e$ keine algebraische Zahl ist.

Eine naheliegende Verallgemeinerung des Theorems ergiebt sich folgendermaassen:

Sind $x_1, x_2, \ldots x_r$ irgend $r$ gegebene, von einander verschiedene algebraische Zahlen, so lässt sich stets eine algebraische Gleichung — im Allgemeinen von höherem als dem $r$ten Grade — mit lauter rationalen Zahlcoefficienten und nicht verschwindender Determinante herstellen, unter deren Wurzeln die gegebenen Grössen $x_1, x_2, \ldots x_r$ sich finden. Ist der Grad dieser Gleichung gleich $r$, so sind $x_1, x_2, \ldots x_r$ solche $r$ Grössen, für welche das bewiesene Theorem unmittelbar gilt. Hat die Gleichung aber ausser $x_1, x_2, \ldots x_r$ noch $l$ andere Wurzeln:

$$x_{r+1}, \ldots x_{r+l},$$

und werden unter $N_1, N_2, \ldots N_{r+l}$ rationale Zahlen verstanden, so ist

$$\sum_{\varrho=1}^{r+l} N_\varrho e^{x_\varrho}$$

nur in dem Falle gleich Null, wo $N_1, N_2, \ldots N_{r+l}$ sämmtlich den

Werth Null haben. Nimmt man also für jeden Werth von $\rho$, der grösser als $r$ ist, $N_\rho = 0$ an, so ergiebt sich:

Werden unter $x_1, x_2, \ldots x_r$ irgend $r$ von einander verschiedene algebraische Zahlen, unter $N_1, N_2, \ldots N_r$ aber beliebige rationale Zahlen verstanden, so kann die Gleichung

$$\sum_{\rho=1}^{r} N_\rho e^{x_\rho} = 0$$

nur dadurch befriedigt werden, dass man jeder der Zahlen $N_\rho$ den Werth Null giebt.

III. Jetzt seien

$$X_1, X_2, \ldots X_r$$
$$x_1, x_2, \ldots x_r$$

zwei Systeme von je $r$ gegebenen algebraischen Zahlen, wobei angenommen werde, dass die Grössen $X_1, X_2, \ldots X_r$ nicht sämmtlich gleich Null seien, und unter den $x_1, x_2, \ldots x_r$ keine zwei gleiche sich finden.

Die Grössen $X_1, X_2, \ldots X_r$ lassen sich durch eine Grösse $\xi$, welche eine der Wurzeln einer bestimmten irreductibelen algebraischen Gleichung mit lauter rationalen Zahlcoefficienten ist, in der Form

$$X_1 = G_1(\xi), \; X_2 = G_2(\xi), \ldots X_r = G_r(\xi)$$

ausdrücken, wo $G_1(\xi), G_2(\xi), \ldots G_r(\xi)$ ganze Funtionen von $\xi$, deren Coefficienten sämmtlich rationale Zahlen sind, bedeuten. Bezeichnet man mit $\xi'$ irgend eine andere Wurzel der genannten Gleichung, so sind die Grössen

$$G_1(\xi'), G_2(\xi'), \ldots G_r(\xi')$$

nicht alle gleich Null, weil der bekannten Eigenschaft einer irreductibelen Gleichung gemäss $G_\rho(\xi')$ nicht gleich Null sein kann, wenn nicht (für denselben Werth von $\rho$) auch $G_\rho(\xi) = 0$ ist. Nun seien $\xi, \xi', \ldots \xi^{(k-1)}$ sämmtliche Wurzeln der in Rede stehenden Gleichung, so bringe man das Product

$$P = \sum_{\mathfrak{a}=1}^{r} G_{\mathfrak{a}}(\xi) e^{x_{\mathfrak{a}}} \cdot \sum_{\mathfrak{b}=1}^{r} G_{\mathfrak{b}}(\xi') e^{x_{\mathfrak{b}}} \cdots \sum_{\mathfrak{k}=1}^{r} G_{\mathfrak{k}}^{(k-1)}(\xi^{(k-1)}) e^{x_{\mathfrak{k}}}$$

auf die in (I.) beschriebene Weise, indem man für die dort mit

$$A'_\rho, A''_\rho, \ldots A^{(k)}_\rho \qquad (\rho = 1, 2, \ldots n)$$

bezeichneten unbestimmten Grössen beziehlich

$$G_\rho(\xi), G_\rho(\xi'), \ldots G_\rho(\xi^{(k-1)})$$

substituirt, auf die Form

$$\sum_{\lambda=0}^{n} C_\lambda e^{z_\lambda},$$

wo die Grössen $z_0, z_1, \ldots z_n$ also von einander verschiedene algebraische Zahlen sind, die $C_0, C_1, \ldots C_n$ aber zunächst als symmetrische ganze Functionen von $\xi, \xi', \ldots \xi^{(k-1)}$ mit lauter rationalen Zahlcoefficienten und sodann sämmtlich als rationale Zahlen dargestellt werden können. Da nun $C_0, C_1, \ldots C_n$ nicht sämmtlich gleich Null sind, so hat nach dem Schlusssatze von (II.) die Grösse

$$\sum_{\lambda=0}^{n} C_\lambda e^{z_\lambda}$$

unter den in Betreff der Grössen $X_1, X_2, \ldots X_r, x_1, x_2, \ldots x_r$ gemachten Voraussetzungen einen von Null verschiedenen Werth. Dasselbe gilt also auch von dem Producte $P$ und somit auch von dem Ausdrucke

$$\sum_{\varrho=1}^{r} X_\varrho e^{x_\varrho} = \sum_{\varrho=1}^{r} G_\varrho(\xi) e^{x_\varrho},$$

der ein Factor des Productes ist.

Damit ist bewiesen:

»Werden unter $x_1, x_2, \ldots x_r$ irgend $r$ von einander verschiedene, unter $X_1, X_2, \ldots X_r$ aber beliebige algebraische Zahlen verstanden, so kann die Gleichung

$$\sum_{\varrho=1}^{r} X_\varrho e^{x_\varrho} = 0$$

nur in dem Falle, wo $X_1, X_2, \ldots X_r$ sämmtlich den Werth Null haben, bestehen.«

In diesem von Lindemann ohne ausgeführten Beweis aufgestellten allgemeinen Satze finden die von Hermite begonnenen Untersuchungen über die Exponentialfunction ihren Abschluss.

IV. Schliesslich mögen noch einige, aus dem vorstehenden Theorem unmittelbar sich ergebende specielle Sätze angeführt werden.

Nimmt man $r = 2$, $X_1 = -1$, $x_2 = 0$ an und setzt $x$ für $x_1$, $X$ für $X_2$, so ergiebt sich, dass die Gleichung $e^x = X$ nicht bestehen kann, wenn $x$, $X$ beide algebraische Zahlen sind und zugleich $x$ einen von Null verschiedenen Werth hat. Daraus folgt:

»Die Exponentialgrösse $e^x$ ist stets eine transcendente Zahl, wenn $x$ eine von Null verschiedene algebraische Zahl ist.«

»Der natürliche Logarithmus einer algebraischen Zahl $X$ ist immer eine transcendente Zahl, wenn $X$ nicht den Werth 1 hat.«

Diese beiden, von Lindemann besonders hervorgehobenen Sätze scheinen mir zu den schönsten Sätzen der Arithmetik zu gehören.

Nimmt man ferner

$$r = 3, \; X_1 = i, \; X_2 = -i, \; x_2 = -x_1, \; x_3 = 0$$

an und setzt $\frac{xi}{2}$ für $x_1$, $X$ für $X_3$, so ergiebt sich, dass die Gleichung

$$2 \sin \frac{x}{2} = X$$

nicht bestehen kann, wenn $x$, $X$ beide algebraische Zahlen sind und $x$ einen von Null verschiedenen Werth hat. Daraus folgt:

Ein Kreisbogen, dessen Sehne, durch den Halbmesser des Kreises gemessen, eine algebraisch ausdrückbare Länge hat, kann nicht durch eine geometrische Construction, bei der nur algebraische Curven und Flächen zur Anwendung kommen, rectificirt werden; eben so wenig ist der zu einem solchen Bogen gehörige Kreissector durch eine derartige Construction quadrirbar.

Hat nämlich in einem Kreise, dessen Halbmesser als Längeneinheit angenommen wird, ein Bogen die Länge $x$, seine Sehne also die Länge $2 \sin \frac{x}{2}$ und der zugehörige Kreissector den Inhalt $\frac{1}{2}x$, so würde, wenn durch eine Construction der angegebenen Art der Bogen rectificirbar oder der Sector quadrirbar wäre, daraus eine algebraische Gleichung zwischen $x$ und $2 \sin \frac{x}{2}$ sich ergeben. Eine solche Gleichung existirt aber nicht, wenn $2 \sin \frac{x}{2}$, wie angenommen, eine algebraische Zahl ist.

---

# Der unterirdische Gammarus von Clausthal.

## *(G. pulex, var. subterraneus.)*

Von Dr. Robert Schneider
in Berlin.

(Vorgelegt von Hrn. Schulze am 22. October [s. oben S. 919].)

Hierzu Taf. XV.

In meinem Aufsatze über »subterrane Organismen«[1] habe ich unter anderen typischen thierischen Bewohnern der Schächte und Bergwerke auch des in den Clausthaler Gruben einheimischen bleichen *Gammarus* Erwähnung gethan und besonders im Anschluss an dieses unterirdisch lebende Thier den Gesichtspunkt geltend gemacht, dass die in Bergwerken älteren Datums eingebürgerten Organismen gelegentlich beachtenswerthe Übergangs- oder Mittelstufen zwischen den entsprechenden Grotten und Höhlen bewohnenden und andererseits den entsprechenden oberirdisch lebenden Formen repraesentiren dürften. Es liegt auf der Hand, dass uns Höhlen- und Grottenbewohner keinen zuverlässigen Maassstab dafür gewähren können, wie lange schon sie den Bedingungen subterraner Existenz, resp. den damit verbundenen Abänderungsprincipien unterworfen waren. Nur ganz allgemeine Annahmen sind zulässig, derart z. B., dass Organismen wie der *Proteus*, der *Amblyopsis*, der *Gammarus puteanus*, der *Asellus cavaticus* u. a. schon eine lange Reihe von Jahrtausenden hindurch ihr unterirdisches Dasein führen und demgemäss in mehr oder minder intensiver Weise von ihren ursprünglich oberirdisch lebenden Vorfahren abänderten. Aber auch über den genaueren Gang dieser Abänderung, die allmählichen Descendenzstufen, welche während solchen Processes durchlaufen sein müssen, lehren uns diese Höhlenbewohner nichts sicheres, ja wir haben kaum einen stricten Beweis dafür, ob eine typische Höhlenspecies von einer anderen, in demselben Verbreitungsbezirke überall oberirdisch vorkommenden wirklich abstamme oder nicht, wenngleich ein solcher Schluss der nächstliegende und natürlichste sein muss.[2]

---

[1] Abhandlung zum Programm des Königl. Real-Gymnasiums zu Berlin. Ostern 1885.

[2] Darwin führt einen solchen Fall als von Prof. Silliman ihm mitgetheilt an in »Entstehung der Arten«, 6. Aufl. S. 163.

Und doch wäre gerade die Klärung solcher Gesichtspunkte, wie sie sich aus jedem Studium der Dunkelfauna in erster Linie ergeben müssen, im Sinne DARWIN'scher Entwickelungslehre von höchster Bedeutung, von unschätzbarem Werthe. Übergangsformen zwischen scheinbar unvermittelten, aber doch entschieden verwandten Arten aufzufinden, ist nach DARWIN's eigenem Ausspruche der werthvollste Dienst, welcher der Descendenztheorie geleistet werden könne, — und wo liegt das Bedürfniss, solche aufzufinden, näher, als bei jetzt unterirdisch lebenden Organismen, die doch ganz unzweifelhaft ursprünglich von oberirdischen und oft wohl jetzt noch existirenden herrühren.

Bis zu einem gewissen Grade nun, meine ich, sind Organismen, welche in möglichst alten Kunstschächten (der Gruben und Bergwerke) völlig eingebürgert sind, geeignet, über diese eben angeführten dunklen Punkte einiges Licht zu verbreiten. Denn erstlich werden diese Schacht und Stollen bewohnenden Organismen immer mit Sicherheit als die directen Nachkommen irgend einer bestimmten, in denselben Districten verbreiteten, oberirdischen Art zu recognosciren sein, da doch die Zeitdauer ihrer subterranen Existenz, resp. Modification noch keine so bedeutende gewesen sein wird, um ihre Abstammung unkenntlich zu machen. Die Dauer unterirdischen Aufenthaltes ihrerseits wird sich vielmehr zu jener der Grotten- und Höhlenbewohner verhalten, wie historische zu geologischen Zeitspannen, wie Jahrhunderte zu vielen Jahrtausenden. Auf Grund dessen können also Bergwerksbewohner derart — in zeitlicher Beziehung und damit auch in Bezug auf den Grad ihrer Transmutation — schon als vermittelnde Glieder zwischen der entsprechenden oberirdischen und der nächststehenden Grotten bewohnenden Form betrachtet werden, wenn anders eine solche überhaupt existirt. Dies wäre ein zweiter Punkt von Bedeutung, insofern solche vermittelnden Übergangsstufen uns werthvolle Lichtblicke in den feineren Gang und Verlauf subterraner Transmutation, besonders während der Anfangsstadien, bieten dürften. Drittens aber kommt hier noch als bedeutungsvoll hinzu, dass wir im Stande sind, bei Schachtbewohnern über deren subterranes Alter eine annähernd genaue Controle zu üben, wenn wir das Alter des betreffenden Schachtes oder Stollens kennen. Wir würden also gelegentlich ermitteln können, während welcher Zeitdauer ungefähr ein Organismus bis zu einem bestimmten Grade abänderte.[1]

Zu diesen Erwägungen nun hat mich ganz besonders das Vorhandensein des subterranen *Gammarus* in den Clausthaler Schächten,

---

[1] Ich habe diese allgemeinen Gesichtspunkte schon in meiner oben erwähnten Abhandlung erörtert, glaube aber, dass es nicht unzweckmässig sein wird, sie an dieser Stelle noch einmal geltend gemacht zu haben.

dem ich im Folgenden eine Besprechung widmen möchte, geführt, um so mehr als zwischen den beiden bekannten einheimischen Extremen: dem *G. puteanus* KOCH der Brunnen und Grotten und seinen Varietäten einerseits, den oberirdischen Arten *G. pulex* L. und *G. fluviatilis* RÖSEL andererseits, — einigermaassen vermittelnde Beziehungen zu allgemeinem Bedauern bisher vermisst wurden, in welchem Sinne sich auch ROUGEMONT und FRIES[1] äussern.

Gleich bei dieser Gelegenheit möchte ich nicht versäumen, allen Denen öffentlich Dank zu sagen, welche mich theoretisch und praktisch bei den vorliegenden Arbeiten in liebenswürdigster Weise unterstützt haben: den HH. Professoren VON MARTENS und HILGENDORF zu Berlin, dem Hrn. Bergrath FICKLER, sowie den Steigern HH. GRUMMET und MAX zu Clausthal.

Zunächst schicke ich einige allgemeine Angaben, Localität, Vorkommen etc. des in Frage stehenden Thieres betreffend, voraus.

Der bleiche *Gammarus* belebt in unzählbaren Schwärmen fast alle bekannteren Stollen des Clausthaler Grubendistrictes; besonders massenhaft fand ich ihn in denen der ältesten Bergwerke, der berühmten Gruben »Karoline« und »Dorothea«. Schon diese ganz überraschende Dichtigkeit des Vorkommens in jenen Schachtteufen, deren Existenz in das 16. und 17. Jahrhundert zurückreicht, spricht für völlige und uralte Einbürgerung des Thieres daselbst. Beim Mangel an grösseren Feinden, welche dem Thiere durch perpetuirliche Nachstellung gefährlich werden könnten, beim Fortfall irgend einer Art von Concurrenz Seitens ähnlicher oder gleich häufiger Geschöpfe, hat sich das Thier in seiner dunklen, sicheren Verborgenheit offenbar schon seit geraumen Zeiten bis zu diesem staunenerregenden Grade ungestört vermehren können. Nahrung bietet sich ihm reichlich dar in Gestalt kleinerer, dort gleichfalls massenhaft eingebürgerter Wasserthiere, als Copepoden, Chaetopoden, Turbellarien, Infusorien, — sowie organischer Detritus etc. Dieser entschieden moderirte Kampf um's Dasein drückt sich nicht sowohl in der erstaunlichen Vermehrung der Gesammtheit, als auch in der bedeutenden Grössenentwickelung einzelner Exemplare aus, welch' letzterer Umstand wohl auf höhere Altersstufen, welche hier leichter erreicht werden können, hindeutet. Dieselbe interessante Erscheinung ist auch beim Grotten und Brunnen bewohnenden *G. puteanus* beobachtet worden, und die auch bei letzterem häufig vorkommenden, auffallend grossen Exemplare veranlassen ROUGEMONT zu ähnlichen Erwägungen.[2]

---

[1] FRIES, Mittheilungen aus dem Gebiete der Dunkelfauna. Göttingen 1879. S. 6.

[2] DE ROUGEMONT, Naturgeschichte des *Gammarus puteanus*. Inaugural-Dissert. München 1857. — (R. erwähnt unter anderen ein gigantisches Exemplar von 33$^{mm}$ Länge.)

Der wissenschaftlich interessirte Besucher der Clausthaler Schächte ist beim ersten frappirenden Anblicke dieser absolut bleichen Amphipoden unwillkürlich versucht zu glauben, dass er es hier überhaupt mit *G. puteanus* (oder einer seiner nah verwandten Formen) zu thun habe, bis das Vorhandensein deutlicher, ja sogar relativ grosser Augenflecke ihn belehrt, dass das vorliegende Thier vielmehr in seiner anderweitigen äusseren Gesammterscheinung mit dem gewöhnlichen *G. pulex* identisch sei und von diesem direct abstammen müsse.[1] In der Ansicht, dass der *Gammarus* die alten Strecken der Grube Dorothea besonders schon seit geraumer Zeit bevölkert, ja sogar, dass das Alter dieser subterranen Besiedelung mit dem der Strecken selbst annähernd zusammenfällt, bestärkt mich ausserdem die Aussage einiger alten, sehr zuverlässigen Bergleute, dass nämlich ihrem besten Wissen nach diese Krebse schon seit Menschengedenken vorhanden gewesen wären.[2] Interessanter Weise habe ich nun aber auch bei Untersuchung der jüngeren Strecken (Georg-Stollen, 31. Strecke, von der Grube Marie aus befahrbar), deren Alter circa 50—70 Jahre beträgt, constatiren können, dass erstlich die Zahl der hier lebenden Individuen noch bei Weitem nicht an jene der älteren Stollen heranreicht, also jene bedeutende Vermehrung noch nicht stattgehabt haben kann; dass zweitens die hier eingebürgerten Exemplare deutliche Spuren eines erst kürzeren subterranen Aufenthaltes, resp. einer geringeren diesbezüglichen Anpassung an sich tragen, was sich besonders im Vorhandensein einer noch schwach gelblichen oder bräunlichen Pigmentirung documentirt. Wir haben keinen Grund, zu bezweifeln, dass auch sie sehr schnell nach Anlage dieser Stollen in dieselben eingedrungen sind, aber naturgemäss noch nicht so intensive Spuren subterraner Modification an sich

---

[1] Ich will nicht unterlassen, bei dieser Gelegenheit mitzutheilen, dass ich unter den Schaaren dieser Gammariden ein einzelnes versprengtes Exemplar vom wirklichen blinden *G. puteanus* entdeckt habe; dasselbe ist jedenfalls durch Grundwässer aus entfernter liegenden natürlichen Cavernen hierher verschlagen worden, was ab und zu, aber jedenfalls selten, vorkommen mag. In den Rhizomorphen (subterranen Pilzen), welche im Steinkohlenschachte »Glückauf« bei Burgk i. S. massenhaft wuchern und von Grundwässern bespült werden, habe ich ebenfalls drei kleine Exemplare gefunden. Ich kann also den Localitäten, die bisher in unserem engeren Vaterlande als Aufenthaltsort des blinden *Gammarus* bekannt waren, diese beiden noch hinzufügen. Jedenfalls ein neues Zeugniss dafür, dass dieser Kruster eine sehr allgemeine, unterirdische Verbreitung bei uns hat.

[2] Bei meinem letzten Besuche der Clausthaler Bergwerke konnte ich leider wegen Unzugänglichkeit der Grube Dorothea in Folge Grubenbrandes die alten Original-Fundstätten nicht aufsuchen. Da die fraglichen Stollen (19- und 13-Lachterstollen), resp. die in ihnen fliessenden Wässer aber auch die Grube »Marie« berühren, so habe ich von hier aus zu demselben Zwecke gelangen können. Es wollte mir fast scheinen, als ob durch die brenzlichen Wetter ein grosser Theil der Gammariden hierher verscheucht worden sei.

tragen können, wie jene der ältesten Strecken. Im »Ernst August-Stollen« endlich (der sogenannten unterirdischen Schifffahrt) habe ich Exemplare aus dem Grundschlamme des Canalwassers heraufgeholt, welche das fast völlig normale, dunkle Pigment des gewöhnlichen *G. pulex* aufzuweisen hatten, entsprechend dem noch geringeren Alter dieses Stollens (von circa 30 Jahren) und der Thatsache, dass die Wassermassen desselben in horizontaler Richtung mit der Oberwelt communiciren. Also auch noch feinere, den temporären Verhältnissen entsprechende Übergangsstufen lassen sich hier nachweisen.

Die Beantwortung der Frage, woher und auf welche Weise die ursprüngliche Einwanderung des *Gammarus* speciell in die alten Stollen der Karoline und Dorothea erfolgte, dürfte noch einiges Interesse verdienen. Die Thatsache, dass seit Inbetriebsetzung dieser Gruben die erforderlichen Aufschlagwässer (Druckwässer für die Hebevorrichtungen etc.) aus verschiedenen der zahlreich über das Clausthaler Plateau verstreuten Teiche nach unten zugeführt wurden, giebt uns einen Fingerzeig, dass der Ursprung hier liegen müsse. Die gleichzeitig sich aufdrängende Frage: werden auch noch bis auf den heutigen Tag gelegentlich Gammariden von oben her miteingeschleppt? — muss ich für die alte Grube Dorothea entschieden verneinen, denn unter den Hunderten dort gefangener Exemplare habe ich auch kein einziges entdecken können, welches Spuren eines erst neuerdings erfolgten Hinuntergelangens an sich getragen hätte; alle zeigten dieselbe typische milchweisse Färbung und eine ebenso typische Neigung, das Gesichtsorgan zu reduciren, von welcher später noch die Rede sein wird. Es wird daher vielmehr diese ganze Besiedelung in alter, wahrscheinlich denkbar ältester Zeit erfolgt sein; ja, ich halte es für das Wahrscheinlichste, dass der Hauptstamm, welcher die heute vertretene, so zahlreiche Nachkommenschaft lieferte, während der allerersten Stadien des Eindringens jener Teichwässer in die neu erschlossenen Schachtteufen hinabgeführt wurde. Es lag für mich natürlich nahe, speciell den grössten von allen, den sogenannten Hirschlerteich, welcher von Alters her jene Aufschlagwässer für die Grube Dorothea lieferte, sowie dessen Abzugsgräben ebenfalls auf das Vorkommen oberirdischer Gammariden hin zu untersuchen. Die Untersuchung des Teiches selbst ergab nur einige ganz junge Exemplare von *G. pulex*; einer einigermaassen reichlichen Bevölkerung durch das Thier scheint heutzutage dieser grosse Wasserbehälter jedenfalls zu entbehren. In dem Haupt-Abzugsgraben, welcher die Wässer nach der Grube führt, konnte ich keine Spur des Thieres entdecken, obwohl die physischen Bedingungen hier die denkbar günstigsten sind: stark fliessendes Wasser, überall mit kleinen Steinen bedeckter Boden etc. Jedenfalls scheinen auch diese Thatsachen da-

gegen zu sprechen, dass noch bis in jüngste Zeit regelmässige Wanderungen von oben nach unten erfolgen und erfolgt sind. In dem sogenannten »tiefen Striegelgraben«, einem anderen alten, jetzt ziemlich ausser Gebrauch stehenden Abzugscanale nach der Grube hin, mit stagnirendem, trübem Wasser, fand ich an einer einzigen Stelle (dicht am Teiche, also von der Grube sehr weit entfernt), fast im Schlamme und unter dichtem Gewirre des hier massenhaft wuchernden Batrachiumkrautes versteckt, eine Art isolirter Colonie von *G. pulex*. Es ist kaum denkbar, dass unter jetzigen Bedingungen von dieser abgeschlossenen, gleichsam wie eine Relictenstätte erscheinenden Localität aus noch eine Communication nach den Schachtsohlen hin stattfinden könne.

Ich wende mich nunmehr zur Besprechung der morphologisch-anatomischen Eigenthümlichkeiten, soweit ich solche nach zahlreichen Untersuchungen am unterirdischen *Gammarus* der ältesten Clausthaler Gruben nachweisen konnte. Diejenigen Punkte, in welchen unser Thier schon entschieden und constant vom gewöhnlichen oberirdischen *G. pulex* abweicht, resp. gewisse Anklänge an den völlig blinden Grottenbewohner *G. puteanus* darbietet, will ich einzeln hervorheben.

Der subterran völlig accommodirte *Gammarus* entbehrt jeden Pigmentes, erscheint daher völlig bleich und gerade so durchsichtig milchweiss wie *G. puteanus* und seine Subspecies *Niphargus*, *Crangonix* etc. Und zwar ist sowohl das eigentliche, sonst theils in der Matrix selbst, theils unterhalb derselben eingelagerte feinkörnige Hautpigment vollkommen verloren gegangen, als auch fehlt der intensiv rothe bis orangegelbe Farbstoff, welcher beim oberirdischen *Gammarus* den Öltropfen des Corpus adiposum zukommt und nicht unwesentlich zur allgemeinen Färbung mit beiträgt. Die übrigens ziemlich stark aufgespeicherten Fettzellen erscheinen bei unserem *Gammarus* absolut farblos. Das Nachdunkeln in Weingeist conservirter Exemplare, wie es die Monographen des *G. puteanus* von diesem erwähnen, findet hier gerade so statt. Man darf sich übrigens bei manchen lebenden Exemplaren unseres bleichen *Gammarus* durch eine dunklere Farbe des durchschimmernden Tractus, sowie der Kiemengegend nicht täuschen lassen, da dies mit der Pigmentablagerung nichts zu thun hat; ersteres rührt leicht von aufgenommenen Nahrungsstoffen (die fast immer stark Eisenoxydhydrat-haltig, daher bräunlich) her, letzteres direct von bei der Athmung ausgeschiedenem Eisenoxydhydrat. Die noch vorhandene matte Färbung der in den jüngeren Strecken lebenden Individuen beruht auf dem Vorhandensein gelber Öltropfen im Corpus adiposum (besonders dem C. a. viscerale), während von dem Hautpigmente nichts deutliches mehr zu erkennen war; ersteres

scheint also dem Einflusse der Lichtentziehung länger Stand zu halten.[1] Die noch völlig dunkelbraun, also normal pigmentirten Exemplare aus dem Wasser der unterirdischen Schifffahrt (Ernst August-Stollen) zeigten die bemerkenswerthe Erscheinung, dass sie sehr schnell beim Einsetzen in Alkohol das Pigment verloren, während dasselbe bei oberirdischen Gammariden entschieden langsamer ausgezogen wird.[2]

Als einzige mikroskopisch etwas pigmentirt erscheinende Stelle am Körper des bleichen *Gammarus* kann ich die zahnartigen Fortsätze der Mandibeln anführen, welche eine tief- bis mattgelbliche Färbung, die durch Weingeist nicht ausgezogen wird, aufzuweisen haben; schwächer tritt diese an den kamm- oder sägeartigen Zähnen des mittleren Endgliedes vom ersten Maxillenpaar auf. Es scheint auch hier Eisen mit im Spiele zu sein.

Es darf nicht verkannt werden, dass auch die oberirdisch lebenden Gammariden überhaupt, entsprechend ihrer Vorliebe für dunkle Orte, relativ leicht zu einer gewissen Ausblassung ihres Pigmentes neigen, aber ich glaube, nie zur völligen. So hat FRIES bei einigen längere Zeit im Dunkel gehaltenen Exemplaren eine leichte Verfärbung beobachtet[3] und derselbe Forscher constatirt umgekehrt ein schwaches Wiederdunkeln bei *G. puteanus*, wo derselbe zerstreutem Tagelichte ausgesetzt war.[4]

Das Auge des unterirdischen *Gammarus* (der älteren Grubenwässer) ist nicht mehr das intacte, normal entwickelte des oberirdisch lebenden *G. pulex*, wiewohl gleich hinzugefügt werden muss, dass die hier bisher eingetretene Reduction eine noch in den ersten Anfängen begriffene ist: ein Hinweis darauf, dass selbst solche höher entwickelte Augen, die schon unter normalen Verhältnissen sich dem vollen Lichte zu entziehen suchen (wie es doch bei dem *G. pulex* unbestritten der Fall), erst nach sehr langen Zeiträumen streng subterranen Einflusses die ersten deutlichen Spuren der Verkümmerung an sich tragen. Die das Auge constituirenden Krystallkegel zeigen nämlich in ihrem Gesammtverbande eine entschiedene und persistente Auflockerung, verglichen mit jenen eines normalen *G. pulex*-Auges

---

[1] Nach GERSTÄCKER unterliegt überhaupt die spärlichere oder reichlichere Füllung mit jenen rothgelben Fetttropfen je nach dem Alter und der Beschaffenheit der Kost wesentlichen Schwankungen. — Dr. H. G. BRONN's Classen und Ordn. des Thierr. Fortsetz. von Dr. A. GERSTÄCKER. V B. II. Abth. S. 365.

[2] Die auch bei langer Aufbewahrung in Spiritus noch vorhandene gelbliche Färbung oberirdischer Gammariden rührt ebenfalls von dem Pigmente der Fettzellen her, welches sich also auch hier stabiler erweist als das Hautpigment. Mit Äther wird auch das erstere schnell und völlig extrahirt.

[3] FRIES. Die Falkensteiner Höhle, ihre Fauna und Flora. Württemb. naturw. Jahresh. 1874, S. 31.

[4] FRIES. Mittheilungen aus dem Gebiete der Dunkelfauna, S. 5.

(vergl. Fig. 1 mit 2). Damit im Zusammenhange mag es stehen, dass das ganze Auge erstlich im Allgemeinen eine grössere Fläche einnimmt, also grösser erscheint als das eines entsprechend grossen *G. pulex*,[1] dann aber auch nicht mehr die gewöhnlich mehr schmal bohnen- oder nierenförmige, gestreckte Gestalt des intacten *Gammarus*-Auges, sondern eine breitere, mehr unregelmässig ovale besitzt und eine geringere Geschlossenheit der Conturen aufzuweisen hat. Dass die Krystallkegel nicht mehr die normal feste, gegenseitige Bindung haben, verräth sich übrigens auch durch die Neigung, bei Schnitten u. dergl. leichter auseinander zu fallen. Der Grund dieses ganzen gelockerten Zusammenhanges aber ist in dem Pigmente zu suchen, welches Krystallkegel und Retinula-Endigungen auszukleiden hat und hier eine entschiedene Reduction zeigt. Dieses hat nämlich einen gewissen Grad von Contraction oder Zusammenschrumpfung erfahren, mit anderen Worten, es reicht (nebst den Retinulae) nicht mehr so tief in die Krystallkegel selbst hinein (bis zum Ende ihres vorderen Dritttheiles unter normalen Verhältnissen), und umfasst dieselben auch von aussen nicht mehr so geschlossen becherförmig, sondern nur in einzelnen Längsstreifen; letzteres macht sich besonders geltend bei den peripherisch gelegenen Kegeln, so dass diese oft in ihrer ganzen Länge freizuliegen scheinen und jedenfalls eine nur noch sehr lockere Beziehung zum Pigmente verrathen. Dass die peripherischen Glaskörper bei manchen auch oberirdisch lebenden Gammariden-Arten ihren Zusammenhang mit Retinula und Pigment am ehesten zu lockern geneigt sind, im Vergleiche mit den centralen, — dass dieselben morphologisch sogar degeneriren, d. h. kleiner, unregelmässiger etc. werden können, ist mehrfach beobachtet, so durch O. Sars bei *G. neglectus*, durch Grenacher bei *G. locusta*.[2] Ich habe aber bei zahlreichen Vergleichs-Untersuchungen an Exemplaren des oberirdischen *G. pulex* nie finden können, dass hier eine ähnliche Auslösung der randständigen Krystallkegel vorliege wie beim unterirdischen. Die allgemeine Form der Krystallkegel selbst ist überhaupt mancherlei Schwankungen unterworfen und giebt keine besonderen Anhaltspunkte für unseren Fall.[3]

---

[1] Ich habe schon anderen Orts darauf hingewiesen, dass ein gewisses Grösser-Erscheinen höher entwickelter optischer Organe nach anhaltender Verdunkelung gewissermaassen als erstes Stadium einer allmählich eintretenden Verkümmerung zu betrachten sein dürfte und habe dafür den Ausdruck »Megalophthalmie« gebraucht. Dieselbe Erscheinung bieten auch die bleichen Tipuliden der Clausthaler Schächte (*Culex, Chironomus, Tipula*). — Über die ausserordentlichen Grössen-Verschiedenheiten von Gammariden-Augen, sogar innerhalb derselben Gattungen, vergl. Gerstäcker, Fortsetz. von Bronn's Classen, T. 37 etc.

[2] Sars. Histoire naturelle des Crustacés d'eau douce de Norvège. 1. Livr. Malacostracés. Christiania 1867. 4.

[3] Vergl. Gerstäcker, Bronn's Classen, T. 41, Fig. 4, 5, 6, 7.

Ich kann ferner hervorheben, dass das Augenpigment des unterirdischen *Gammarus* eine Dunkelung erfahren hat. Während es bei der superterranen Form lebhaft rothbraun bis chocoladebraun erscheint, deutlich da wo die Ausläufer desselben in die Krystallkegel eintreten und im macerirten Zustande, — ist es bei ersterem fast trübschwarz, auch nach der Macerirung.[1] Schliesslich will ich noch erwähnen, dass die im Ernst August-Stollen gefangenen Exemplare noch keinen deutlich erkennbaren Unterschied hinsichtlich des ebenmässigen Zusammenhanges zwischen Krystallkegeln und Pigment vom Normalzustande darboten.

Die Beziehung des *Ganglion opticum* zu den Glaskörpern ist, soweit ich bis jetzt beurtheilen kann, beim unterirdischen *Gammarus* noch eine unveränderte, indessen hoffe ich auf Grund weiterer Untersuchungen, die ich augenblicklich noch nicht abschliessen konnte, baldigst einiges Specielle noch über diesen Punkt mittheilen zu können.

Das vordere Fühlerpaar unseres *Gammarus* scheint das Princip einer Verlängerung resp. Vermehrung seiner Geisselgliederzahl zu befolgen; wenigstens kann ich mich nach Vergleichung einer sehr langen Reihe gleich grosser Exemplare (und zwar ♂ mit ♂, ♀ mit ♀ verglichen) dieser Schlussfolgerung nicht verschliessen. Nachfolgende kleine Tabelle, aus circa 30 der beobachteten Fälle zusammengestellt, dürfte die Sache in etwas veranschaulichen, wenn man die erste Columne mit der dritten, die zweite mit der vierten durchweg vergleicht.

| Oberirdisch | | Unterirdisch | |
|---|---|---|---|
| 1. | 2. | 3. | 4. |
| ♂ | ♀ | ♂ | ♀ |
| 29 | 30 | 40 | 36 |
| 28 | 29 | 38 | 35 |
| 28 | 28 | 35 | 32 |
| 27 | 27 | 33 | 31 |
| 27 | 26 | 33 | 30 |
| 27 | 25 | 33 | 30 |
| 26 | 24 | 32 | 28 |
| 24 | 24 | 32 | 28 |
| 22 | 24 | 30 | 28 |
| 21 | 23 | 30 | 27 |
| 21 | 23 | 29 | 25 |
| 20 | 23 | 29 | 25 |
| 19 | 21 | 27 | 24 |
| | 21 | 27 | 24 |
| | 21 | 23 | 23 |
| | 21 | | |

[1] Fries führt an, dass er bei den im Dunkel gehaltenen Exemplaren des oberirdischen *Gammarus* ausser jener Ausblassung des Körperpigmentes, auch eine solche des Augenpigmentes beobachtet habe. Ich weiss nicht, ob es sich hier wirklich um eine Ausblassung des Pigmentes gehandelt hat; scheinbare Trübungen des über dem Auge liegenden Integumentes habe ich bei oberirdischen und unterirdischen Individuen gelegentlich bemerkt. Vergl. Fries, Falkensteiner Höhle, S. 31.

Dass die Vorder-Antennen, diese besonders für die Entfaltung des Tastsinnes (und wahrscheinlich auch Geruchsinnes) so wichtigen Organe zu einer Stärker- resp. Länger-Entwickelung ihres Endtheiles neigen bei einem Geschöpfe, für welches der Gesichtssinn keine Bedeutung mehr hat, kann uns gar nicht Wunder nehmen. Wie es beim *G. puteanus* und seinen blinden Verwandten eigentlich mit der Zahl der Geisselglieder steht im Vergleiche zum *G. pulex*, habe ich leider aus Mangel an genügendem Material nicht selbst constatiren und auch auf literarischem Wege bisher nicht ermitteln können. Sollte vielleicht die Streckung dieses Leitorganes für den Gesammtkörper einen allerersten causalen Hinweis ausdrücken auf das allgemeine Princip, den ganzen Körper gestreckter zu entwickeln, wie es so unverkennbar bei *G. puteanus* und den ebenbürtigen Blindkrebsen vorliegt?

Die Riechzapfen an den Geisselgliedern der Vorder-Antennen, welche bei *G. puteanus* als länger entwickelt geschildert werden, scheinen bei unserem *Gammarus* keine messbare Längenzunahme darzubieten; ebensowenig die sogenannten Kolbenorgane (*Calceoli; Cupules membraneux*, M. Edw.) an dem unteren Antennenpaar der Männchen, welche Organe bei *G. puteanus* ganz fehlen, eine wahrnehmbare Rückbildung.

Von jener eigenthümlichen Nebengeissel am ersten Antennenpaare, welche bei *G. pulex* und *fluviatilis* vier- (♂) oder dreigliedrig (♀), bei *G. puteanus* stets nur zweigliedrig, wollte es mir nach einer ebenfalls sehr langen Reihe von Beobachtungen scheinen, als ob dieselbe eine gewisse Neigung zur Verkürzung des letzten Gliedes besässe; indessen schienen manche der beobachteten Fälle auch wieder dagegen zu sprechen, und ich bin vorläufig fern davon, dies als durchgreifend hinstellen zu wollen.[1] Fries spricht sich dahin aus, dass gerade dieser Unterschied zwischen unseren oberirdischen Arten und *G. puteanus* eine ursprüngliche Abstammung des letzteren von ersteren bezweifeln lasse.[2] Ohne mich selbst auf den direct entgegengesetzten Standpunkt stellen zu wollen, glaube ich doch, dass man eine derartige Reduction dieses Organes (von drei und vier Gliedern auf zwei) erklären könne auf Grund dessen, dass die Praevalenz desselben beim

---

[1] Diese Nebengeissel ist im Allgemeinen sogar bei den Arten derselben Gattung (speciell den verschiedenen *Gammarus*) bedeutenden Schwankungen unterworfen. Dybowski fand die Gliederzahl bei den zahlreichen Formen des Baikalsees zwischen 1—40 schwankend; bei anderen kann sie auch ganz fehlen. Jedenfalls scheint es Thatsache, dass die blinden Formen fast regelmässig eine sehr reducirte oder gar keine Nebengeissel besitzen. Vergl. Gerstäcker, Bronn's Classen S. 298.

[2] Fries. Mittheilungen aus dem Gebiete der Dunkelfauna. S. 9. Anm.

♂ als secundärer Sexualcharakter aufzufassen ist und dass dieser allmählich verloren gehen kann, wenn unter subterranen Bedingungen zugleich mit dem allgemeinen Kampfe ums Dasein auch die geschlechtliche Zuchtwahl in ihrer Forcirung nachlässt. Die Annahme einer weiteren Rückbildung der drei Glieder auf zwei würde dann kaum noch Bedenken erwecken.

Die Mandibeln, Maxillenpaare[1] und Kieferfüsse bieten nichts abweichendes von den bei *G. pulex* bestehenden Verhältnissen. Das fünfte Glied der Greiffüsse aber (die Greifhand), speciell des zweiten Paares, neigt entschieden von der gewöhnlichen Form zu der bei *G. puteanus* vorhandenen in mehrerlei Beziehung hinüber. Dieselbe ist beim Clausthaler *Gammarus* allgemein breiter als sonst (bei *G. puteanus* sehr breit birnenförmig und dementsprechend verkürzt[2]), ihr Vorderrand neigt mehr zur geraden Abstutzung (bei *G. puteanus* ist diese Linie fast völlig gerade, bei der oberirdischen Form mehr ausgebaucht und geschwungen verlaufend), endlich ist der Borstenbesatz am unteren Rande weit dichter; die bei der oberirdischen Form ziemlich scharf von einander getrennten (9) Borstenbüschel gehen in einander über, so dass das Ganze mehr eine Art zusammenhängenden Borstenwaldes darstellt, — auch eine mehr an *G. puteanus* erinnernde Erscheinung.[3] Andererseits erscheinen die sämmtlichen Borsten überhaupt verkürzt im Vergleiche mit den entsprechenden des oberirdischen Thieres. Diese Verhältnisse sind durch die Fig. 3 *a*, *b* und *c* veranschaulicht, unter denen *b*, wie leicht ersichtlich, eine Art vermittelnde Stellung einnimmt. Im Anschluss daran kann ich gleich constatiren, dass allgemein, auch am übrigen Körper des Clausthaler *Gammarus*, das Tastborstensystem zu einer gewissen Verdichtung neigt.[4]

---

[1] Bei *G. puteanus* sind an der Innenlade des zweiten Maxillenpaares drei Borsten etwas weiter am inneren Rande nach abwärts gerückt, während bei *G. pulex* der ganze Rand bis unten gleichmässig mit Borsten ausgestattet ist. (Von FRIES speciell an den in der Falkensteiner Höhle gefangenen Exemplaren beobachtet. Dunkelfauna. S. 9.)

[2] Dass die Form der Greifhand bei verschiedenen unterirdischen und blinden Species sehr variabel sein kann und auch hier gelegentlich keine sonderliche Breiten-Entwickelung zeigt, vergl. besonders GERSTÄCKER, BRONN's Classen, T. 27, 28, 29 und 30.

[3] DE ROUGEMONT. Naturgeschichte des *G. puteanus*.

[4] GERSTÄCKER sagt über diesen Punkt: »Die weit ausgedehnte Verbreitung solcher die Tastempfindung vermittelnden Haargebilde, verbunden mit einer besonderen Reichhaltigkeit derselben an dieser oder jener Gliedmaassengruppe, zeichnet vorwiegend solche Arten aus, deren Gesichtsorgane eine Rückbildung erfahren haben oder selbst ganz verschwunden sind.« BRONN's Classen. S. 350.

Die Kalk- und Eisenablagerung im und am Körper des unterirdischen Clausthaler *Gammarus*.

Es bleibt mir noch übrig, einige chemisch-physiologische (resp. histologische) Eigenthümlichkeiten geltend zu machen, welche der subterrane *Gammarus* abweichend von seiner oberirdischen Stammform sich erworben hat und welche auch ihrerseits auf die Dauer der Zeit die allgemeine Modificirung nicht unwesentlich beeinflussen dürften.

Ablagerung von Kalk-Concretionen in die übrigens das äussere Skelet der Amphipoden bildende Chitinsubstanz sind allgemein beobachtet worden, so von Leydig, Pagenstecher, Gamroth (bei *Caprella*), Hoek, Frey, Leuckart etc. Irgend eine typische, diese Erscheinung beherrschende Gesetzmässigkeit scheint sich bei den bisher daraufhin untersuchten, speciell oberirdischen Gammariden nicht ergeben zu haben. Vorherrschend sind es sphaerische, zuweilen regelmässig kreisrunde, oft auch zu zweien biscuitförmig oder zu mehreren steinpflasterartig an einander gefügte, meist radiär gestreifte Gebilde von kohlensaurem Kalk,[1] die sich unter der Hypodermis einlagern; eine Abbildung solcher hat auch Gerstäcker (Bronn's Classen, T. 40) aufgenommen.[2] Sie können indessen auch fehlen oder durch sehr kleine Plättchen und dazwischen eingestreute nadelartige Bildungen ersetzt werden, die sich willkürlich und regellos über alle Körpertheile verbreiten.[3]

Ich habe nun gefunden, dass diese Kalkablagerung beim unterirdischen *Gammarus* von Clausthal eine ungemein kräftige und im Vergleiche zu der des gewöhnlichen *G. pulex*, ich möchte beinahe sagen, gesetzmässig vertheilte ist. Jene sphaerischen oder plättchenförmigen Gebilde kommen auch vor, erstere z. B. in der Kopfgegend, in den beiden Laden der zweiten Maxille etc. (vergl. Fig. 8 *a*), letztere über den ganzen Rumpf zerstreut, entschieden vorherrschend aber sind stern- oder büschelförmige, oft ziemlich grosse Krystallgruppen (Fig. 8 und 5), welche durch die Fig. 8 *b* dargestellte Form gelegentlich eine natürliche Vermittelung zu der sphaerischen hin finden. Oft treten diese Krystallgruppen stark gehäuft und dann wirrer und mehr regellos geknäuelt auf, aber auch dann immer noch den Hang zur typischen Sterngruppirung verrathend (Fig. 9 *a*), und solche finden sich besonders da, wo Borsten zu mehreren an einer Stelle oder in Reihen inseriren (ersteres in den Gliedern der Gangbeine, letzteres in den Maxillenladen, den Kieferfüssen etc.); ja man kann deutlich erkennen, wie diese Kalkabsonderungen hier in eine feste Beziehung zu der Insertionsstelle

[1] Durch verdünnte Salz- oder Essigsäure leicht nachweisbar.
[2] Nach C. Hoek in Tijdschr. d. Nederl. Dierkund. Vereen. IV.
[3] Vergl. Gerstäcker, Br. Cl. S. 316.

der Borsten treten und diesen eine Art mineralischer Grundlage behufs stärkeren Haltes gewähren. Dies Verhältniss ist aus Fig. 9 *a* deutlich zu ersehen, während ein Vergleich mit 9b die Abwesenheit eines deutlichen Kalkskeletes in der Maxille des oberirdischen *Gammarus* ergiebt. Jenes auf zweckmässiger Verwendung beruhende Ablagerungsprincip ist es nun auch offenbar, welches in den drei Schwimmfusspaaren (den drei *Pedes spurii anteriores*) eine äusserst ebenmässige Erscheinung zu Wege bringt. In jedem Segmente der beiden, mit langen Fiederborsten besetzten Endglieder nämlich erscheinen zwei grosse, meist zu sphaerischer Abrundung neigende Concretionen (je nach der Lage des Gliedes neben oder über einander liegend zu beiden Seiten des central verlaufenden Hauptmuskels), so dass jeder Fiederborste ein Kalkkörper entspricht und, im Ganzen betrachtet, zwei regelrecht neben einander herlaufende Reihen von solchen entstehen (Fig. 4 und 6).[1] Zwischendurch finden sich auch noch kleinere prismatische oder zu Gruppen vereinigte Krystallchen ordnungslos zerstreut, desgleichen im Basalgliede dieser Gliedmaassen, welches aber ausserdem meistens noch eine starke Concentration grosser Krystallgruppen in der Mittellinie zwischen den beiden Hauptmuskelpartien aufzuweisen hat (Fig. 4 und 5).[2] Bei den damit verglichenen oberirdischen Exemplaren war von dieser regelmässigen Doppel-Ablagerung, also auch der Reihenbildung nichts zu bemerken, sondern es fanden sich hier viel zahlreichere und kleinere Krystalle, zuweilen auch grössere sternförmige Gruppirungen dazwischen, aber stets ohne die Regelmässigkeit in Zahl und Anordnung (Fig. 7).[3]

Die Frage liegt sehr nahe, warum gerade in den Ruderspaltfüssen diese hervorragende Ausscheidung von kohlensaurem Kalke erfolgt. Auf Grund der Thatsache, dass sich Kalkgehalt allgemein besonders leicht aus dauernd und stark bewegten Medien (resp. Wässern) an der davon betroffenen Stelle auszuscheiden pflegt, — glaube ich, kann jene Erscheinung aus der specifischen Function dieser Organe erklärt werden, nämlich den davor liegenden Kiemen durch beständiges Hin- und Hervibriren Athemwasser zuzuführen, derart, dass selbst in der

---

[1] Bei Behandlung dieser Concretionen mit verdünnter Salzsäure tritt eine ziemlich allmähliche und langsame Lösung ein und es hinterbleibt gewöhnlich eine rundliche Contur mit innerem concentrischen Kreise, die aber auch schliesslich verschwindet.

[2] Nur in ganz vereinzelten Fällen habe ich statt dessen in den gefiederten Endgliedern zahlreiche kleinere Kalkkörperchen gefunden, und dann in dichter Reihe an einander gelagert und zwar meist genau in der Richtung der Berührungsfläche zweier Segmente, mit offenbarer Neigung zum Verschmelzen.

[3] Bei dem geringen Material an *G. puteanus*, welches mir bisher zur Verfügung stand, habe ich bei diesem den bewussten Punkt noch nicht eingehend untersuchen können; bei dem einen, auch den Clausthaler Schächten entstammenden Exemplare war diese regelmässige Ablagerung auch nicht zu constatiren, sondern sehr zahlreiche kleine Kalkkörper erfüllten diese ganzen Glieder ausserordentlich dicht.

Ruhelage des Gesammtkörpers dauernde Bewegung stattfindet, mithin hier in der That eine weit grössere Gesammtsumme von Bewegungsthätigkeit vorliegt, als bei den davor und dahinter liegenden Extremitäten. Mit demselben Gesetze könnte es auch wohl vereinbar sein, dass in den eigentlichen Kieferstücken der Mandibeln eine sichtbare Kalkablagerung fast regelmässig fehlt, während der tasterartige Anhang derselben solche gewöhnlich enthält.

Dass im Körper dieser unterirdischen Gammariden der Kalk sich in allgemein bedeutenderem Maasse absondert, in Folge dessen man stellenweise sogar von einer Art lockeren Skeletes sprechen kann, muss natürlich auch mit einem entsprechend bedeutenden Kalkgehalte der von dem Thiere bewohnten unterirdischen Wässer in Verbindung stehen, welchen die darauf hin angestellten Analysen auch bestätigten.

Auf die chemisch-physiologische Rolle, welche das Eisen wahrscheinlich im Körper der meisten unterirdisch lebenden Wasserbewohner spielt, habe ich schon in meiner Abhandlung über »subterrane Organismen« hingewiesen. Der besonders reiche Eisengehalt gerade der meisten unterirdisch fliessenden Gewässer bietet natürlich auch hier die erste Ursache aller weiteren Beeinflussung, die gewöhnlich starke und dauernde Ausscheidung von Eisenoxydhydrat aus diesen Wässern giebt den in ihnen lebenden Wesen Veranlassung, nothgedrungen gewisse Quantitäten eisenreicher Substanz mit der Nahrung zugleich in ihren Organismus aufzunehmen. Auf Grund erneuter Controlversuche (an neu beschafftem Material vorgenommen) habe ich nun die damals schon für den *Gammarus* von Clausthal geltend gemachten hier einschlägigen Erscheinungen vollkommen bestätigt gefunden und stelle sie bei dieser Gelegenheit noch einmal kurz zusammen. Fig. 12, das Abdominalstück eines *Gammarus* nach der Reaction auf Eisenoxyd[1] darstellend, wird dieselben einigermaassen erläutern.

---

[1] Die eisenoxydhaltigen Körpertheile sind blau wiedergegeben, die Ausscheidung von Berlinerblau nach Einwirkung von Kaliumeisencyanür und Salzsäure andeutend. Über die Behandlung hierbei bemerke ich noch folgendes. Die vorher mechanisch gereinigten Objecte müssen möglichst anhaltend und gründlich mit sehr verdünnter Blutlaugensalz-Lösung (0.5 Procent) behandelt werden, wobei noch absolut keine Reaction erfolgt, ein Beweis, dass alles Eisen zunächst nur in unlöslicher oder unzugänglicher Form vorhanden ist. Bei Berührung mit verdünnter Salzsäure tritt dann sofort die Reaction ein, worauf das Object möglichst schnell mit Aqua destillata (oder event. 70—90 procent. Alkohol) ausgewaschen und von der Luft abgeschlossen werden muss; letzteres, weil sich in der sauren Lösung aus dem Blutlaugensalze selbst Eisenblausäure ($C_6N_6.Fe.H_4$) und daraus unter Einfluss atmosphaerischen Sauerstoffes Berlinerblau zu bilden pflegt, — was zu grossen Irrthümern führen könnte. Ohne diese Vorsicht von mir behandelte Objecte zeigten z. B. allgemein eine Bläuung der ganzen Muskulatur, was offenbar zum grossen Theile wenigstens aus dem Reagens selbst herrührt. Immerhin musste es mir auffällig erscheinen, dass auf gleiche Weise behandelte Objecte, von oberirdischen Gammariden herrührend, diese Reactionserscheinung nicht zeigten.

Der Darminhalt des Thieres enthält immer eine bedeutende Menge Eisenoxydhydrat aufgespeichert; dass von hier aus, als physiologischem Urquell, durch die weiteren Processe der Digestion, Circulation etc. ein Theil davon weiter verarbeitet und event. an anderen Körperstellen wieder ausgeschieden wird, ist bei dem Einflusse der hier wirksamen Secrete auf Eisenverbindungen wohl unzweifelhaft. Eine höchst intensive Eisenausscheidung zeigen alle sechs Kiemenpaare und besonders ihre äussere Umgebung; ein Theil davon wenigstens dürfte hier auf Rechnung dessen zu setzen sein, dass durch die Wirkung der Respirationsthätigkeit nach aussen hin aus dem zugeführten Athemwasser (welches stets Oxydulsalz gelöst enthält) beständig etwas Oxyd ausgeschieden wird und sich hier allmählich concentrirt. In den Kiemenlamellen selbst findet sich das Eisen, aber weit feiner vertheilt, in der ganzen Randlinie und den sogenannten Verdickungsleisten, welche, von aussen gesehen, wie dunklere, unterbrochene Streifen die ganze Kieme quer durchziehen (Fig. 12d). Aber auch an den Berührungsflächen der drei Prae-Abdominalsegmente (an welchen die drei vorderen Spaltfusspaare gelenken), welche keine Kiemen mehr tragen, findet sich dieselbe kräftige Ausscheidung, wie an den davor liegenden (Fig. 12b). Dies kann theilweise, mit der Respiration noch indirect im Zusammenhange, durch die dabei betheiligte Wirksamkeit der *Pedes spurii anteriores* bedingt werden. Es scheint aber, als ob auch das subcutane Drüsensystem, welches gerade an diesen Segmenten stark entwickelt ist, dabei betheiligt wäre; wenigstens zeigten diese Abdominal-Drüsengruppen stets eine ganz besonders scharfe Eisenreaction (Fig. 12c), und dies kann ich von dem ganzen über den Körper des Thieres hin auftretenden Drüsensysteme behaupten. Interessant ist dann noch das ganz regelmässige Auftreten von Eisenmengen an den Insertionsstellen der Borsten, und zwar besonders die Gangbeine, dann auch die drei letzten Spaltfusspaare betreffend. Nach der Reaction mit Kaliumeisencyanür und Salzsäure erscheinen oft die ganzen Endglieder dieser Bewegungsorgane (besonders die Kralle der Gangbeine) gebläut, was offenbar von kleinen Mengen in Lösung gegangenen Eisens herrühren wird. Die zahlreicheren starken Endstacheln der hinteren Spaltfüsse zeigen oft vor der Reaction schon einen tief dunkelbraunen Inhalt, der von vornherein auf Eisenoxydgehalt hindeutet (Fig. 10). (Dieselbe Erscheinung zeigt sich übrigens auch zuweilen an den Borsten-Insertionen der Gangbeine und anderer Stellen.) Um so auffallender muss es erscheinen, dass die zwischen den beiden eben erwähnten Gliedmaassengruppen liegenden *Pedes spurii anteriores* einer irgendwie wesentlichen und tiefer eingreifenden Eisenablagerung entbehren, wie aus der Figur

leicht zu ersehen.[1] Es wird dieser stetige Mangel sicherlich in naher Wechselbeziehung stehen zu der gerade in diesen Spaltfüssen so überwiegenden und gesetzmässigen Kalkausscheidung. Beiderlei mineralische Elemente substituiren sich also gewissermaassen in den verschiedenen Gliedmaassensystemen, offenbar im Zusammenhange mit deren verschiedener physiologischer Function. Endlich will ich noch als besondere Merkwürdigkeit hervorheben, dass der feinkörnige Inhalt der Riechzäpfchen (an den Geisselgliedern der vorderen Antennen) immer mehr oder minder zur Eisenaufnahme neigt, so dass diese zarten Organe nach der Reaction zwischen den sie umstehenden farblosen Borsten deutlich gebläut erscheinen (Fig. 11). Das habe ich übrigens auch bei *G. puteanus* beobachtet, andererseits aber ebenfalls (und zwar zuweilen besonders stark) bei den oberirdischen, jener versteckten Stelle des »Striegelgrabens« entnommenen Exemplaren. Es soll überhaupt diese merkwürdige Eisen-Accumulation nicht als ein direct und ausschliesslich subterranes Modulationsmoment hingestellt werden, sondern als in erster Linie beruhend auf dem etwaigen starken Eisengehalte eines Wassers, der ja gelegentlich auch unter superterranen Verhältnissen (besonders wohl in Gebirgswässern) sich finden kann.[2]

Nach alle dem aber darf man es jedenfalls nicht unterschätzen, welch' bedeutenden Antheil diese gesteigerten mineralisch-physiologischen Einflüsse auf die Dauer der Zeit an Verlauf und Art der allgemeinen Transmutation eines unterirdisch lebenden Geschöpfes nehmen dürften.

Zusammenfassung. Der unterirdische *Gammarus* von Clausthal weicht also vom gewöhnlichen ab, resp. nähert sich um etwas mehr den blinden Grottenformen in folgenden Punkten:

1. in der absoluten Bleichheit des Körpers;
2. in der beginnenden Verkümmerung des Auges;
3. in der Form des fünften Gliedes des zweiten Greiffusspaares;
4. event. in der Streckung der Vorder-Antennen.

Dazu kommen noch die Eigenthümlichkeiten der verstärkten Kalk- und Eisenaufnahme.

---

[1] Ausserdem bleiben die Muskelpartien auch nach vorgenommener Eisenreaction hier so gut wie unverändert erhalten, während sie in den übrigen Gliedmaassen durch dieselbe fast völlig resorbirt werden (vergl. Fig. 12). Die Kalkkrystalle fehlen natürlich in der Zeichnung, da das Object der Eisenreaction und demnach auch der Einwirkung von Salzsäure ausgesetzt war.

[2] Dem gewöhnlichen oberirdischen *G. pulex* aus allen Gewässern von nur durchschnittlichem Mineralgehalt fehlt jene typische Eisenablagerung völlig.

Selbstverständlich muss zugegeben werden, dass der *Gammarus* von Clausthal nicht eine Mittelform zwischen den beiden Extremen im streng mathematischen Sinne ist, — wohl aber kann man ihn als Vermittelungsform betrachten. Zwischen ihr und jenem Extrem, welches der völlig blinde *G. puteanus* in seinen verschiedenen Variationen darstellt, liegt unbestritten eine ungleich weitere Kluft, als zwischen eben derselben und unseren einheimischen oberirdisch lebenden Formen. Noch für menschliche Begriffe unendlich lange Zeiträume müssen erforderlich sein und gewesen sein, um jene vollkommen subterran modificirte Form aus einer unserem Clausthaler Vorkommen entsprechenden Anpassungsstufe entstehen zu lassen, wenn wir bedenken, dass letztere vom Normalzustande noch nicht allzu weit differirende immerhin ein bis zwei Jahrhunderte (und vielleicht darüber) bis zu ihrem jetzigen Standpunkte gebraucht haben wird.[1] Es soll auch nicht unbedingt behauptet werden, dass der *G. puteanus* auf dem hier angedeuteten Wege der Umwandlung direct aus dem heutigen, als Art fixirten *G. pulex* sich entwickelt habe; eine als solche heutzutage ausgestorbene Art, die vielleicht auch der Vorfahr unseres *G. pulex* und *fluviatilis* war, kann ebenso gut die Stammform der heutigen blinden Gammariden Deutschlands gewesen sein, eine Vermuthung, welcher auch FRIES Raum giebt.[2] Möge das Angeführte, wie gesagt, nur hinweisen auf den wahrscheinlichen Transmutations- resp. Reductionsweg, welchen die Natur hier eingeschlagen hat.

---

[1] Vergl. FRIES, Dunkelfauna. S. 4.
[2] Ebenda.

## Tafelerklärung.

1. Auge von *Gammarus pulex, var. subterraneus.*

2. Auge von *G. pulex.*

3. Fünftes Glied des zweiten Greiffusspaares; *a* von *G. pulex*, *b* von *G. p. var. subterraneus*, *c* von *G. puteanus.*

4. Einer der drei vorderen Spaltfüsse von *G. p. var. subt.* mit den Kalkkrystallreihen.

5. Basalglied desselben (stärker vergrössert).

6. Stück von einem der Terminalglieder (stärker vergrössert; bei *a* Epithel sichtbar).

7. Ein gleiches von *G. pulex.*

8. Verschiedene Formen von Kalk-Concretionen aus verschiedenen Theilen von *G. p. var. subt.*

9. Maxille des zweiten Paares; *a* von *G. p. var. subt.* (mit den Kalkkrystallen), *b* von *G. pulex.*

10. Endstück eines der hinteren Spaltfüsse (darin eine sternförmige Kalkgruppe).

11. Stück einer vorderen Antenne nach der Eisenreaction; bei *r* die Riechzapfen.

12. Ganzer Abdominaltheil eines *G. p. var. subt.* nach der Eisenreaction; *a* Darm, *b* die drei vorderen Abdominalsegmente, *c* Abdominaldrüsen-Systeme, *d* Kiemen.




Autor del.

Schneider: Der unterirdische Gam




E. Du

marus von Clausthal.

# Mittheilung über einen Differential-Erd-Inductor.

Von Prof. LEONHARD WEBER
in Breslau.

(Vorgelegt von Hrn. SIEMENS am 5. November [s. oben S. 1003].)

Im Nachfolgenden gestatte ich mir, der Königlichen Akademie die Beschreibung eines Apparates vorzulegen, welcher auf meinen Vorschlag hin von den HH. HARTMANN und BRAUN in Bockenheim bei Frankfurt construirt ist und welcher dazu bestimmt ist, die magnetische Inclination nach einer Modification der W. WEBER'schen Inductionsmethode zu messen.[1] Diese Modification hat, insofern sie auf eine sogenannte Nullmethode hinausläuft, wiederum Ähnlichkeit mit derjenigen des Hrn. MASCART. Bei beiden wird die Combination zweier der Zeit nach aus einander liegenden Beobachtungsreihen vermieden und die sonst erforderliche Controle durch ein Variationsinstrument entbehrlich gemacht. Ob die MASCART'sche oder die von mir eingeschlagene Methode die kleineren technischen Schwierigkeiten bietet, vermag ich indessen noch nicht zu übersehen.

Das Wesentliche meines Verfahrens besteht in Folgendem. Eine Inductionsrolle $A$ (s. Fig. 1) ist um einen ihrer Durchmesser in dem horizontalen Axenlager $\alpha\,\alpha$ drehbar und zwar um 180°. Gleichzeitig wird mittelst Zahnradübertragung $\gamma\,\gamma$ eine zweite genau gleiche Rolle $B$ in dem verticalen Axenlager $\beta\,\beta$ ebenfalls um 180° gedreht. Die Intensitäten der in beiden Rollen bei der Drehung inducirten Ströme entsprechen resp. der Vertical- und der Horizontal-Componente des Erdmagnetismus, so dass in unseren Breiten die Intensität in $A$ die grössere ist. Durch Einschaltung eines an der Drehung nicht theilnehmenden Widerstandes in den Stromkreis von $A$ lassen sich nun beide Ströme gleich machen. Prüft man diese Gleichheit mittelst

[1] Nach erfolgter Mittheilung an die Königliche Akademie wurde bemerkt, dass eine im Wesentlichen gleiche Methode von Hrn. F. NEUMANN in seinen Vorlesungen vorgetragen sei. Hr. O. E. MEYER bestätigte dies in der That bei Durchsicht seiner Nachschriften der NEUMANN'schen Vorlesungen. Die NEUMANN'sche Methode ist jedoch bisher nicht publicirt und, wie es scheint, auch keiner experimentellen Prüfung und Anwendung unterzogen worden.

eines Differential-Galvanometers oder in einer nachher zu beschreibenden Weise mittelst eines Galvanoskops, so ist, wenn $F_1$ und $F_2$ die Windungsflächen von $A$ und $B$, $W_a$ und $W_b$ die gesammten Widerstände der beiden Stromkreise und $V$ und $H$ die Componenten des Erdmagnetismus bedeuten, im Falle der Stromgleichheit

$$1. \quad \frac{V \cdot F_1}{W_a} = \frac{H \cdot F_2}{W_b}$$

oder, wenn $F_1 = F_2$ ist und $i$ den Inclinations-

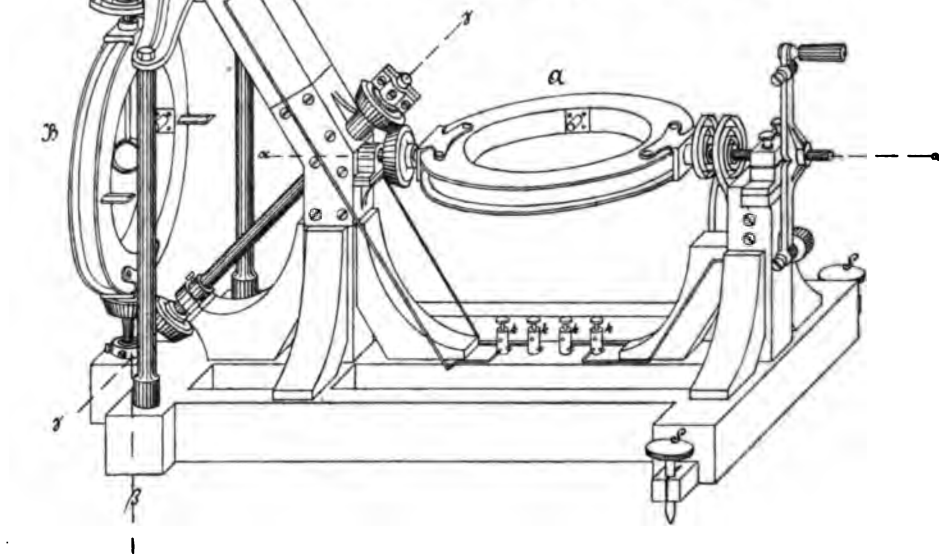



*Fig. 1.*

winkel bezeichnet

$$2. \quad \operatorname{tg} i = \frac{V}{H} = \frac{W_a}{W_b}.$$

Die Inclination ist demnach mittelst einer Nullmethode aus dem Verhältniss zweier mit beliebiger Genauigkeit messbarer Widerstände zu bestimmen.

Die Anwendung des Differentialgalvanometers zur Prüfung der Stromgleichheit in beiden Kreisen bietet keine weiteren Schwierigkeiten. Mit ebenso grosser, wenn nicht grösserer Bequemlichkeit lässt sich jedoch zu demselben Zwecke ein gewöhnliches Galvanometer benutzen, wenn man die folgende, soweit mir bekannt, bisher noch nicht beschriebene Schaltungsweise anwendet. In beide Stromkreise wird je einer von zwei gleichen Widerständen $w$ (s. Fig. 2) eingeschaltet, ausserdem in den zu $\alpha\,\alpha$ gehörigen Kreis der einem Widerstandskasten zugehörige Widerstand $R$. Verbindet man nun

die beiden gleichsinnigen Anfangspunkte der Widerstände $w$ durch kurzen Schluss $s$, und die beiden Endpunkte durch ein Galvanometer, so ist leicht zu zeigen, dass, im Falle der Stromgleichheit in den

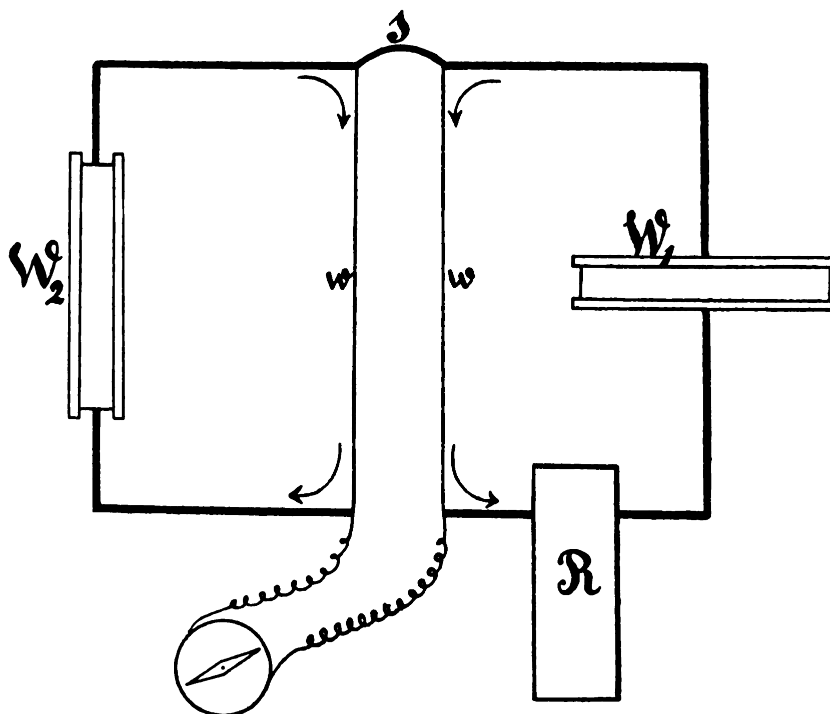



*Fig.* 2.

Stücken $w$, das Galvanometer keinen Ausschlag giebt. In diesem Falle geht aber auch durch $s$ kein Strom und die in beiden Stromkreisen cursirenden Ströme verhalten sich genau so, als wenn die Verbindung $s$ und das Galvanometer nicht vorhanden wären. Mithin kann Gleichung 1. unmittelbar Anwendung finden. Darin setzt sich $W_a$ zusammen aus dem Widerstande $W_1$ der Rolle $A$ sammt ihren Zuleitungsdrähten, dem eingeschalteten Widerstande $R$ und $w$; während $W_b$ aus dem Widerstande $W_2$ der Rolle $B$ sammt ihren Zuleitungsdrähten und dem Widerstande $w$ besteht. Demnach wird

1a. $$\frac{V \cdot F_1}{W_1 + R + w} = \frac{H \cdot F_2}{W_2 + w}$$

oder, falls $F_1 = F_2$ ist,

2a. $$\operatorname{tg} i = \frac{V}{H} = \frac{W_1 + R + w}{W_2 + w}.$$

Die diesen einfachen Formeln zu Grunde liegende erste Voraussetzung, dass nämlich die Axe $\alpha\alpha$ horizontal und in der Richtung

des magnetischen Meridianes, sowie dass die Axe $\beta\beta$ vertical liege, ist durch vorherige Justirung und Einstellung des ganzen Apparates zu verwirklichen. Ebenso ist durch Justirung zu bewirken, dass die beiden Drehungen genau um 180° erfolgen und symmetrisch zur Maximalinduction liegen.

Die zweite Voraussetzung der Gleichheit beider Windungsflächen $F_1$ und $F_2$ kann vom Mechaniker nur näherungsweise hergestellt werden. Zur Correction des noch übrig bleibenden übrigens sehr kleinen Fehlers ist die Vorsorge getroffen, dass beide Rollen in ihren Lagern vertauscht werden können. Man erhält dann durch einen zweiten Versuch ein von $R$ wenig verschiedenes $R'$, für welches nun Stromgleichheit eintritt. Für diesen Versuch gilt dann

1b. $$\frac{V \cdot F_2}{W_2 + R' + w} = \frac{H \cdot F_1}{W_1 + w}$$

Aus 1a. und 1b. folgt

2b. $$\operatorname{tg} i = \frac{V}{H} = \sqrt{\frac{(W_2 + R' + w)\,(W_1 + R + w)}{(W_1 + w)\,(W_2 + w)}}$$

und

3. $$\frac{F_1}{F_2} = \sqrt{\frac{(W_1 + R + w)\,(W_1 + w)}{(W_2 + R' + w)\,(W_2 + w)}}.$$

Die Inclination kann also entweder auf Grund zweier Versuche mit Vertauschung der Rollen aus 2b. berechnet werden, oder, nachdem durch 3. das constante Verhältniss $\frac{F_1}{F_2}$ ein für allemal ermittelt ist,[1] auf Grund eines einzigen Versuches nach Gleichung 1a., nämlich

$$\frac{V}{H} = \frac{W_1 + R + w}{W_2 + w} \cdot \frac{F_2}{F_1}.$$

Zum Zwecke der vorgedachten Justirung wird der ganze Apparat auf einen in der Zeichnung nicht vorhandenen starken hölzernen Rahmen gesetzt, welcher sich um einen ungefähr unterhalb $\beta\beta$ befindlichen Zapfen auf dem das Ganze tragenden festen Bocke ein Geringes drehen und sodann festsetzen lässt. Auf diesem Rahmen steht der Apparat mit seinen drei Fussschrauben $S$. Mit Hülfe einer einfachen Declinationsnadel wird zunächst der ganze Bock so gesetzt, dass die Axe $\alpha\alpha$ näherungsweise in den Meridian fällt. Hierauf richtet man mit Hülfe einer dem Apparate beigegebenen Reiterlibelle die Axe $\alpha\alpha$ horizontal

[1] Das Verhältniss $\frac{F_1}{F_2}$ kann natürlich auch nach anderen bekannten Methoden bestimmt werden.

und $\beta\beta$ vertical. Die letztere Einstellung lässt sich dadurch machen, dass dieselbe Libelle auf zwei seitliche Ansätze der in $\beta\beta$ steckenden Rolle gelegt wird. Nun bringt man die Rolle $B$ senkrecht zum Meridian in die (auch in der Figur festgehaltene) Anschlagstellung. Die eine der Anschlagschrauben wird so justirt, dass die Fläche der Rolle $B$ senkrecht zur Axe $\alpha\alpha$ steht, was sich zunächst durch mechanische Ausmessung schon mit einem sehr grossen Genauigkeitsgrade erzielen lässt. Alsdann wird dieselbe Rolle herausgenommen und mit derselben Anschlagschraube in $\alpha\alpha$ zum Anschlag gebracht. Legt man nun die Libelle quer über die Rolle, so sollte dieselbe einspielen, falls die beiden Anschlagplatten bei $\alpha\alpha$ und $\beta\beta$ in derselben relativen Lage gegen die Axen sich befinden. Ist dies nicht der Fall, so muss die Axe $\beta\beta$ in ihren beiden Lagern corrigirt werden. Zu diesem Zweck corrigirt man, während noch $B$ in den Lagern $\alpha\alpha$ liegt, den halben Fehler der Libelleneinstellung an der Anschlagschraube von $B$ und die andere Hälfte durch gleichzeitiges entgegengesetztes Drehen der beiden Fussschrauben $S$. Nun wird $B$ aus den Lagern $\alpha\alpha$ gehoben, wieder in $\beta\beta$ gesetzt und mit derselben Anschlagschraube wie vorher zum Anschlag gebracht. Jetzt ist sowohl die verticale Lage von $\beta\beta$ als auch die rechtwinkelige Stellung der Rolle $B$ gegen $\alpha\alpha$ nachzucorrigiren, was dadurch bewirkt wird, dass sowohl das untere wie das obere Lager von $\beta\beta$ gelöst und mittelst der ausgiebigen Press- und Zugschrauben, welche dieselben fixiren, justirt wird. Hierauf werden die beiden Anschlagschrauben von $A$ so gestellt, dass in beiden Anschlagstellungen die quer über $A$ gelegte Libelle einspielt. Nun wird das bis dahin gelöste obere Zahnrad der Axe $\gamma\gamma$ so angezogen, dass der bereits justirte eine Anschlag von $B$ und der entsprechende von $A$ gleichzeitig erfolgen. Nachdem dies geschehen, wird der zweite Anschlag von $B$ so justirt, dass er mit dem entsprechenden von $A$ zusammenfällt. Mit diesen Justirungen ist erreicht, dass $\alpha\alpha$ horizontal, $\beta\beta$ vertical liegt; dass ferner die Drehungen beider Rollen von einem Anschlag zum anderen genau um $180^\circ$ erfolgen und dass in den Anschlagstellungen die Windungsebene der Rolle $A$ horizontal und diejenige von $B$ senkrecht zu $\alpha\alpha$ liegt. Da ausserdem durch verstellbare Flanschenringe auf den Axen der Rollen, sowie auf der Axe $\gamma\gamma$ dafür gesorgt ist, dass die Rolle in $\alpha\alpha$ und die Axe $\gamma\gamma$ innerhalb ihrer eigenen Richtung etwas verschoben werden können, so lässt sich hierdurch der Eingriff der Zahnräder in einander so vollständig reguliren, dass die Drehung der einen Rolle diejenige der anderen ohne das geringste Wackeln oder todten Gang zur Folge hat. Zeigt sich ferner, dass nach Vertauschung der Rollen in ihren Lagern jetzt nicht mehr gleichzeitiger Anschlag derselben stattfindet, so wird dies durch

geringe Drehung des oberen Zahnrades der Axe $\gamma\gamma$ mittelst zweier Zugschrauben leicht bewirkt.

Es erübrigt nun noch die bisher nur näherungsweise gemachte Einstellung von $\alpha\alpha$ in den Meridian mit grösster Schärfe zu bewirken. Zu diesem Zwecke genügt es, wenn Rolle $B$ (in $\beta\beta$ befindlich) zum Anschlage gebracht und in dieser Stellung senkrecht gegen den Meridian durch Drehen des ganzen Apparates gerichtet wird. Man erreicht dies durch einen dem Apparate beigegebenen Ringmagnet mit Spiegelablesung, der innerhalb eines starken kupfernen Dämpfers mittelst Bayonnettverschluss in die Mitte von Rolle $B$ gestellt wird. Lässt man nämlich jetzt einen Strom von passender Stärke so durch $B$ hindurchgehen, dass für den Mittelpunkt die erdmagnetische Horizontalkraft nahezu compensirt wird, so muss der Magnet unverändert einspielen, falls Rolle $B$ senkrecht zum Meridian stand.

Zur Controle der richtig gemachten Justirungen kann man noch das Magnetometergehäuse in die Mitte der in $\alpha\alpha$ befindlichen, in ihre Mittellage (d. h. mit senkrechter Windungsfläche) gebrachten Rolle einhängen. Lässt man sodann einen constanten Strom in entgegengesetzten Richtungen durch $A$ hindurchgehen, so müssen die Ablenkungen gleich gross ausfallen.

Man kann sich nun auch noch durch directen Versuch überzeugen, dass bei der Drehung der Rollen keinerlei Inductionswirkung von der einen zur anderen ausgeübt wird. Zu diesem Zwecke rückt man die in $\alpha\alpha$ liegende Rolle aus dem Zahnrade aus, schliesst den Kreis einer der Rollen in sich, während die andere mit dem Galvanometer verbunden wird. Dreht man erstere bei beliebiger Stellung der zweiten, so darf nicht das geringste Zucken der Galvanometernadel eintreten.

Endlich ergiebt sich aus dem Verhalten des Galvanometers bei der Beobachtung selbst eine Controle dafür, ob beide Rollen genau gleichzeitig durch die Mittellage, d. h. durch die Stelle der maximalen Induction hindurchgehen. Ist dies nämlich der Fall, so macht die Galvanometernadel bei Drehung und Rückdrehung genau gleiche, nur nach je einer Seite der Nulllage gehende Ausschläge, eventuell bei völliger Gleichheit der Ströme den Ausschlag Null. Andernfalls werden die Ausschläge ungleich und bei Gleichheit der Integralströme macht die Nadel während der ersten Hälfte der Drehung einen kleinen Ausschlag nach der einen, und während der zweiten Hälfte der Drehung einen solchen nach der anderen Seite. Diese Beobachtung ist indessen nur dann zu machen, wenn das Galvanometer vollkommen aperiodisch ist, wie das bei dem von mir benutzten Siemens'schen Glockengalvanometer der Fall ist.

Die wesentliche Einrichtung des vorzüglich solide und elegant gearbeiteten Apparates wird aus Vorstehendem mit Hülfe der Fig. 1 hinreichend deutlich zu entnehmen sein. Bezüglich der Dimensionen füge ich hinzu, dass die Durchmesser der Rollen $30^{cm}$ betragen. Jede Rolle hat 130 Windungen $1^{mm}$ dicken Drahtes. Die Zuleitungen geschehen mittelst Kupferbandspiralen und starker zu den Klemmschrauben $k$ führender inductionsfrei angebrachter Drähte. Die Widerstände der Rollen betrugen für Rolle $A$, $W_1 = 2.912$ S. E.; für Rolle $B$, $W_2 = 2.879$ S. E. Diese Widerstände sind näherungsweise gleich den Widerständen der beiden Galvanometerrollen gewählt, da es ursprünglich in meiner Absicht lag, das Galvanometer als Differentialgalvanometer zu benutzen. Für die Herstellung der beiden Stromkreise und die darin einzuschaltenden Widerstände war ein SIEMENS'scher Universal-Widerstandskasten mit Brücke unmittelbar geeignet. Die beiden gleichen Widerstände $w$ wurden zu je 10 S. E. genommen. Zur Beobachtung der Galvanometerausschläge benutzte ich ein stark vergrösserndes HARTMANN'sches Fernrohr und eine Glasscala von ZEISS mit transparenter Beleuchtung, so dass noch eine Abschätzung bis auf 0.02 Mm. bei einem Scalenabstand von $1^{m}$ möglich war.

Als Beispiel der Anwendung des Apparates lasse ich drei Beobachtungsreihen mit zweimal vertauschten Rollen folgen, wobei zu bemerken ist, dass man, nachdem ein für allemal das Verhältniss der Windungsflächen festgestellt ist, nur die mittlere Reihe gebraucht. Um denjenigen Widerstand $R$ bez. $R'$ möglichst genau zu bestimmen, bei welchem der Ausschlag Null ist, wurden nach vorläufiger ungefährer Feststellung desselben die benachbarten Widerstände in fortlaufender Reihe gestöpselt und die jedesmaligen Ausschläge notirt, welche hierbei durch Null hindurchgehen mussten. Ausserdem wurden bei jedem Widerstande zwei Beobachtungen gemacht, entsprechend einer Rechts- und einer Linksdrehung des Apparates. Die hierbei eintretenden Ausschläge waren aus den im Vorstehenden erörterten Gründen bei sich ändernder Declination mitunter etwas verschieden und es wurde deswegen aus beiden das Mittel genommen. Eine Beobachtungsreihe liess sich in etwa 5 — 10 Minuten machen. Der die Drehung besorgende zweite Beobachter stand auf einer quer über den Fussboden gelegten starken Holzbohle, um möglichst wenig Erschütterung durch seine Bewegungen zu verursachen.

Die Vorzeichen der bei den Rückdrehungen erfolgenden Ausschläge sind in folgender Tabelle gleich entgegengesetzt verzeichnet.

| *R* resp. *R'* in S. E. | Ausschläge bei Rechts-Drehung | Ausschläge bei Links-Drehung | Mittel | |
|---|---|---|---|---|
| | **1. Satz.** | **Rolle *A* in ββ; Rolle *B* in αα.** | | |
| 14.7 | − 0.15 | − 0.15 | − 0.15 | |
| 14.8 | − 0.10 | − 0.15 | − 0.12 | |
| 14.9 | − 0.02 | − 0.05 | − 0.03 | |
| 15.0 | − 0.02 | + 0.05 | + 0.01 | Durch Interpolation für Ausschlag Null: *R'* = 14.97 |
| 15.1 | + 0.10 | + 0.08 | + 0.09 | |
| 15.2 | + 0.10 | + 0.12 | + 0.11 | |
| 15.3 | + 0.15 | + 0.15 | + 0.15 | |
| 15.4 | + 0.15 | + 0.20 | + 0.17 | |
| | **2. Satz.** | **Rolle *A* in αα; Rolle *B* in ββ.** | | |
| 15.1 | − 0.30 | − 0.20 | − 0.25 | |
| 15.2 | − 0.10 | − 0.10 | − 0.10 | |
| 15.3 | − 0.05 | − 0.05 | − 0.05 | |
| 15.4 | + 0.05 | + 0.05 | + 0.05 | |
| 15.5 | + 0.10 | + 0.15 | + 0.12 | *R* = 15.36 |
| 15.6 | + 0.10 | + 0.20 | + 0.15 | |
| 15.7 | + 0.20 | + 0.20 | + 0.20 | |
| 15.8 | + 0.25 | + 0.25 | + 0.25 | |
| 15.9 | + 0.35 | + 0.35 | + 0.35 | |
| | **3. Satz.** | **Rolle *A* in ββ; Rolle *B* in αα.** | | |
| 14.5 | − 0.25 | − 0.25 | − 0.25 | |
| 14.6 | − 0.15 | − 0.20 | − 0.17 | |
| 14.7 | − 0.15 | − 0.15 | − 0.15 | |
| 14.8 | − 0.08 | − 0.12 | − 0.10 | |
| 14.9 | − 0.05 | − 0.05 | − 0.05 | |
| 15.0 | − 0.02 | 0.00 | − 0.01 | *R'* = 15.01 |
| 15.1 | + 0.05 | + 0.05 | + 0.05 | |
| 15.2 | + 0.10 | + 0.10 | + 0.10 | |
| 15.3 | + 0.12 | + 0.10 | + 0.11 | |
| 15.4 | + 0.20 | + 0.15 | + 0.17 | |
| 15.5 | + 0.30 | + 0.20 | + 0.31 | |
| | | | | Mittel aus Satz 1 und 3: *R'* = 14.99 *R* = 15.36 |

Hieraus ergiebt sich zufolge Formel 3. das Verhältniss beider Windungsflächen

$$\frac{F_1}{F_2} = 1.00813$$

und zufolge 2b. der Inclinationswinkel

$$i = 65^\circ\ 20'\ 0''.$$

Dieser für die Inclination gefundene Werth ist nun kein absoluter für Breslau geltender, da das Beobachtungslocal nicht ganz eisenfrei war. Dagegen lässt sich aus den angeführten Zahlen die Genauigkeit des Verfahrens beurtheilen. Aus einer genaueren Betrachtung derselben, insbesondere aus einer zum Zwecke der Interpolation gemachten graphischen Darstellung der Ausschläge als Functionen der Widerstände geht zwar hervor, dass die zweiten Decimalen der beobachteten Scalentheile nicht mehr ganz sicher sind und dass in Folge dessen auch eine Unsicherheit der zweiten Decimale der Widerstände eintritt. Ich glaube indessen nicht zu viel zu behaupten, wenn ich die Unsicherheit in den obigen Beobachtungen für $R$ auf $\pm$ 0.02 S. E. abschätze. Dies würde einem Fehler des Inclinationswinkels von $\pm 56''$ oder rund von einer Bogenminute entsprechen. Die Grösse dieses Fehlers scheint mir innerhalb der Grenze derjenigen Fehler zu liegen, welche für Inductionsinclinatorien überhaupt aus der Aufstellung und Horizontirung entspringen. Bis auf jenen Fehler von $\pm$ 1 Minute lässt sich also die Inclination nach zuvoriger Justirung und nach Ermittelung des Verhältnisses der Windungsflächen durch eine einzige in etwa fünf Minuten zu machende Beobachtungsreihe bestimmen.

---

# Zur physiologischen Bedeutung des Gerbstoffes in den Pflanzen.

Von Dr. Max Westermaier.

(Vorgelegt von Hrn. Schwendener am 19. November [s. oben S. 1039].)

Hierzu Taf. XVI.

Die vorliegende Mittheilung bezieht sich im Allgemeinen auf den Chemismus in den Assimilationszellen, insbesondere auf eine während und am Schluss der Vegetationsperiode in diesen Zellen reichlich vertretene chemische Verbindung. Es soll nämlich gezeigt werden, dass der Gerbstoff, dessen Auftreten im Parenchym des Blattes, der Rinde u. s. w. längst bekannt ist, in den eigentlichen Stätten der Assimilation und in deren Umgebung in einer Weise vorkommt, dass der Schluss auf eine Rolle beim Assimilationsprocess selbst gerechtfertigt erscheint.

Pringsheim[1] fand an der Chlorophyllplatte von *Mesocarpus scalaris* »Gerbstoffbläschen« in grosser Zahl. Schnetzler[2] wies durch Eisensalz nach, dass in Süsswasseralgen (*Vaucheria, Spirogyra, Conferva* u. s. w.) eine bedeutende Quantität Tannin enthalten sei. Es gelingt auch leicht, zu zeigen, dass ein reichliches Vorkommen von Gerbstoff in vielen Palissadenzellen von *Dikotylen* eine verbreitete Erscheinung ist. Übrigens hat bekanntlich Pringsheim nicht nur obige Thatsache festgestellt, sondern auch direct seine Ansicht dahin ausgesprochen (S. 354, 355), jene Gerbstoffbläschen seien Bildungsproducte der Chlorophyllkörper.

Da ferner auch die Frage noch nicht entschieden ist, »ob im photochemischen Zerlegungsacte der Kohlensäure bei verschiedenen Pflanzen nicht etwa verschiedene primäre Assimilationsproducte entstehen«,[3] so verdient das häufige und reichliche Vorkommen des genannten Körpers (Gerbstoff) im Inhalt der assimilirenden Zellen sicherlich genaue Beachtung.

[1] Pringsheim's Jahrbücher XII S. 354: »Über Lichtwirkung und Chlorophyllfunction in der Pflanze«.

[2] Archives des Sc. phys. et nat. 1879; citirt im Bot. Centralblatt Bd. 16, S. 157.

[3] Dies der Wortlaut einer Stelle aus der von der Königlichen Akademie der Wissenschaften zu Berlin 1884 gestellten Preisaufgabe.

§. 1.

Nach ein- bis mehrtägiger Einwirkung des sauren chromsauren Kalis (vielfach auch sofort) lässt sich in dem Assimilationsgewebe der Blätter von *Rosa*, *Mespilus germanica*, *Salix fragilis*, *Sal. pentandra*, *Drymis Winteri*, *Quercus pedunculata*, *Corylus Avellana*, *Ligustrum vulgare*, *Ribes*-Arten theils in allen, theils in vielen Palissadenzellen ein körniger oder tropfiger rothbrauner Körper beobachten. Diese Reaction wurde bei *Rosa*, *Corylus Avellana*, *Drymis Winteri*, *Ligustrum vulgare*, *Ribes aureum* zu Beginn der warmen Jahreszeit, nämlich ungefähr Anfang Juni gemacht; andere Pflanzen wurden erst später in dieser Art untersucht.

Dass wir hier die von SANIO vorgeschlagene Gerbstoffreaction vor uns haben, bestätigt uns die Controlreaction mit Leimlösung. Gelatinelösung zu Flächenschnitten aus der oberen Blattseite von *Mespilus germanica* gebracht, verursachte alsbald die Entstehung eines deutlichen membranartigen Niederschlags von gerbsaurem Leim am Rand der Schnitte (August). Ferner erhielt ich im September bei Untersuchung der Blätter von *Drymis Winteri* einen erheblichen schmutzig gelblichen Niederschlag mit Gelatinelösung an den dicken Schnitträndern, welche zahlreiche verletzte Zellen darboten. An Blattflächenschnitten von *Salix fragilis* war ebenfalls (30. September) in Gelatinelösung deutlich ein membranartiger Niederschlag zu sehen. Besonders gut ist die Reaction mit Leimlösung an grünen Laubblättern der Rose zu beobachten. Bei der diesbezüglichen Untersuchung am 30. September traten an einem Schnittrand mit grosser Schnelligkeit zahlreiche sogenannte anorganische Zellen, d. h. Blasen aus gerbsaurem Leim auf. Abgesehen von Blättern wurde auch noch das Markgewebe von *Rosa* und die secundäre Rinde des Stammes von *Drymis* mit Leimlösung untersucht und ergaben Niederschläge; die Beobachtung am Stamm von *Drymis* datirt vom 4. Juli. Gelegentlich wurde endlich auch Eisenchlorid mit Erfolg zur Reaction benutzt.

Zur eigentlichen Untersuchung aber wendete ich regelmässig das saure chromsaure Kali in concentrirter Lösung an; es befanden sich in dem Reactionsgefäss, das die zu untersuchenden Pflanzenstücke sammt der Lösung enthielt, gewöhnlich noch ungelöste Krystalle des Salzes. Nach ein- bis mehrtägigem Einwirken des Reagens wurden die Schnitte angefertigt.

Eine deutliche Stärkereaction (Blaufärbung mit Jod) trat in den Palissadenzellen von *Rosa*, *Mespilus germanica*, *Salix pentandra* nicht ein: bei *Salix fragilis* beobachtete ich wenig oder keine Stärke in den Palissaden; bei *Drymis Winteri* trat etwas Stärkereaction ein.

Wir gehen von den Gerbstoff führenden typischen Assimilationszellen zur Betrachtung der sich anschliessenden Elemente des Blattgewebes über. Ich verweise zugleich auf die Figuren 1, 3 und 4.

Die Tanninreaction tritt in hervorragender Weise in den Gefässbündelscheiden auf.[1] Unsere Bilder zeigen uns, dass von einer lückenlosen mikrochemischen Verfolgung des Gerbstoffs in jener Region gesprochen werden muss, die uns durch HABERLANDT's[2] bekannte Arbeit zu genauerer Kenntniss kam. Man sieht auf dem Querschnitt der Bichromatpraeparate nicht bloss jedes Leitbündel umgeben von einem braunen Zellkranz, sondern auch die »zuleitenden« Zellen sind mit Tannin versehen. Ferner führen in grösseren Gefässbündeln zahlreiche Elemente des Leptoms und Hadroms Gerbstoff. Dieser letztere Umstand lässt, nebenbei bemerkt, die betreffenden Zellformen des Leptoms und Hadroms unter sich physiologisch gleichwerthig erscheinen. Instructive Bilder ähnlicher Art, wie das in Fig. 1 gegebene, welches von *Mespilus germanica* stammt, erhält man auch von *Quercus pedunculata*, *Rosa*, *Corylus Avellana*.

Trotz der Wahrscheinlichkeit einer wirklichen Wanderung des Gerbstoffs, welche sich aus diesem mikrochemischen und anatomischen Befund ergiebt, ist immer noch der Einwurf gerechtfertigt, dass der Gerbstoff eben überall da, wo er gefunden wurde, an Ort und Stelle entstanden sei, nicht aber von Zelle zu Zelle wandere. Zur Begründung der Behauptung nun, dass das Tannin wirklich wandere, stütze ich mich auf die im folgenden Paragraphen näher zu besprechenden Beobachtungen.

Es geht nämlich dem herbstlichen Abfall der Blätter eine mehr oder weniger ausgiebige Verminderung des Gerbstoffgehalts der Palissadenzellen voraus. Dass diese Abnahme aber eine Auswanderung in den Stamm bedeute, schliesse ich daraus, dass durch Unterbrechung oder Einschränkung der Bahn vermittels vollständiger Ringelung in der That eine Anhäufung von Gerbstoff im Blattgewebe herbeigeführt werden kann.

## §. 2.

Betrachten wir also zuerst das Verhalten von Blättern, die sich zum Abfall anschicken, und zwar zunächst an *Quercus pedunculata*. Die Palissadenzellen des grünen Blattes zeigten etwa am 18. September auf dem Blattflächenschnitt nach längerer Behandlung mit saurem

[1] Vergl. hierüber auch WARMING, Bot. Centralbl. Bd. 16 S. 350.

[2] HABERLANDT, »Vergleichende Anatomie des assimilat. Gewebesystems«. PRINGSHEIM's Jahrb. Bd. XIII.

chromsauren Kali allgemein eine braunkörnige Masse in der Mitte jeder Zelle; ein Kranz von Chlorophyllkörnern umgab diese Substanz, und zwar so, dass das Chlorophyll sich nach innen ziemlich dicht an den braunen Körper anlegte. Deutlich zeigten auch die Blattquerschnitte diese bräunlichen Massen. Ein gleichzeitig untersuchtes, schon gelbes Blatt liess die Palissadenzellen fast entleert erscheinen; auch das Chlorophyll war ganz oder grossentheils verschwunden.

In Bezug auf den gegen den Winter hin abnehmenden Gerbstoffgehalt der Eichenblätter liegen übrigens bereits ältere Untersuchungen[1] vor. Nach Handtke (1863), so entnehme ich dem Citat, enthielten die Blätter des Frühlingstriebes der Stieleiche in 100 Theilen Trockensubstanz am 1. Juni 12.87 Theile Gerbsäure, am 9. Juli 9.40 Theile, am 5. August 7.43 Theile. Die Blätter der Zerreiche enthielten nach Oser (1875) im Mai 7.91, im November 5.14 Procent durchschnittlichen Gerbstoffgehalt im lufttrockenen Zustand.

Ein anderes Untersuchungsobject boten mir die Blätter von *Ribes aureum*. Im Sommer findet man in einer grösseren Anzahl von Palissadenzellen Gerbstoff. Am 24. September waren die meisten Blätter noch grün; es wurden jetzt ein grünes und mehrere gelbe Blätter vom Strauch abgenommen und die Reaction mit Kaliumbichromat gemacht. Im grünen Blatt waren auf dem Flächenschnitt in zahlreichen Palissaden tiefrothbraune Massen zu sehen, umgeben vom Kranz der Chlorophyllkörner. Hingegen zeigte ein gelbes Blatt in zerstreuten Palissadenzellen heller braun gefärbte Massen, also geringere Gerbstoffreaction.[2] Bei einem andern gelben Blatt blieb in den Palissadenzellen des untersuchten Flächenschnittes eine erhebliche Gerbstoffreaction so zu sagen ganz aus. Ferner erwiesen sich Grundgewebe und Leitbündel des Stiels am grünen Blatt als gerbstoffreich, während wenigstens in Grundgewebezellen des Stiels eines gelben Blattes Gerbstoffquantitäten beobachtet wurden, die man als zurückgebliebene Reste deuten konnte.

Nach Beobachtungen an *Mespilus germanica* und *Quercus pedunculata*, insbesondere an erstgenannter Pflanze, zeigen übrigens die herbstlich gefärbten Blätter verschiedene Abstufungen von starker bis zu schwacher Reaction, so dass es entschieden unrichtig wäre zu sagen, sobald ein Blatt am Baume gelb geworden, sei es gerbstoffarm. Im Allgemeinen folgere ich indess aus den obigen und ähnlichen Beobachtungen, dass der Gerbstoffgehalt der Palissadenzellen und des Blattgewebes überhaupt vor dem Abfall der Blätter durch Auswanderung in den Stamm

[1] S. Ebermayer, Physiologische Chemie der Pflanzen. S. 442, 443.

[1] Über diese Farbenscala vergleiche man E. Kutscher, Flora 1883, »Über die Verwendung der Gerbsäure im Stoffwechsel der Pflanze«.

eine Verminderung erfährt, die einer vollständigen Entleerung selten nahe kommt.

Vorsicht verlangt bei dieser Untersuchung der Umstand, dass in ausgetrockneten herbstlich gefärbten Blättern, wie sie z. B. bei der Eiche gewöhnlich angetroffen werden, der Gerbstoffgehalt schon deshalb ein geringer zu sein scheint, weil der Zellinhalt an die Wände zurückgezogen erscheint.

Ich komme in der Darlegung des anatomischen und mikrochemischen Befundes zu einem Fall, dessen bemerkenswerthe Eigenthümlichkeit in meinen Figuren 3 und 4 hervortritt. Ein Blatt von *Salix fragilis* zeigt auf dem Querschnitt nach vorausgegangener Behandlung mit doppelt chromsaurem Kali einen ziemlich schroffen Gegensatz zwischen dem oberen und dem unteren der beiden hier vorhandenen Palissadenstockwerke; ähnlich verhält sich eine als *Salix pentandra* bestimmte Species und höchst wahrscheinlich auch beliebige andere einheimische Arten dieser Gattung. Der erwähnte Gegensatz spricht sich im Zellinhalt aus. Das obere Stockwerk ist gerbstoffreich, das zweite gerbstofffrei; so die allgemeine Regel bei den grünen Blättern. Für diese Localisirung fehlt mir zwar zur Zeit eine physiologische Deutung, doch dient dieses Object dazu, ein anderes Verhältniss, das in den Kreis unserer Betrachtung gehört, zu beleuchten. Dies soll in den folgenden Zeilen geschehen.

Von *Salix pentandra* war ein Zweig Ende Juni geringelt worden. Von diesem Zweig wurde am 8. August ein schon etwas gelblich grün aussehendes Blatt untersucht; die gelblich grüne Farbe deutete wohl auf baldigen Abfall. Hier war nun auch stellenweise das zweite Stockwerk der Palissaden in eigenthümlicher Weise durch Gerbstoffgehalt ausgezeichnet. Wo nämlich grössere Leitbündel das Blattgewebe durchzogen, da schlossen sich tanninführende assimilirende Zellen des ersten Stockwerks und Gefässbündelscheiden, die mit Gerbstoff versehen waren, unmittelbar an einander an (Fig. 3); denn das Leitbündel ist ja zwischen die Palissadenzellen gewissermaassen eingeschoben. Wo hingegen solche kleine Bündel im Blattgewebe verliefen, die das obere Stockwerk nicht erreichten, vielmehr durch die zweite Palissadenschicht von ihm getrennt waren, da fanden sich manchmal förmliche »Gerbstoffbrücken« (Fig. 4). Diese Brücken sind also durch gerbstoffführende Zellen, die im Niveau der zweiten Palissadenschicht liegen, hergestellt. Im November untersuchte ich auch noch Blätter von normalen (ungeringelten) Zweigen von *Salix fragilis*. Dieselben waren noch grün und nicht abgefallen. Auch in diesen fanden sich ähnliche Brücken. Ich glaube in diesem Vorkommniss einen auffälligen anatomischen Hinweis auf die Überführung des Gerbstoffs aus den

grünen Zellen in die Leitbündelelemente resp. ihre Parenchymscheiden erblicken zu sollen. Die besprochenen Brücken treten nach meiner Auffassung zur Zeit der lebhaftesten Wanderung in Function.

An diesen Fall müssen noch einige weitere Bemerkungen angeknüpft werden.

Localisirungen des Gerbstoffgehalts innerhalb des typischen Assimilationsgewebes finden sich auch bei anderen Pflanzen da und dort, jedoch in anderer Art, als beim Weidenblatt beschrieben wurde. Es sind nämlich bei manchen Pflanzen zerstreute Palissadenzellen durch Tanningehalt ausgezeichnet, während die nebenliegenden die Reaction nicht zeigen; dies beobachtete ich bei *Evonymus europaeus, Cinnamomum, Hedera Helix*. Aus diesem verschiedenen mikrochemischen Verhalten von Palissadenzellen, die man als physiologisch gleichwerthige Elemente zu betrachten pflegt, scheint zu folgen, dass es sich beim Assimilationsprocess oder, genauer gesprochen, bei den chemischen Vorgängen in den typischen Assimilationszellen um eine Arbeitstheilung handelt, der gemäss in den Elementen derselben Palissadenschicht — bei *Salix* in den respectiven Zellen der verschiedenen Stockwerke desselben Blattes — ungleichartige Stoffe entstehen.[1] Eine nähere Verfolgung dieses Gegenstandes habe ich bis jetzt nicht vorgenommen.

Für's Zweite möchte ich die Art der Gerbstoffvertheilung, die uns im Weidenblatt begegnete, als einen Hinweis darauf betrachten, dass es sich beim Vorkommen dieses Körpers im Assimilationssystem nicht um ein unbrauchbares Ausscheidungsproduct handelt. Es widerstrebt der physiologischen Auffassung, unnütze Excrete gerade in derjenigen Zelllage sich aufspeichern zu lassen, deren Elemente eine so günstige Lagerung für die Assimilationsthätigkeit besitzen. Es wird sich vielmehr die Ansicht Wigand's bestätigen, welcher Forscher bekanntlich schon vor längerer Zeit dem Gerbstoff eine wichtigere Rolle im Stoffwechsel zuschrieb, und Pfeffer's in diesem Sinne gehaltene Äusserung[2] enthält auch bereits eine Anerkennung der hier im Allgemeinen vertretenen Ansicht. Als fernere vorzügliche Objecte, geeignet zur Bekämpfung der Lehre, der Gerbstoff sei überall da, wo er auftrete, ein unnützes Material, möchte ich an dieser Stelle insbesondere bezeichnen: Blatt und Stamm von *Drymis Winteri*, Blätter von *Quercus pedunculata* und von *Mespilus germanica*.

Oben habe ich angegeben, man könne durch Entfernung eines Rindenringes eine Ansammlung von Gerbstoff in Blättern herbeiführen.

[1] Hierher gehören auch die von Heinricher beobachteten Idioblasten. »Über Eiweissstoffe führende Idioblasten bei einigen Cruciferen.« (Ber. d. Deutsch. Bot. Ges. II. S. 463.

[2] Physiologie. S. 306 Bd. I.

Diesbezügliche Versuche machte ich an *Ligustrum vulgare*, sowie an *Mespilus germanica*. Die Ringelung geschah etwa am 8. August; die Untersuchung der betreffenden Blätter, die über der Ringelung sich befanden, erfolgte gegen Ende September. Besprechen wir zuerst den Fall von *Ligustrum*. Das Blatt von *Ligustrum vulgare* ist zwar überhaupt nicht sehr reich an Gerbstoff, doch zeigte sich, dass in den Palissadenzellen eines Blattes über der Ringelungsstelle eine intensivere Reaction eintrat, als in denjenigen des normalen Blattes.

In Folge der Ringelung wurden die Blätter zu frühzeitigerem Abfall gebracht. Diese Blätter zeigen vielfach schon makroskopisch eine rothbraune Färbung an grösseren Partien ihrer Oberseite. Man beobachtet Erythrophyll in den Zellen. Ähnliche Färbungen nehmen beim gewöhnlichen Laubfall auch viele normale Blätter von *Ligustrum* an. Doch ist hierbei Folgendes bemerkenswerth.

In den Ringelungsblättern trat das Erythrophyll vorzugsweise in den Palissadenzellen auf; bei jenen ähnlich gebräunten normalen Blättern dieser Pflanze aber, welche später beim gewöhnlichen Laubfall sich zeigten, war der rothe Farbstoff besonders in den oberen Epidermiszellen vertreten.

Gehen wir zu *Mespilus germanica* über. Auch hier zeichneten sich die Blätter des im August geringelten Zweiges Ende September schon äusserlich durch ihre eigenthümlich grünrothe Oberseite aus. Die grünen Blätter waren noch zahlreich, die herbstlich gelben Blätter noch nicht sehr häufig. Unsere Gerbstoffreaction ergab nun bei Blättern des geringelten Zweiges sehr massenhaft den braunen Körper. In den Palissadenzellen und Schwammgewebezellen dieses Blattes erfüllten die braunen Massen grösstentheils die Lumina. Die Chlorophyllkörner erschienen öfter wie zu einem zusammenhängenden Wandbeleg zusammengedrückt, oder zeigten sich in einzelnen Klumpen vertheilt. In dem normal grünen Blatt sieht man neben der auch hier beträchtlichen braunen Masse doch auch noch die Chlorophyllkörner einen geräumigen Theil des Zelllumens ausfüllen.

Die Deutung der bei *Ligustrum* und *Mespilus* beobachteten und soeben besprochenen Erscheinung möchte ich in folgender Weise geben. Das Vorhandensein grösserer Gerbstoffmengen im Assimilationsgewebe der Blätter von Zweigen, die sieben Wochen lang im Laufe der Vegetationsperiode geringelt waren, verglichen mit den Ende September noch grünen Blättern ungeringelter Zweige, legt den Schluss nahe, dass erstens durch die Rinde des Stammes eine Auswanderung des Gerbstoffs erfolgt: Unterbrechung (oder Einengung) der Bahn hemmt diese Wanderung oder staut sie. Für's Zweite ergiebt sich die Folgerung, dass in den Assimilationszellen auch die Bildungsstätte des

Gerbstoffs zu suchen ist. Denn nach einer Beobachtung an *Mespilus germanica* ist die Gerbstoffreaction, die man Ende September im Palissadengewebe des geringelten Zweiges beobachtet, so stark, wie sie Anfangs August in normalen Blättern nicht gesehen wird. Es hat sich also in den normalen Blättern bei gleichzeitiger Auswanderung Gerbstoff gebildet, in den Ringelungsblättern dagegen bei gehemmter Auswanderung, daher die Anhäufung (Stauung) in letzteren.

Bevor ich zur Erörterung einiger einschlägiger Verhältnisse im Speicherungsgewebe übergehe, sei mir gestattet, über die Arbeit von H. Pick[1] eine Bemerkung hier einzufügen. Mit Recht hebt der Verfasser hervor (S. 284), dass das Vorhandensein von Gerbstoff in jungen Blättern keineswegs das Rothwerden unbedingt nothwendig macht. Diese Äusserung gilt aber auch von älteren Blättern und allen jenen zahlreichen Elementen der Leitbündel und des Speichergewebes, welche farblos sind und Tannin führen. Während für den genannten Autor der Gerbstoff vorzüglich als Erzeuger jenes rothen Farbstoffs Interesse hatte, welcher die Stärkewanderung befördert, ziehe ich hier den Gerbstoff als solchen in Betracht; nach meiner Auffassung wandert er so zu sagen um seiner selbst willen. Interessant musste mir auch die Angabe Pick's sein (S. 283 u. f.), dass man in Blättern von *Populus*-Arten, die nicht insolirt sind, das Verschwinden des Gerbstoffs bei der allmählichen Entwickelung der Blätter auf's Beste verfolgen könne. Diese Bemerkung streift natürlich den Gedanken, der mir bei vorliegender Untersuchung besonders vorschwebte, dass das Tannin nämlich am Assimilationsprocess betheiligt, bez. ein Product desselben sei.

## §. 3.

Wenn ich im Folgenden einen Blick auf die Art des Vorkommens von Gerbstoff in der Ruheperiode werfe, betrete ich ein ziemlich bekanntes Gebiet.

Holzparenchym und Markstrahlen der *Dikotylen* fungiren bekanntlich in der Periode der Vegetationsruhe als Speicherungsgewebe; nebst der Markkrone, manchen anderen Markzellen und insbesondere zahlreichen Elementen der Rinde findet man die in Rede stehenden Gewebe mit Reservestoffen reichlichst erfüllt, und zwar ist nach den Untersuchungen mehrerer Autoren — ich nenne Wigand und Sanio — der Gerbstoff hierbei bald mehr bald weniger vertreten. An diese Thatsache er-

[1] Pick, »Über die Bedeutung des rothen Farbstoffes bei den Phanerogamen und die Beziehungen desselben zur Stärkewanderung«. Bot. Centralbl. Bd. 16, 1883.

innernd möchte ich zunächst nur noch einige analoge Fälle aus der Gruppe der Gefässkryptogamen anführen.

Die Untersuchung eines Blattstiels von *Cyrtomium falcatum* Ende December ergab nachstehendes Resultat. Die Kaliumbichromatreaction trat erstens in den zwischen und an den trachealen Elementen liegenden Zellen ein, zweitens in dem Zellkranz innerhalb der Schutzscheide und endlich in einzelnen Elementen mitten im Leptom.[1] Auch in der Wurzel von *Struthiopteris germanica* fand ich reichlich Gerbstoff in den Gefässbündeln. Nachträglich sei hier noch hinzugefügt, dass im Juli auch in den Assimilationszellen und der Epidermis des Blattes von *Struthiopteris germanica* eine deutliche Reaction mit saurem chromsaurem Kali eintrat, sowie in dem Gefässbündel des Fiederblattstiels. In einem *Marsilia*-Blattstiel endlich waren es bestimmte Rindenzellreihen, die sich durch die genannte Reaction hervorthaten; letztere Beobachtung wurde Ende Februar gemacht.

Zwei Fälle aus der Abtheilung der *Monokotylen* seien gleichfalls noch mitgetheilt. Im Blatt von *Scirpus natalensis* fand sich einerseits in manchen Zellen mitten aus dem grünen Gewebe Gerbstoffreaction, andererseits im Holzparenchym der Gefässbündel, ferner im Holzparenchym des Stengels von *Cyperus alternifolius*. (Beide Beobachtungen datiren aus der Winterzeit.)

Dass also Gerbstoff auch in den als Speichergewebe fungirenden Zellformen der Gefässbündel stark vertreten ist, unterliegt wohl keinem Zweifel.

## §. 4.

Wenn wir im Obigen gesehen haben, dass zu den chemischen Verbindungen, die in den Stätten der Assimilation in charakteristischer Weise vorkommen, bei einer Anzahl von Pflanzen auch der Gerbstoff hinzuzufügen ist, so folgt daraus, dass der Eingangs dieser Mittheilung citirten Beobachtung PRINGSHEIM's an *Mesocarpus* eine grössere Tragweite zukommt. Die Klarstellung dieses Auftretens von Tannin im Assimilations-, Leitungs- und Speicherungsgewebe giebt mir zu folgender Schlusserwägung Veranlassung.

Der Gedanke WIGAND's, dass eine gewisse physiologische Wechselbeziehung zwischen Stärke und Gerbstoff bestehe, gestattet eventuell eine noch viel weiter gehende Durchführung, als dieser Autor ur-

[1] Das letztere Gewebe sammt dem Zellkranz innerhalb der Schutzscheide hat sein Analogon in den tanninführenden Elementen der secundären Rinde des *Dikotylen*-Stammes.

sprünglich im Auge hatte. Denn es ist jetzt thatsächlich die Frage nahe gerückt, ob sich die Analogie zwischen beiden Körpern in ihrer Eigenschaft als Reservestoffe nicht auch auf andere wichtige Functionen erstreckt. Dafür, dass Gerbstoff im Assimilationsprocess bei manchen Gewächsen als hauptsächliches näheres oder entfernteres Product entsteht, sprechen im Wesentlichen die in dieser Mittheilung enthaltenen Thatsachen. KUTSCHER's oben citirte Arbeit aber lieferte Beispiele für eine Verwendung des Gerbstoffes in wachsenden Geweben.

Bezüglich der Annahme, der Gerbstoff sei bei manchen Pflanzen als Assimilationsproduct zu betrachten, habe ich noch Folgendes zu bemerken. Nach meinen bisherigen Beobachtungen ist nicht anzunehmen, dass das Tannin, wie das mehrfach von der Stärke gilt, ebenfalls bei Dunkelheit auswandere: denn es ist mir nur in einigen wenigen Fällen gelungen, darauf hinweisende Versuchsergebnisse zu erhalten; bei Verdunkelung lebender Blätter wurde nur in einem Fall Fehlen des Gerbstoffes, ein anderes Mal geringere Reaction beobachtet; wieder andere Versuche schienen zu widersprechen. Die Auswanderungsbedingung eines Assimilationsproductes ist eine Sache für sich. Für den Beweis, dass der Gerbstoff in den Palissaden nur am Licht entstehe, mangelt mir zur Zeit noch eine sichere experimentelle Erfahrung.

Wenn nun nach dem gegenwärtigen Stand der Dinge die oben angedeutete dreifache Analogie zwischen Amylum und Gerbstoff wahrscheinlich ist, so ist ausser diesem für den Gerbstoff noch ein Weiteres rücksichtlich seiner physiologischen Rolle hinzuzufügen.

Aus anatomischen Gründen ist nämlich zn schliessen, dass dem Tannin eine Bedeutung für die Entstehung der Eiweissstoffe zukommt. Denn trotz jener Gleichwerthigkeit der im Leptom und im Hadrom vorkommenden Elemente, welche uns eben durch ihren Gerbstoffgehalt in die Augen springt, zeigt sich doch noch das im Eiweiss führenden Mestomtheil gelegene Gewebe der *Dikotylen* besonders reich an Tannin; man möchte dieses Gewebe manchmal als ein permanent Gerbstoff führendes System bezeichnen. Zur Illustration der anatomischen Verhältnisse, die hier in Rede stehen, mag auch meine Fig. 2 dienen, welche eine Partie aus der secundären Rinde von *Vitis vinifera* darstellt.

Die Bedeutung dieser Erscheinung liegt, wie bemerkt, meiner Ansicht nach darin, dass der Gerbstoff zur Bildung der Eiweissstoffe in naher Beziehung steht. Beim Studium dieser Beziehungen wird vermuthlich dann auch der oxalsaure Kalk ein Glied in der Kette des betreffenden chemischen Vorgangs darstellen. Andererseits drängte sich im Laufe der vorliegenden Untersuchung mir auch der Gedanke auf, dass bei der Zersetzung von Eiweisskörpern (das Plasma der

Chlorophyllkörner habe ich hier besonders im Auge) abermals Gerbstoff entstehe.

Endlich erweist sich der Gerbstoff in einer Reihe von Fällen als nutzloses, aus dem Stoffwechsel austretendes Product. Hierher sind natürlich die Gerbstoffpartien zu rechnen, die sich in den bereits abgefallenen Blättern befinden. In diese Kategorie gehört nach KUTSCHER's Untersuchungen ferner das Vorkommen der Gerbsäure bei *Ricinus, Phaseolus* u. s. w.[1]

Mit Beziehung auf das häufige Auftreten des Gerbstoffes in der Blattepidermis hat bereits WARMING[2] die Hypothese aufgestellt, dass dasselbe in Folge der Hygroskopicität der Säuren als Schutzmittel gegen Austrocknung, im Winter gegen die für die Vegetation besonders gefährlichen kalten, trockenen Winde diene, und endlich als Mittel zur schnellen Wiederherstellung des verlorenen Turgors. Auch meine eigenen Beobachtungen veranlassen mich, dieser physiologischen Deutung des im Hautgewebe vorkommenden Gerbstoffs mich anzuschliessen. So fand ich z. B. im März bei *Vinca minor* in der oberen Blattepidermis reichlich Gerbstoff; in den unterliegenden Palissadenzellen war nur schwache Reaction wahrzunehmen. Ferner ist mir nicht unwahrscheinlich, dass der Tanningehalt der oberen Palissadenschicht in den Blättern von *Salix fragilis* sowie in der Epidermis und den Palissaden von *Ligustrum* den Blättern dieser Pflanzen es ermöglicht, verhältnissmässig lang mit grüner Farbe am Stamm auszudauern.

Ob man nun aber berechtigt ist, eine ähnliche Bedeutung als Hauptfunction dem in den verschiedenen inneren Gewebesystemen vorkommenden Gerbstoff zuzuschreiben, diese Frage kann angesichts der Gesammtsumme der einschlägigen Erscheinungen zur Zeit nicht bejaht werden. Näheres über Verwendung des Tannins in wachsenden Geweben, bei der Athmung, bei der Eiweissbildung u. s. w. ist uns eben unbekannt.

Hier lag mir vor Allem daran, sein Auftreten in der eigentlichsten Stätte der Assimilation zu beleuchten. Es folgt gerade aus vorliegender Mittheilung, wie ungenügend unsere Kenntnisse über die in den Assimilationszellen sich vollziehenden chemischen Vorgänge sind.

[1] Flora 1883.
[2] »Beobachtungen über Pflanzen mit überwinternden Laubblättern«. Botan. Centralbl. Bd. 16 S. 350.

## Figurenerklärung.

In sämmtlichen Figuren ist die Reaction auf Gerbstoff mit saurem chromsauren Kali durch die braun gefärbten Massen zu erkennen. Hier und da treten hellere Töne hervor, die auf schwächere Reaction deuten.

Fig. 1. *Mespilus germanica* (circa 350 Mal). Theil aus einem Blattquerschnitt. Gerbstoffreaction allenthalben, in den Gefässbündelscheiden besonders stark. Die Epidermis hat verschleimte, jetzt gequollene Innenwände (7. August).

Fig. 2. *Vitis vinifera* (335 Mal). Querschnittspartie aus der secundären Rinde des Stammes. Das Cambiform (nach Wilhelm) ist zum Theil mit Gerbstoff, zum Theil mit Stärke versehen. Zwei von den tangentialen Lagen mechanischer Elemente sind in der Figur sichtbar (März).

Fig. 3. *Salix pentandra* (circa 350 Mal). Theil aus dem Blattquerschnitt. Das obere der beiden Palissadenstockwerke führt normal Gerbstoff, das untere ist im Allgemeinen davon frei; die schattirten Inhaltsgebilde links am Hadrombeleg sind vermuthlich beides Krystallmassen, sicher der in der grösseren Zelle enthaltene Körper; unsicher ist die Natur des Inhalts der langen Zelle mehr nach links (8. August).

Fig. 4. *Salix pentandra* (circa 350 Mal). Eine »Gerbstoffbrücke« zwischen einem kleinen, mit Gerbstoff führender Scheide versehene Bündel und dem oberen Palissadenstockwerk (8. August).

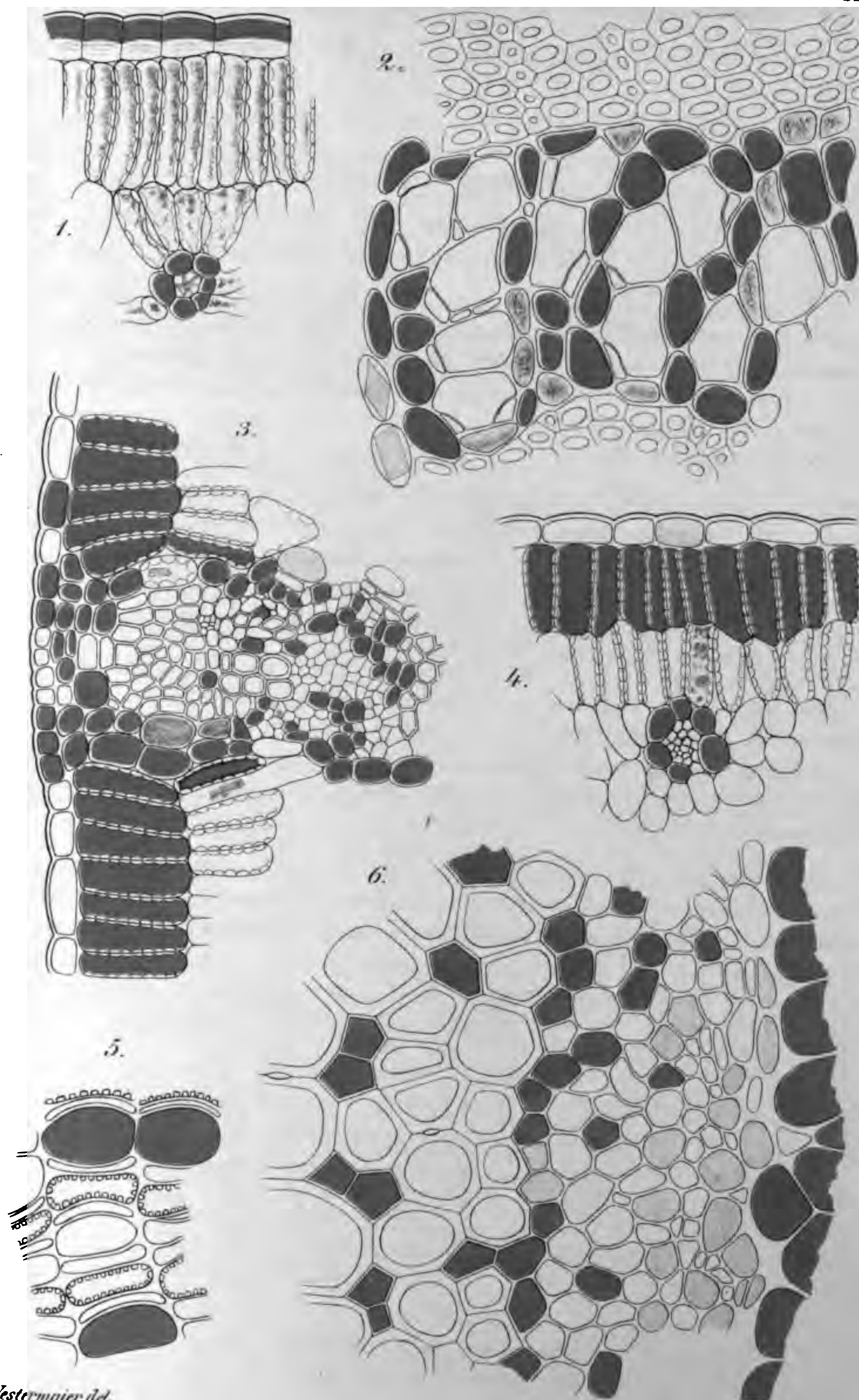
Fig. 5. *Taxus baccata* (570 Mal). Aus der secundären Rinde eines mehrjährigen Zweiges. Im oberen Theil der Figur sieht man, dass die Gerbstoff führenden Elemente zwischen je zwei Siebröhren liegen. Die von Solms beschriebenen Zellen mit Krystall führenden Membranen sind gleichfalls sichtbar (14. März).

Fig. 6. *Cyrtomium falcatum* (730 Mal). Gefässbündelpartie aus dem Blattstiel im Querschnitt, rechts die Tannin führenden Zellen innerhalb der Schutzscheide, links ein Theil des trachealen Systems.

---

Ausgegeben am 10. December.

Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei.




Westermaier del.

Westermaier: Bedeutung des Gerbstoffes.

C. Laue lith.

1885.
L.

# SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

# AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

ZU BERLIN.

---

10. December. Sitzung der physikalisch-mathematischen Classe.

---

Vorsitzender Secretar: Hr. Auwers.

1. Hr. Virchow las die umstehend folgende Abhandlung über krankhaft veränderte Knochen alter Peruaner.

2. Hr. Ch. Hermite in Paris, auswärtiges Mitglied der Akademie, übersendet das erste Heft seines Werkes: Sur quelques applications des fonctions elliptiques.

---

# Über krankhaft veränderte Knochen alter Peruaner.

Von Rud. Virchow.

---

## 1. Multiple Exostosen.

Hr. Fr. Eugen Zschokke hat vor 40 Jahren in einer Würzburger Inaugural-Dissertation »Über eine merkwürdige, bisher unbekannte, krankhafte Veränderung an Menschenknochen aus Peru«, Aarau 1845, verschiedene Skeletknochen von Menschen beschrieben und abgebildet, welche er von Dr. J. J. v. Tschudi erhalten hatte. Über die Fundverhältnisse sagt er (S. XIII) Folgendes: »Er (v. Tschudi) fand diese Knochen im September 1841, als er bei Lurin, fünf Leguas südlich von Lima, mehrere Grabstätten der Indianer öffnete. Sie lagen in der Nähe der Ruinen des zur Zeit der Inkas so sehr berühmten Tempels der Pachacamac, jener Gottheit, welche die Peruaner als Erschafferin der Welt nächst der Sonne am meisten verehrten. Dr. v. Tschudi glaubt versichern zu können, dass die Gräber einer der frühesten Epochen der Regierung der Inkas angehören. Sowohl ihre Anordnung, als auch die sehr rohen Kunstproducte, die er in denselben fand, die durchaus in keinem Verhältniss zu denjenigen der letzten Zeit des Inkareiches stehen, lassen ihn mit Bestimmtheit annehmen, dass sie aus dem 13. Jahrhundert der christlichen Zeitrechnung stammen. — Merkwürdigerweise lagen diese krankhaft veränderten Knochen alle in einem kleinen Grabe abgesondert und gehörten drei verschiedenen Individuen an, die ungefähr zwei Fuss eines vom anderen entfernt gelegt worden waren. Die Skelete bestanden aus unzusammenhängenden Knochen, die Schädel waren zerschlagen.« Es heisst dann weiter, dass Dr. v. Tschudi aus Erzählungen der Indianer gehört habe, es kämen südlich von Lurin noch grosse Gräber vor, in welchen ähnlich veränderte Knochen angehäuft lägen. Hr. v. Tschudi habe daraus geschlossen, dass die alten Peruaner die Leichen derjenigen Individuen, welche an der, diese Knochenveränderungen bedingenden Krankheit zu Grunde gingen, alle in den nämlichen Gräbern, abgesondert von anderen Verstorbenen, beigesetzt hätten, etwa wie es neuerlich bei Cholera geschehen sei.

Hr. Zschokke fand, dass die Knochen Kindern von 6 — 10 Jahren angehört haben müssten, obwohl sie für ihre Grösse (Länge) einen unverhältnissmässig grossen Umfang besässen. Tiedemann habe deshalb die Ansicht ausgesprochen, sie möchten älteren, fast ausgewachsenen Personen angehört haben, die in einem zwergartigen Zustande geblieben seien. Ein Femur und eine Tibia, vielleicht auch ein Humerus und eine Fibula, dürften demselben Individuum anzurechnen sein. Die Mittelstücke der Röhrenknochen waren gesund, dagegen zeigten die Gelenkenden und deren nächste Umgebungen Wucherungen der diploetischen Substanz, schwammige Exostosen und schwammige keulenförmige Auswüchse. Am Os ilium befanden sich nur schwammige Exostosen. Nach der Angabe des Dr. v. Tschudi sei an den Schädelknochen nichts Abnormes zu bemerken gewesen; nur der rechte Gelenkfortsatz des einen Unterkiefers sei ganz in der Weise destruirt gewesen, wie die Gelenkköpfe der Röhrenknochen.

Es ist noch zu erwähnen, dass Hr. v. Bibra die chemische Analyse der einen Tibia vornahm und dabei weniger organische Substanz, dagegen etwas mehr phosphorsauren Kalk, als normal, fand. Mit dem freilich spärlichen Fett wurde eine kleine Menge Kalkseife ausgezogen.

Hr. Zschokke verglich nun die vorgefundenen Veränderungen mit anderen, aus Dyskrasien hervorgegangenen Abweichungen der Knochen, namentlich mit scrofulösen, arthritischen und syphilitischen, fand aber überall genügende Unterschiede und schloss daraus, dass hier eine bisher ganz unbekannte Knochenkrankheit vorliege.

Hr. v. Tschudi selbst ist neuerlich in der Einleitung zu seinem »Organismus der Khetšua-Sprache« Leipzig 1884, S. 58, auf diese Angelegenheit zurückgekommen; nach seiner Angabe hat er die Knochen 1839 gefunden und zwar in einem »vorinkaischen« Grabe der Provinz Lurin.

Vor Kurzem hatte er die grosse Freundlichkeit, mir die noch in seinem Besitze befindlichen Knochen zu erneuter Prüfung zuzusenden. Nachdem schon früher ein Oberschenkelknochen in die Göttinger Sammlung von Rud. Wagner übergegangen war (Zschokke S. XIV), sind mir jetzt fünf von diesen höchst werthvollen Objecten zur freien Verfügung zugekommen: ein Os humeri, ein Os femoris, eine Tibia, eine Fibula und ein Os ilium. Letzteres, sowie die Tibia gehören der linken, die übrigen Knochen der rechten Seite an. Die von Hrn. Zschokke (S. 4, Fig. II) beschriebene, rechte Ulna befindet sich nicht unter den mir zugesendeten Knochen. Letztere werden in die Knochensammlung des Pathologischen Instituts aufgenommen werden.

Sämmtliche Knochen haben das weisse gebleichte Ansehen, welches die Gebeine der Peruaner in den trockenen Sandschichten der Gräber so gewöhnlich zeigen. Allen fehlen die Epiphysen, woraus schon hervorgeht, dass die Ansicht Tiedemann's, die Knochen möchten fast ausgewachsenen Individuen angehört haben, nicht wohl annehmbar ist. Trotz ihrer beträchtlichen Dickenentwickelung stammen sie offenbar von sehr jugendlichen Personen.

Was nun die Art ihrer Veränderung betrifft, so kann nicht der mindeste Zweifel darüber bestehen, dass dieselbe in das Gebiet der sogenannten multiplen Exostosen zu setzen ist. Wenn dies sowohl Hrn. Zschokke, als den ausgezeichneten Anatomen und Pathologen, welche er zu Rathe zog, entgangen ist, so erklärt sich das aus dem Umstande, dass zu jener Zeit die Aufmerksamkeit auf diese höchst eigenthümliche Affection noch wenig fixirt war. Angaben darüber existirten genug, wie aus der von mir (Onkologie II S. 80) zusammengestellten Literatur hervorgeht. Aber erst sehr langsam ist es gelungen, die genetische Stellung dieser Art von Exostosen zu erkennen. In einer Arbeit »über die Entstehung des Enchondroma und seine Beziehungen zu der Ecchondrosis und Exostosis cartilaginea«, welche ich in der Sitzung vom 6. December 1873 las, habe ich den Nachweis geführt, dass zwischen der Exostosis multiplex und der Exostosis cartilaginea und wiederum zwischen diesen und dem Enchondroma alle möglichen Übergänge bestehen (Monatsberichte 1873 S. 765). Innerhalb des hier in Betracht kommenden Erfahrungskreises stellt sich für alle drei die gemeinsame Entstehungsweise heraus, dass während der Entwickelung der Knochen, am häufigsten in der Nähe der Epiphysen, einzelne Knorpelstücke aus der gemeinsamen Entwickelung ausscheiden, eine Zeit lang in ruhendem Zustande verharren und später eine selbstständige Weiterbildung, sei es zur Knorpelwucherung, sei es zu Knochen eingehen. Die multiplen Exostosen treten dabei in den mannichfaltigsten Formen auf, bald als grosse, zuweilen kuglige Auswüchse von spongiösem Knochenbau, bald als festere, zuweilen elfenbeinerne Knöpfe, bald als längere, gestielte, der Form nach sehnigen Apophysen gleichende Vorsprünge.

Bei der Ausführlichkeit, mit der Zschokke die peruanischen Kochen geschildert hat, ist es überflüssig, noch einmal dieselben durchzugehen. Einzelne Ungenauigkeiten, auch in den Abbildungen, sind allerdings vorhanden, aber sie haben keine so grosse Bedeutung, dass es nöthig wäre, sie zu corrigiren. Im Übrigen sind die charakteristischen Merkmale so augenfällig, dass die Diagnose sich sofort ergiebt. Nur das will ich besonders erwähnen, dass sowohl der Zahl, als der Grösse nach diese Exostosen so ungewöhnlich ausgebildet sind, dass nur wenige

der sonst bekannten Fälle damit verglichen werden können. Indess genügt ein Blick auf die von mir abgebildeten Röhrenknochen einer Unterextremität (Onkologie II S. 84 Fig. 120), um die Ähnlichkeit zu zeigen.

Es handelt sich hier also nicht um eine besondere Dyskrasie, wie Zschokke vermuthete, sondern um eine weit verbreitete Entwickelungsstörung im Skelet. Dass eine solche sich an den Gerippen von drei, neben einander bestatteten Kindern oder jungen Leuten gefunden hat, was man nach der bestimmten und ausführlich dargelegten Angabe des Hrn. v. Tschudi nicht bezweifeln kann, ist gegenüber der grossen Seltenheit dieser Affection in Europa sehr bemerkenswerth. Nachdem wir aber von der E. multiplex wissen, dass sie sowohl erblich, als bei Geschwistern vorkommt (Onkologie II. S. 87), so dürfte der Gedanke wohl näher liegen, dass in dem Grabe von Lurin mehrere, in gleicher Weise afficirte Glieder einer Familie bestattet worden sind.

## 2. Exostosen des knöchernen Gehörganges.

Zuerst scheint Seligmann[1] an Schädeln vom Titicaca-See die besondere Häufigkeit von Exostosen im äusseren Gehörgange beschrieben zu haben. Er soll sie unter sechs Fällen fünf Mal gefunden haben. Da er betonte, dass diese Schädel der langgestreckten Gruppe deformirter Cranien angehörten, sich dagegen bei anderen nicht fänden, so haben manche geglaubt, er habe die Entstehung der Exostosen in eine ursächliche Beziehung zu dem Deformationsvorgange bringen wollen.

Auch andere Beobachter haben die Häufigkeit der auriculären Exostosen bei den alten Peruanern bemerkt. Hr. Flower erwähnt in seinem Kataloge des Hunter'schen Museums[2] sechs Fälle, in denen der äussere Gehörgang bis zu einem mehr oder weniger hohen Grade mit Exostosen gefüllt war. Er spricht bald von Knochenauswüchsen (bony oder osseous growths), bald geradezu von Exostosen. Unter den sechs Schädeln ist gleichfalls einer (Nr. 1005) von Titicaca und zwar ein langgestreckter: sein Breitenindex beträgt 70.3. Derselbe ist der

---

[1] Sitzungsberichte der K. Akademie der Wissenschaften in Wien. 1864. Nr. 8. S. 55. (Dieses Citat wird von verschiedenen, ganz zuverlässigen Autoren, wie H. Welcker, Barnard Davis, angegeben. In Wirklichkeit steht auf der citirten Seite nur eine ganz magere Angabe, dass Hr. Seligmann einen Vortrag über eine Sendung aus Peru gehalten habe.)

[2] Catalogue of the specimens illustrating the osteology and dentition of vertebrated animals, recent and extinct, contained in the Museum of the Royal College of Surgeons of England by W. H. Flower. London 1879. Part I. p. 155—175.

Angabe nach durch kreisförmige Einschnürung deformirt, so dass er einem Mikrocephalen von Tiflis gleicht; dabei ist zu erwähnen, dass das Stirnbein »Zeichen von Ulceration und Entzündung« zeigt. Die anderen fünf Schädel, darunter drei (Nr. 893, 895, 911) von Pasamayo nördlich von Callao und zwei (Nr. 999 und 1000) von Pisagua, sind jedoch sämmtlich brachycephal: ihr Index variirt von 81.8—90.8. Dabei werden die von Pisagua als abgeplattet (flattened) bezeichnet, die von Pasamayo scheinen occipitale Compression erlitten zu haben.

Unter den Peruanerschädeln seiner Sammlung erwähnt Barnard Davis[1] drei und zwar sämmtlich von Quichuas mit Exostosen:

Nr. 31. Mann von etwa 60 Jahren, Index 85, a small nodular exostosis in the left meatus auditorius externus.

Nr. 35. Mann von 35 Jahren, Index 90, both external auditory pores are closed as nearly as possible with exostotic nodules.

Nr. 36. Mann von etwa 35 Jahren, Index 96, greatly distorted by pressure behind. The left auditory foramen is almost closed by an exostosis.

Da diese Schädel durch den Consul T. J. Hutchinson besorgt waren, so dürften sie, wie die oben erwähnten, gleichfalls durch diesen Herrn eingesandten, wohl auch von Pasamayo stammen.

Meine eigenen Beobachtungen, welche die oben mitgetheilten Erfahrungen bestätigen, werde ich nachher mittheilen. Zunächst dürfte es nützlicher sein, die weitere Entwickelung der Streitfragen historisch zu verfolgen.

Der erste, welcher die Angelegenheit aufnahm, war Hr. H. Welcker.[2] Er berichtete, dass auch ein »nicht geformter« Schädel eines Fuchsindianers vom Mississipi (Nr. 229 der Heidelberger Sammlung) Exostosen in den Gehörgängen besitze und dass unter neun, ihm von Barnard Davis zugesendeten Schädeln von Marquesas-Insulanern, welche keine Spur von künstlicher Formung zeigten, zwei Ohrexostosen hätten (Nr. 784 und 593), der eine in sehr erheblicher Entwickelung. Er berief sich ferner auf die Berichte europäischer Ohrenärzte über ähnliche Vorkommnisse und lehnte den Gedanken des Hrn. Seligmann ab, als seien diese Exostosen etwas anderes, als die der Peruaner.

Hr. Seligmann[3] bemerkte darauf, dass er keineswegs behauptet habe, die Exostosen fänden sich nur an Peruanerschädeln; seine Meinung sei vielmehr die, dass es unter diesen nur die langgewickelten seien, an denen sie vorkommen. Auf der Innsbrucker Naturforscher-

[1] Joseph Barnard Davis Supplement to Thesaurus craniorum. London 1875. p. 55—56.

[2] Archiv für Ohrenheilkunde. Würzburg 1864. Bd. I. S. 171. Taf. 2. Fig. 7—8.

[3] Geographisches Jahrbuch, herausgegeben von E. Behm. Gotha 1866. Bd. I. S. 478.

Versammlung[1] führte er das genauer aus, liess jedoch die Beziehung der Exostosen zu der »Umformung« des Schädels ganz fallen, weil einerseits die der Titicaca-Form ganz ähnlichen, sogenannten Avaren-Schädel in Europa, andererseits die so häufigen peruanischen Plattschädel sie nicht zeigten, obgleich bei den letzteren die Umstaltung weit gewaltsamer gewesen und der Porus externus dadurch oft schief gestellt oder schmäler gedrückt worden sei. Dagegen zog er die bei den Inka-Söhnen gebräuchliche Sitte an, ihnen im 17. Lebensjahre die Ohrläppchen zu durchstechen und das Loch durch Einlegen von Metallstiften so zu erweitern, dass darin eine Scheibe aus Gold oder Silber von der Grösse einer durchschnittenen Orange Platz hatte. Solche Personen habe man Orejones genannt. »Die Aufregung jener Prüfungszeit, die vergleichsweise späte Epoche der Operation und die Raschheit der Erweiterung führten einen pathologischen Process herbei, der die Knorpel und zuletzt den Knochen selbst in Mitleidenschaft zog.« Er schliesst daher, dass »alle Peruaner-Schädel der Titicaca-Form, welche diese Exostosen haben, Schädel männlicher, über 16 Jahre alter Individuen der vornehmen Kaste sein müssten.«

Diese Argumentation ist in keiner Richtung stichhaltig. Es giebt so viele Völker, bei welchen es Sitte ist, sich Löcher in die Ohrläppchen zu stechen und diese unendlich auszuweiten[2], dass die Exostosen der Gehörgänge eine viel weitere Verbreitung haben müssten, wenn die Proceduren bei und nach der Durchstechung einen so reizenden Einfluss auf die Nachbarschaft ausüben sollten, dass selbst die Knochen zur Bildung von Exostosen veranlasst würden. Hr. Welcker hat zwei Marquesas-Schädel aus der Sammlung von Barnard Davis angeführt; wie sich aus dem Katalog des Besitzers[3] selbst ergiebt, waren diese 2 oder genauer 3 (p. 321 Nr. 1132) aus einer Zahl von 30 ausgesucht. Der Ohrschmuck der Marquesaner aber ist sehr genau bekannt[4]: es sind meist Nägel von gar nicht besonders starker Art, die am Ende mit einer Zierscheibe besetzt sind und die durch das Loch hindurchgesteckt werden. Von irgend einer stärkeren Reizung, als durch manche indische oder europäische Ohrgehänge, kann hier wohl kaum die Rede sein.

---

[1] Tageblatt der 43. Versammlung deutscher Naturforscher und Ärzte in Innsbruck. 1869. S. 175.

[2] Theodor Waitz Anthropologie der Naturvölker. Leipzig. 1872. VI. S. 27.

[3] Barnard Davis Thesaurus craniorum. p. 319—324.

[4] J. G. Wood The natural history of man. (Australia, New Zealand, Polynesia, etc.) London 1870 p. 386. J. D. E. Schmeltz und R. Krause Die ethnographisch-anthropologische Abtheilung des Museum Godeffroy. Hamburg 1881. S. 244. Taf. XXVI. Fig. 5. 6. 10.

Es mag hier übrigens beiläufig erwähnt sein, dass unter 140 Kanaken-Schädeln von den Sandwich-Inseln in derselben Sammlung[1] bei fünf gleichfalls Exostosen, jedoch meist nur einseitig, ebenso ein Loyalitäts-Insulaner[2] und endlich ein auf der Via Latina ausgegrabener Römerschädel[3] dieser Sammlung mit doppelseitigen Exostosen verzeichnet sind.

Noch viel mehr entscheidend ist die Thatsache, dass die heutigen Ohrenärzte in Europa nicht wenige Fälle, auch der doppelseitigen Exostosen, finden. Obwohl Toynbee[4] noch im Jahre 1850 annahm, dass dieselben gar nicht beschrieben seien, so gab es doch schon seit Autenrieth einzelne Angaben. Neuerlich sind derartige Fälle oft genug beschrieben worden[5] und es dürfte wohl keine Art von Ursachen geben, sei es mechanische, sei es dyskrasische, auf welche nicht mit bald mehr, bald weniger Bestimmtheit die Entstehung dieser Knochenauswüchse bezogen worden wäre. Aber soweit meine Kenntniss reicht, ist nirgends eine mechanische Verletzung des Ohrläppchens als Ursache nachgewiesen worden.

Die von Hrn. Seligmann aufgestellte Hypothese beruhte aber noch auf der anderen Voraussetzung, dass die Exostosen nur bei peruanischen Schädeln mit künstlicher Verlängerung vorkämen. Wie aus der obigen Zusammenstellung hervorgeht, ist seitdem nur ein weiterer Titicaca-Schädel ähnlicher Art bekannt geworden, der aus dem Hunter'schen Museum, und dieser ist einer unter fünf. Fast alle anderen exostotischen Peruaner-Schädel sind künstlich verkürzt, mit abgeplattetem Hinterkopf, also gerade von der Art, welche Hr. Seligmann als plebejische perhorrescirte. Dahin gehören 5 aus dem Hunter'schen Museum, 3 aus der Sammlung Barnard Davis und 18 aus der, im Augenblick meiner Obhut unterstellten Sammlung der HH. Reiss und Stübel, — also im ganzen 26 Schädel. -

Die Schädel der Sammlung Reiss-Stübel stammen sämmtlich aus Gräbern von Ancon. Die besondere, sei es einfach, sei es schief brachycephale Form der dort gefundenen Schädel habe ich vor Kurzem

---

[1] B. Davis l. c. p. 327 (Nr. 8), 337 (Nr. 97, 98), 339 (Nr. 107), 341 (Nr. 126).

[2] l. c. p. 309 (Nr. 1).

[3] l. c. p. 91 (Nr. 13).

[4] Transactions of the Pathol. Society. London. Vol. II, p. 270.

[5] J. M. G. Itard Traité des maladies de l'oreille et de l'audition. Paris 1842. I. p. 282. Will. R. Wilde Practische Bemerkungen über Ohren-Heilkunde aus dem Engl. von E. v. Haselberg. Göttingen 1855, S. 241. v. Tröltsch Die Krankheiten des Ohres. Würzb. 1862. S. 73. Josef Gruber Lehrbuch der Ohrenheilkunde. Wien 1870. S. 412. Delstanche fils Contribution à l'étude des tumeurs osseuses du conduit auditif externe. Mémoires couronnés, publ. par l'Acad. Roy. de Méd. de Belgique. Bruxelles 1878.

geschildert[1]; die stattgehabten Verdrückungen haben hauptsächlich Abflachungen von oben und Abplattungen oder Schiefheiten von hinten her, selten Niederdrückungen der Stirn bewirkt. Daher ist der äussere Gehörgang häufig sehr erheblich in Mitleidenschaft gezogen: statt eines gerundeten Canals zeigt er eine verdrückte Lichtung, die zuweilen geradezu säbelscheidenartig aussieht. Dabei ist sie verengt und gewöhnlich schief von oben und vorn nach unten und hinten gerichtet. Wie weit der Druck des Gelenkfortsatzes vom Unterkiefer dazu mitgewirkt hat, ist schwer auszumachen; jedenfalls hat es den Anschein, als ob gerade an dieser Stelle dem von hinten her wirkenden Druck Widerstand geleistet worden wäre.

Unter 134, einigermaassen von den mumificirten Weichtheilen befreiten Schädeln von Ancon zähle ich, wie gesagt, achtzehn mit Gehörgangs-Exostosen.[2] Soweit sich erkennen lässt, sind darunter auch weibliche (z. B. Nr. 120, A 8 und A 9). Die meisten der Schädel sind etwas, wenige stark deformirt; manche jedoch sehen ganz normal aus. Gerade die am stärksten verdrückten Schädel der Sammlung haben freie Gehörgänge. Eine unmittelbare Verbindung zwischen Exostose und Deformation muss also jedenfalls abgewiesen werden; eine mittelbare lässt sich, wie ich nachher ausführen werde, allenfalls als möglich zugestehen. Ein Paar Mal zeigt die Umgebung des äusseren Ohrloches Veränderungen, welche auf Störungen von aussen her bezogen werden können. So sieht man bei einem Schädel (A 6) mit vollem Hinterhaupt und sehr starker Knochenwucherung in dem Gehörgange, am oberen und hinteren Umfange des Ohrloches eine breite diffuse Zone im Zustande einer gewissen Sklerose; bei einem anderen (A. 3), der sehr wenig verdrückt ist, aber auch nur schwache Exostosen hat, zeigt die Oberfläche des Warzenfortsatzes und der obere Umfang des Ohrloches eine ausgedehnte Hyperostose mit einzelnen, fast cariös aussehenden Vertiefungen. Ich möchte jedoch auf diese Erscheinung weniger Gewicht legen, weil gerade sehr ausgezeichnete Fälle von Exostosen nicht die mindeste Veränderung dieser Art darbieten und weil ausserdem diffuse Hyperostosen und Sklerosen der äusseren Schädelfläche bei den Schädeln von Ancon sehr gewöhnlich sind. So zeigt gerade der letztgenannte Schädel eine so starke Hyperostose der vorderen Fontanellgegend, dass die Stelle in Form einer rautenförmigen Anschwellung über die Oberfläche hervorspringt.

---

[1] W. Reiss und A. Stübel Das Todtenfeld von Ancon in Peru. Ein Beitrag zur Kenntniss der Kultur und Industrie des Inca-Reiches. Berlin. Lief. 13. Taf. 107 — 16.

[2] Es sind dies Nr. 120 (vergl. Atlas Taf. 30. Fig. 9), 1548, 1553, 1555, 1581, 1622, 1642, 1647, sowie die von mir mit A 1 — 10 bezeichneten Exemplare.

Es liegt um so weniger Veranlassung vor, diese Betrachtungen weiter zu verfolgen, als es mir gelungen ist, die localen Beziehungen der Exostosen an den Schädeln von Ancon in so bestimmter Weise zu fixiren, dass über den Hergang der Bildung kein Zweifel mehr bestehen kann. Schon unsere Ohrenärzte haben die auffällige Thatsache von der doppelseitigen, symmetrischen Entwickelung vieler dieser Exostosen wohl erkannt. Hr. MOOS[1] schloss aus dem Umstande, dass die Geschwülste in drei von ihm betrachteten Fällen jedesmal auf beiden Seiten den gleichen Sitz hatten, nämlich an der oberen Wand des Gehörganges, ganz nahe am Trommelfell, dass ihrer Bildung die gleiche Ursache zu Grunde liegen müsse, und er nahm als solche irritative Vorgänge an, welche zu der Zeit einträten, wo der Trommelfellring mit der Schläfenschuppe verwächst. So konnte er sie mit dem von mir erörterten Stachelbecken in Parallele stellen. Hr. DELSTANCHE[2] geht noch einen Schritt weiter; er schliesst aus der Heredität mancher symmetrischer Exostosen auch auf die Heredität der Ohrexostosen, ohne jedoch ein einziges Beispiel dafür beizubringen.

Die Angaben der Autoren über den gewöhnlichen Sitz der Exostosen sind widersprechende. Während einige sie in der Nähe des Trommelfells, andere mehr nach aussen entstehen lassen, setzt sie ein so sicherer Beobachter, wie TOYNBEE, gerade in die Mitte zwischen Trommelfell und äussere Mündung. Nach meinen Beobachtungen ist es bei den Peruanern Regel, dass sie die äussere Hälfte des knöchernen Gehörganges einnehmen. Die meisten sitzen noch ganz im Kanal des Gehörganges, so dass sie bei stärkerer Entwickelung die Lichtung bis fast zu vollständiger Verschliessung erfüllen. Zuweilen sitzen sie jedoch auch ganz vorn im Anfange des Kanals, so dass sie aus demselben nach aussen hervorwachsen. An einem der Schädel von Ancon (Nr. 1642) steht jederseits eine gestielte Exostose mit einem kugelförmigen Ende aus dem Ohrloche hervor. Im hintersten Abschnitte des Kanals habe ich auch nicht ein einziges Mal eine Exostose gefunden. In dem einzigen Fall (A 1), wo ich eine Zersägung des Schädels vornahm, weil die Gehörgänge nach aussen hin ganz und gar mit wulstigen Auswüchsen erfüllt sind, zeigten sich hinter der fast ganz verschlossenen Stelle der Kanal wieder offen, die Trommelhöhle frei und die Gehörknöchelchen ganz zart.

Viel wichtiger, als die oberflächliche oder tiefe Lage, ist die Feststellung des eigentlichen Ausgangspunktes der Geschwulstbildung. Dieses ist ausnahmslos einer der **Ränder der Pars tympanica**

---

[1] Archiv für Augen- und Ohrenheilkunde von KNAPP und MOOS. 1871. II. 1. S. 113.
[2] DELSTANCHE l. c. p. 14.

des Schläfenbeins. Dieser Theil, welcher als ein unabhängiges Gebilde aus dem Annulus tympanicus des Neugeborenen hervorwächst, bildet in der Regel bei dem Erwachsenen einen nach oben offenen Halbkanal, welcher die untere Wand des Gehörganges darstellt. Er hat somit einen vorderen und einen hinteren Rand, welche beide nach oben gerichtet sind und sich bald mehr, bald weniger innig an die benachbarten Knochentheile der Pars squamosa und Pars petrosa anlegen und im günstigsten Falle mit denselben verschmelzen. Aber auch in diesem Falle bleibt sehr oft der alte Rand noch als ein schwacher Absatz oder Vorsprung bestehen. Anderemal dagegen ist die Verschmelzung eine unvollständige: nicht nur treten die Ränder stärker hervor, sondern es bleiben auch feine Spalten zwischen ihnen und den Nachbarknochen. Gerade bei den Peruanern ist diese unvollständige Vereinigung ungemein häufig und die Pars tympanica sieht aus wie eine dütenförmig eingefaltete Platte, welche scheinbar lose in den Gehörgang eingeschoben ist. Ja, nicht selten sind die Ränder derselben geradezu nach innen vorgebogen.

Diese Ränder sind es, von welchen die Bildung der Exostosen ausgeht. Am häufigsten ist es der hintere, nicht selten der vordere Rand, aber auch doppelte Exostosen werden oft genug gesehen. Wie Toynbee ganz richtig angab, sitzt eine hinten, die andere vorn, der ersteren gerade gegenüber, und die hintere pflegt dann die grössere zu sein. Im Ganzen befinden sie sich daher näher an der oberen Wand, aber genau genommen sitzen sie weder an der oberen, noch an der unteren, sondern vielmehr an der Seitenwand, hier jedoch häufiger nach oben, seltener nach unten, je nachdem die Ränder der Pars tympanica höher oder tiefer endigen. Der Hergang ist der, dass der Rand sich anfangs verdickt, dann mehr und mehr anschwillt und sich allmählich geschwulstartig auftreibt. Die Oberfläche der Auftreibung ist sehr verschieden, zuweilen ganz glatt, manchmal höckerig, wulstig, ja durch tiefe Einschnitte abgetheilt. Auch kommen neben einander an demselben Rande mehrere Exostosen vor, welche zusammen ein knolliges Aussehen darbieten. Die Structur erscheint äusserlich stets sehr dicht, sklerotisch oder elfenbeinern, jedoch entspricht der innere Bau diesem Aussehen nicht vollkommen.

Wenn man erwägt, dass die bezeichneten Randstellen den Punkten entsprechen, wo der knorpelige Gehörgang sich an den knöchernen anschliesst, so liegt der Gedanke sehr nahe, dass diese auriculären Exostosen der Exostosis cartilaginea und der Exostosis multiplex der Extremitäten- und der platten Knochen verwandt seien. Es sind eben excessive Wucherungen an Stellen, welche zur Ossification schreiten. Ob sie gleichfalls aus Knorpelwucherung hervorgehen,

wird erst durch Untersuchungen frischer Fälle zu ergründen sein. Aber die Thatsache, dass sie auf irritativen Störungen der normalen Knochenentwickelung beruhen, darf wohl nunmehr als feststehend angesehen werden.

Bis jetzt liegen keine Beobachtungen vor, durch welche die Coexistenz von auriculären Exostosen mit multiplen Exostosen des Skelets dargethan ist. Auch die Peruaner lassen uns darüber im Zweifel. Leider besitzen wir kein Skelet, welches zu einem der mit Gehörgangs-Exostosen behafteten Schädel gehört hat; ebenso fehlen die Schädel zu den mit multiplen Exostosen versehenen Knochen von Lurin. Die Angaben des Hrn. v. Tschudi,[1] dass der rechte Gelenkfortsatz des einen Unterkiefers ganz in der Weise destruirt war, wie die Gelenkköpfe der Röhrenknochen, könnte als eine Art von Beweis betrachtet werden, dass der krankhafte Process bis auf den Schädel übergegriffen hat. Nur einmal ist eine Combination eines solchen Zustandes des Unterkiefers mit Ohrexostosen constatirt worden: an dem Schädel eines Mannes von Ohivao, einer der Marquesas-Inseln, fanden sich knotige Exostosen der Gehörgänge und zugleich eine Exostose an der vorderen Seite des linken Gelenkfortsatzes des Unterkiefers.[2] Hoffentlich werden künftige Beobachter in Peru den Skeletknochen grössere Aufmerksamkeit schenken, als es bisher der Fall war; bei einiger Sorgfalt dürfte es sehr leicht sein, das Dunkel zu zerstreuen, welches über dieser interessanten Affection ruht.

Nicht ganz ohne Bedeutung ist es vielleicht, dass in dem sogenannten Os Incae, welches ich früher einmal in der Akademie besprochen habe,[3] eine andere Störung der Ossification bei Peruanern hervortritt, welche einen benachbarten Knochen betrifft. Unter den mit Ohrexostosen versehenen Schädeln von Ancon ist nur ein einziger (A 10), welcher ein Os Incae und zugleich eine Rima zygomatica posterior besitzt.

Wenn ich endlich zum Schlusse noch einmal auf die Frage zurückkomme, ob die künstliche Deformation einen Einfluss auf die Entstehung der Exostosen haben könne, so geschieht es, weil ich trotz Allem die Möglichkeit anerkennen muss, dass durch die Verdrückung und Verschiebung der Schädelknochen die Verwachsung der Pars tympanica erschwert oder geradezu verhindert, und so eine Prädisposition zu der Veränderung der Ränder dieses Knochentheils

---

[1] Zschokke a. a. O. S. 16.

[2] Barnard Davis Thesaurus craniorum p. 321 (Nr. 1).

[3] Virchow Über einige Merkmale niederer Menschenrassen am Schädel. Gelesen am 7. Januar 1875. (Abhandl. der K. Akademie der Wissenschaften 1875.) S. 60 ff.

gegeben werden könne. Ich glaube jedoch Thatsachen genug beigebracht zu haben, aus welchen hervorgeht, dass die Wirklichkeit der eben bezeichneten Möglichkeit wenig entspricht, und es scheint mir also, dass man vorläufig die künstliche Deformation eben so sehr aus der Reihe der Ursachen der Gehörgangs-Exostosen streichen muss, wie ich durch meine frühere Arbeit ihre Bedeutung für die Entstehung des Os Incae widerlegt habe.

---

Ausgegeben am 17. December.

1885.

LI.

# SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

# AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

ZU BERLIN.

---

10. December. Sitzung der philosophisch-historischen Classe.

---

Vorsitzender Secretar: Hr. Mommsen.

Hr. Pernice las: Zum römischen Sacralrechte. I.
Die Mittheilung folgt umstehend.

---

# Zum römischen Sacralrechte. I.*

Von Alfred Pernice.

Die römischen Juristen rechnen das geistliche Recht zum *ius publicum*[1]. Das hat seinen guten Grund: der Cultus der römischen Staatsgötter ist eine öffentliche Angelegenheit; daher muss der Staat die Kosten dafür tragen, namentlich fällt ihm die Tempelbaulast zu; daher steht aber auch die Entscheidung der hierher gehörigen Fragen bei den Consuln und dem Senate. Indess innerhalb des öffentlichen Rechtes bildet das ius sacrum ein streng abgegrenztes Gebiet. Denn es wird den grossen geistlichen Sachverständigencollegien ihr Einfluss voll gewahrt: sie haben rechtlich allerdings nur eine berathende, thatsächlich aber eine ausschlaggebende Stimme bei der Ordnung der Sacralverhältnisse. Zu diesen gehören alle diejenigen Verhältnisse, bei welchen eine Gottheit als Rechtssubject in Betracht kommt: sie kann dabei als Befugter, als Verpflichteter oder als Bürge der Erfüllung (Garant) betheiligt sein; es handelt sich also um den Rechtsverkehr mit den Göttern und den Rechtsverkehr unter dem Schutze der Götter[2].

Der Rechtsverkehr mit den Göttern bewegt sich ausschliesslich in den Formen des Sacralrechts; des Privatrechtes ist die Gottheit schlechthin untheilhaft: es kann ihr nicht stipulationsweise versprochen (promittirt) und sonst keine Privatobligation ihr gegenüber eingegangen werden: es wird ihr nicht in iure cedirt, mancipirt, tradirt; sie kann nicht zum Erben eingesetzt und es kann ihr kein Vermächtniss hinterlassen werden. Zur Ausfüllung dieser Lücke giebt es Sacralrechtsgeschäfte, durch welche ähnliche Wirkungen wie durch die privatrechtlichen erreicht werden können. Und so ist es begreiflich, dass der ungenaue Sprachgebrauch auch die Kunstausdrücke für die weltlichen Geschäfte auf die geistlichen überträgt[3]. Dadurch indess darf

---

[1] Ulpian D. 1. 1. 1, 2.

[2] Die Sacraldelicte lasse ich beiseite.

[3] So *debere* von der Gelübdeschuld: Horaz *carm.* 1, 36. 2 (2, 17. 7); Properz 3, 28c. 60; promittere für vovere: CIL. 1, 542; votum promissum: CIL. 8, 9020; votum et promissum: Cicero ad Att. 12, 18. 1; Feroniae manc[ipio] do: CIL 1, 1308; prae-

man sich nicht irreführen lassen: die Formen des privaten Rechtsverkehres bleiben den Göttern nach wie vor verschlossen. Das tritt deutlich hervor bei der eigenthümlichen Ausnahme, die seit Beginn der Kaiserzeit im Rechtsverkehre von Todeswegen gemacht wird. Das Sacralrecht kennt nur Rechtsgeschäfte unter Lebenden. So ist es erklärlich, dass Senatsschlüsse und Kaisererlasse einer Anzahl bevorzugter Gottheiten das Recht ausdrücklich verliehen, testamentarische Erbschaften und Vermächtnisse zu erwerben[1]. Das geschah in der Form, dass man sie mit dem Dreikinderrechte ausstattete[2]. Streng juristisch erhalten sie damit nicht Erbeinsetzungsfähigkeit, sondern nur die Fähigkeit Hinterlassenschaften zu erwerben, mit denen sie bedacht sind (*mortis causa capere*). Indess ist das anscheinend nur eine Form[3]; und die Gründe für die Wahl dieser seltsamen Vermittelung mögen namentlich zwei gewesen sein: man wagte nicht, die Götter mit den Menschen ganz auf die nämliche Stufe zu stellen, wie man etwa den Corporationen Vermächtnissfähigkeit gewährte, und im Zusammenhange damit wollte man nicht, dass die Ernennung einer Gottheit zu Erben wie bei gewöhnlichen Erben als Ehre erscheine; sie sollte eben nur die Zuwendung eines Vermögensvortheiles an den Tempel sein[4].

Ausser diesem Falle wissen wir nicht, dass Privatrechtsgeschäfte mit ihren Formen und Wirkungen auf die Götter übertragen worden

---

sentib[us] et tradentib[us] clarissimis viris ex.. coll. XV virum; tradente simul C. C. consacerdote sua: CIL. 9, 1540; tradentib[us] Septimio Primitivo et sac. Servilia: CIL. 9, 1538; 6, 749 sqq.; hunc locum monimentumque diis Manibus do legoque: CIL. 5, 2915.

[1] Ulpian 22, 6 Kr.: deos heredes instituere non possumus praeter eos, quos Senatus consulto constitutionibus ve principum instituere concessum est, sicuti Iovem Tarpeium, Apollinem Didymaeum Mileti, Martem in Gallia, Minervam Iliensem, Herculem Gaditanum, Dianam Ephesiam, Matrem deorum Sipylenen, Nemesim quae Smyrnae colitur et Caelestem Salinensem Carthagini. Der Iuppiter Tarpeius ist doch wohl der Tempel des Feretrius, den Augustus weihte (Mommsen, Staatsrecht 2, 60 A. 3; a. M. Labeo 1, 262 A.). Die übrigen Gottheiten haben das Recht nach Willkür der Kaiser erhalten, wie diese eine besondere Verehrung für sie hatten: Labeo 1, 261 f. (die Darstellung im Übrigen ist nicht zutreffend).

[2] Dio Cassius 55, 2 extr.: *κα ἰαῦτὰ* (iura trium liberorum) *οὐκ ἄνθρωποι μόνον, ἀλλὰ καὶ θεοὶ εὑρίσκονται, ἵνα ἄν τίς τι αὐτοῖς τελευτῶν καταλίπῃ λαμβάνωσιν.*

[3] D. 28, 5. 73; Ulpian 15; 16, 1a spricht er erst von *solidum capere*, dann von *libera testamenti factio*.

[4] Noch erklärlicher würde diese Formulirung, wenn der 'nationale' Gedanke der 'Repräsentation' des Erblassers durch den Erben wirklich im älteren römischen Rechte so lebhaft und massgebend für das Erbrecht gewesen wäre, wie das neuerdings wieder Hofmann Krit. Studien S. 109 ff., S. 127 ff. entwickelt, freilich mehr behauptend als beweisend. Der Gott kann den Menschen nicht allein oder zugleich mit anderen Menschen 'repräsentiren'. Aber ich halte diesen Gedanken nicht für römisch.

sind. Allerdings aber kommt es öfter vor, dass die Obrigkeit eingreift, um sacralrechtliche Beziehungen der Menschen unter sich und zu den Göttern zu ordnen. Allein das ist nicht der ursprüngliche Zustand. Vielmehr sind menschliche Verhältnisse, welche unter Götterschutze stehen, damit von selbst ausserhalb des Rechts- und Staatsschutzes gestellt; für sie gilt das *fas* nicht das *ius*. Die weltliche Behörde befasst sich mit ihnen grundsätzlich nicht. Es wird sich ergeben, dass der staatliche Schutz durch den Prätor oder Consul durchgängig erst später aufgekommen ist.

Hiernach kann es nicht auffallen, wenn die sacralen Rechtsverhältnisse in der Form ihrer Begründung und Aufhebung und in ihren Wirkungen nicht den Regeln folgen, welche für die Verhältnisse des öffentlichen und des Privatrechts massgebend sind; wir haben auch hier ein eigenes Rechtssystem, das selbständig neben den beiden anderen steht. Das ist durch allgemeine Aussprüche besser bezeugt und beglaubigt, als die Selbständigkeit des öffentlichen Rechtes neben dem Civilrechte[1]. Es bedarf aber doch noch einer näheren Ausführung im einzelnen. Denn die unglückliche Neigung der Juristen, die Privatrechtsnormen als die logisch allein zulässigen und vernunftgemässen anzusehen und abweichende Sätze als 'Ausnahmsrecht' zu behandeln, dauert trotz allem weiter.

In anderer Beziehung dagegen stehen diese Rechtstheile trotz der Verschiedenheit der Spruchbehörden unter der nämlichen Regel: ursprünglich werden alle drei Arten von Rechtsverhältnissen nach *ius strictum* beurtheilt. Der Richter hält sich bei der Entscheidung über Gültigkeit und Tragweite der Rechtsgeschäfte an dem Wortlaut der Willensäusserung und verlangt dessen genaue Übereinstimmung mit dem Buchstaben der objectiven Rechtsnorm[2]. Für die Sacralrechtsgeschäfte kann das nicht zweifelhaft sein; die peinliche Sorgfalt bei der Abfassung von Geschäftsformularen zeigt es deutlich. Anscheinend ging der Formalismus hier sogar noch weiter als im Civilrechte: ein Stottern beim Aussprechen der *concepta verba* konnte wohl den heiligen Act ungültig (vitiös) machen[3]. Nicht im römischen, sondern nur

---

[1] Cicero *de legg.* 2, 47.

[2] Danz, sacraler Schutz S. 3 f.; vergl. Heusler, Institutionen des deutschen Privatrechts 1, 60 f.

[3] Man muss das aus Plinius *N. H.* 28, 2. 11 sqq. schliessen: et ne quod uerborum praetereatur aut praeposterum dicatur, de scripto praeire aliquem ..., tibicinem canere, nequid aliud exaudiatur ... quotiesve precatio erraverit, sic repente extis adimi capita vel corda aut geminari victima stante; Plinius 11, 174; Cicero *de domo* 55, 140: delatum tum est ad vos, pontifices, ... quem ad modum iste praeposteris verbis, ominibus obscaenis, idemtidem se ipse revocando, dubitans, timens, haesitans omnia aliter ac vos in monumentis habetis et pronuntiarit et fecerit; 141: di immortales

im deutschen Gerichtsverfahren finden wir etwas entsprechendes[1] Bona fides und richterliches Ermessen sind auf diesem Gebiete immer in engeren Schranken geblieben, als im Civilprocesse und im Verwaltungsstreitverfahren.

Die geistlichen Rechtsgeschäfte zerfallen in zwei verschiedene Gruppen: Rechtsgeschäfte mit den Göttern, die nothwendig sacrale Form haben, und Rechtsgeschäfte unter Privaten, die in sacraler Form abgeschlossen werden können. Die erste Gruppe bilden: Votum und Dedication, Devotion, Evocation, Auspication, in gewissem Sinne auch das Begräbniss; in der zweiten stehen: Sponsion, eidliche Zusage und Confarreation. Während jene einen gemeinsamen Typus haben: es sind durchgängig einseitige Acte, an welche sich die Rechtswirkungen unmittelbar anknüpfen, zeigen diese eine verschiedenartige Gestaltung.

## I.

Gelübde und Weihe (*votum* und *dedicatio*) gehören so genau zusammen wie im Privatrechte obligatorische Verbindlichkeit und Übereignung; die Dedication erscheint als Vollzugsact der gegen die Gottheit übernommenen Verpflichtung, und das Votum umgekehrt als *causa* der Dedication. Daher *voto obligari, votum solvere, reddere, ex voto dedicare.*

1. Äusserlich stellt sich das Votum dar als ein Versprechen des Gelobenden an die Gottheit, eine *sponsio qua obligamur deo*[2]. Es ist durchgängig bedingt oder wird doch unter einer Voraussetzung gegeben: vom Gotte wird eine Gegenleistung erwartet und meist geradezu ausbedungen. Deshalb enthält die Weihe-Inschrift regelmässig zum *votum solvens* den Zusatz *merito:* der Gott hat gethan, was ihm oblag[3]. Dagegen erfolgt nicht eine Annahme des Versprechens durch den Gott oder seinen diesseitigen Vertreter. Denn das Gelübde wird 'nuncupirt'[4].

---

suorum templorum custodem ac praesidem sceleratissime pulsum cum viderent, ex suis templis in eius aedis immigrare nolebant; itaque istius vaecordissimi mentem cura metuque terrebant; *de har. resp.* 23: si aedilis verbo . . aberravit ludi sun non rite facti.

[1] Ssp. Ldr. 1, 60; 1, 63, 2.

[2] Cicero *de leg.* 2, 41; Juvenal 13, 233; Tibull 3, 5. 33; Petron 88: alius donum promittit (= votum facit). si propinquum divitem ex tulerit.

[3] Vergl. ausser den Inschriften Livius 45, 39. 11: ad eosdem deos quibus vota nuncupavit, merita dona portans redit; Ovid *fast.* 4, 898: redduntur merito debita (v. 839 sq.) vina Jovi; 5, 596; *trist.* 4, 2. 11 sq.; 56.

[4] Varro *de l. L.* 6, 60; Festus p. 173; Livius 7, 40. 5; 10, 7. 6; 21, 63. 7; 22, 10. 8; 36, 2. 3. A. M. Danz S. 25, der 'nach römischer Auffassung' eine Acceptation oder etwas ihr ähnliches verlangt und deshalb danach sucht. Diese römische Auffassung ist eben nur für das Privatrecht zutreffend. Varro und Festus setzen *nominare* und *nuncupare*

*Nuncupatio* aber ist technisch eine einseitige Erklärung, wie das beim Testamente bezeugt ist[1]. Und als solche tritt auch das Gelübde auf; wo die Formelworte bestimmt oder andeutungsweise überliefert sind, bilden sie eine Anrede an den Gott[2]. Die Erfüllung der gesetzten Bedingung ist natürlich nicht als Annahmeerklärung (concludente Acceptation) anzusehen, zumal man sie nicht ohne weiteres als potestative, in der Willkür des Gottes stehende wird auffassen dürfen. Endlich hat auch die Mitwirkung des Pontifex bei staatlichen Gelübden[3] nicht die Bedeutung einer stellvertretenden Zustimmung. Das ergiebt sich einmal daraus, dass bei privaten Vota der Pontifex sich nicht betheiligt und auch kein anderer Vertreter des Gottes an seiner Statt handelt. Dann aber spricht der Pontifex dem Beamten eben nur die feierlichen Worte des Gelübdes vor: dies *verba praeire* ist indess hier wie sonst nicht als eine Entgegennahme des Gelübdes zu betrachten[4]. Von einem Vertrage kann nicht die Rede sein: er kommt durch Angebot und Annahme, aber nicht durch zwei gleichlautende Erklärungen zu Stande. Vielmehr handelt es sich um das Vorsagen und genaue Nachsprechen der richtigen Worte und der angemessenen Formel, *dictare*[5]; es kam zugleich darauf an, diese ohne Stocken und Anstoss auszusprechen[6]. Daher sichert die Anwesenheit und Betheiligung des Sachverständigen, die für die Gültigkeit des Geschäftes nicht erforderlich ist, die formelle und materielle Ordnungsmässigkeit des Actes; es sollten Schwierigkeiten und Bedenken bei der Vollziehung vermieden werden, wie sie dennoch häufig genug vorgekommen sind[7]. Die Einseitigkeit der Gelübde-Erklärung mag man immerhin nicht empfunden' haben. Man war eben überzeugt, dass der Gott das Gelübde höre, dessen Bedingung er erfüllen sollte[8]. Aber rechtlich ist der Gelobende durch sein

---

ohne weiteres gleich. Santra dagegen (bei Festus) deutet gerade beim Votum *nuncupata* als *promissa et quasi testificata, circumscripta, recepta, quod etiam in votis nuncupandis est convenientius.* Das ist bezeichnend: er will die für den Nuncupanten bewirkte Verbindlichkeit herausbringen, die bei Testament, Mancipium und Nexum sich nicht findet. *Recipere* heisst wie suscipere 'auf's Gewissen nehmen'.

[1] Gaius 2, 104: nuncupare est enim palam nominare.

[2] Acta fr. Arv. b. Wilmanns exempla inscr. lat. 2876a; Livius 36, 2. 3; Virgil *Aen.* 5, 285; 9, 622; Catal. 6; Pomponius bei Gellius 16, 6. 7.

[3] Ob sie nothwendig, oder auch nur üblich war, lässt sich nicht sicher entscheiden.

[4] Danz S. 28 f.; S. 145: der Gott ist durch die pontifices Contrahent beim Votum; dagegen freilich S. 146 A. 9 a. E.

[5] Valerius Fl. *Arg.* 1, 685; Juvenal 6. 391; Schol. z. d. St.: dictataque verba] id est a sacerdote sive aruspice; ἐξηγεῖσθαι übersetzen die Griechen.

[6] Val. Max. 8, 13. 2.

[7] Livius 31, 9. 7; 22, 9. 8 sqq.; 27, 25. 7 (Val. Max. 1, 1. 8); 37, 44 (vergl. 33, 44 und Weissenborn dazu); 39, 5. 7 sqq.

[8] In diesem Sinne heisst es: accepere deae (votum) celerique per aethera lapsu diversas petiere vias (Valer. Flacc. *Arg.* 1, 91): sie hören die Bitte und erfüllen sie.

ausgesprochenes Wort gebunden, *voti obligatus, voti reus est;* hat er seinen Wunsch erreicht, ist er *voti compos,* so ist er das Gelobte zu leisten schuldig, *voti damnatus*[1]*:* die beiden letzten Ausdrücke werden daher auch gleichbedeutend gebraucht[2]. Überall erscheint der Gelobende, niemals der Gott als am Rechtsgeschäfte betheiligt. Es ist klar, dass diese Art ein verpflichtendes Rechtsgeschäft abzuschliessen von den Normen des privaten wie des öffentlichen Rechtsverkehrs durchaus abweicht. Auf beiden Gebieten wird die Verbindlichkeit nur durch übereinstimmende Willenserklärung der Parteien begründet, regelmässig durch Frage und Antwort. Es ist überflüssig, diesen Satz für Stipulation, praedum obligatio[3] und die Vertragsschlüsse der Beamten mit Bürgern näher auszuführen. Beim Formalacte des Nexum aber, bei welchem unseres Wissens nicht beide Theile ihren Willen erklären, da spricht der Gläubiger, und der Schuldner lässt dessen Bannspruch über sich ergehen[4].

Die Wirkung des Votums ist eine obligatio, eine sacralrechtliche Verbindlichkeit, eine religiöse und Gewissenspflicht. Es ist unzweifelhaft, dass ursprünglich kein weltlicher Zwang zur Erfüllung des Gelübdes bestand. Nirgends ist eine Spur zu entdecken, dass spätere Rechtsmittel zur Nöthigung des Gelobenden vorhanden waren. Man behauptet gewöhnlich eine civile Obligation[5] auf Grund einer Äusserung Ulpian's (D. 50, 12. 2 pr.): *siquis rem aliquam voverit, voto obligatur; quae res* [quod?] *personam voventis, non rem quae vovetur obligat. res enim quae vovetur soluta quidem liberat vota* [l. voto, vota] *ipsa vero sacra non efficitur.* Ulpian also bedient sich des Kunstausdruckes für die sacrale Verbindlichkeit und weist die Anschauung zurück, als ob die gelobte Sache schon ohne Dedication Göttereigen werde; was für eine Verbindlichkeit entstehe oder, im Sinne des römischen Privatrechts gesprochen, welche Klage gegen den Gelobenden, sagt er nicht[6]. Dass die Behörde, etwa der Consul, amtsrechtlich einschritt, um die

---

[1] Voti compos: CIL. 6, 47; Servius *Ecl.* 4, 80: damnabis tu quoque votis] id est cum deus praestare aliqua hominibus coeperis. obnoxios tibi eos facies ad vota solvenda, quae ante quam solvantur, obligatos et quasi damnatos homines tenent; *Aen.* 4, 699: ideo et cum vote suscipimus rei voti dicimur, donec consequamur beneficium et donec condemnemur, id est promissa solvamus; Macrobius *Sat.* 3, 2. 6: haec vox propria sacrorum est, ut reus vocetur, qui suscepto voto se numinibus obligat, damnatus autem qui promissa vota iam (?) solvit.

[2] Nepos *Timol.* 4, 3: dixit nunc demum se voti damnatum, d. h. sein Wunsch sei jetzt erst in Erfüllung gegangen; Livius 10, 37. 16: bis eiusdem voti damnata res publica und dazu WEISSENBORN.

[3] Festi Ep. p. 223, 9.

[4] HUSCHKE, Nexum S. 50.

[5] Z. B. DANZ S. 231.

[6] BRINZ, Pandekten S. 1092.

Dedication zu erzwingen, wie bei der Pollicitation[1], ist nirgends bezeugt und an sich unwahrscheinlich: denn der Staat hat an Weihegeschenken wenig oder gar kein Interesse. Für die ältere Zeit wird man sogar nach der Analogie gleichartiger Fälle bezweifeln dürfen, dass die voti obligatio als wirkliche, vertragsähnliche Obligation aufgefasst wurde: die Nichterfüllung erschien vielmehr als ein Vergehen gegen die Gottheit und diese selbst ahndet den Verstoss. Cicero's Gesetz *de leg.* 2, 22: *caute vota reddunto; poena violati iuris esto* und in der Erläuterung dazu (2, 47): *diligentiam votorum satis in lege dictum est... ac votis sponsio qua obligamur deo; poena vero violati iuris iustam recusationem non habet* handeln nicht blos von Erfüllung, sondern auch von Eingehung der Gelübdeverpflichtung. Es scheint eitel Künstelei, die Worte auf religiöse und sonstige Fehler bei der Dedication ausschliesslich zu beziehen. Gehen sie aber auf das Gelübde, so steht es damit ähnlich wie beim Depositum des älteren Rechtes: die Verletzung der Übereinkunft wird als ein Delict behandelt. Damit wäre ohne weiteres die Unvererblichkeit der Gelübdepflicht für die ältere Zeit gegeben. Freilich nach Ulpian (D. 50, 12. 2, 2) *voti obligationem ad heredem transire constat*, d. h. der Übergang auf die Erben ist allmählich sicher festgestellt. Allein dieser Satz dient nur zur Begründung der Regel, dass der gelobte Zehnte vom Erben entrichtet werden müsse, selbst wenn er vom Erblasser noch nicht aus seinem Vermögen ausgesondert worden wäre. Damit könnte es seine eigene Bewandtniss haben. Die sacrale Verpflichtung haftet sonst überall an der Person; darum ist es höchst auffällig, dass gerade das Votum, das den Character der Sacralobligation sonst am meisten bewahrt hat, vererblich sein sollte. Man darf vielleicht zur Erklärung die Pollicitation heranziehen. Diese ist dem Votum künstlich nachgebildet: ein einseitiges bindendes Versprechen an die Gemeinde 'wegen erwiesener oder zu erweisender Ehren'[2]. Hier ist nun sicher die Vererblichkeit für wahre Pollicitationen (ob honorem factae) durch Traian positiv festgesetzt[3]. Die Juristen legten sich das so zurecht, dass das Versprechen ob honorem ein *aes alienum hereditatis* sei[4]. Das ist aber die nämliche Anschauung, durch welche man sich auch den Übergang sacraler Verbindlichkeiten auf den Erben vermittelte. Es liesse sich denken, dass man diese Denkform für den gelobten Zehnten gleichfalls verwendete; aber nur für ihn, nicht für unproductive Weihegeschenke: denn hier war thatsächlich der Gottheit oder ihrem Tempel ein materieller Vortheil zugesagt.

[1] D. 50, 12. 8; Festgabe f. Beseler S. 58.
[2] D. 50, 12. 1, 1; Labeo 1, 279 f.
[3] D. 50, 12. 14.
[4] D. 50, 12. 6 pr.

2. Die Weihe des gelobten Gegenstandes ist ganz entsprechend ein einseitiger Act mit dinglicher Wirkung. Genauer unterrichtet sind wir nur über Formen und Folgen der staatlichen Weihe: sie findet unter Theilnahme des Pontifex durch den Beamten statt. Die Übereignung an die Gottheit wird bald als *consecratio*, bald als *dedicatio* bezeichnet: der Sprachgebrauch macht keinen Unterschied zwischen beiden Ausdrücken[1]. Indess mag es zutreffen, dass beim Weiheacte selbst die Thätigkeit des Beamten vorzugsweise *dedicare*, die des Pontifex *consecrare* heisst[2]. Aber diese beiden Worte heben nur die beiden Seiten des nämlichen Verhältnisses hervor: die negative, das extra commercium Setzen, die Entäusserung des geweihten Gegenstandes, und die positive, dass er *divini iuris* wird. Der Vorgang aber ist nicht so zu denken, als nähme der Pontifex im Namen der Gottheit den vom Beamten dargebotenen Gegenstand in Empfang[3]. Für eine solche Gegenseitigkeit, also die Vertragsnatur des Weiheactes, liegt im Thatbestande des Geschäftes nicht der geringste Anhalt. Die beiden betheiligten Personen handeln gemeinschaftlich; der Pontifex spricht wie beim Gelübde die Formelworte vor, der Beamte wiederholt sie[4]. Und diese Formel ist eine Anrede an den Gott, in der ausgesprochen wird, dass man ihm den Gegenstand weihe, nicht blos weihen wolle[5]. Der Weihende also giebt einseitig eine Entäusserungserklärung ab, er lässt das Eigenthum der Gemeinde zu Gunsten der Gottheit auf. Eine Analogie dazu gewährt im öffentlichen Rechte die Publication, d. h. die Überlassung des Staatseigenthums an Wegen, Plätzen und dergl. zum Gemeingebrauche[6]. Daher ist es erklärlich, wenn auch von dieser 'Übergabe an's Publicum' die Ausdrücke *consecrare* und *dedicare* gebraucht werden[7]. Gerade entgegengesetzt ist die Gestaltung des Vorganges bei der Mancipation. Hier ergreift der Erwerber die

---

[1] Darüber besteht eine alte Streitfrage; schon Ernesti in der clavis Cicer. u. d. W. W. leugnet den sprachlichen Unterschied.

[2] So Marquardt, Staatsverw. 3, 273. So ist, denke ich, auch die eigenthümlich gefasste Äusserung bei Servius *Georg.* 3, 16 zu verstehen: et verbo usus est pontificali (nämlich templumque tenebit): nam qui templum dicabat (also der Beamte) postem tenens dare se dicebat numini, quod ab illo necesse fuerat (?) iam teneri (was oder weil er von ihr, der Gottheit nunmehr in Besitz genommen sein musste) et ab humano iure discedere. Jedesfalls ist die Stelle bei Meurer S. 195 wunderlich missverstanden.

[3] Marquardt S. 269; vergl. A. 12.

[4] Varro *de l. L.* 5, 7: sic enim aedes sacra a magistratu pontifice praeeunte dedicatur; Cicero *de domo* 133.

[5] Livius 1, 10. 6; 10, 23. 7; vor allem CIL. 3, 1933; Or. 2489.

[6] Labeo 1, 269 f.; man kann den iactus missilium hiermit zusammenstellen: Zschr. f. RG., N. F., 5, 108 f.

[7] Darauf hat man schon oft hingewiesen: bibliothecam dedicare: CIL. 3, 607 (unter Traian); Plinius *ep.* 1, 8. 2; opus publicum dedicare: *ad Trai.* 116; Sueton *Aug.* 31 (42) u. 100; pontem dedicare: CIL. 3, 3202 = Or. 5272.

Sache und erklärt sie an sich zu nehmen *(empta esto)*, indem er dies durch Zahlung des Preises rechtfertigt *(hoc aere)*: der Veräusserer verhält sich leidend[1].

Die Betheiligung des Pontifex beim Weiheacte scheint ursprünglich facultativ gedacht zu sein. Dafür spricht, dass er immer erst auf Aufforderung des Beamten eintritt. Die Formel, die Cicero halb parodirend anführt: *ades, Luculle, Servili, dum dedico domum, ut mihi praeeatis postemque teneatis* entspricht genau der anderen, mit welcher der Beamte den Augur bei der Vogelschau heranzog: *Q. Fabi, te mihi in auspicio esse velim*[2]; wahrscheinlich erfolgte wie hier eine zustimmende Antwort des Priesters. Und so wird bei der Weihe des Altars der Pudicitia die Mitwirkung des Pontifex von der Überlieferung ausdrücklich ausgeschlossen[3].

---

[1] Sehr bestimmt, aber, wie mir scheint, nicht glücklich, hat neuerdings MEURER, d. Begriff und Eigenthümer der heiligen Sachen 1, 191 ff. die Gegenseitigkeit des Weiheactes vertheidigt. Er bezeichnet das Rechtsgeschäft als negotium bilaterale inaequale (S. 195, 198); das soll heissen: der Beamte giebt hin, der Pontifex nimmt an, aber ersterer ist die Hauptperson und seine Thätigkeit die Hauptsache; der Act wird mit der in iure cessio verglichen, er sei eine traditio und apprehensio symbolica (S. 193). Bei der Vindication legen beide Theile dem streitigen Gegenstande die vindicta auf; hier fassen beide die Tempelthürpfosten an; bei der Vindication behaupten allerdings beide Eigenthum, also das nämliche; das passt für die vertheidigte Auffassung der Consecration nicht. Aber beim Freiheitsprocesse behauptet der eine Eigenthum, der andere Freiheit, also jeder etwas anderes. 'Somit steht nichts im Wege', das Anfassen des Pfostens auch hier in verschiedenem Sinne zu nehmen: der Beamte 'entlässt die Sache aus dem profanen Eigenthumsverbande', der Pontifex nimmt sie in Besitz. Das Wesen des Freiheitsprocesses ist hier verkannt: die Gegner behaupten thatsächlich nichts verschiedenes, jeder nimmt die potestas in Anspruch. Beide Theile halten die Pfosten fest bis zuletzt: von einem *manu emittere*, wie bei der Freilassung vor dem Prätor hören wir nichts. Dennoch wäre diese Auffassung denkbar, wenn die Handanlegung durch entsprechende Worte in diesem Sinne erläutert würde. Das behauptet M. nicht einmal. Vielmehr ist ihm die 'praeitio' des Pontifex der 'Rest einer Stipulationsform' (S. 196); er habe gefragt: dabis, dedicabis? der Beamte habe bejaht (Cicero *de domo* 123 wird in Folge eines unbegreiflichen Missverständnisses hierher gezogen). Dass hiermit nur obligatorische Wirkung erzielt werden würde, übersieht M. Selbstverständlich müssen wir von dem ausgehen, was wir wissen. Und da zeigen 1. die beiden typischen Tempelweihen für den Iuppiter Feretrius und die Pudicitia plebeia (Livius 1, 10; 10, 23) durchaus einseitige Acte ohne Pontifex; ferner aber wissen wir 2., dass Magistrat und Pontifex dieselben Worte sprechen, eine Anrede an die Gottheit. M. folgert aus den Redensarten über die arcana pontificum bei Cicero *de domo* 121, dass die Formel der Weihung 'selbst Cicero verschlossen war' (S. 196), und darum 'stehe nichts im Wege', sie als Stipulation zu denken. Der Zusammenhang dieser Äusserungen ist dabei nicht beachtet: der Redner will darauf hinaus, zu zeigen, dass der jugendliche Schwager des Clodius, der bei der Consecration zugegen war, seine Sache nothwendig falsch gemacht haben müsse, da er von der schwierigen Weihekunst unmöglich etwas habe verstehen können.

[2] Cicero *de domo* 132; *de div.* 2, 34. 71; vergl. RUBINO, Untersuchungen S. 55.

[3] Livius 10, 23.

Jedesfalls ist bei nichtstaatlichen Consecrationen die Mitwirkung des Priesters kein nothwendiges Erforderniss. Bei municipalen Weiheacten wird durchgängig ein städtischer Geistlicher gegenwärtig gewesen sein; auch bei privaten wird vielfach die Betheiligung eines Priesters erwähnt[1]: regelmässig aber ist davon erklärlicherweise nicht die Rede. Am rechtlichen Wesen des Dedicationsactes ändert indess der Wegfall des geistlichen Beistandes nichts: das Rechtsgeschäft heisst öfters *consecratio*[2]; es besteht auch hier in einer Anrede an die Gottheit. Man darf das aus inschriftlichen Zeugnissen[3] und aus Anspielungen der Schriftsteller[4] mit voller Sicherheit schliessen.

Die Wirkung ist zunächst und vor allem, dass die geweihete Sache unter den Schutz des *fas*, der Götter kommt[5]. Aber *res sacra* im eigentlichen Sinne wird sie nach der lex Papiria nur, wenn die Consecration auf Grund eines Volksschlusses oder was dem gleichsteht erfolgt[6]. Einmal wird durch die Sacertät der Sache die Pflicht des Staates begründet, sie in Stand zu halten: und in diesem äusseren Momente liegt der wesentliche Grund für jene gesetzliche Vorschrift[7]. Auf der anderen Seite ist die res sacra privatrechtlich extra commercium, sie steht in niemandes Privateigenthume; es können keinerlei Verträge darüber abgeschlossen werden[8], sie kann auch nicht einmal thatsächlich der Gewalt eines Privaten unterworfen sein, von ihm besessen werden[9]. Dieser Schutz der res sacrae geht vom Prätor aus: er versagt den Interessenten die Rechtsmittel, um sich in Besitz der geweiheten Sachen zu setzen oder darin zu erhalten; darum erwägt er auch, ob nicht in besonderen Fällen in dieser Versagung eine Unbilligkeit liegen könne, z. B. wenn der Käufer einer res sacra sie nicht als solche kannte[10].

Hiernach wird es sich bestimmen lassen, welche Rechtsfolgen die lediglich private Weihe nach sich zieht. Jedesfalls wird der Gegen-

---

[1] z. B. Taurobolium fecerunt . . . praeeunte Aelio Castrensi sacerdote, tibicine Fl. Restituto: Wilmanns 121 sq.; ara posita asstante sacerdote: CIL. 6, 746.

[2] Aram cum base consecr[avit]: CIL. 6, 360; cum pro salute optimi principis domini i(infra) s(cripti) fundi consecrati sunt: CIL. 10, 444; Or. 5087.

[3] Gratias agentes numini tuo d. d.: CIL. 6, 6; susceptum merito votum tibi, Mercuri, solvi: Or. 1418; Alcides, sacri generis decus, hoc tibi praetor et Jovis antistes dedico Perpetuus: Or. 1533.

[4] Catull 18, 1: hunc lucum tibi consecro dedicoque, Priape; Tibull 1, 9. 83; Statius *Theb.* 2, 715 sqq.; Priap. 82 (Tibull): haec tibi Perspectus templa, Priape, dico.

[5] Macrobius 3, 7. 5: cum cetera sacra violare nefas sit.

[6] Cicero *de domo* 127; Festus p. 321; Gaius 2, 5.

[7] Mommsen, Staatsrecht 2a, 61 A. 1, 602.

[8] D. 1, 8. 6, 2 sq.; 45, 1. 83, 5; 18, 1. 6 pr. — Auf das Verhältniss der Gottheit und des Staates zur geweiheten Sache gehe ich hier absichtlich nicht ein. Im wesentlichen halte ich an meiner früheren Auffassung (Labeo 1, 254) auch jetzt fest.

[9] D. 43, 8. 2, 19; 41, 2. 30, 1.

[10] D. 18, 1. 62, 1; Labeo 2, 174 A. 81.

stand nicht sacer, sondern bleibt profan[1]: das private Heiligthum wird als *sacrarium* oder *sacellum* vom öffentlichen unterschieden. Selbstverständlich hat deshalb der Staat keine Unterhaltungspflicht. Der Prätor schützt die Sacrarien nicht gegen rechtswidrige Benutzung, z. B. gegen Bewohnen[2]; die Sache ist auch nicht in dem Sinne dem Verkehre entzogen, dass Veräusserungsgeschäfte schlechthin ungültig wären. Aber das sacrarium ist *religione obligatum;* es steht unter dem Schutze des *fas;* deshalb ist es nach geistlichem, nicht nach bürgerlichem Rechte *extra commercium*[3]. Es verstösst gegen die göttliche Ordnung, die geweihte Sache zu menschlichen Zwecken zu missbrauchen, nicht blos für den Weihenden selbst, sondern auch für seine Rechtsnachfolger[4]. So darf das *sacrarium* nach menschlichem wie nach göttlichem Rechte mit dem Grund und Boden veräussert werden, wenn nur sein religiöser Charakter auch in der Hand des Erwerbers und weiterhin gewahrt bleibt. Man pflegte daher beim Verkaufe eines Grundstückes besonders darauf hinzuweisen, es solle am Sacrarium das Eigenthum nicht mit übertragen werden. Nothwendig aber war der Vorbehalt nicht, wenn der Gegenstand äusserlich als sacellum kenntlich war[5]. Das erreichte man wohl durch eine bestimmte Feierlichkeit bei der Weihe und eine entsprechende Inschrift. An solche Vorsichtsmassregeln denkt Cicero bei der Errichtung einer Kapelle für seine verstorbene Tochter[6]. Mit dieser Behandlung der sacella stimmt es vollkommen, dass sie erst dann rechtmässig dem Verkehre zurückgegeben erscheinen, wenn sie durch eine sacrale Handlung von der religio gelöst worden waren[7].

---

[1] Aelius Gallus bei Festus p. 321: quod autem privati suae religionis causa aliquid earum rerum deo dedicent, id pontifices R. non existimare sacrum; D. 1, 8. 6, 3.

[2] D. 43, 6. 1, 1: hoc interdictum de sacro loco, non de sacrario competit.

[3] Sabin bei Gellius 4, 9: religiosum est, quod propter sanctitatem aliquam remotum ac repositum a nobis est.

[4] Aelius Gallus bei Festus p. 278: idem religiosum quoque esse, quoniam sit aliquid quod ibi homini facere non liceat; quod si faciat adversus deorum voluntatem videatur facere; Cicero *de leg.* 2, 19 (lucos in agris habento et Larum sedes) und 27: neque ea.. cum dominis tum famulis posita in fundi villaeque [in] conspectu religio Larum repudianda est.

[5] D. 18, 1. 22 und 24: hanc legem venditionis 'si quid sacri vel religiosi est, eius venit nihil' supervacuam non esse, sed ad modica loca pertinere; 19, 1. 53, 1: si eum fundum vendidisti, in quo sepulcrum habuisti, nec nominatim tibi sepulcrum excepisti, parum habes eo nomine cautum (Labeo). Paulus: minime, si modo in sepulcrum iter publicum transit. Daher Veräusserungen von Grabstätten als solchen durch Mancipation: CIL 1, 1059; Or. 4567; WILMANNS 285.

[6] Cicero *ad Att.* 12, 18. 1: profecto illam (die Kapelle für Tullia) consecrabo omni genere monimentorum; 19, 1: sed ineunda nobis ratio est, quem ad modum in omni mutatione dominorum .. illud quasi consecratum remanere possit.

[7] D. 1, 8. 9, 2: (sacrarium) quod etiam in aedificio privato poni potest; et solent qui liberare eum locum religione volunt, sacra inde evocare; Trebatius bei Gellius 7, 12. 2.

In diesen Zusammenhang gehört auch das Verbot die im Streite befangene Sache 'in sacrum' zu dediciren; wenigstens werden dadurch die Betrachtungen klarer, welche Gaius an dies Verbot knüpft[1]. Offenbar ist es ganz unabhängig von dem Edicte des Augustus über die Veräusserung litigiöser Sachen[2]; denn dieses untersagt den Erwerb, jenes die Vergabung. Es ist auch aller Wahrscheinlichkeit nach älter, obwohl seine Herkunft aus den XII Tafeln unsicher sein mag. Denn als Dedicirender ist der besitzende Beklagte gedacht, der nicht Eigenthümer ist[3]. Jedesfalls entäussert sich dieser des Besitzes der Sache, indem er sie weiht. Nach dem Rechte der ersten Kaiserzeit würde er als dolo desinens possidere weiter haften. Es ist klar, dass das Verbot mit dieser Möglichkeit noch nicht rechnet: damit rückt es mindestens in spätrepublicanische Zeit zurück[4]. Natürlich kommt hier nur eine Privatdedication in Frage: dadurch konnte der Besitzer — ganz abgesehen davon, dass er nicht Eigenthümer ist[5] — die Sache nicht im wahren Sinne zur sacra machen; sicher aber ist sie sacralrechtlich 'bestrickt' (religione obligata). Die Lösung dieses Bannes zu bewirken ist der Vindikant genöthigt, nachdem er als Eigenthümer anerkannt worden ist. Einer erneuerten Vindication bedarf er dazu nicht: das ne bis in idem kann also nicht in Betracht kommen[6]; der Streit wird auf Grund eines Gutachtens des Pontificalcollegiums vom Censor erledigt[7]. Der Beklagte macht in der That die Lage seines Gegners zu einer 'härteren' und das soll durch die Strafandrohung vermieden werden.

Bei einer einzelnen Art der res religiosae ging man weiter: bei den Grabmälern. Sie werden durch Privatwillkür (*nostra uoluntate*), nicht durch staatliche Einwilligung zu Gegenständen des göttlichen

---

[1] Gaius D. 44, 6. 3 (l. VI ad l. XII tab.): Rem de qua controversia est, prohibemur in sacrum dedicare: alioquin dupli poenam patimur nec immerito: ne liceat eo modo duriorem adversarii condicionem facere. Sed duplum utrum fisco an adversario praestandum sit, nihil exprimitur; fortassis autem magis adversario, ut id veluti solacium habeat pro eo, quod potentiori adversario traditus est.

[2] Fr. de i. fisci §. 8; Gaius 4, 117a.

[3] Das ist freilich betritten: die einen betrachten den Kläger als gemeint, die anderen lassen das Verbot an beide Theile gerichtet sein (Vangerow, Pand. 1, 256). Man stellt sich aber vor, die Vertreter der Gottheit könnten als 'mächtige Gegner' den Process aufnehmen. Aber ohne Besitz der Sache kann man nicht dediciren; die Götter klagen nicht mit l. a. sacramento.

[4] Statt aller Labeo 2, 225 f., aber dazu Lenel, Edict S. 173 f.

[5] D. 11, 7. 1, 7 sq.; es ist immerhin zweifelhaft, ob diese 'objectiven' Beschränkungen schon zur Zeit des Verbotserlasses bestanden.

[6] Daran nehmen die juristischen Ausleger Anstoss, s. Francke, her. pet. 1, 32 f. (der den Kläger nochmals vor den Pontifices vindiciren lässt) und die dort Angeführten.

[7] Vergl. Mommsen, Staatsrecht 2, 46; 454 f.

Rechts[1]. Deshalb stehen sie auf dem Gebiete des öffentlichen Rechtes den res sacrae nicht gleich, die Unterhaltungspflicht liegt also nicht dem Staate ob; und es werden häufig Vorkehrungen getroffen, um die Grabmäler im Stande zu erhalten[2]. Privatrechtlich dagegen werden sie ganz so behandelt wie die geweihten Sachen: sie gehören den dii Manes, sind also Göttergut. Damit sind sie dem privaten Rechtsverkehre gänzlich entzogen, nicht bloss die Benutzung durch Private ist untersagt[3], sondern auch obligatorische Veräusserungsgeschäfte, die darüber abgeschlossen werden, sind ungültig[4]. Diese andere Stellung der Gräber hat ihren Grund wohl in der religiösen und rechtlichen Auffassung der Bestattung überhaupt. Das Begräbniss ist nicht in demselben Sinne ein Rechtsgeschäft wie Gelübde und Weihe; es ist nicht freiwillig, sondern die Erfüllung einer religiösen Verbindlichkeit; das officium sepeliendi erscheint als eine bestimmten Personen anhaftende Sacralschuld. Auf der andern Seite ist das Grab der einzige Wohnort der dii Manes[5], es ist *dis Manibus sacrum*[6]. Danach gestaltet sich denn auch das Begräbniss als 'Rechtsgeschäft' anders. Es ist ein einseitiger Act, das *mortuum inferre*. Ursprünglich scheint ohne weiteres jeder Platz, an welchem ein Leichnam beigesetzt worden war, als religiös mit allen daran klebenden Folgen angesehen zu sein. Später stellte man einmal objective Beschränkungen auf: die Stelle musste dem Inferenten gehören[7]; ferner aber musste die Absicht dauernder Bestattung vorhanden sein[8], um den Ort wirklich religiös zu machen. Wieder ist deutlich zu sehen, dass die sacrale Handlung erst allmählich eine Bedeutung für das Privatrecht erhält, und dass ihre Voraussetzungen und ihre Tragweite nur langsam und unter mannigfachen Streitigkeiten festgestellt wurden.

---

[1] Gaius 2, 6; D. 1, 8. 6, 4.

[2] Inlatis arcae sevir[um] ob tuitionem statuae H. S.: Wilmanns 295; Or. 2258; CIL. 5. 4294.

[3] D. 47. 12. 3 pr. §. 6.

[4] D. 18, 1. 6 pr., fr. 22; 11, 7. 8, 1; 24, 1. 5, 9 sq.

[5] Domus ut ita dixerim defunctorum heisst es C. 9, 19. 4 (Constantinus). Aber dass die Vorstellung schon weit älter ist, zeigt die Streitfrage, ob auch das Kenotaphion (inane sepulcrum) religiös sei. Die Antwort konnte folgerichtig nur verneinend sein, sie wird aber endgültig erst unter den Kaisern gegeben: D. 1, 8. 6. 5 (Virgil *Aen.* 3, 303); 11, 7. 6, 1 (divi fratres) und fr. 42; 24, 1. 5, 10.

[6] CIL. 1, 639: dis manib[us] sacrum L. Caecili Rufi (praetor 697/57) hält man für das älteste Beispiel dieser Wendung auf einem Grabsteine.

[7] Labeo 2, 146 f.

[8] Aeterna sedes: D. 11, 7. 40, Paulus drückt sich sehr vorsichtig aus 47, 12. 3. 4.

## II.

Anders zu beurtheilen sind drei andere sacralrechtliche Acte: Devotion, Evocation, Auspication, obgleich wenigstens die ersten beiden im allernächsten Zusammenhange mit dem Votum stehen. Alle drei sind durchaus einseitig, sie lassen sich am besten als Rechtsgeschäfte mit der Gottheit bezeichnen; aber sie sind zusammengesetzter Art. Sie sind darauf angelegt, die Götter zu einer Handlung oder Äusserung zu nöthigen; sie werden von der Überzeugung getragen, dass ein solcher Zwang möglich sei, dass es dazu nur einer geeigneten Form oder eines besonders klugen Vorgehens bedürfe. Hier gerade ist daher die Stelle für die geistlichen Sachverständigen, welche die richtige Weise anzugeben wissen, wie man die Götter gefügig macht.

1. Die Devotion tritt in zweifacher Gestalt auf; sie hat entweder eine feindliche Stadt oder einen Bürger zum Gegenstande. Die letztere ist rechtlich nichts anderes als eine Erscheinungsform des Votums, wie der Ausdruck von selbst ergiebt, als ein Gelübde[1]. Sie unterscheidet sich aber vom gewöhnlichen Votum wesentlich dadurch, dass hier das Gelübde sofort vollzogen wird, ohne die Gegenleistung des angerufenen Gottes abzuwarten, dass vielmehr die zugesagte eigene Leistung des Gelobenden augenblicklich erfolgt, um die erbetene göttliche Handlung sicher herbeizuführen, also geradezu zu erzwingen. Es handelt sich dabei um die Abwendung einer drohenden Gefahr, einer Seuche, einer Niederlage. Dass diese Heimsuchung ihren Grund in einem unbekannten Vergehen gegen die Götter habe, ist möglich, aber nicht nothwendig: die Devotion erscheint nirgends als Darbringung eines Sühne-Opfers für eine solche menschliche Sünde[2]. Die Götter

---

[1] *Devovere* und *vovere* werden gleichbedeutend gebraucht: numini eorum aram quam devovit sua pecunia posuit: CIL. 8, 2620; devota et constituta hostia: Cicero *de har. resp.* 6; *de off.* 3, 25; Horaz, *carm.* 3, 23. 6 (aris destinata, sagt der Scholiast); 4, 4. 10; Properz 5, 9. 67: maxima quae gregibus devota est ara repertis. An sich wäre möglich, das Wort auch für *consecrare* zu verwenden (Marquardt 3, 279[5]); denn Gelübde und Weihe fallen hier zusammen. Aber Caesar *de b. G.* 6. 17 ergiebt das nicht: *huic (Marti), cum praelio dimicare constituerunt, ea quae bello ceperint, plerumque devovent.* Hier ist von der zukünftigen Beute, also natürlich nur vom Gelübde die Rede.

[2] So fasst Marquardt S. 279 (vergl. Danz S. 85) die Sache. Dafür spricht lediglich die Phrase des Livius (8, 9. 10): *sicut caelo missus piaculum omnis deorum irae,* während unmittelbar vorher vom Götterzorne nichts verlautet hat; man sollte im Gegentheile meinen, die Götter zürnten den Lateinern (c. 6). Der Traum, den die Consuln vor der Schlacht hatten (Val. Max. 1, 7. 3), deutet auch keinen Götterzorn an: ex altera acie imperatorem, ex altera exercitum diis Manibus matrique terrae deberi. Diese Bedeutung der Sühne müsste doch irgendwie im Rituale sich zeigen; allein das Gebet geht vielmehr dahin, Juppiter, Mars und Bellona möchten die Feinde ‘mit Furcht,

werden in eine Zwangslage versetzt: der Feldherr weiht sich ihnen, aber zugleich auch die Feinde; nehmen sie das Weihgeschenk an, so müssen sie sein Gebet erhören[1]. Auch hier ist der Act ein einseitiger, eine Anrede an die Gottheit, die der Pontifex vorspricht, und eine sofortige einseitige Hingabe. Die Consecration behält auch dann ihre sacralrechtliche Kraft, wenn die Götter das Opfer nicht annehmen — sie können ja den Sieg freiwillig verleihen. Lassen sie den sich Devovirenden am Leben, so muss er dennoch erst noch von der religio befreit werden[2].

2. Anders steht es bei der Devotion einer feindlichen Stadt, die man gewöhnlich mit jener zusammenwirft. Sie ist nur möglich im Anschlusse an die Evocation der Stadtgötter: *urbes vero exercitusque devoventur iam numinibus evocatis*[3]. Die Evocation ist eine Aufforderung an die Schutzgötter der feindlichen Stadt, ihre Sitze dort aufzugeben und nach Rom überzusiedeln, ihr bisheriges Volk und Heer also als Gegner zu behandeln. Diese Aufforderung läuft gleichfalls in ein Gelübde aus: den fremden Göttern werden Tempel in Rom zugesagt[4]. Rechtlich liegt sonach auch hier eine Form des Votums vor. Allein die Aussicht auf neue wenn auch prächtigere Wohnungen in Rom kann es nicht sein, was die feindlichen Götter zu einer so völligen Sinnesänderung bestimmte. Vielmehr muss der Grund dafür in der Art und Weise der Einladung zu suchen sein. Und da bestand die Kunst anscheinend in zweierlei: in der Form der Anrede und in der genauen Bezeichnung des Gottes mit seinem richtigen Namen. Daher die bekannte Geheimhaltung der Namen der eigentlichen römischen Schutzgottheiten[5]. Man nahm an, dass die Götter einer solchen kunstgerechten Bitte nicht widerstehen könnten[6]. Damit tritt dann das Tempelgelübde in die zweite Reihe zurück. So ist klar, dass auch hier ein einseitiger Act, die Anrede an den Gott als solche, eine rechtliche Wirkung hervorbringt.

---

Schreck und Tod schlagen': das klingt nicht wie Sühne. Auch der Bürger, der sich in Massilia jezuweilen nach guter Pflege für das Wohl der Stadt zu opfern pflegt, ist keine hostia piacularis, es heisst es geschehe, *ut in ipsum reciderent mala totius civitatis:* Petron bei Servius *Aen.* 3, 57.

[1] Livius 8, 9. 6sq.; 10, 28. 13.

[2] Livius 8, 11. 12: si is homo, qui devotus est, moritur, probe factum videri; ni moritur, tum signum.. in terram defodi et piaculum hostia caedi... sin autem sese devovere volet...., ni moritur neque suum neque publicum divinum pure faciet, qui sese devoverit.

[3] Macrobius *Sat.* 3, 9. 9.

[4] Livius 5, 21. 5: (deos) alios votis ex urbe sua evocatos; Verrius Flaccus bei Plinius *HN.* 28, 18: *in oppugnationibus ante omnia solitum a Romanis sacerdotibus evocari deum cuius in tutela id oppidum esset promittique illi eundem aut ampliorem .. cultum.*

[5] Servius *Aen.* 3, 351; Macrobius 3, 9. 2 sqq.; MARQUARDT 3, 21[5].

[6] Plutarch *quaest. Rom.* 61: πότερον .. ἐκκλήσεις εἰσὶ καὶ γοητεῖαι θεῶν; αἷς νομίζοντες καὶ αὐτοὶ θεούς τινας ἐκκεκλῆσθαι παρὰ τῶν πολεμίων καὶ μετῳκηκέναι πρὸς αὐτούς.

3. Denn nunmehr ist die feindliche Stadt ohne Götterschutz und kann den eigenen Göttern mit Erfolg zum Untergange geweiht werden. Das geschieht wieder in Form des Votums: *si haec ita faxitis .. tunc quisquis hoc votum faxit ubi faxit recte factum esto ovibus atris tribus*[1]. Aber auch hier ist die Gelübdeschlussformel gegenüber den eigentlichen Devotionsworten von geringer Bedeutung: das Versprechen an die Götter kann nicht als Gegenleistung, sondern nur als Dankerweisung für ihre Hülfe angesehen werden. Die Hauptsache ist daher: *uti vos eas urbes agrosque .. devotas consecratasque habeatis ollis legibus quibus quandoque hostes sunt maxime devoti.* Es ist nicht recht zu erkennen, was diese Hingabe für eine rechtliche und praktische Bedeutung hat; es scheint nicht, dass den angerufenen Göttern ein besonderer Antheil am eroberten Lande oder an der Beute eingeräumt wurde. Die Formel geht vielmehr dahin, dass die Feinde als Ersatzleute *(vicarii)* für das eigene Heer überliefert sein sollen, aber doch nicht als Sühnopfer für eine Schuld, die die Römer zu büssen hätten, sondern zur Abwendung einer möglichen drohenden Gefahr: *ut salvos (nos) siritis esse.* Von einer Versöhnung des Götterzornes ist keine Rede: ihr würde auch das Schlussgelübde geradezu widersprechen.

4. Die Einholung der sogenannten *auspicia impetrita* geschieht durch *legum dictio.* Das ist wieder eine Ansprache an die Gottheit, also eine einseitige Rechtshandlung des Beamten[3]. Die Formel kennen wir nicht genau und vollständig; jedesfalls aber werden darin 'die Maassgaben des Auguriums mit bestimmter Wendung' ausgedrückt, d. h. es wird angegeben, an welchem Orte und in welcher Weise die Signa erscheinen sollen, durch die der Vater Iovis die präcis gestellte Frage über die vorzunehmende Handlung beantworten wird[2]. Denn dass er eine Antwort ertheilt, gilt als durchaus selbstverständlich, wenn nur das templum gehörig abgegrenzt und die Frage kunstgemäss an ihn gerichtet worden ist. Die Antwort des Gottes ist nicht Annahme und Abschluss des angebotenen Vertrages, sondern Erfüllung: denn an die Möglichkeit einer Ablehnung jeder Äusserung wird gar nicht gedacht. Die Verpflichtung des Iuppiter zu einer Antwort muss

---

[1] Macrobius 3, 9. 11.

[2] Livius 1, 18. 9: .. Iuppiter pater... uti tu signa nobis certa adclarassis inter eos fines quos feci; Virgil *Aen.* 3, 69: da pater augurium.

[3] Servius *Aen.* 3, 89: et est species ista augurii, quae legum dictio appellatur. legum dictio autem est, cum condicio ipsius augurii certa nuncupatione verborum dicitur [, quali condicione augurium peracturus sit]. So liest Thilo: der letzte Satz sieht aus wie eine Glosse zu condicio (so hdslich) augurii. Bestätigt wird diese Beschreibung durch Livius 1, 18. 9: tum peregit verbis auspicia quae mitti vellet, und erläutert durch Statius *Theb.* 3, 491: si datur..., signa feras laevusque tones; ... si prohibes, hic necte moras dextrisque profundum alitibus praetexe diem.

sonach ausserhalb der legum dictio liegen. Sie ist wohl in seiner Stellung als Schutzgottheit, als 'König von Rom' zu suchen: der Gewalt entspricht hier wie im Staats- und Privatrechte eine Pflicht[1], und der Augur ist der Mann, den Gott in zwingender Weise an seine Pflicht zu mahnen, nämlich zu rathen und zu leiten, wo er herrscht und geniesst. An diese Überzeugung, dass der Gott antworten werde, knüpft die spätere seltsame Gestaltung der Auspicien an: es gilt als gesehen, was einer als von ihm gesehen verkündigt; denn die Signa müssen eintreten.

## III.

Die sacralen Rechtsgeschäfte unter Privaten sind im weitesten Sinne obligatorischer Art: es wird dadurch ein Verpflichtungsverhältniss eingegangen und dessen Erfüllung unter die Gewähr der Götter gestellt. Rechtsgeschäfte dinglicher Art, solche, welche eine sachenrechtliche Gewalt übertrügen, begründeten oder lösten, giebt es auf diesem Gebiete nicht[2]. Hierher gehört die Sponsio in ihren verschiedenen Erscheinungsformen, die confarreatio und der Versprechenseid.

1. Den ursprünglich sacralen Charakter der Stipulation (Sponsion) gesteht die herrschende Meinung in Übereinstimmung mit der Grammatikertradition jetzt zu[3]; es fragt sich nur, wie man sich den Vertrag abgeschlossen zu denken habe. Die sponsio kam '*interpositis rebus divinis*' zu Stande. Dieser unklare Ausdruck ist verschiedenartiger Deutung fähig; denn sicher sagt er nur, dass in dem Sponsionsacte ein religiöses Element stecke. Das kann ein (Trank-) Opfer sein; darauf weist die Ableitung des Wortes aus dem Griechischen hin und der sonstige Sprachgebrauch legt es nahe[4]. Es kann aber auch in einem Handschlage bestanden haben, der als eine Anrufung der Fides galt[5].

---

[1] Labeo 1, 108 f.

[2] Dass die noxae deditio ursprünglich eine sacrale Handlung war, ist eine ganz unhaltbare Vermuthung: Labeo 1, 171; dagegen mit Recht SCHMIDT, d. Hauskind in mancipio S. 7 A. 25. Man könnte aber hierher ziehen die captio der Vestalinnen durch den Pontifex: denn diese löst die väterliche Gewalt durch einen einseitigen sacralen Act. Dass die captio eine Mancipation sei (so auch jetzt noch MARQUARDT 3, 314 nach BÖCKING), halte ich nach wie vor für unrichtig: eine Mancipation ohne Erz, Wage und Zeugen und mit einer Anrede an das 'gekaufte' Object (*te, Amata, capio)* ist meines Erachtens ein Unding. Ich wüsste dem Labeo 1, 180 ff. Gesagten nichts hinzuzufügen.

[3] Festus p. 329 (Verrius Flaccus): deinde oblitus inferiore capite sponsum et sponsam ex Graeco dictam ait, quod ii σπονδὰς interpositis rebus divinis faciant; Varro 6, 70. DANZ, sacr. Schutz S. 105 ff.; MOMMSEN, Staatsrecht 1, 239 A. 2.

[4] Res divina und res divinae bedeutet bekanntlich — man darf sagen — regelmässig das Opfer.

[5] Insoweit scheint DANZ S. 127 ff. Recht zu haben (vergl. PRELLER, Röm. Mythol. S. 225 f.).

Dagegen die Annahme, dass damit auf einen Eid hingedeutet werde, scheint mir sowohl der gleich zu entwickelnden Natur des Versprechenseides, als auch dem Wesen der Stipulation zuwider[1]. Wie die Sponsion ursprünglich aussah, lässt sich nur durch Rückschluss aus der verweltlichten Sponsion, also der Stipulation, erkennen. Dem Inhalte nach ist dieses Versprechen gegenüber dem altsacralen offenbar eingeschränkt worden: es kann nur auf eine feste Geldsumme oder eine bestimmte Sache gerichtet werden. Das Anwendungsgebiet der Sponsion dagegen reichte weiter: das beweisen die latinischen Verlöbnisssponsionen: 'filiam meam in matrimonium te ducturum esse spondes'[2]. Der Grund der Einengung ist wohl lediglich im gerichtlichen Verfahren zu suchen; es liess sich mit Legisaction eben nur ein certum einklagen. Die Form des Vertrages aber ist überall die gleiche: der Austausch einer Frage des Gläubigers und einer entsprechenden Antwort des Verpflichteten. Das zeigen wieder die Verlöbnisse, deren Formular uns überliefert ist, und die völkerrechtlichen Sponsionen: sie werden ihrer Form nach mit den Stipulationen ausdrücklich zusammengestellt[3], und so sind denn auch die Beispiele von Feldherrnsponsionen gestaltet, die wir kennen: der Feldherr sagt auf Anfrage der feindlichen Beamten zu: 'pacem futuram esse', 'foedus ictum iri'[4]. Danach müssen, wie mir scheint, die Beweise stark sein, wenn man glauben sollte, dass neben einem Austausche von Frage und Antwort noch eine Beeidigung der Zusage erforderlich gewesen wäre. Aber die Beweise sind ziemlich dürftig[5].

---

[1] So Danz S. 102 ff.; ähnlich aber auch Mommsen 1, 239 f.

[2] S. Sulpicius bei Gellius 4, 4. 2; Varro *de l. L.* 6, 70.

[3] Gaius 3, 94: veluti si imperator noster principem alicuius peregrini populi de pace ita interroget 'pacem futuram spondes?'

[4] Livius 9, 10. 9: quandoque hisce homines iniussu populi R. Q. foedus ictum iri spoponderunt (9, 20. 7).

[5] Die Beweisführung von Danz ist bei ihrer Künstlichkeit schwer zu fassen. 1. Die vielbesprochenen Verträge am grossen Altare des Hercules werden ohne weiteres als eidliche Zusagen und als Vorgänger der späteren Stipulation behandelt. Und darin sind ihm viele ohne weiteres gefolgt: Lange, Röm. Alterth. 1, 168; Rein, röm. P. R. S. 660 f. Dionys 1, 40 p. 104 sagt das nicht: ὅρκοι τε γὰρ ἐπ' αὐτῷ καὶ συνθῆκαι τοῖς βουλομένοις βεβαίως τι διαπράττεσθαι καὶ δεκατεύσεις χρημάτων γίνονται συχναὶ κατ' εὐχάς. Vor Allem liegt in den Worten nicht, dass Verträge um haltbar zu sein, am Altare geschlossen werden müssen (S. 114). Sagt einer mit der Wendung: wer etwas 'haltbar für sich durchsetzen' wollte, liess sich's am Altare versprechen, dass jedes andere Versprechen unhaltbar sei? 2. Sacramentum est pignus sponsionis bei Isidor (*orig.* 5, 24 p. 930) heisst nicht: 'der Schwur ist die Bekräftigung der Sponsion' (S. 115 f.), sondern das Sacrament ist ein Wetteinsatz (Servius *Ecl.* 3, 31); die folgenden Worte wären sonst ganz unverständlich: vocatur autem sacramentum, quia violare quod quisque promittit perfidiae est. 3. Festus ep. p. 59 erklärt consponsor = coniurator. Diese Gleichung ist hier ohne Bedeutung; consponsor wird als 'Verschwörer' aufgefasst. Das SC. de Bacch. 14 sagt: neve post hac inter sed conioura[se nev]e comvovise

2. Ein Rechtsgeschäft, das wahrhaft *interpositis rebus divinis* zu Stande kam, ist die *confarreatio*. Das Mittelstück des ganzen Formalactes ist das dem Iuppiter dargebrachte Speltopfer. Man muss annehmen, dass hierdurch gerade der Abschluss der Ehe erfolgte[1]. Indessen werden dabei auch 'feierliche Wortformeln' (certa et sollemnia verba) gesprochen, und diese stehen mit dem Opfer an Bedeutung für die Gültigkeit des Rechtsgeschäftes gleich[2]. Mit Recht ist man neuerdings allgemein der Ansicht, dass diese Worte von den Brautleuten während der Opferhandlung gesprochen wurden[3], und höchst wahrscheinlich ist die Vermuthung, dass sie den Ausdruck des Consenses, vor allem die Zustimmung der Braut zum Eheabschlusse enthielten[4]. Denn sowohl die spätere formlose, als die weltliche Eheschliessung durch Erz und Wage fordert diese Erklärung. Die sogenannte freie Ehe ist ein Treuverhältniss[5]; sie schliesst also ein sacrales Element in sich: es ist höchst unwahrscheinlich, dass dies erst nach der Abstreifung der eheherrlichen Gewalt hineingekommen, und nicht vielmehr von der ursprünglichen Form übrig geblieben sein sollte. Bei der Coemption ist neben dem Formalacte der Austausch von Frage und Antwort erforderlich, wodurch die Einwilligung der Braut

---

neve conspondise neve compromesise velet (O. Müller z. d. St. hat schon darauf hingewiesen). An Mitbürgen, die schon zu Cicero's Zeit (*ep.* 6, 183; *ad Att.* 12, 17) sich durch Stipulation verbindlich machten, konnte auch Verrius Flaccus nicht denken. (vergl. p. 41: consposos antiqui dicebant fide mutua colligatos.) 4. Dass die völkerrechtliche sponsio eine precatio wie der Eid enthalten habe, folgt aus Livius 9, 5. 3 nicht, sondern gerade das Gegentheil (s. Weissenborn z. d. St.): quid enim aut sponsoribus in foedere opus esset aut obsidibus, ubi precatione res transigitur, per quem populum fiat quominus legibus dictis stetur, ut eum ita Juppiter feriat et q. s. Daraus schliesst Danz (S. 121), bei der sponsio sei die precatio eine andere gewesen als beim foedus. Livius meint vielmehr: was bedarf es beim foedus der Geiseln, wo die precatio an die Stelle tritt. 5. Die Äusserung des Verrius Flaccus über res divinae interpositae auf den Eid zu beziehen, ist meines Erachtens nicht zulässig: res divina oder res divinae bedeutet im gewöhnlichen Sprachgebrauch das Opfer; der Ausdruck wäre also merkwürdig ungeschickt gewählt, umsomehr als iusiurandum interponere eine gut lateinische Wendung gewesen wäre (Livius 34, 25. 7), die Festus selbst gebraucht p. 34a (sacramento dicitur quod [iuris iurandi sacrati]one interposita actum (est); vergl. ep. p. 345). Vergl. gegen Danz auch Girtanner, die Stipulation S. 14 ff.

[1] Gaius 1, 112: Farreo in manum conveniunt per quoddam genus sacrificii quod Iovi Farreo fit; Servius *Georg.* 1, 31: farre (nuptiae fiebant), cum per pontificem et dialem flaminem per fruges et molam salsam coniungebantur; *Aen.* 4, 374 Thilo: mos apud veteres fuit flamini et flaminicane, dum per confarreationem in nuptias convenirent, rell.

[2] Gaius: conplura praeterea huius iuris ordinandi gratia cum certis et sollemnibus verbis praesentibus x testibus aguntur et fiunt; Ulpian 9, 1: farreo convenitur in manum certis verbis et testibus x praesentibus et sollemni sacrificio facto; er stellt also die Wortformel sogar voran.

[3] Burchardi, Lehrb. 2, 247; Rossbach, röm. Ehe S. 111 (es sollen Gebete sein).

[4] Karlowa, d. Formen d. röm. Ehe S. 25 f.; Danz, RG. 1, 153 f.; Hölder, Instit. S. 271, III.

[5] Zeitschr. f. RG., N. F. 3, 93.

festgestellt wird[1]. Es lässt sich schwer vorstellen, dass eine gleichartige Äusserung bei der geistlichen Ehe gefehlt haben könnte. Freilich worauf sie gegangen sei und wie sie gelautet habe, ist auch nicht mit annähernder Wahrscheinlichkeit zu sagen. Der sacrale Charakter des Rechtsgeschäftes indess lässt vermuthen, dass die Erklärung in demselben Sinne gehalten war. Als romulisches Gesetz ist eine Bestimmung überliefert, die Frau solle durch Confarreation 'dem Manne Genossin werden des Vermögens und der Sacra'[2]. Denkbar ist es danach, dass die Frau gerade erklärte, sie wolle in die Sacra ihres Bräutigams eintreten[3]: das wäre der umgekehrte Act wie die detestatio sacrorum; es wäre zugleich eine sacralrechtliche Erklärung und man könnte deshalb keinen Anstoss daran nehmen, dass sie in den meisten Fällen von einer Haustochter abgegeben sein wird. Allerdings zieht die Confarreation sehr weltliche Rechtsfolgen nach sich: die Begründung der Manus. Indess dies geschieht nur mittelbar. Es wird eine echte römische Ehe begründet: zu dieser gehört aber ursprünglich die eheherrliche Gewalt selbstverständlich; das bringt die Gestaltung des Patricierhauses einmal so mit sich.

3. Der Eid zur Bekräftigung einer übernommenen Verbindlichkeit tritt im römischen Staatsleben als politischer und militärischer, im Privatverkehre als Versprechensform auf. Er zeigt in allen drei Anwendungen dieselbe äussere Gestalt und bringt die nämlichen Wirkungen hervor; er ist ein sacralrechtliches Geschäft mit lediglich sacralrechtlicher Bedeutung; er ist die Bestärkung einer Treupflicht (fides) und der Eidbruch ein Verstoss gegen die als Göttin gedachte Fides[4].

a. Der Amtseid der Magistrate wird vor der Verkündigung in die Hände des Consuls abgelegt[5]: dieser spricht sitzend die Formelworte vor (praeit verba). Der Eid enthält allemal eine Anrufung des Juppiter und der Penaten und eine Verfluchung für den Fall wissentlicher Nichterfüllung der beschworenen Pflicht[6]. Der Inhalt kann aber nur ein

[1] Boethius z. Topik 3, 13 p. 299 = Zusatz zu Servius, *Aen.* 4, 214 Th.

[2] Dionys 2, 25: *ἦν δὲ τοιόσδε νόμος· ʽγυναῖκα γαμετὴν τὴν κατὰ γάμους ἱεροὺς συνελθοῦσαν ἀνδρὶ κοινωνὸν ἁπάντων εἶναι χρημάτων τε καὶ ἱερῶνʼ· ἐκάλουν δὲ τοὺς ἱεροὺς .. οἱ παλαιοὶ γάμους ... φαρραχείους.*

[3] So vermuthet Danz S. 154. Auf dasselbe würde es hinauskommen, wenn die Braut erklärt hätte, sie wolle in den Namen des Ehemannes eintreten; denn Name bedeutet Haus und Geschlecht (Schwegler, röm. Geschichte 2, 824). Dazu liesse sich dann das 'ubi tu Gaius ibi ego Gaia' verwerthen. Allerdings ist diese Formel nur für die Coemption bezeugt; aber sie passt viel besser zu der alterthümlichen, als zu der künstlichen Eheschliessung (vergl. auch Zimmer, indisches Leben S. 313 f.).

[4] Labeo 1, 410.

[5] Mommsen, Staatsrecht 1, 571, 597 f.

[6] Plinius *paneg.* 61: quin etiam (consul) sedens praeivit iusiurandum et ille iuravit, expressit explanavitque verba, quibus caput suum, domum suam, si sciens fefellisset, deorum irae consecraret.

allgemeines Gelöbniss gewesen sein: das Amt zu führen 'in guten Treuen und zum Heile des Staates'[1]. Naturgemäss verwandelt sich dies Versprechen in einen Eid auf die Verfassungsurkunde, wo eine solche, wie bei Colonien, vorhanden ist[2]. Hier ist zweierlei klar: einmal ist der Eid ein einseitiges Versprechen: der Consul nimmt es nicht im Namen des Gemeinwesens an, er sagt ja nur die Formel vor; ein Vertrag also liegt im Ausschwören des Eides nicht. Ferner wird durch den Eid eine Verpflichtung nur unter göttliche Gewähr gestellt, deren Erfüllung dem Beamten ohnehin selbstverständlich obliegt: denn die Amtsgewalt ist innerlich durch die fides gebunden. Deshalb ist es erklärlich, dass auf diesen Eid im öffentlichen Leben wenig Gewicht gelegt wird, so dass er nicht unbedingt erforderlich gewesen zu sein scheint.

b. Der Eid der Beamten 'auf die Gesetze' (in leges) zeigt ganz denselben Charakter. Er wird geschworen 'pro contione' oder 'pro aede Castorus'[3]. Allem Anscheine nach sprach niemand die Formel vor; die Anwesenheit des Quästors, die wohl stets erforderlich war[4], soll bloss der Beurkundung dienen: er nimmt eine Verhandlung über die geschehene Eidesleistung auf[5]. Jedesfalls darf man den Quäsor nicht als ordnungsmässigen Vertreter des Staates ansehen, der das Versprechen annähme. Der Inhalt des Eides ist hier wieder die Bestärkung einer selbstverständlichen Verpflichtung; denn dass der Beamte den Gesetzen unterworfen ist, steht ausser Zweifel.

c) Endlich entspricht auch der Soldateneid diesem Schema vollkommen. Dass er eine Unterart des iusiurandum ist und nur aus formalen Gründen sacramentum heisst, darüber herrscht heutzutage Einigkeit, wenn es auch nicht ganz sicher feststehen mag, welche Merkmale gerade diesen Eid auszeichnen[6]. Der Schwur läuft hier wie dort in eine Verfluchung aus. Es wird damit die Pflicht des Gehorsams und der Treue übernommen, sie wird aber nicht dadurch

---

[1] Uti e fide e republica eis videbitur: s. die Stellen Labeo 1, 109; 2, 290. Hierher hat man wohl auch (mit Orelli) Horaz *Serm.* 1, 6. 34 sq. zu beziehen: sic qui promittit cives, urbem sibi curae imperium fore et Italiam .. quo patre sit natus .. omnis mortales curare et quaerere cogit.

[2] L. Malac. 59. Dass dieser Eid von dem auf die Gesetze verschieden war, hat Mommsen schon längst (Stadtrechte S. 427) hervorgehoben. Aber beide werden doch noch verwechselt: Herzog, Geschichte und System 1, 684.

[3] Tab. Bant. Z. 17; l. Mal. 26; Plinius *paneg.* 65; Mommsen, Stadtrechte S. 428 f.

[4] Appian *b. c.* 1, 31: *ἐξανίστατο ἐς τὸν τοῦ Κρόνου νεὼν* (Marius), *οὗ τοῖς ταμίαις* (Hs. *τοὺς ταμίας*) *ἐχρῆν ὀμνύναι καὶ ὤμνυε σὺν τοῖς φίλοις πρῶτος*; vergl. Klenze, philolog. Abhandlungen S. 18 A. 52.

[5] Tab. Bant. 21: quaestorque ea nomina accipito et eos quei ex h. l. apud sed iourarint facito in tabuleis [popliceis perscribat].

[6] Huschke, multa und sacram. S. 370 ff.

begründet, sondern nur bekräftigt: denn dass der Consul auch ohne Eid die Befugniss hat, Meuterer und Fahnenflüchtige zur Strafe hinrichten zu lassen, liegt in der Natur der Sache, und ist ausserdem bezeugt[1]. Diese Verpflichtung wird aber nicht durch den Schwur dem Feldherrn gegenüber vertragsmässig eingegangen, sondern den Göttern gegenüber einseitig übernommen. Bewiesen wird dies dadurch, dass der Name des Feldherrn in der Schwurformel ausdrücklich genannt werden musste[2]; eine Zusage an ihn würde eine Anrede bedingen. Der Kunstausdruck ist danach denn auch *apud imperatorem sacramentum dicere*[3]. Demgemäss spricht der Feldherr oder ein anderer an seiner Stelle den Eid vor: das ist hier wie überall keine Acceptation eines Versprechens, sondern ein *dictare*[4]. Dass erst durch den Schwur der Ausgehobene die Befugnisse eines rechtmässigen Streiters, zum Tödten und Beutemachen, erlangt, kann hier ausser Betracht bleiben[5].

Bei allen diesen Eiden werden die Götter zu 'Zeugen' genommen und ihnen ausdrücklich oder mittelbar die Ahndung des Eidbruches anheim gegeben. Der wissentliche Falscheid ist ein unsühnbares Sacralverbrechen; der Schwörende wird *impius*[6]. Das bedeutet aber keine weltliche oder bestimmt normirte geistliche Strafe, etwa Ausstossung aus dem römischen Sacralverbande[7]; sondern die Götter mögen die Kränkung rächen, wie sie wollen und können, der Schwö-

---

[1] Dionys 11, 43 p. 2268: *ὅ τε νόμος ἀποκτείνειν ἔδωκε τοῖς ἡγεμόσιν ἐξουσίαν τοὺς ἀπειθοῦντας ἢ τὰ σημεῖα καταλιπόντας ἀκρίτως.* Mommsen, Staatsrecht 1, 601 f.

[2] Das zeigt Tacitus *hist.* 4, 31: vetus miles .. dixit sacramentum non vultu neque animo satis adfirmans et cum cetera iurisiurandi verba conciperent Vespasiani nomen haesitantes aut levi murmure et plerumque silentio transmittebant.

[3] Caesar *b. c.* 1, 23. 5.

[4] Silius Ital. 10, 448: dictataque iurat sacramenta diis.

[5] Cicero *de off.* 1, 37 (mit Heines Anmerkung); Plutarch *quaest. Rom.* 39.

[6] Statt aller Marquardt 3, 257 f.

[7] Das ist die Meinung von Danz S. 63 ff. (Rechtsgesch. 2, 37 ff.), der den Meineidigen sogar zum hostis werden lässt (S. 70 ff., S. 77). Die Beweisführung ist auch hier ebenso künstlich wie unsicher (vergl. auch Girtanner, Stip. S. 65 ff.). Vor allem ist nirgends bezeugt oder angedeutet, dass der 'exsecratus' aus dem Sacralverbande ausgestossen werden musste: und hierauf käme es an. Allein dazu bedürfte es eines Organes, und Danz meint in der That, die Ausschliessung sei durch den Oberpontifex erfolgt. Die Unrichtigkeit dieser Anschauung ist durch Lübbert (quaestiones pontificales p. 139 sqq.; vergl. Marquardt 3, 258 A. 1) nachgewiesen: es scheint, dass Danz selbst sie später hat fallen lassen (Rg. 2, 38 A. 3). Nur eines möchte ich hervorheben: der Meineid beim Genius des Kaisers galt als Majestätsbeleidigung (Tacitus *ann.* 1, 73 a. E.; Dio Cass. 57, 8. 9). Das wäre ganz unerklärlich, wenn der Falscheid bei einer Gottheit nicht als Beleidigung dieser und nur als solche angesehen worden wäre: hier rächt sich die Gottheit, dort der Kaiser, jeder auf seine Weise. Dio Cass. 57, 9. p. 608: *ὡς καὶ ἐπιωρκηκότας τινὰς τὴν τύχην αὐτοῦ ἀπέλυσε* (Tiberius).

rende unterwirft sich dem ärgsten. Aber der Staat kommt den Göttern auch nicht einmal durch seine Priester, etwa dem pontifex maximus, zu Hülfe[1]. Man nimmt an, dass die Gottheit den Schuldigen seinen Frevel nicht überleben lassen wird[2]. Zum Vollzuge der Strafe bedienen sich die Götter begreiflicher Weise der Menschen[3]. Aber sie treiben den Sünder auch wohl zum Selbstmorde[4] oder lassen ihn durch einen 'Zufall' enden[5]. Vielfach sind die Wege der göttlichen Rache dunkel[6]. Jedesfalls zeigt sich nirgends, dass die Menschen sich ohne weiteres als diesseitige Vertreter die Strafverfolgung anmaassen durften; dass die Götter sich beleidigt gefühlt haben, lässt sich häufig erst aus der geübten Rache erschliessen. Eine erklärliche weltliche Folge des Meineids aber ist die Bescholtenheit. Sie ist nicht als Strafe der Wortlosigkeit aufzufassen: Infamie ist im römischen Rechte nirgends Strafe, vielmehr behandelt man den Eidbrüchigen thatsächlich, wie er es verdient und sich selber 'erbeten' hat (precatio), als Unwürdigen, der an der öffentlichen Verehrung der Götter nicht theilnehmen darf[7]. Denn es ist 'gefährlich für das Gemeinwesen, wenn ein Meineidiger und Gottloser (impius) an heiligen Handlungen sich betheiligt'[8]: ein rechtliches Hinderniss ist nicht vorhanden. Deutlich zeigt sich das in der censorischen Rüge, die den Meineidigen traf[9]. Denn der Censor gab eben nur der öffentlichen Meinung über den Anrüchigen Ausdruck, wie der Consul bei der

---

[1] Cicero *de leg.* 1. 40: at vero scelerum in homines atque [in deos] impietatum nulla expiatio est; itaque poenas luunt non tam indiciis .. [set] ut eos agitent insectenturque Furiae et rell.; *p. Roscio Com.* 46: quis enim deprecatione deorum [impeditur, qui] non conscientiae fide commovetur? propterea quae poena ab dis immortalibus periuro, haec eadem mendaci constituta est rell.

[2] Cicero *de leg.* 2, 22: periurii poena divina exitium, humana dedecus.

[3] Livius 5, 11. 6: numquam deo sipsos admovere nocentibus manus; satis esse, si occasione ulciscendi laesos arment. Es scheint sehr bedenklich, aus diesen Worten einer zu bewaffnetem Widerstande aufreizenden Rede einen sacralrechtlichen Grundsatz abzuleiten (DANZ S. 48; Rg. S. 38 a. 2). Noch dazu handelt es sich dabei um einen mehrfach bei Livius (z. B. 6, 18. 9) wiederkehrenden Gedanken.

[4] Gellius 6, 17. 11.

[5] Livius 8, 6. DANZ (S. 48) meint, hier werde etwas völlig Aussergewöhnliches erzählt. Die von ihm selbst angeführten Worte widerlegen ihn: das Ereigniss sei möglicherweise *apte* ad repraesentandam iram deorum fictum.

[6] Beispiele bei Val. Max. 1, 1. 16—20.

[7] Das sagt Dionys 8, 28, p. 1566 und mehr nicht, wenn man seine Worte im Zusammenhange liest: *μητροκτόνος κεκλήσῃ καὶ παιδοφόνος καί γυναικὸς ἀλιτήριος καὶ πατρίδος ἀλάστωρ, καὶ οὔτε θυσιῶν οὔτε σπονδῶν οὔθ' ἑστίας ὅποι ποτ' ἂν ἀφίκῃ* (also nicht bloss in Rom, was sich von selbst versteht) *κοινωνεῖν ἐθελήσει σοι τῶν εὐσεβῶν καὶ δικαίων οὐθείς.* DANZ S. 64.

[8] So sagt Plutarch *quaest. Rom.* 44 um zu begründen, dass der flamen dialis nicht schwören darf.

[9] Cicero *de off.* 3, 111; Gellius 6, 18. 10; Livius 24, 18. 5; Val. Max. 2, 9. 8; 4, 1. 10b.

Wahl und der Praetor vor Gericht[1]. Eine andere als diese sacralrechtliche Wirkung tritt auch in den Fällen nicht ein, wo die precatio der Eidesformel genau bestimmtes Unheil auf den Meineidigen herabruft[2]. Einmal wird dies Unheil für den Schuldigen allein von den Göttern erwartet. Das tritt deutlich hervor im Falle der eidbrüchigen Gefangenen nach der Schlacht bei Cannae: der Senat lehnt die Mitwirkung, insbesondere die Auslieferung der Gefangenen ab; aber sie werden in Rom selbst ehrlos[3]. Wichtiger aber ist ein zweites Moment: die precatio ist unter allen Umständen nicht wörtlich zu nehmen und nicht wörtlich genommen worden; sie ist durchgängig nur ein Bild für das schlimmste Unglück oder ein äusserstes Maass für die Strafen, denen sich der Schwörende unterwirft. So ist es offensichtlich blosses Symbol, wenn es im 'ältesten Eide'[4], dem beim Juppiter lapis, heisst: Diespiter möge den Meineidigen aus seinem eigenen Rechte, Vermögen, Vaterlande werfen, wie der Stein aus der Hand geworfen werde[5]. Wörtlich verstanden bedeutet das nicht ein blosses Ausscheiden aus den religiösen Kreisen des römischen Lebens, sondern es liegt darin Rechtlosigkeit und Verbannung, wie anderweit geradezu gesagt wird: di immortales extorrem patria incolumitate bonisque omnibus faxint[6]. Der Eidbrüchige hätte also freiwillig in's Elend gehen oder von der Volksversammlung geächtet werden müssen. Ganz ebenso symbolisch ist der Fluch: so möge mich Juppiter schlachten, wie ich dies Lamm, oder er möge das römische Volk so treffen, wie ich dies Schwein[7], oder er möge mich und mein Haus des ärgsten Todes sterben lassen[8]. Solche lebhaft sinnliche Rede wörtlich zu nehmen ist schlechthin unmöglich.

Genau wie im öffentlichen Rechte wird der Eid auch im privaten Verkehrsrechte behandelt. Er wird conceptis verbis zur Bestärkung einer Verbindlichkeit geschworen[9]. Aber er hat selbst nicht die Form eines Versprechens; das Bestehen irgend welcher Verpflichtung, ins-

---

[1] Labeo 1, 242. Man kann den Pontifex als viertes Organ der öffentlichen existimatio ansehen; nur hat er keine Gewalt, sein 'Erachten' praktisch geltend zu machen, wie Consul und Prätor durch Ausschluss von Wahl und Antragstellung.

[2] Darauf legt Danz (Rg. 2, 37) jetzt alles Gewicht.

[3] Livius 22, 61. 5. Diespiter wird in der precatio direct angeredet: er solle die Strafe vollziehen.

[4] Vetustissimus ritus, sagt Apuleius (*de deo Socr.* 5, 132), sanctissimum iusiurandum nennt es Gellius 1, 21. 4.

[5] Polybius 3, 25 a. E.; Festi ep. p. 115.

[6] Or. 3665.

[7] Livius 24. 8; 21, 45. 8.

[8] Livius 22, 53. 11; Plinius *paneg.* 65.

[9] Plautus *Bacch.* 1028 (4, 9. 105); *Pseud.* 352 (1. 3. 118 sq.); 1056 (5, 1. 6 sq.); *As.* 562 (3, 2. 16); *merc.* 790 (4, 4. 50); Cicero *p. Cluent.* 134.

besondere einer Zusage wird vorausgesetzt, fides firmatur, das gegebene Wort wird bekräftigt[1]. Daher wird der Eid den Göttern abgelegt, die man zu Zeugen anruft[2], aber gegenüber einem Privaten, der den Vortheil davon haben soll. Es lässt sich nicht mit Sicherheit erkennen, ob die Gottheit dabei angeredet, oder in dritter Person bezeichnet wurde: der Wechsel lässt vermuthen, dass beide Formen zulässig und gebräuchlich waren. Sicher aber wird der Promissar nicht angeredet, sondern sein Name steht in der dritten Person *(huic Gripo)* in der Formel. Von ihm heisst es, dass *in verba eius, apud eum iuratur*[3]. Denn er spricht die Schwurformel vor *(praeit)*; er stabt den Eid 'nach Willkür' *(arbitratus)*; daher wird gesagt, er werde *'arbitratu eius'* geschworen[4]: die Formel muss erklärlich für jeden einzelnen Fall und dann nach dem Wunsche des Berechtigten entworfen werden. Das Vorsprechen hat hier wieder seine gewöhnliche Bedeutung; es ist ein wahres *dictare*[5]. Alle diese anderweit nachweisbaren Eigenheiten des Privateides finden sich zusammengefasst in der Schwurscene des plautinischen Rudens (1332; 5, 2. 45). Nach dieser Übereinstimmung von Form und Wesen dürfen wir annehmen, dass im Falle des Eidbruches hier analoge Folgen wie im öffentlichen Rechte eintraten: die 'erzürnten Götter' ahndeten den Meineid als eine ihnen zugefügte Kränkung. Die Ansicht, dass der Eidempfänger zur Selbsthülfe (manus iniectio) gegen den Eidbrüchigen befugt gewesen sei, hat keinen Anhalt in der Überlieferung[6]. Sie widerspricht zugleich der Rechtslogik und der entwickelten Auffassung des Schwures. Eine Beleidigung der

---

[1] S. die Stellen Labeo 1, 411.

[2] Plautus *Capt.* 426 (2, 3. 66).

[3] Plautus *Cist.* 1, 1. 100; Horaz *epod.* 15, 4.

[4] Plautus *Amph.* 931 (3, 2. 50); daher der Witz Plautus *Rud.* 1355 (5, 2. 68): meus arbitratust lingua quod iurat mea.

[5] Priscian 18, 24. 210: Romani verbis praeire et iurare in verba illius, id est quamodo ille dictaret.

[6] So weit ich sehe, ist Servius *Aen.* 10, 419 der einzige Beleg für die 'sacrale manus iniectio'. Virgil sagt: iniecere manum Parcae telisque sacrarunt Euandri. Dazu: traxerunt debitum sibi; et sermone usus est iuris: nam manus iniectio dicitur, quotiens nulla iudicis auctoritate exspectata rem nobis debitam vindicamus. Dieser Satz gehört nicht zu der guten Überlieferung bei Servius: in der That ist die Vindication 'einer geschuldeten Sache' im Zusammenhange mit der m. ini. höchst fragwürdig. Bedenklich ist die Erklärung des Verses: man müsste danach eine Mischung von zwei Bildern, Process und Dedication, annehmen. Nöthig ist sie nicht: m. inicere wird häufig ohne allen processualischen Beigeschmack für 'sich bemächtigen' gebraucht. Petron 115: inicio ego phrenetico manum; D. 18, 7. 9. Folgt man aber der Erklärung des Servius, so sagt Virgil doch nur: die Parzen nehmen den Halesus als ihr Eigenthum in Anspruch (Ovid *Am.* 1, 4. 40), weil er ihnen geweiht (verfallen) ist; und um ihn für sich zu haben, lassen sie ihn durch den Evander umbringen. So setzt die bessere Überlieferung bei Servius ad h. l. = Macrobius 3, 7.3 auseinander. Wie kann man daraus Schlüsse auf das periurium und den Götterzorn ziehen?

Gottheit könnte den Frommen zur Ahndung des Vergehens an Stelle der Gottheit berechtigen. Allein daraus folgt nicht als das Geringere die Zulässigkeit der Selbsthülfe, d. h. die Geltendmachung des eigenen (Privat-) Interesses: Anspruch auf Erfüllung einer Zusage und Rache für ein Verbrechen gegen Gott sind zwei ganz verschiedene Dinge[1]. In der letzten Scene des Rudens ist daher wohl von der Ehrlosigkeit des Kupplers und auch von gerichtlichen Verhandlungen[2] die Rede, aber nicht eine Andeutung findet sich, dass der Sclave und sein Herr über den Eidbrüchigen herfallen und ihn zur Zahlung nöthigen könnten. Hast du als geistlicher Richter über meinen Schwur zu urtheilen? fragt der Kuppler frech, und darauf folgt nicht die so naturgemässe Androhung von Prügeln. So wenig also der Schwurempfänger Rechte für sich aus dem Eide herleiten durfte, von so grosser praktischer Bedeutung ist es, dass der Eid einer bestimmten Person gegenüber abgelegt wird. Denn diese kann vom Eide entbinden und die sacrale Verpflichtung dauert nur bis zu ihrem Tode. Daher wird denn auch ihr Name im Schwurformulare angegeben.

Überblickt man die Gesammtheit der Sacralrechtsgeschäfte, so ergiebt sich, dass ihre Formen sämmtlich von denen des privaten und öffentlichen Rechtes abweichen; nur bei Sponsion und Confarreation darf man eine Vertragsform, d. h. gegenseitige übereinstimmende Erklärungen vermuthen. Die Vermuthung aber stützt sich gerade wesentlich darauf, dass die ihnen entsprechenden weltlichen Geschäfte Vertragscharakter haben: ob sie diesen annahmen als sie verweltlichten, oder umgekehrt, ob sie sich zu weltlichen Rechtsgeschäften eigneten, weil sie jenen Charakter an sich trugen, ist begreiflicherweise nicht festzustellen. Wahrscheinlieher aber ist, wie oben angenommen wurde, das letztere. Ausser ihnen ist kein sacrales Rechtsgeschäft in das private Verkehrsrecht übernommen oder darin nachgebildet worden, wie es mehrfach mit Geschäften des öffentlichen Rechtes geschah: nicht einmal der Versprechenseid hat Bedeutung für den Privatverkehr erlangt. Der Grund liegt wohl einmal in der Eigenart der sacralen

---

[1] A. M. Danz S. 47: wo aber selbst Rache erlaubt wäre, ist das minus, die Selbsthülfe, jedesfalls gestattet. Der Fehlschluss wird R. G. 2, 37; 38 fg. wiederholt (darüber i. A. Jenaer L. Z. 1874. S. 195). Danz meint jetzt, die m. iniectio sei seit den XII T. weggefallen. Damit verliert die Frage m. E. alles Interesse. Und es ist nicht abzusehen, wie man sich nun noch auf Schriftsteller der Kaiserzeit zum Belege berufen kann. Übrigens folgt aus Cicero *de off.* 3. 111 in keiner Weise, dass die XII T. etwas über Wirkung des Eides bestimmt haben. Sie können den Eid für gewisse Fälle vorgeschrieben haben (nullum vinculum ... iureiurando artius esse voluerunt; id indicant leges XII tab.); vielleicht hat aber Cicero die Bestimmung über falsches Zeugniss (8, 23; Gellius 20, 1. 53) vorgeschwebt (Dirksen, XII Tafeln S. 613).

[2] Nach 1380 sq. (5, 3. 41) scheint ausser dem Eide noch eine Stipulation vorausgesetzt zu werden.

besondere einer Zusage wird vorausgesetzt, fides firmatur, das gegebene Wort wird bekräftigt[1]. Daher wird der Eid den Göttern abgelegt, die man zu Zeugen anruft[2], aber gegenüber einem Privaten, der den Vortheil davon haben soll. Es lässt sich nicht mit Sicherheit erkennen, ob die Gottheit dabei angeredet, oder in dritter Person bezeichnet wurde: der Wechsel lässt vermuthen, dass beide Formen zulässig und gebräuchlich waren. Sicher aber wird der Promissar nicht angeredet, sondern sein Name steht in der dritten Person *(huic Gripo)* in der Formel. Von ihm heisst es, dass *in verba eius, apud eum iuratur*[3]. Denn er spricht die Schwurformel vor *(praeit)*; er stabt den Eid 'nach Willkür' *(arbitratus)*; daher wird gesagt, er werde *'arbitratu eius'* geschworen[4]: die Formel muss erklärlich für jeden einzelnen Fall und dann nach dem Wunsche des Berechtigten entworfen werden. Das Vorsprechen hat hier wieder seine gewöhnliche Bedeutung; es ist ein wahres *dictare*[5]. Alle diese anderweit nachweisbaren Eigenheiten des Privateides finden sich zusammengefasst in der Schwurscene des plautinischen Rudens (1332; 5, 2. 45). Nach dieser Übereinstimmung von Form und Wesen dürfen wir annehmen, dass im Falle des Eidbruches hier analoge Folgen wie im öffentlichen Rechte eintraten: die 'erzürnten Götter' ahndeten den Meineid als eine ihnen zugefügte Kränkung. Die Ansicht, dass der Eidempfänger zur Selbsthülfe (manus iniectio) gegen den Eidbrüchigen befugt gewesen sei, hat keinen Anhalt in der Überlieferung[6]. Sie widerspricht zugleich der Rechtslogik und der entwickelten Auffassung des Schwures. Eine Beleidigung der

---

[1] S. die Stellen Labeo 1, 411.

[2] Plautus *Capt.* 426 (2, 3. 66).

[3] Plautus *Cist.* 1, 1. 100; Horaz *epod.* 15, 4.

[4] Plautus *Amph.* 931 (3, 2. 50); daher der Witz Plautus *Rud.* 1355 (5, 2. 68): meus arbitratust lingua quod iurat mea.

[5] Priscian 18, 24. 210: Romani verbis praeire et iurare in verba illius, id est quamodo ille dictaret.

[6] So weit ich sehe, ist Servius *Aen.* 10, 419 der einzige Beleg für die 'sacrale manus iniectio'. Virgil sagt: iniecere manum Parcae telisque sacrarunt Euandri. Dazu: traxerunt debitum sibi; et sermone usus est iuris: nam manus iniectio dicitur, quotiens nulla iudicis auctoritate exspectata rem nobis debitam vindicamus. Dieser Satz gehört nicht zu der guten Überlieferung bei Servius: in der That ist die Vindication 'einer geschuldeten Sache' im Zusammenhange mit der m. ini. höchst fragwürdig. Bedenklich ist die Erklärung des Verses: man müsste danach eine Mischung von zwei Bildern, Process und Dedication, annehmen. Nöthig ist sie nicht: m. inicere wird häufig ohne allen processualischen Beigeschmack für 'sich bemächtigen' gebraucht. Petron 115: inicio ego phrenetico manum; D. 18, 7. 9. Folgt man aber der Erklärung des Servius, so sagt Virgil doch nur: die Parzen nehmen den Halesus als ihr Eigenthum in Anspruch (Ovid *Am.* 1, 4. 40), weil er ihnen geweiht (verfallen) ist; und um ihn für sich zu haben, lassen sie ihn durch den Evander umbringen. So setzt die bessere Überlieferung bei Servius ad h. l. = Macrobius 3, 7.3 auseinander. Wie kann man daraus Schlüsse auf das periurium und den Götterzorn ziehen?

1885.

LII.

# SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

# AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

ZU BERLIN.

17. December. Gesammtsitzung.

Vorsitzender Secretar: Hr. Auwers.

1. Hr. Brunner las die umstehend folgende Abhandlung: die Landschenkungen der Merowinger und der Agilolfinger.

2. Die von der Akademie vollzogene Wahl des bisherigen correspondirenden Mitgliedes der philosophisch-historischen Classe Hrn. Boehtlingk zum auswärtigen Mitgliede hat unter dem 30. November die Allerhöchste Bestätigung erhalten.

# Die Landschenkungen der Merowinger und der Agilolfinger.

Von Heinrich Brunner.

Die Streitfrage über die Anfänge des Lehnwesens, eine der bedeutsamsten, welche die Literatur unserer Rechtsgeschichte aufweist, hat ihren Ausgangspunkt in den Vergabungen, welche die merowingischen Könige aus dem fränkischen Krongute vorzunehmen pflegten. Die rechtliche Tragweite dieser Vergabungen ist seit mehr als einem Jahrhundert streitig. Zur eingehendsten Erörterung gelangten die maassgebenden Streitpunkte in der lebhaften Polemik, die sich vor nahezu vierzig Jahren zwischen Waitz und Roth über die Entstehung des fränkischen Lehnwesens entspann. Roth[1] führt sie auf eine von den Söhnen Karl Martell's vorgenommene Verfassungsänderung zurück und behauptet, dass es unter den Merowingern nur éine Art der Verleihung von Krongut gegeben habe, nämlich die Verleihung zu frei vererblichem und veräusserlichem Eigenthum. Waitz,[2] der für die Entwickelung des Lehnwesens den geschichtlichen Zusammenhang zwischen den Erscheinungen der merowingischen und der karolingischen Zeit festhält, betont die Verwandtschaft zwischen den Landschenkungen der Merowinger und den karolingischen Beneficien. Jene hätten zwar manchmal völlig freies Eigenthum des Beschenkten, manchmal nur einen Niessbrauch begründet. In der Regel aber sollte mehr wie ein Niessbrauch, nämlich für die Dauer des Besitzes ein volles Recht, ein Eigenthum, aber ein Eigenthum auf Zeit oder Lebenszeit, oder geknüpft an bestimmte Voraussetzungen gegeben sein.[3] Man kann in dieser Zeit, äussert sich Waitz, gar nicht im Allgemeinen sagen, ob die Verleihungen erblich, lebenslänglich oder frei widerruflich waren; sie waren in gewissem Sinne bald das Eine, bald das Andere, aber vielleicht keins unbedingt.[4] Eine mehr factische als rechtliche Beschränkung,

[1] Die Krongutsverleihungen unter den Merovingern, 1848; Geschichte des Beneficialwesens, 1850; Feudalität und Unterthanverband, 1863.

[2] Deutsche Verfassungsgeschichte II[2], 1, S. 309 ff.

[3] A. a. O. 319.

[4] A. a. O. 319, Note 3.

heisst es an einer anderen Stelle, sei bei den Verleihungen zu Eigenthum zu statuiren.[1]

Wenn die Juristen sich gegen die von WAITZ aufgestellten Sätze im Allgemeinen zu spröde verhielten und den meines Erachtens durchaus zutreffenden Kern derselben nicht oder doch nur vereinzelt anerkannten, so lag der Grund wohl kaum in der von WAITZ gerügten Erbsünde der juristischen Forscher,[2] dass sie nämlich »nicht anerkennen wollen, was nicht rechtlich formulirt nachgewiesen werden kann«. Der Rechtshistoriker ist ja einerseits bei zahlreichen Rechtsinstituten genöthigt, die in den Quellen vermisste rechtliche Formulirung aus denselben erst herauszuarbeiten. Andererseits darf er auf eine solche Formulirung nirgends verzichten; denn für die Rechtsgeschichte bleibt, was sie dogmatisch nicht erfassen kann, todtliegender Stoff.[3] Die Sünde der germanistischen Jurisprudenz scheint mir in der Frage der merowingischen Landverleihungen vielmehr auf einem anderen Gebiete zu liegen, nämlich in der dogmengeschichtlichen Vernachlässigung des deutschrechtlichen Instituts der Schenkung, bei der sie ausser Stande war, die von WAITZ bemerkten Thatsachen klaren und ausgeprägten Grundgedanken der germanischen Rechtsgeschichte einzuordnen. Früher wie irgend ein anderes Rechtsinstitut ist die Schenkung romanisirt worden. Seit Langem operiren wir mit römischen Rechtssätzen der Schenkung wie mit naturrechtlichen. Und in der kaum übersehbaren Masse der germanischen Rechtsquellen sind nur versprengte Trümmer einer Überlieferung vorhanden, die darauf zurückweist, dass das germanische Recht in der Lehre von der Schenkung den Entäusserungswillen des Schenkers ursprünglich nach anderen Gesichtspunkten beurtheilte, wie das römische und das heutige Recht.

Im römischen Rechte charakterisirt sich die Schenkung bekanntlich[4] durch die Absicht des Schenkers das Vermögen des Empfängers zu vermehren, ihn zu bereichern. Ausser dieser Vermögensvermehrung hat sie keinen juristischen Zweck, weshalb das Geben ob causam in scharfem Gegensatze steht gegen das Geben als Schenkung. Der sonstige concrete Zweck der Schenkung kann Bestandtheil des Rechtsgeschäftes nur in der Form einer Nebenbestimmung, nämlich einer besonderen dem Beschenkten gemachten Auflage, eines modus werden. Von den Arten der römischen Schenkung können hier diejenigen, welche obligando oder

---

[1] A. a. O. 311, Note 1.

[2] A. a. O. 322, Note 3.

[3] Treffende Bemerkungen macht über den dogmatischen Beruf der Rechtsgeschichte BINDING, Handb. d. Strafrechts I, 1885, S. 4 Note 1.

[4] SAVIGNY, System 4, 1 ff. PUCHTA, Institutionen §. 205. WINDSCHEID, Pandekten §. 365.

liberando geschehen, ausser Betracht bleiben. Für das Verhältniss der germanischen Landschenkung zur römischen fallen vielmehr als Grössen der Gleichung einerseits nur die römische Schenkung, welche dando erfolgt, die donatio rerum, andererseits die Schenkung des deutschen Rechtes, welche Gabe ist, in das Gewicht. Da es nicht angeht, hier etwa nebenbei den Umfang des germanischen Schenkungsbegriffes zu untersuchen, so mag es dahingestellt bleiben, ob man nach germanischen Rechten von einer Schenkung sprechen kann, welche nicht durch Gabe geschieht. Jedenfalls bildet die Gabe, und zwar die materiell unentgeltliche Gabe, den Haupt- und Normalfall der deutschrechtlichen Schenkung. Die Wirkung derselben kann sich verschieden gestalten mit Rücksicht auf den Gegenstand, welcher geschenkt wird und treten in dieser Beziehung die Landschenkungen als eine besondere Art der Schenkungen hervor, während nach römischem Rechte das Object der Schenkung für deren rechtliche Tragweite gleichgültig ist.

Wenn jemand eine Sache mit dem animus donandi übereignet, d. h. schenkt, indem er dem Beschenkten das Eigenthumsrecht an einer Sache überträgt, so liegt nach römischen Rechtsgrundsätzen — sofern nicht besondere Verabredungen getroffen wurden — nicht der geringste Zweifel vor, dass der Beschenkte die Sache beliebig veräussern und vererben kann wie irgend ein anderes Stück seines freien Vermögens.

In eine völlig andere Rechtslogik führen uns zunächst die Grundsätze ein, welche das englische Recht für die Tragweite des Entäusserungswillens bei der Landgabe aufstellt. Die donatio des englischen Immobiliarrechts bezeichnet nicht bloss die Schenkung, sondern die Landgabe schlechtweg. Sie ist, der traditio (sala) des fränkischen Urkundenstils, der nordischen Schötung[1] vergleichbar, ein Rechtsact der Übereignung von Grundstücken ohne Rücksicht auf die causa der Veräusserung. Da die Rechtssätze der donatio auch dann gelten, wenn eine wahre Landschenkung in Frage steht, so können sie hier ohne Bedenken verwerthet werden.

In der zweiten Hälfte des fünfzehnten Jahrhunderts schrieb THOMAS LITTLETON einen Tractat über die Besitzrechte an Grund und Boden, der das Evangelium des englischen Immobiliarrechtes wurde. EDW. COKE, der berühmteste altenglische Jurist, nennt ihn das vollkommenste Werk, das je in irgend einer menschlichen Wissenschaft geschrieben worden ist. Nach LITTLETON erfordert der Erwerb eines erblichen Besitzrechtes[2] die Erklärung des Veräusserers, dass er dem Erwerber das Land

[1] K. LEHMANN, Die altnord. Auflassung, Z. d. S. St. f. RG. V, 92 ff. v. AMIRA, Altschwed. Obligationenrecht 512 ff.

[2] Eines feodum simplex. Feodum idem est quod haereditas et simplex idem est quod legitimum vel purum.

übertrage: à aver et tener à luy et à ses heires (ad habendum et tenendum sibi et haeredibus suis). Die Worte à ses heires (haeredibus suis) sind wesentlich. Mit jener Interpretationskunst, die es begreiflich macht, dass man nach englischer Ansicht mindestens sieben Jahre braucht, um das common law zu erlernen, zieht Edw. Coke[1] folgende Consequenzen. Wenn der Veräusserer sagt: Petro et haeredi suo oder wenn es statt et haeredibus heisst aut haeredibus, so hat der Erwerber nur ein Besitzrecht auf Lebenszeit und fällt nach seinem Tode das Gut an den Veräusserer heim. Lautet die Clausel Petro et Martino et haeredibus, so erhalten der Petrus und Martinus nur ein estate for life. Selbst die Wendung Petro et haeredibus ist nach Coke nicht genügend sicher. Sie begründe wohl ein erbliches Besitzrecht des Petrus, aber dennoch sei es weiser, Littleton zu folgen und zu sagen Petro et haeredibus suis.

Der Grundsatz, dass die donatio ein erbliches Recht nur schaffe, wenn die Erben ausdrücklich genannt sind, findet sich schon bei Glanvilla[2] und in den grossen Rechtsbüchern des dreizehnten Jahrhunderts. Bracton sagt: si autem ita facta esset donatio ut si dicam: do tibi tantam terram, nulla facta mentione de haeredibus, ista donatio se non extendit ad haeredes, nisi tantum ad vitam donatorii.[3] Nach Britton I, 252 müssen die Erben in der Habendum-Clausel genannt sein. Um ein erbliches Besitzrecht zu übertragen, würde die Fassung: jeo Johan ay doné a Pieres et a ses heirs taunt de terre nicht genügen, sondern es müsste heissen: jeo J. ay doné a Pieres taunt de terre . . à aver et tener a mesme celi Pieres et a ses heirs.

Man wende nicht ein, dass diese Behandlung der englischen Landgabe durch lehnrechtliche Grundsätze bestimmt werde. Denn das feudum simplex ist nach anglonormannischem Rechte begrifflich Erbgut, haereditas und seit dem Statut quia emptores, 18 Ed. I frei veräusserliches Erbgut. Ausgangspunkt des englischen Rechts ist in dieser Lehre vielmehr der Satz, dass die Qualität des erworbenen Besitzrechtes durch den Willen des Donators bestimmt werde.[4] Die Rechtsregel, dass nur ein Besitzrecht auf Lebensdauer übertragen wird, wenn nicht der Donator etwas anderes ausdrücklich erklärt, beruht sonach in letzter Linie auf einer Interpretation des pure ausgesprochenen

---

[1] Littl. I, 8, b.

[2] L. 7, c. 1, §. 2: perpetuo remanebit illi, cui donata fuerit terra illa et heredibus suis, si iure hereditario eis fuerit concessa.

[3] L. II, 39, §. 6, f. 92 b. Donatorius (donataire) ist der Empfänger der Landgabe.

[4] Modus et conventio vincunt legem sagt Bracton, indem er unter modus nicht nach römischer Weise eine der donatio hinzugefügte Nebenbestimmung, sondern die vom Donator gewollte lex donationis versteht. Gundermann, Englisches Privatrecht 202.

Veräusserungswillens, die sich zu einer dispositiven Rechtsnorm verdichtet hat. Der nackte Veräusserungswille wird als dahin gerichtet angesehen, dass der Erwerber die Gabe besitze und nicht ein Dritter. Stirbt der Erwerber, so soll sie an den Donator zurückfallen. Denn nur damit der donatarius das Grundstück habe, hat sich der Donator desselben entäussert. Das Recht des Rückfalls braucht gar vorbehalten zu sein. Der Vorbehalt ist nach Bracton, wenn das Rückfallsrecht nicht ausgeschlossen wurde, als conditio tacita in der donatio enthalten.[1]

So fremdartig uns auf den ersten Blick hin diese Grundsätze des englischen Rechtes erscheinen mögen, so bietet doch noch unsere heutige Volksanschauung über die durch Gabe vollzogene Schenkung vereinzelte Anklänge dar. Wenn ich schenke, so folgt daraus nur, dass ich die geschenkte Sache lieber in den Händen des Beschenkten als in meinen Händen, aber durchaus nicht, dass ich sie lieber in den Händen eines Dritten als in meinen sehe, eine Folgerung, der unsere Denkart Rechnung trägt, indem sie es unter Umständen trotz der rechtlichen Zulässigkeit für unzart, ja für unanständig hält, ein Geschenk weiter zu veräussern. Man denke an Geburtstags- oder Jubiläumsgeschenke oder an ein literarisches Werk, das der Verfasser etwa mit handschriftlicher Widmung verschenkte und nach einiger Zeit in einem Antiquariatsladen entdeckt. Skenkjan, schenken heisst ursprünglich propinare, ministrare pocula, zu trinken geben.[2] Das Amt des Schenken bestand in dem Füllen des Trinkhorns, des Bechers. Der Trunk, den der Gast erhält, der über die Schwelle des Hauses tritt, ist nur ihm zugedacht und will nicht eine abstracte Vermögensvermehrung, etwa ein in Naturalien geleistetes Trinkgeld sein.

Das Recht, welches der Beschenkte an der Gabe erwirbt, kann trotz der Unveräusserlichkeit und Unvererblichkeit Eigenthum sein. Auch das Eigenthum, welches nach römischem Rechte der Mann an der dos hatte, war auf die Dauer der Ehe beschränkt. Nach Auflösung der Ehe musste die dos vom Manne oder von seinen Erben herausgegeben werden. Den fundus dotalis konnte der Mann weder vererben noch veräussern. Unveräusserlich ist nach heutigem Recht das Eigenthum des Fideicommissbesitzers. Unveräusserlich und unvererblich z. B. das von den Privatrechtsjuristen bisher wenig beachtete Eigenthum, welches durch die Ordensverleihung begründet wird. Wer einen Orden erhält, erwirbt an dem Ordenszeichen, das ihm tradirt wird, das Eigenthum, aber ein Eigenthum von äusserster Magerkeit.

---

[1] Bracton 17b: revertetur terra illa ad donatorem per conditionem tacitam etiam nulla fit mentio in donatione, quod revertatur.

[2] Graff, Sprachschatz VI. 518.

Er darf den Orden nicht verschenken, verkaufen oder vermiethen oder in dotem geben. Stirbt der Eigenthümer des Ordenszeichens, so wandert es an den Geber zurück. Werden ihm die bürgerlichen Ehrenrechte aberkannt, so wird er seines Eigenthums am Orden verlustig, obwohl sein sonstiges Vermögen völlig unangetastet bleibt.

Für die Grundsätze, die das anglonormannische Recht über die donatio von Immobilien aufstellte, finden sich zahlreiche Analogien in anderen germanischen Rechten, insofern entweder bei Schenkungen oder wohl auch bei Übereignungen durch Schenkung und Kauf im Zweifel angenommen wird, dass die Absicht des Veräusserers nicht auf eine unbeschränkte und unbedingte Entäusserung gerichtet sei.

In Schweden ging nach west- und ostgötischem Rechte geschenktes Land nach dem Tode des Empfängers nur auf dessen Kinder über, während es in Ermangelung von Kindern an den Geber oder dessen Erben zurückfiel.[1] Geschenktes Land soll nicht ohne Zustimmung des Gebers veräussert werden. Will der Empfänger es verkaufen, so hat der Geber ein Einstandsrecht. Nach westgötischem Recht hat nicht nur der Schenker, sondern auch der Verkäufer ein Einstandsrecht an dem veräusserten Grundstück.[2] Ebenso greift ein Einstandsrecht des Veräusserers nach der norwegischen Frostuþingslög an dem durch Schenkung oder Kauf veräusserten Odalslande Platz.[3] Der König hat dieses Einstandsrecht an jedem von ihm veräusserten Grundstück, während er seinerseits, wenn er ein Gut durch Schötung veräussert, es keinem Vormanne zur Rückeinlösung anzubieten braucht.[4]

Aus dem Kreise der friesischen Rechte vermag ich hier nur ein vereinzeltes Rechtsinstitut des ostfriesischen Rechtes als Analogon anzuführen, die sogenannte Hornungsgabe, d. h. die Gabe, welche jemand seinem Friedelkinde oder seinen unehelichen Halbgeschwistern schenkt. Die Hornungsgabe vererbt nach den Emsiger und Hunsingoer Gesetzen und ebenso nach dem ostfriesischen Landrecht nicht über den Urenkel des ersten Erwerbers hinaus.[5] Sind Descendenten desselben bis zum

---

[1] Nach von Amira, Nordgermanisches Obligationenrecht I, 510 f. Dazu die auf S. 286 übersetzte Stelle aus Westgötalagen, II, Aruæ Bolk. 26: »Gibt ein Mann seinem Friedelkind Eigen oder seinem Freund oder Diener, bekommt der ein Kind nach sich, dann habe er dies Land. Bekommt er kein Kind, dann gehe es dahin zurück, von wo aus es gegeben war ...« Sollen auch die Kinder ausgeschlossen sein, so muss dies ausdrücklich bestimmt werden.

[2] Von Amira 550.

[3] Frostuþingsl. XII, 4. Karl Lehmann, die altnordische Auflassung. Z. d. S. St. V, 100. Über die Frage des Wiedereinlösungsrechtes nach der Gulaþingslög a. O. 91, Note.

[4] .. maðr scal bióða konungi iörð, oc eigi konungr öðrum manni.

[5] Richthofen, Fries. Rqu. 236, 31: Huersa ma ene horninge ieuua iefth, sa stondath tha ieuua lichte anda thene tredda sia. Jefth thi thredda sia theth nauuet ne bitiucht, sa ach thet god to huueruuane inna tha honda, ther hia uthe euuenen

dritten Knie nicht vorhanden, so fällt die Gabe an die Heerdstätte[1], von der sie gekommen, und nicht an die nächst gesippte Hand des letzten Besitzers.

Ergiebigere Ausbeute liefern die Quellen der fränkischen Zeit für die Auffassung, dass durch die Schenkung im Zweifel nicht eine unbeschränkte Entäusserung erfolge, sondern nur ein beschränktes oder ein beschränktes und bedingtes Recht übertragen werde. Unter diesem Gesichtspunkte sollen im Folgenden zunächst ausserfränkische Rechte, nämlich das bayrische, das burgundische, das angelsächsische und langobardische sowie das westgothische Recht, ins Auge gefasst werden.

Für Bayern kommen die Landschenkungen an Laien und Cleriker und zwar insbesondere die herzoglichen Landschenkungen aus der Zeit der Agilolfinger in Betracht, welche als eine den merowingischen Krongutverleihungen gleichartige, den karolingischen Beneficien gleichzeitige Erscheinung eine möglichst eingehende quellenmässige Erörterung verdienen.[2] In Urkunden und Güterverzeichnissen bayrischer Kirchen wird häufig betont, dass eine Schenkung an die Kirche mit Erlaubniss des Herzogs erfolgt sei. Die Güterverzeichnisse von Salzburg und Niederaltaich stellen derartige Schenkungen in eigenthümlichen Gegensatz zu den consenslosen Traditionen. Über den ältesten Besitzstand Salzburgs haben wir zwei gesonderte, ungefähr gleichzeitige Aufzeichnungen, den Indiculus Arnonis und die Breves Notitiae.[3] Der Indiculus verzeichnet nur jenen Erwerb der Kirche, der aus herzoglichem Gute herstammt, nämlich die Schenkungen der Herzoge selbst und ausserdem solche, die mit deren Erlaubniss von Anderen gemacht wurden.[4] Zu den letzteren gehört erstens das, was liberi Baioarii schenkten aus dem Gute, quod fuit eis ex causa dominica beneficiatum und gehören zweitens die Schenkungen von homines potestatem non habentes de se, d. h. von Personen, welche ihr Vermögen ohne Rücksicht auf dessen Herkunft wegen ihrer persönlichen Abhängigkeit von einem Herrn nicht ohne dessen Consens veräussern können.[5] Die

---

hebbath and nauuet inna tha sibbista honda. Cf. Rh. Rqu. 337, 27. Wicht, Ostfriesisches Landrecht S. 329, 412 f.

[1] Cf. Wicht S. 343.

[2] Roth Beneficialwesen 243, 244. Waitz VG. II, 1, 328. Edgar Löning, Geschichte des deutschen Kirchenrechts II, 666.

[3] Im Folgenden citirt nach der Ausgabe von Fr. Keinz 1869. Der Indiculus ist bald nach 788, die breves Notitiae sind wahrscheinlich Ende des achten Jahrhunderts entstanden.

[4] Eingeführt in JA. 6, 1 mit den Worten: item de hoc, quod tradiderunt liberi Baioarii per licentiam Tassilonis ad supradictum episcopatum, quod fuit eis ex causa dominica beneficiatum, similiter et de illis potestatem non habentes de se.

[5] Zu ihnen gehören die in 6, 4 genannten Mazzo et Appo et Arbertus non potestatem habentes, aber ebenso der 6, 13 genannte Johannis servus.

entsprechenden Abschnitte der Breves Notitiae ergänzen die im Indiculus verzeichneten Schenkungen durch die Traditionen, welche von homines potestativi[1] aus freiem Eigengut, de proprietate selbständig gemacht worden sind.[2] Dieselbe Unterscheidung liegt dem von Abt Urolf (799—806) angelegten Verzeichniss der ältesten Erwerbungen Klosters Niederaltaich zu Grunde.[3] Dasselbe zerfällt in zwei Theile. des Der erste zählt unter der Überschrift: de res quod Otilo dux .. cum sociis suis condonavit die herzoglichen Schenkungen auf und ausser ihnen nur solche, welche mit herzoglicher Erlaubniss vollzogen wurden[4], darunter Schenkungen von servi oder homines dominici, homines tributales, die wir im Sinne des Indiculus Arnonis als homines potestatem non habentes bezeichnen müssten. Der zweite Theil: haec vero est traditio nobilium quae subter inserta nectitur, führt nur consenslose Traditionen auf, darunter 19, in welchen eine »hereditas« Gegenstand der Schenkung ist und eine, in welcher der Donator eine villa cum omni adquesitu suo schenkt.

Auch die bayrischen Traditionsurkunden lassen sich aus dem Gesichtspunkte der Veräusserungslicenz in zwei Gruppen theilen. Eine

---

[1] BN. 14, 4: nobiles et potestativi homines und 14, 2 nobiles viri ac potestativi. In 14, 40; 42, 48, 50 erscheinen homines potestativi, welche nicht nobiles sind. Häufig fehlt der Zusatz potestativus bei den nobiles; ihre potestas tradendi wird als selbstverständlich vorausgesetzt. Alexandra et Jacob, die im JA. 6, 7 sechs Mansen zu Aterhof ex causa dominica schenken, geben in BN. 14, 42 als homines potestativi ihr freies Eigen zu Aterhof. Der homo potestativus ist also gleichfalls auf die Licenz angewiesen, wenn er das vom Herzog geschenkte Gut veräussern will.

[2] Vergleicht man die Schenkungen der gleichnamigen Donatoren in JA 6 und BN. 14, so zeigt sich, dass die Schenkungen ex proprietate den BN. eigenthümlich sind, dass sie aber daneben auch Schenkungen, die in JA. als donationes ex causa dominica stehen, anhangsweise anführen ohne ihre fiscalische Herkunft zu erwähnen. Z. B.

| | |
|---|---|
| J. 6, 3: Onno et filius eius Sigiuuolf et Sigibaldus iudex tradiderunt per licentiam in Vico Romanisco mansos apsos II. | BN. 14, 3: Sigiboldus iudex et Anno frater eius, filiusque eiusdem Sigiwolf trad. omnes res proprietatis suae, quas habuerunt in Vico Romanisco et mansus II. |
| J. 6, 10: Dignolus tr. p. l. in Liueringa mansos III apsos. | BN. 14, 9: Dignolus tr. res suas in Liueringe et colonia(s) tres. |

Vergl. noch JA. 6, 2; 7; 15 mit BN. 14, 1; 42; 24 und 14. Fast scheint es, als wären die BN. nach den Traditionsurkunden gearbeitet, von welchen manche zugleich freies Eigen und sogenanntes Beneficium des Donators betrafen, während bei der Zusammenstellung des JA, bei der es auf genauen Nachweis der herzoglichen Licenz ankam, die noch unten zu erwähnenden herzoglichen Consensbriefe benutzt worden sein mögen.

[3] Monumenta Boica 11, 14 ff. Roth B. W. a. O.

[4] Bei allen Donatoren, die neben Otilo und Tassilo genannt sind, wird des comeatus oder der licentia Otilonis oder Tassilonis Erwähnung gethan. Z. B. In villa Elirespach dedit Otilo illam capellam cum mansos VII et de ipsa villa Elirespach dedit Paldo per comeatum Otilonis tertiam partem et postea per licentiam Tassilonis tradiderunt Einhardus et Sigipaldus illas duas partes et locum qui vocatur Pholinchofa.

nicht unerhebliche Zahl hebt den Consens des Herzogs hervor, während dies bei etwa zwei Dritteln des erhaltenen Urkundenbestandes nicht der Fall ist. Einige Urkunden, die den Consens constatiren, betonen ausdrücklich, dass der Donator das Gut, welches er der Kirche tradirt, durch herzogliche Schenkung erworben habe.

Mon. Boica 28, 2, p. 14, H.[1] 11, a 754: permittente Tassilone duci dono . . villa Sulzzipah quem mihi Otilo dux presentibus bonis Baiouuariis perdonavit . . . Si quis . . hanc donationem, quam ego bona voluntate et cum commeatu Tassilone duci fieri et firmare rogavi . .

UOE.[2] I, 8, nr. 13, H. nr. 42, a. 771: statui apud me ipsum cum consensu et licencia summi principis Tassiloni de substancia, qua mihi princeps prefatus concessit ad Marchluppa, omnia que ibidem habeo . . trado . .

UOE. I, 70, nr. 117, undatirt: Ego Alpkis . . statui apud me ipsum et licenciam summi principis Tassiloni de substancia, quam mihi princeps prefatus concessit ad Pahmannon, omnia que ibidem habeo . . .

M. nr.[3] 27, H. 53, a. 772: ut dominum meum et inlustrissimum ducem domnum Tassilonem deprecare debuissem, ut ex beneficiis illius aliquid ad ecclesiam tradendi concederetur licentiam, qui suae largae bonitatis tradendi consensit locum . . . quam donationem ducali consensu . . . perfecimus.

M. nr. 40, H. 70, a. 773: per consensu Tassiloni atque licenciam villam propriam . . . tradedi . . . dono enim praenotatum beneficium tam pro domno Tassilonem, qui mihi inspiratione divina hoc largitus est donare . . . Testes: . . . Dux Tassilo, qui haec fieri iussu consensit. . . Et ego Tassilo dux manu propria confirmavi.

UOE. 21, nr. 33, H. 87, a. 776: cum consensu et licencia summi principis Tassilonis ego Reginolf pecuniam, que fuit Reginhari hominis mei et eam mihi concessit dominus meus Tassilo . . . trado atque confirmo omnia, que ibidem habeo, curtem . . . terram, pratas . . .

Diesen Beispielen ist hier noch eine Urkunde anzureihen, in welcher nicht der Herzog, sondern ein Unterthan desselben die Erlaubniss zur Veräusserung des von ihm geschenkten Gutes ertheilt.

---

[1] Die Abkürzung H. bezeichnet im folgenden des Grafen Hundt Regesten der datirten Urkunden aus der Zeit der Agilolfinger, 1873, Abh. der bayr. Akad. III. Cl. 12. Bd. 1. Abth. S. 194 (S. 50 des Sep. Abdr.).

[2] Urkundenbuch des Landes ob der Enns, 1852.

[3] Meichelbeck, Hist. Frising. I, pars instrum.

UOE. I, 36, nr. 60, H. 55, a. 772: trado et transfundo propria mea in loco P. quod ego adquesivi a senioribus meis, cum consensu seniori meo nuncupante Egino.

Dass in diesen Fällen der Consens des Herzogs beziehungsweise des Seniors deshalb eingeholt wird, weil der Donator das Gut, welches er der Kirche tradirt, durch Landgabe von ihm erworben hat, ist sicher und unbestritten.

Zweifelhaft und streitig ist dagegen die Bedeutung der Veräusserungslicenz in den zahlreicheren Urkunden, welche zwar die herzogliche Erlaubniss oder Mitwirkung hervorheben, aber nicht erwähnen, dass der Schenker sein Besitzrecht vom Herzog herleite.[1] Der Inhalt der Urkunden lässt nur ersehen, dass der Donator per licentiam oder per consensum oder unter Mitwirkung des Herzogs an die Kirche tradirte ea quae habuit, mancipia sua, oder colonias oder rem propriam, hereditatem suam, propriam hereditatem, partes hereditatis, possessionem propriae hereditatis, aliquid de hereditate, quam mihi meus genitor dereliquit, de propria alode seu de adquisitione sua.[2] Während Paul Roth den herzoglichen Consens schlechtweg aus der herzoglichen Landschenkung erklärte, sprach E. Löning die Vermuthung aus, dass in Bayern zu jeder Vergabung von Grundstücken an die Kirche die herzogliche Erlaubniss erforderlich gewesen sei. Allein diesem angeblichen Rechtssatze steht die Bestimmung der Lex Baiuwariorum (I, 1) im Wege, dass nimand, selbst nicht der König oder der dux den freien Mann hindern dürfe, sein Gut der Kirche zu schenken, ebenso die Vorschrift der Dingolfinger Synode von 772, c. 6: ut si quis de nobili genere de hereditate sua voluisset dare ad sanctuarium Dei, in

---

[1] MB. 28, 2, p. 1: cum consensu Huotilonis ducis. — Meichelbeck I, 48, H. 3, a. 747. — M. I, 52, H. 10, a. 754. — M. nr. 7, H. 16, a. 759. — M. nr. 4, H. 18, a. 759. — M. nr. 6, H. 19, a. 760. — M. nr. 12, H. 23, a. 763: per consensum ... Tassilonis et satrabum eius atque confinitimorum nostrorum consentientium. M. I, 68, H. 38, a. 770. — M. I, 75, 76, H. 47 a. 772. — M. nr. 31, H. 52, a. 772. — UOE. I, 69, H. 59, a. 772. — M. nr. 45, H. 69, a. 773. — Ried Cod. diplom. Ratisb. I, p. 3, nr. 4, H. 80, a. 776. — M. nr. 66, H. 84, a. 776. — M. nr. 67, H. 85, a. 776. — Hundt, Anh. nr. 6, p. 217, H. 86, a. 776: flagitavimus Attonem abbatem et Isanhardum domnum nostrum, ut per consensum atque licentiam ... Tassiloni ... hanc traditionem facere liceat. — MB. 8, 364, H. 89, a. 776. — Ried I, p. 3 nr. 5, H. 101, a. 778. — MB. 8, 366, H. 107, a. 779. — M. nr. 53, H. 110, a. 780. — M. I, 80, H. 113, a. 782. — UOE. I, 26, nr. 44, H. 114, a. 783. — MB. 8, 367, H. 116, a. 785. — MB. 28b, 41, H. 117, a. 785. — M. nr. 98, H. 119, a. 788. — M. nr. 10, a. 754—757. — UOE. I, 3, nr. 4. a. 753—781. — UOE. I, 58, nr. 96, a. 760—788. — MB. 28b. 8, a. 770—788. — M. nr. 80, a. 764—780. — M. nr. 93, a. 780—784. — Hundt, Anh. nr. 8, p. 218, a. 784—788. — UOE. I. 54, nr. 90. — Keinz Ind. Arnonis. Anhang p. 64 = Notizenblatt z. Arch. für Kunde öst. Gqu. VI, 43, nr. 93. — Ried p. 4, nr. 6. — M. nr. 115, 116, 324.

[2] De p. a. s. d. a. s. in M. nr. 7, nr. 66, 67, Hundt Anhang nr. 6. Neben der alodis ist stets die adquisitio genannt.

sua potestate esset, nemo prohibuisset. Es würde ferner unerklärt bleiben, dass etwa zwei Drittel der vorhandenen Traditionsurkunden den Veräusserungsconsens verschweigen, dass die Salzburger breves Notitiae ihn bei Schenkungen ex proprietate, das Breviar Urolfs bei Schenkungen von hereditas nirgends hervorheben und dass eine und dieselbe Person bald mit Consens bald ohne Consens veräussert.[1] Da zudem das bayrische Recht mit der Consensbedürftigkeit frommer Schenkungen in der fränkischen Zeit völlig allein stehen würde, so dürfte Löning's Vermuthung abzulehnen sein. Andererseits wird man aber zugeben müssen, dass der Consens nicht überall aus herzoglicher Verleihung des der Kirche zu tradirenden Gutes erklärt werden darf, sondern andere Ursachen haben kann. So beruht das Erforderniss der Veräusserungslicenz nicht auf dem Charakter des Gutes, sondern auf der persönlichen Abhängigkeit des Donators bei den homines potestatem non habentes, welche des Consenses zur Tradition ihres Besitzthums auch dann bedurften, wenn sie es nicht von ihrem Herrn erworben hatten.[2] Consensbedürftig waren wohl auch Schenkungen über Grundstücke, welche durch Rodung in fiscalischen Wäldern oder Wüstungen gewonnen worden waren.[3] Auch darf der Veräusserungsconsens nicht verwechselt werden mit der herzoglichen Zustimmung zur Errichtung neuer Kirchen[4] und mit der Erlaubniss zur Selbsttradition freier Leute oder zur Tradition freier Kinder an eine bestehende Kirche.[5] In einzelnen Fällen[6] mag der Consens nicht sowohl als Veräusserungslicenz denn zur Bekräftigung einer an sich nicht consensbedürftigen Schenkung erwirkt worden sein, um den kirchlichen Besitzstand gegen Anfechtungen sicher zu stellen.

Kann sonach die Einholung des Consenses auf verschiedenen Ursachen beruhen, so liegt es doch am nächsten sie im Zweifel aus der Weiterveräusserung einer durch Landgabe erworbenen res dominica zu erklären, auch wenn die Urkunde dieses Moment mit Stillschweigen übergeht. Wenigstens lässt sich für einen einzelnen Fall der bestimmte Nachweis führen, dass das mit Consens veräusserte Object aus herzog-

---

[1] In MB. IX, 16 schenkt Sigirihhus episcopus an Niederaltaich per licentiam Tassilonis, in MB. IX, 17 an dieselbe Kirche ohne Consens. Alpkis, welcher in UOE. I, 70 mit Consens tradirt, ist nach Hundt a. O. S. 225 identisch mit dem Albkis, der in M. nr. 220 gekauftes Gut ohne Veräusserungslicenz an Freising schenkt.

[2] Auf persönlicher Abhängigkeit beruht es vielleicht, wenn in M. nr. 98, H. 119 Heimrat mit Erlaubniss des Herzogs tradirt, quicquid propria pecunia adquisivit. Siehe noch oben S. 1180.

[3] MB. 28, b. 1. Cf. 28, b. 196.

[4] MB. 8, 363. M. I, 52, H. 10. M. nr. 97.

[5] UOE. I, 17, nr. 27; M. nr. 93.

[6] Siehe oben S. 1182 Note 2.

licher Schenkung herrührte, obwohl die Traditionsurkunde nichts davon erwähnt. In Folge eines glücklichen Zufalles ist uns nämlich zu dieser Veräusserung der herzogliche Consensbrief erhalten. Man hat ihn bisher übersehen, weil die Tradition und der Consensbrief missverständlich in eine einzige Urkunde zusammengeschrieben worden waren. Letztere lautet nach dem Abdruck UOE. I, 17, nr. 27:

> Gloriosissimo atque precellentissimo Tassilo dux Bauuariorum uir inluster digimus uobis salutacionem ut precimus uobis Oportunus ... ut suscipias illum in honore meo cum gaudio, ut ueraciter scias, quod licenciam habet de nobis se ipsum commendare deo nuncupante ipse Uuolfperht cum suis ... ad cenubium istum, ut scias cum consensu donum meum in loco nuncupante Uualtkisinga licenciam habet de nobis donare pro anima sua ad locum sanctum istum quicquid illic habeo ... terciam partem dabo uxorem meam nuncupantem[1] Alpsuuind cum consensu Tassiloni unum colonem et II homines domesticos ... sunt multi testes.

Mit den Worten quicquid illic habeo beginnt die von Wolfperht ausgestellte Traditionsurkunde. Was ihr vorausgeht ist der herzogliche Consensbrief.[2] Aus seinem Inhalt ist zu ersehen, dass der Donator die Veräusserungslicenz vor der Tradition bei dem Herzoge einholt, der darüber ein an den Prälaten der bedachten Kirche adressirtes Schreiben ausfertigen lässt, worin das Object der bevorstehenden Schenkung bezeichnet wird. Der Donator präsentirte hierauf den erwirkten Consensbrief dem Abte der bedachten Kirche und dieser liess das Niederschreiben der Traditionsurkunde besorgen, durch deren Begebung der Donator die Schenkung vor dem Altar der Kirche vollzog. Im vorliegenden Falle benutzte der Schreiber des Klosters Mondsee den auf dem Consensbriefe leergebliebenen Raum um sofort unter dem Text desselben die epistola traditionis als Zusatzurkunde anzubringen. Während in die Copialbücher sonst nur die Traditionsurkunden, nicht die Consensbriefe eingetragen wurden, hat die Hand, welche den ältesten Codex traditionum des Klosters Mondsee schrieb, den Consensbrief Tassilo's und Wolfperht's Traditio in einem Zuge, als ob sie eine einzige Urkunde wären, abgeschrieben, ein Versehen, dem wir die Überlieferung des einzigen aus agilolfingischer Zeit erhaltenen Consensbriefes verdanken.

---

[1] l. et uxor mea nuncupante.

[2] Seine eigenthümliche Fassung erklärt sich aus flüchtiger Ausfüllung des dafür benutzten Formulars. Genannt wird nur der Name des Abtes von Mondsee, dagegen nicht der Name des Klosters. Aus der Formel ist das illum nach suscipias, ist das cenobium istum, ad locum sanctum istum herübergenommen worden, obwohl die Kirche vorher gar nicht erwähnt worden ist.

Nicht immer wird ein Consensbrief eingeholt. Manchmal erfolgt die Tradition in Gegenwart des Herzogs.[1] Dann konnte der Consensbrief entbehrt werden. Der Herzog signirte dafür die Traditionsurkunde, gab wohl auch dem Schreiber den Urkundungsbefehl.

Nicht leicht ist es, den Charakter des Rechtes, welches die herzogliche Landschenkung begründete, mit einiger Sicherheit festzustellen und zu entscheiden, ob der Beschenkte nur ein Leiherecht oder ein beschränktes Eigenthum an dem Gegenstande der Schenkung erwarb. Nach dem Indiculus und nach den breves Notitiae sollte man meinen, dass ihm das Gut nicht in proprietatem, sondern in beneficium gegeben wurde. Das Breviar Urolf's unterscheidet von den consentirten Schenkungen die geschenkten hereditates. In der oben S. 1181 angeführten Urkunde von 773, Meichelbeck nr. 40 wird das geschenkte Gut beneficium genannt, in M. nr. 27 von 772 die Erlaubniss des Herzogs betont, ex beneficiis illius aliquid tradendi. Trotzdem glaube ich, dass die agilolfingischen Landschenkungen nicht ein Leiheverhältniss im Sinne des fränkischen Beneficialwesens, sondern ein beschränktes und bedingtes Eigenthum geben und der Ausdruck beneficium, wo er dafür auftritt, nicht in technischer Anwendung gebraucht wird. In UOE. I, 36, a. 772 werden mit Consens des Seniors tradirt propria mea, quod ego adquesivi a senioribus meis. In M. nr. 40 nennt der Donator das geschenkte Object zugleich villa propria und beneficium. Das Wort beneficium kann hier füglich nur in der schon den römischen Rechtsquellen geläufigen Bedeutung von donum, largitas gemeint sein und in diesem Sinne brauchen es auch die Breves Notitiae, wenn sie in der Überschrift zu c. 5 von beneficia ab ipso duce ad eandem sedem (Juvavensem) contradita sprechen.[2] Gegen ein blosses Leiherecht fällt

[1] M. I, 48, H. 3, a. 747: trado rem propriam meam ... in presentia Oatiloni ducis. Et post haec ego Tassilo ... hanc epistulam confirmavi propria manu mea. M. nr. 4, H. 18, a. 759: Post hoc signum manus Tassilonis ducis consentienti ... Ego A. iussus de duce inclito scripsi. M. nr. 6, H. 19, a. 760: Ego Tassilo ... confirmavi hanc epistulam. M. nr. 31, H. 52, a. 772: A. conscripsi vidente Tassilone et manu propria confirmante. M. I, 80, H. 113, a. 782: hoc autem decrevit fieri ... Tassilo ... seu filius ipsius nobilissimus Theoto hanc traditionem probavit. M. nr. 10, a. 754 bis 757: actum coram Tassiloni duce ipso confirmante. MB. 28, 2, p. 8, a. 770 bis 788: scribsi ego P. iussus a summo principe Tass. M. nr. 324: tradidit ... Tassilone ... ibidem manente ipsam traditionem sciens et consentiens. M. I, 68, H. 38, a. 770: consentiente ... Tassilone, qui manu propria traditionem firmavit ... Inprimis dux Tassilo testis.

[2] Noch in der Urkunde Arnulf's für Salzburg von 890, Kleinmayrn, Juvavia p. 113 findet sich die dem Indiculus entsprechende Wendung: ... cum omnibus que ab antecessoribus nostris antea beneficiata fuissent, firmamus in proprium. Auch ist es wohl kein Zufall, dass die von Waitz VG. 6, 89 zusammengestellten Bezeichnungen der lebenslänglichen proprietas als beneficium propriale, proprietas et beneficium, proprietas seu beneficium gerade aus Bayern stammen.

insbesondere der Umstand in's Gewicht, dass die Tradition des Gutes an die Kirche durch die Hand des Besitzers erfolgt. Da bei dem technischen Beneficium das Eigenthum des verliehenen Grundstücks dem Verleiher verbleibt, kann die Übereignung an einen Dritten von Rechts wegen[1] nur durch die Hand des Leiheherrn oder im Namen desselben durch einen Bevollmächtigten geschehen. Gesetzt, aber nicht zugegeben, dass in fränkischer Zeit Ausnahmen von diesem eigentlich selbstverständlichen Rechtssatze vorgekommen seien,[2] so bliebe es doch in hohem Grade auffallend, dass in Bayern durchaus der Inhaber der herzoglichen Landschenkung und nicht der Eigenthümer, der Herzog, die Übereignung vollzieht, letzterer auch dann nicht, wenn er bei der Tradition an die Kirche zugegen ist.[3]

Die Quellen gestatten den Nachweis, dass die agilolfingische Landschenkung vererbt wurde. Doch blieb die Erblichkeit eine beschränkte, denn nur die Nachkommen des ersten Erwerbers haben ein Erbrecht erlangt. In den Dingolfinger Decreten gewährt Tassilo die Vererbung der Landschenkungen seiner Vorfahren auf die Descendenten der Erwerber, und zwar unter der Bedingung treuer Dienste, von der noch weiter unten die Rede sein wird.

> LL. III. 460, c. 8: De eo quod parentes principis quodcumque praestatum fuisset nobilibus intra Baiuvarios hoc constituit, ut permaneret et esset sub potestate uniuscuiusque relinquendum posteris, quamdiu stabiles foedere servassent apud principem ad serviendum sibi, et haec firma permaneret: ita constituit.

Bei den technischen Beneficien der Karolinger hatte der Sohn noch im neunten Jahrhundert keinen Rechtsanspruch auf die Nach-

[1] Roth, BW. 416. Waitz, VG. 4, 210.

[2] Waitz führt a. O. Note 1 nur einen einzigen Fall an (die übrigen Beispiele sind agilolfingisch). In MB. 28, a. nr. 3, p. 5, a. 807 bestätigt Karl einen Tausch, welchen Bischof Agilward von Würzburg und Graf Audulf über Güter in Franken abgeschlossen hatten. Dedit episcopus .. ad partem nostram ecclesia(m) una(m) ... in compensatione huius meriti dedit .. Audulphus comis per nostrum comiatum de eius beneficio .. ecclesia una .. et in alia villa .. quantumcunque .. Agilulfus presbiter adhuc habere uisus est. Es handelt sich da um einen mit vorausgegangener Erlaubniss des Königs vorgenommenen Tausch, bei welchem das eingetauschte Gut königliches Eigenthum wird. Der Graf fungirte als amtlicher Vertreter des Fiscus. Im Interesse der Kirche wird das Rechtsgeschäft nachträglich durch königliches Diplom confirmirt. Es ist schon eine Ausnahme von den Grundsätzen des strengen Lehnrechts, wenn der Vasall sein Recht am Lehen mit Zustimmung des Lehnsherrn veräussert, da der Übergang des Lehens auf einen Dritten eigentlich die Rückgabe des Lehens in die Hand des Lehnsherrn und die Belehnung des Erwerbers durch den Lehnsherrn erfordert. Dagegen widerstreitet eine Übereignung des Lehnsobjectes durch die Hand des Vasallen den Grundsätzen des Lehnwesens und der Natur des Leiheverhältnisses.

[3] M. nr. 40, H. 70 oben S. 1181.

folge in den Beneficialbesitz des Vaters,[1] und soweit eine thatsächliche Erblichkeit sich anbahnt, wird sie dadurch vermittelt, dass nach dem Tode des Besitzers der Sohn desselben auf's Neue beliehen wird.[2] Allein das Dingolfinger Decret spricht nicht nur die allgemeine Vererblichkeit auf die Descendenten aus, sondern es gewährt mehr als die blosse Versicherung einer Wiederverleihung an die Nachkommen des verstorbenen Besitzers. Die Worte: esset sub potestate uniuscuiusque relinquendum posteris schliessen den Mannfall und das Erforderniss einer erneuten Verleihung aus. Waitz bemerkt daher mit gutem Grunde, dass in den Dingolfinger Decreten nicht, wie man früher meist annahm, von eigentlichen Beneficien die Rede sei.[3]

Auf eine mindestens thatsächliche Erblichkeit der agilolfingischen Landschenkung weisen auch vereinzelte Angaben des Indiculus und des Breviarius Urolfi hin. Verschiedene Besitzungen, welche der Indiculus unter den Traditiones ex causa dominica anführt, werden nämlich durch gemeinschaftliche Vergabung von Brüdern oder sonstigen Seitenverwandten oder von Vater und Sohn oder von Mutter und Sohn tradirt.[4] Die gemeinschaftlichen Vergabungen durch Seitenverwandte können wohl nur aus ungetheilter Erbschaft erfolgt sein. Denn höchst unwahrscheinlich wäre für diese Zeit die Erklärung, dass der Herzog das Gut nicht ihrem gemeinschaftlichen Ascendenten, sondern ihnen selbst zu gesammter Hand verliehen habe. Die Mitwirkung des Sohnes bei Veräusserungen der Eltern lässt darauf schliessen, dass er ein Erbrecht an dem Gute oder ein Recht auf Abschichtung hatte. Aus dem Übergange des Gutes auf die Descendenten des Erwerbers erklären sich ferner am einfachsten die nicht seltenen Fälle, in welchen Frauen Grundstücke ex causa dominica mit Consens des Herzogs veräussern.[5] Lehrreich ist auch die Tradition der Villa Elirespach an Niederaltaich.[6] Mit Erlaubniss Otilos schenkt Paldo den dritten Theil dieser Villa. Später tradiren mit Erlaubniss Tassilos Einhard und Sigipald die zwei übrigen Theile. Das Gut hatte also drei Besitzer, vermuthlich Brüder, die es vom Vater ererbt hatten und von welchen Paldo schon in der Zeit Otilos seinen Antheil sich hatte ausschichten lassen. Die gemeinschaftliche Nachfolge mehrerer Söhne, wie sie in Bayern vorausgesetzt

[1] Waitz, VG. 4, 225.

[2] Waitz, VG. 4, 204, 225 f.

[3] VG, 4, 204, Note 3.

[4] JA. 6, 3: Onno et filius eius Sigiuuolf et Sigipaldus index (frater Onnonis nach BN. 14, 3); 6, 5: Hrodkaer et Gotescalk et Eparachar tradiderunt; 6, 7: Alexandra et Jacob filius eius; 6, 15: Bertcuoz et Gaermunt et Patto vendiderunt res eorum per licentiam Tassilonis ex causa dominica.

[5] Tisa, JA. 6, 12; Ermlint, 6, 14; Alexandra 6, 7.

[6] Siehe oben Seite 1180, Note 4.

werden muss,[1] stimmt gleichfalls nicht zu den Grundsätzen des Beneficialwesens, nach welchen die Zersplitterung des Beneficiums dadurch vermieden wird, dass es, wenn überhaupt in der Familie des Erwerbers verbleibend, in der Regel nur einem seiner Descendenten auf's neue verliehen wird.

Nach alle dem kann die agilolfingische Landschenkung nicht ein blosses Leiherecht, sondern muss sie ein beschränktes Eigenthum begründet haben. Wenn die Güterverzeichnisse von Salzburg und Niederaltaich ihr die proprietas und die hereditas gegenüberstellen, so verstehen sie darunter freies Eigenthum und angestammtes Allod und steht deren Terminologie vermuthlich unter dem Banne fränkischer Anschauungen, wie sie Arno nach Salzburg brachte und wie sie sich unter der Regierung Karl's des Grossen in Bayern geltend machen konnten. Dagegen liegt meines Erachtens kein Grund vor, in den zu agilolfingischer Zeit abgefassten Urkunden (von Freising, Mondsee und Passau), welche die mit Consens des Herzogs vollzogene Tradition einer res propria,[2] hereditas,[3] propria hereditas[4] constatiren, die Möglichkeit schlechtweg abzulehnen, dass das Gut etwa von Vorfahren des Veräusserers durch herzogliche Landschenkung erworben wordeu sei.

Wie bei den Bayern die Erblichkeit der herzoglichen, ist bei den Burgundern die Erblichkeit der königlichen Landschenkung auf die Descendenz des Erwerbers beschränkt. Doch sind hier nicht alle, sondern nur die männlichen Descendenten erbberechtigt. Eine Constitution des Königs Gundobad (Gundobada I, 3) sichert den Burgundern den Fortbestand der Schenkungen seiner Vorgänger in der Weise zu, dass sie auf die Söhne der Beschenkten übergehen sollen.[5] Ein Veräusserungsrecht hatte der Besitzer nicht. Schon die Bestimmung, dass die Schenkung auf die Söhne vererben soll und das zu unterstellende Heimfallsrecht des Königs schliessen das Veräusserungsrecht des Besitzers aus. Übrigens lässt sich der Mangel desselben aus dem Verhältniss von Gundobada I, 3 zu den vorausgehenden Capiteln erschliessen. Diese regeln den Fall, dass ein Burgunder, welcher Söhne hat, Bestandtheile seines Vermögens veräussern will oder aus zweiter

---

[1] Sie entspricht auch dem Wortlaute des Dingolfinger Decrets.

[2] M. I, 48, H. 3. M. I, 52, H. 10. M. nr. 45, H. 69.

[3] M. I, 68, H. 38. UOE. I, 69, H. 59. M. nr. 53, H. 110. M. nr. 80. UOE. I, 54.

[4] M. nr. 4, H. 18; nr. 6, H. 19; nr. 12, H. 23; M. nr. 31, H. 52. M. I, 80, H. 113. MB. 28, b, 8. Keinz, Ind. Anhang S. 64. In der complacitatio, Juvavia 125 wird lebenslängliches Eigenthum proprietas hereditaria genannt, in M. nr. 683, a. 853 quasi hereditario iure übertragen.

[5] Ut si quis de populo nostro a parentibus nostris munificentiae causa aliquid percepisse dinoscitur, id quod ei conlatum est, etiam ex nostra largitate, ut filiis suis relinquat, praesenti constitutione praestamus.

Ehe Söhne gewinnt. Heisst es dann in I, 3 von den königlichen Landschenkungen: ut filiis suis relinquat, so kann damit nur gemeint sein, dass der Besitzer das in I, 1 statuirte Veräusserungsrecht entbehre.[1]

Besonderen Beschränkungen unterlagen Schenkungen, die aus Anlass eines Dienst- oder Abhängigkeitsverhältnisses gemacht worden sind. Sofern nichts anderes bestimmt worden ist, hängt ihr Fortbestand von der Fortdauer jenes Verhältnisses ab, so dass mit dessen Auflösung die Gabe an den Geber zurückfällt.[2] Nach angelsächsischem Rechte kann der Gesithcundman, der von seinem Herrn mit Land ausgestattet worden ist, freiwillig abziehen und darf er diesfalls seinen Gutsverwalter, seinen Schmied und seine Kindamme mitnehmen. Dieses Abziehen kann füglich nur aus einem Aufgeben des Dienstverhältnisses erklärt werden.[3] Einige Verwandtschaft zeigt eine Bestimmung des langobardischen Edicts. Wenn ein Freier auswandern (migrare) will, so verliert er, was ihm der Herzog oder ein freier Mann geschenkt hat, weil er nicht bei ihm oder seinen Erben bleiben will. Die Gabe fällt dann an den Geber oder dessen Erben zurück.[4] Das angelsächsische Recht kennt ein sogenanntes Heergeräthe (heregeatu), welches aus dem Nachlasse des verstorbenen Mannes an dessen Herrn zu entrichten ist. In Pferden, Waffen und Geld bestehend, wird es mit Recht daraus erklärt, dass Pferd und Waffen, wie sie der Mann bei Eingehung des Dienstverhältnisses vom Herrn zu erhalten pflegte, mit dem Tode des Mannes dem Herrn heimfallen.[5] Nach langobardischem Rechte kehrt die Gabe, die man als Gasinde des Her-

[1] Den Titel I der Gundobada betrachte ich gegen Gaupp, der darin eine jüngere Einschaltung sieht, als ursprünglichen Bestandtheil der Lex und zwar mit Rücksicht auf den Paralleltitel des Papian, nehme aber an, dass I, 1 von Sigismund eine noch jetzt aus der Textirung deutlich ersichtbare Abänderung erfuhr. Vor derselben scheint Titel I, 1 die Vorschrift enthalten zu haben, dass der Vater nach erfolgter Abtheilung über einen Kopftheil seines Vermögens verfügen dürfe. Die nähere Begründung dieser Sätze denke ich anderwärts zu geben.

[2] Ich kann mir nicht versagen, hier auf eine Stelle der fragmenta Vaticana c. 272 hinzuweisen, die auch durch ihren Sprachgebrauch für die Terminologie der fränkischen Zeit bedeutsam ist. Etsi ... libertus ... ea quae sibi donata sunt, pleno iure ut dominus possederit, tamen omnis donatio mutata patronorum voluntate revocanda sit. Quod observabitur etiam circa ea, quae libertorum nomine pecunia tamen patronorum et beneficio comparata sunt. Nam qui obsequiis suis liberalitatem patronorum provocaverunt, sunt digni quin eam retineant, cum coeperint obsequia neglegere.

[3] Ine 63, vergl. Schmid 599 f.

[4] Rothari 177: et si aliquas res ei dux aut quicumque liber homo donavit et cum eo noluerit permanere vel cum heredes ipsius, res ad donatorem vel heredes eius revertantur. Vergl. die Motivirung von Aistulf 11: quia iustum nobis apparuit, ut homo benefactorem suum vivente eum dimittere non debeat ... Vergl. unten S. 1190, Note 3.

[5] K. Maurer, Krit. Überschau II, 393. Fällt der Mann auf der Heerfahrt des Herrn, so ist kein Heergeräthe fällig. Knut II, 78.

zogs oder im Dienste von Privatpersonen erhalten hat, nach dem Tode oder doch wenigstens nach dem kinderlosen Tode des Beschenkten an den Geber zurück.[1] Bedeutsamer, weil präciser, sind die Rechtssätze der westgothischen Quellen über die buccellarii, Personen, welche sich gegen Gewährung des Lebensunterhaltes einem Herrn commendirt haben und ihm dienen. Waffen und sonstige Geschenke, die der buccellarius von seinem Herrn empfing, behält er nur so lange, als er im Dienste ausharrt. Commendirt er sich einem anderen Patron, so muss er sie dem Herrn, den er verlässt, zurückgeben. Stirbt er in obsequio, so fallen sie an seine Söhne nur dann, wenn diese in den Dienst des Gebers eintreten. Andernfalls sind sie ihm zurückzuerstatten und ausserdem noch die Hälfte des Vermögens, das der buccellarius sonst noch während des Dienstverhältnisses erworben hat.[2] Diesen Vorschriften, welche sich schon in den Leges antiquae finden, fügt die Lex Wisigothorum ausdrücklich hinzu, dass derjenige, der seinen Patron verlässt, das Land verliert, das dieser ihm gegeben und ausserdem die Hälfte der Errungenschaft, die er während der Dienstzeit erworben hat.[3]

Qualificirte Schenkungen sind auch die Vergabungen, welche unter dem Vorbehalte treuer Dienste oder besonderer Treue erfolgen. Juristisch betrachtet sind solche Vergabungen Schenkungen mit der Resolutivbedingung, dass das übertragene Recht erloschen sein soll, wenn der Beschenkte die Treue nicht bewährt oder die Dienste nicht leistet. In angelsächsischen Königsurkunden wird jener Vorbehalt mitunter als ausdrückliche Bedingung gesetzt. So schenkt König Coenwulf[4] Grundstücke an S. eo videlicet iure, si ipse nobis et

---

[1] Rothari 225: Et si alequid in gasindio ducis aut privatorum hominum obsequium donum munus conquisivit, res ad donatore revertantur. Die Stelle handelt allerdings von dem libertus, der fulcfree geworden ist. Sein Vermögen erwirbt, wenn er kinderlos verstirbt, der Freilasser; nur über Handgewerk und Heergewerk (Erwerb durch Handarbeit und Kriegsdienst) kann er frei verfügen. Was aber in gasindio ducis oder in obsequio verdient worden ist, kommt nicht an den Freilasser, sondern an den Geber. Letztere Bestimmung ist unabhängig von der Stellung des Freigelassenen zu seinem Herrn und vielleicht auch von der Voraussetzung der Kinderlosigkeit und darf als allgemeiner Rechtsgrundsatz über Schenkungen an gasindii und homines in obsequio aufgefasst werden. So erklärt die Stelle auch Viollet, Précis de l'histoire du droit français 534, Note 1.

[2] Leges antiquae 310. Lex Wisig. V, 3, 1. Dahn, Westgothische Studien 78.

[3] L. Wisig. V, 3, 3: si quis cum aliquo patrocinii causa consistat et aliquid, dum cum eo habitat, adquisierit; si ei inveniatur infidelis vel eum derelinquere voluerit, medietas adquisitae rei patrono tradatur. Aliam vero medietatem qui adquisivit obtineat et quidquid ei ipse donavit, recipiat. L. c. V, 3, 4: quicunque patronum suum reliquerit et ad alium tendens forte se contulerit, ille cui se commendaverit, det ei terram. Nam patronus, quem reliquerit, et terram et quae dedit, obtineat.

[4] Kemble, Cod. dipl. 179.

optimatibus nostris fidelis manserit minister et inconvulsus amicus. Aus solcher bedingten Schenkung ist auch der angelsächsische Rechtssatz zu erklären, dass der landhabende Gesithcundman, der die Heerfahrt versitzt, nicht nur eine Busse von 120 Schillingen zahlt, sondern ausserdem sein Land verliert, während sonst in solchem Falle nur eine Heerfahrtswette von 30 oder 60 Schillingen verwirkt ist.[1] In Bayern setzt das oben S. 1186 erwähnte Dingolfinger Decret den Inhabern herzoglicher Landschenkungen die Bedingung, quamdiu stabiles foedere servassent apud principem ad serviendum sibi. Die Verwirkung solcher Schenkungen hebt sich gerade im bayrischen Rechte sehr deutlich ab von der durch das Volksrecht sanctionirten Confiscation des Grundeigenthums. Die Lex Baiuvariorum bestimmt (II, 1), dass kein freier Bayer sein Alod verwirken könne, ausser wenn er wegen Mordanschlags gegen den Herzog oder wegen Landesverraths überführt worden ist. Das Dingolfinger Decret fügt noch einen weiteren Fall, die Tödtung eines homo principis sibi dilectus hinzu. Wo das Confiscationsrecht in diesem Maasse beschränkt ist, muss natürlich der Vorbehalt: quamdiu stabiles foedere servassent, mehr bedeuten wie die negative Voraussetzung eines der drei genannten crimina capitalia nicht zu begehen. Ebenso darf der Vorbehalt der Gundobada I, 4: superest, ut posteritas eorum ea devotione et fide deserviat, ut augeri sibi et servari circa se parentum nostrorum munera recognoscat, nicht als die inhaltlose Ermahnung aufgefasst werden, sich vor jener Infidelität zu hüten, welche nach Volksrecht mit der Einziehung jeglichen Vermögens bestraft werden kann.

Überblickt man die Anhaltspunkte, welche die nicht fränkischen Quellen für den beschränkten oder bedingten Charakter der Schenkung darbieten, so müsste es vonvornherein befremden, wenn uns jede Spur einer verwandten Auffassung bei den merowingischen Landschenkungen fehlen würde, auf deren nähere Betrachtung im Anschluss an WAITZ nunmehr eingegangen werden soll.

Es besteht kein Zweifel, dass die merowingischen Könige und ebenso ihre Unterthanen fränkischen Rechtes in Anlehnung an die römische Sitte Landschenkungen vollzogen, welche dem Beschenkten ein unbeschränktes und unbedingtes Eigenthum gewährten, wobei in Betracht kommt, dass die allgemeine Widerruflichkeit der Schenkung wegen gesetzlich bestimmter Äusserungen groben Undanks dem vorjustinianischen Rechte fremd ist.[2] Da die Übereignung gemäss römi-

[1] Ine 51.

[2] PUCHTA, Institut. II, §. 206. Fragmenta Vaticana 275, a. 286: perfectam donationem mutata voluntate donatoris, etsi parum gratus existet, cui dono res data est, minime rescindi posse, saepe rescriptum est.

schem Vulgarrechte durch Übergabe einer Carta geschah, verdient es Beachtung, dass in dem Schenkungsformular, wie es die Formelsammlungen und die Urkunden darbieten, die unbeschränkte Verfügungsfreiheit durch die typische Clausel: quicquid exinde facere (agere) volueris, liberam in omnibus habeas potestatem, ausdrücklich hervorgehoben wurde.[1]

Nicht selten nehmen auch königliche Schenkungsurkunden und Bestätigungen des Besitzstandes jene Clausel auf. Doch ist es bezeichnend und wohl durch Einwirkung germanischer Rechtsanschauungen zu erklären, dass sie oft einen Zusatz erhält, der die Verfügungsfreiheit nicht als Consequenz der Übereignung, sondern als Folge einer besonderen im voraus ertheilten Erlaubniss des Königs erscheinen lässt. In der Formel Marculf I, 14, eine Landschenkung an einen Laien betreffend, erhält der Beschenkte die Befugniss, ut suis posteris ex nostra largitate aut cui voluerit ad possedendum relinquat vel quicquid exinde facire voluerit, ex nostro permisso liberam in omnibus habeat potestatem. Ebenso sagt die correspondirende Formel für Schenkungen an Kirchen, Marculf I, 15: quicquid exinde ad profectum ecclesiae . . . facire voluerint, ex permisso nostro liberam in omnibus habeant potestatem. In ähnlichen Wendungen sichern die Confirmationsformeln Marculf I, 16, 17 dem Besitzer die volle Dispositionsfreiheit ex permisso regis zu. Merowingische Diplome[2] bieten die Clausel dar: quidquid elegerint faciendi, liberam . . . per nostram auctoritatem habeant potestatem. In einer Tauschformel Marculf I, 30 giebt der König das Tauschobject mit der Bestimmung, dass der Besitzer auf Grund der königlichen Tauschurkunde (ex nostra commutatione) volle Veräusserungsfreiheit haben solle.

Bei Schenkungen an Kirchen wird — unabhängig von den Bestimmungen des kirchlichen Rechts über Veräusserungen von Kirchengut — die freie Veräusserungsbefugniss manchmal ausdrücklich versagt,[3] manchmal ausdrücklich gewährt.[4] Im letzteren Falle nimmt

---

[1] Sie findet sich auch bei Kauf- und Tauschurkunden. Die Formeln bieten Beispiele in Fülle. Altrömisch ist die Clausel nicht. Sie scheint als eine Erweiterung der Evictionsclausel zunächst in die Kaufbriefe eingedrungen zu sein und sich ursprünglich nicht auf den Umfang der Rechtsübertragung, sondern auf die Gewährleistung bezogen zu haben.

[2] Dipl. M. 3, 25. Cf. Mühlbacher nr. 123, a. 770. In dem verstümmelten Placitum M. 35 wird ein Diplom Chlodwigs II allegiert, worin einem Ermelinus und Goddo das Recht gewährt wird: ubicumque . . . eorum facultatem dare aut derelinquire vellibant, liberum ex permisso praedicto princepe habirent arbitrium.

[3] Dipl. M. 19, 95. Cf. Marc. II, 1. Veräusserungsverbote kennen schon das Instrum. Theodovii a. 471, Spangenberg, Tabulae neg. 163 und die form. Wisigoth. 8; 9 In M. 19 ist die Veräusserung an königliche Erlaubniss gebunden.

[4] M. 25, 39, 47. 56. Cf. Marc. II, 3, 4, 6.

die königliche Schenkungsurkunde Wendungen auf wie: ut habeant, teneant atque possideant ... vel quicquid exinde facere decreverint, liberam in omnibus habeant potestatem oder habiat concessum adque indultum vel in sua dominatione hoc dibiat recipere ad possedendum et quicquid exinde facere voluerit, liberam in omnibus cum Dei et nostra gracia habeat potestatem. Daneben finden wir eine Anzahl von Urkunden, in welchen zwar ein ausdrückliches Veräusserungsverbot nicht enthalten ist, aber die Clausel: quicquid facere voluerit ... habeat potestatem, durch die Wendung ersetzt wird, dass die Kirche das Gut für alle Zeiten besitzen, geniessen solle. Es heisst etwa: ut habeat, teneat atque possideat et ipse G. successoresque sui perhennis temporibus hoc valeant possidere vel dominari[1] oder ut habeant, possideant suisque posteris spiritualibus derelinquant[2] oder possideant et ad ipsum locum nostris et futuris temporibus ... proficiat in augmentum.[3] Ich sehe in diesen Clauseln nichts anderes als die Absicht des Schenkers, dass das Gut dauernd bei der Kirche verbleiben, von ihr nicht veräussert werden solle. Ihr Sinn ist derselbe, wie die Bestimmung in M. 87: specialius decernimus urdenandum, quod in perpetuum circa ipso sancto loco mansurum esse volemus.[4]

Auch urkundliche Schenkungen und Confirmationen des Königs, welche zu Gunsten von Laien erfolgten, schliessen mitunter die Veräusserungsbefugniss indirect aus, indem die Absicht kundgegeben wird, dass der Beschenkte das Gut auf seine Nachkommen vererbe. In der Formel Marculf I, 31 bestätigt der König einem Laien den durch königliche Schenkungen erworbenen und den sonstigen Besitzstand, ut hoc valeat possidere et suis posteris ... deraelinquere. Im Jahre 770 producirt ein Pfalzgraf Hrodoin Königsurkunden über Besitzungen, welche ad genealogia sua vel subsequente ipsius progenie verliehen worden waren.[5]

---

[1] M. 45.

[2] M. 21, cf. M. 44.

[3] M. 85. M. 71: concessum adque indultum ita ut ad ipso sancto loco perenniter proficiat in augmentum. M. 75: concessum atque indultum ac praesentibus et futuris temporebus proficiat in augm. M. 27: habeant, teneant, possideant et idem R. eiusque ... successores omnibus temporibus ultra dominentur. M. 63: valeant habere, tenere, possidere et ibidem ad ipsum locum perenniter prof. ad augmentum.

[4] Vergl. M. 46: cum omni usu fructuario ex nostrae largitatis munere perpetualiter recipiat possidendas. Ob die Veräusserungsbefugniss im Zweifel überall ausgeschlossen ist, wo das quicquid facere voluerit oder eine verwandte Clausel fehlt und auch der Inhalt der Urkunde die Übertragung des vollen eigenen Rechtes nicht zum Ausdruck bringt, müsste aus dem in den einzelnen Gegenden üblichen Urkundentypus im Wege localer Forschung festgestellt werden. Vergl. über die Veräusserungsbefugniss in den Weissenburger Traditionen Wolff, Erwerb und Verwaltung des Klostervermögens in den Traditiones Wizenburgenses 1883, p. 16, der sie im Zweifel als gegeben voraussetzt.

[5] Beyer, Mittelrhein. UB. I. 26; Mühlbacher 123.

Bei königlichen Landverleihungen, die nicht an Kirchen erfolgten, scheint die Übertragung eines beschränkten Rechtes die Regel gewesen zu sein.[1] Denn vereinzelte Nachrichten, gewisse Wendungen in Formeln und Urkunden finden nur unter dieser Voraussetzung eine entsprechende Erklärung.[2]

Die Quellen erwähnen einzelne Fälle, in welchen vergabtes Krongut nach dem Tode des Beschenkten vom Fiscus eingezogen wird, ohne dass ein anderer Rechtsgrund, als der Heimfall an den König einzusehen wäre.[3] In Formeln und Urkunden verfügt der König über Güter, von welchen es heisst, dass sie vorher dieser oder jener besessen habe, ille tenuit, sicut ab illo aut a fisco nostro fuit possessa, quodcunque ille aut fiscus noster . . . tenuisse noscitur. Ein Erwerbsgeschäft, durch welches der Fiscus in die Rechte des Vorbesitzers succedirte, wird nicht genannt. Hätte ein solches vorgelegen, so durfte es mit Rücksicht auf die etwa erforderliche Gewährschaft des Vormannes füglich nicht ignorirt werden. Es müssen daher Verhältnisse obgewaltet haben, in welchen eine Gewährschaftspflicht des Vormannes nicht bestand, dieser vielmehr nur deshalb genannt zu werden brauchte, um das vom König vergabte Besitzthum näher zu bezeichnen. Eine derartige Sachlage, sowie der Umstand, dass ein Verfügungsrecht des Königs als selbstverständlich vorausgesetzt wird, erklären sich am einfachsten aus dem Heimfallsrechte.[4]

---

[1] Es darf vorausgesetzt werden, dass dabei die der Übereignung des vollen eigenen Rechtes eigenthümliche Form des se in omnibus exitum dicere jedenfalls fehlte. Vergl. Sohm, Zur Gesch. der Auflassung S. 36, Note 50. Bei den Burgundern erfolgt die Landverleihung (Gundobada 107, 13) durch Anweisung an den iudex, in dessen Gebiet das Land liegt [consiliarii aut maiores domus . . . suas literas ex nostra ordinatione ad illius iudicis faciant, cuius territorio res illa tenetur; et hoc eis concedant . . .].

[2] Das Quellenmaterial hat bereits Waitz a. a. O. in fast erschöpfender Weise zusammengestellt. Ich habe nur Weniges hinzuzufügen, hebe aber auch die schon von Waitz betonten Beweismomente hervor, sofern sie in diesem Zusammenhang eine andere oder eine etwas schärfere Beleuchtung erhalten.

[3] Greg. Tur. Hist. 8, 22: (W.) obiit; quaecumque de fisco meruit, fisci iuribus sunt relata. Dipl. M. 67: postia de fisco inlustri viro Pannichio fuit concessum et post discessum predicto Pannichio ad parti fisci nostri fuit revocatum. Dipl. M. 57: villa Latiniaco, qui fuit inlustribus viris Aebroino, Warattune et Ghislemaro quondam maioresdomos nostros et post discessum ipsius Warattune in fisco nostro fuerat revocata. In den Fällen des Dux Bodigiselus, Gr. 8, 22 und des Majordomus Waddo 9, 35 handelt es sich um qualificirte Schenkungen, die dem Beamten als solchem zugewendet von Rechtswegen nicht vererblich waren, aber durch königliche Gnade den Söhnen belassen werden.

[4] Marculf I, 14, 15, 30. Waitz VG. II, 1, 316 Note. Marculf I, 17, villa quam antea ad fisco suo aspexerat et illi tenuerat . . . verstehe ich so, dass ein Fiscalgut durch Schenkung zu beschränktem Eigenthum an den ille gelangt, nach dessen Tod heimgefallen und dann zu veräusserlichem Eigenthum an den illustris vir geschenkt worden war, dessen Güter in I, 17 bestätigt werden.

Bei Gregor von Tours und in anderen Quellen wird über Confiscationen vergabten Kronguts berichtet, welche nicht auf Grund einer Acht oder im Gefolge der Todesstrafe oder als Vollstreckung eines die Confiscation aussprechenden Urtheils, sondern als einfacher Verwaltungsact des Königs erfolgen, während das sonstige Vermögen des Betroffenen intact bleibt. Die Ansicht, dass zwar wegen Infidelität das ganze Vermögen verwirkt war, aber der König aus Gnade nur das vergabte Krongut eingezogen habe, ist an der Hand der Quellen als unhaltbar nachgewiesen worden.[1] Es erübrigt vielmehr nur die Erklärung, dass die Confiscation erfolgt sei, weil das Verhalten des Beschenkten den Bedingungen der königlichen Landschenkung nicht entsprach.

Mitunter wird die Confirmation des Königs für Veräusserungen nachgesucht mit der Motivirung, dass das zu veräussernde Gut durch königliche Schenkung erworben worden sei.[2] Anderwärts wird auf den vor der Veräusserung des geschenkten Kronguts ertheilten Veräusserungsconsens Gewicht gelegt. So berichtet Gregor von Tours in seinen knapp gefassten Angaben über die Bischöfe von Tours, dass ein Bischof Dinifius den grössten Theil seines Vermögens seiner Kirche zugewendet habe, cui aliquid de fisci ditionibus est largita (regina), deditque ei potestatem faciendi de his rebus, quae voluisset[3], eine Bemerkung, die zumal in diesem Zusammenhange höchst überflüssig war, wenn die Verfügungsfreiheit des Beschenkten etwas Selbstverständliches gewesen wäre. In einer Urkunde Theuderich's III. (M. 48) ist von einem Bischof die Rede, der sich als infidelis erwiesen hatte und deshalb abgesetzt und verbannt worden war. Auch sein Gut hat er verwirkt, aus Gnade (pro mercedis causa) wird es ihm aber belassen und ihm zugleich gestattet, sein Leben im Kloster von S. Denis zu beschliessen. Aus diesem Anlass erhält er ein königliches Praeceptum, worin die Frohnung seines Gutes untersagt und ausgesprochen wird, ut liceat ei per nostro permisso res suas ubi et ubi voluerit donare aut delegare vel quicquid exinde facere voluerit liberam et firmissimam habiat potestatem. Für das juristische Verständniss ist dieser Vorgang so zurechtzulegen, dass der Bischof sein Gut durch Infidelität verwirkt hat, die königliche Gnade, welche auf die Frohnung verzichtet, als königliche Schenkung des verwirkten Gutes aufgefasst und deshalb ein besonderes Praeceptum des Königs nöthig wurde, welches dem Begnadigten die Veräusserung seines wiedergewonnenen Vermögens rechtlich möglich machte.

---

[1] VON DANIELS D. R. u. StRG. I, 503. WAITZ, VG II, 1, 317.
[2] S. die Stellen bei WAITZ a. a. O. 318, Note 2.
[3] Hist. X, 31.

Dass das aus königlicher Schenkung herrührende Gut von dem sonstigen Vermögen des Besitzers unterschieden, dass es noch in den Händen der Beschenkten gelegentlich als fiscus bezeichnet wird, sind Beweismomente, die zwar an sich nicht durchschlagen, aber doch die Auffassung der Landschenkung als einer nicht unbeschränkten Entäusserung unterstützen.

Nach alledem wird man einen durchaus gleichartigen Charakter der merowingischen Krongutschenkungen nicht behaupten können. Sicher bezeugt sind Landschenkungen, welche nach Art der normalen römischen Eigenthumsschenkung ein unbeschränkt vererbliches und veräusserliches Eigenthum gewähren, aber dabei die volle Verfügungsfreiheit des Beschenkten ausdrücklich statuiren. Ferner Schenkungen an Kirchen, welche nach der Absicht des Schenkers für immerdar bei der Kirche verbleiben sollen. Schenkungen an Laien, welche nur auf die Nachkommenschaft des Beschenkten vererben.[1] Endlich Schenkungen an Laien, welche nicht vererblich waren, sondern nach dem Tode des Beschenkten oder nach Beendigung des Dienstverhältnisses, in dem er zum König stand, an den Fiscus von Rechtswegen heimfielen. Dass die Krongutschenkung im Zweifel, das heisst Mangels besonderer Bestimmung nur ein unveräusserliches und höchstens ein beschränkt vererbliches Recht gewährte, ist im Hinblick auf die verwandten Grundsätze ausserfränkischer Rechte und im Hinblick auf die Clauseln, durch welche das sonst so knappe Formular der Schenkungsurkunden die volle Verfügungsfreiheit ausdrücklich gewährt, als durchaus wahrscheinlich zu betrachten. Dabei fällt auch in's Gewicht, dass das salische Recht für die grosse Masse des Grundeigenthums vor dem Edicte Chilperich's ein über die Descendenz des Besitzers hinausreichendes Erbrecht der Blutsverwandten überhaupt nicht gekannt hat und daher das Vorhandensein eines dispositiven Rechtssatzes, dass die Landschenkung ein viel weiteres als das normale Grunderbrecht gewähre, mit nichten vorausgesetzt werden kann. Ob die schlichte Landschenkung wie nach bayrischem Rechte auf die Descendenten schlechtweg oder wie nach burgundischem Rechte nur auf die männlichen Nachkommen vererbte, lässt sich aus den spärlichen Nachrichten zwar nicht mit Sicherheit feststellen, doch spricht die bekannte Bestimmung der Lex Salica 59, 5, welche die Weiber von der Nachfolge in den Grundbesitz ausschliesst,[2] für die Vermuthung.

[1] Marc. I, 31. Mühlbacher 123. Gregor. Tur. Hist. 6, 22: Nunnichius comes... interiit, resque eius, quia absque liberis erat, diversis a rege concessae sunt. Das Verfügungsrecht des Königs erklärt sich am einfachsten daraus, dass das Vermögen des Nunnichius aus königlicher Schenkung herrührte und nach dem kinderlosen Tode des Beschenkten heimgefallen war.

[2] Gierke, Erbrecht und Vicinenrecht im Edict Chilperich's. Z. f. RG. 12. 441.

dass im Zweifel nur der Mannesstamm erbte.[1] Landschenkungen, welche aus Anlass eines Dienstverhältnisses an königliche Gefolgsgenossen oder an Beamte gemacht wurden, dürften im Zweifel für nicht erbliche Schenkungen gegolten haben, welche auf die Lebenszeit des Beschenkten beschränkt und in ihrem Fortbestande an die Bedingung geknüpft waren, dass der Beschenkte nicht gegen den Willen des Gebers aus dem Dienstverhältnisse austrat. Für die Streitfrage über den Ursprung des fränkischen Lehenwesens kommt es bei alledem weniger darauf an, welche von den dargestellten Wirkungen der Landschenkung unter den Merowingern die Regel bildete, als vielmehr darauf, dass überhaupt Schenkungen mit beschränktem Entäusserungseffect vorkamen und somit die Ausbildung der karolingischen Beneficien an ein in merowingischer Zeit vorhandenes Rechtsinstitut anknüpfen konnte.

Das Recht des Beschenkten ist — von besonderer Vereinbarung abgesehen — nicht als blosses Leiherecht oder als ein Niesbrauch, sondern als Eigenthum aufzufassen. Als Eigenthümer hat der Besitzer die rechtliche Vertretung des Gutes und nimmt bei Veräusserungen — wenn auch mit königlicher Zustimmung — die Übereignung vor. Dieser Auffassung steht nicht im Wege, dass Gregor von Tours in einer Stelle, welche mit Waitz auf die Einziehung geschenkten Krongutes bezogen werden muss, für die Schenkung den Ausdruck conmendare gebraucht.[2] Denn das Wort commendare bezeichnet nicht selten die Übertragung eines befristeten oder bedingten Eigenthums. So in bayrischen Urkunden die Übergabe des Gutes an einen Salmann,[3] der bekanntlich Eigenthümer des Grundstücks wird,[4] das er weiter tradiren soll. Von einer Verpfändung mittelst bedingter Übereignung kann lex Salica, Herold 72, Hessels, Extrav. A, col. 420 verstanden werden.[5] Noch viel später fasst commendare einerseits das eigenthumbegründende Darlehen, andererseits die Leihe in sich. Übrigens entspricht es ganz und gar dem allgemeinen Entwickelungsgange des deutschen Rechtes und dem in jeder Rechtsgeschichte waltenden Gesetze der allmählichen Differenzirung der Rechtsinstitute, dass das

[1] Ebenso Schröder, Z. d. S. St. II, 79.

[2] In Hist. Fr. 7, 22 heisst es von Eberulf: quod vero conmendatum habuit, publicatum est. Waitz VG. II, 1, 315, Note 1.

[3] In M. I. 75, 76 a. 722 übertragen (commendaverunt) A. und O. dem Abte Atto ein Gut auf Lebenszeit, damit er es auf den Todesfall dem Kloster Schlehdorf zuwende. Abt Atto ist lebenslänglicher Salmann. Österr. Notizenblatt 6, 47, nr. 113: W. proprietatem commendasse in manum Riholfi tradendam domui sancti Petri. Emmeramer Tradition in den Quellen und Erörterungen zur bayr. Gesch. I, S. 19, nr. 25: commendavit proprietatem suam in manus cognati sui.. quatenus eam S. Emmeramo traderet. Cf. Vaissete II, nr. 57, a. 821: commendavit.. ipso J. ut dediret sua vinea.

[4] Bewer, Sala, Traditio, Vestitura p. 71.

[5] Si quis alteri av*cam terram suam commendaverit et ei noluerit reddere..

ältere Recht mit dem Eigenthum auszulangen suchte bei Thatbeständen, für welche das jüngere Recht eigenartige iura in re aliena schuf, wie sie das technische beneficium und das Satzungspfandrecht sind.

Neben den eigentlichen Beneficien finden sich seit der Mitte des neunten Jahrhunderts in den ostfränkischen Reichstheilen Verleihungen lebenslänglicher Proprietät,[1] welche bereits Waitz mit den Landschenkungen der merowingischen Könige in Zusammenhang bringt. Es ist nicht unwahrscheinlich, dass die Landschenkung zu beschränktem Eigenthum in Austrasien noch nach der Ausbildung des Begriffs der Beneficien eine Zeit lang in Übung blieb und soweit sie auf Lebenszeit erfolgte, unter den Söhnen Ludwigs des Frommen ihre urkundliche Form erhalten hat. Jedenfalls bleibt es auffallend, dass sich die Landverleihungen zu lebenslänglichem Eigenthum im neunten und zehnten Jahrhundert besonders zahlreich in Bayern finden, wo wir die Landschenkung älteren Stils bis zum Ende der Regierung Tassilo's III. verfolgen können. Wie dem auch sei, für die Beurtheilung der merowingischen Landschenkungen sind die Verleihungen zu lebenslänglicher Proprietät auf alle Fälle lehrreich, insofern sie uns den Beweis liefern, dass noch im neunten und im zehnten Jahrhundert ein durch Landschenkung übertragenes Recht trotz Unvererblichkeit und Unveräusserlichkeit als Eigenthum aufgefasst wurde. Derlei Schenkungen sind seit dem fünften Jahrzehnt des neunten Jahrhunderts von Seite der Könige und von Seite der Kirchen[2] nachzuweisen. Nach dem Wortlaut der Schenkungsurkunden erhält der Beschenkte das Gut zu Eigenthum. Vitae diebus suae in proprium habeat.[3] In proprietatem, in ius et proprietatem, in proprium concessimus..[4] Res iuris nostri.. proprietario iure possidendas donamus.. proprietatis iure habeat, teneat, atque possideat.[5] Der Schenker überträgt sein eigenes Recht am Gute auf den Beschenkten für dessen Lebenszeit. De iure nostro in ius ac dominationem ipsius cunctis vitae suae diebus transfundimus.[6] Der Übertragungsact wird in königlichen Schenkungsurkunden als concedere in proprietatem, in kirchlichen als tradere in proprietatem[7] bezeichnet. Aus einer bayrischen Urkunde von 843 ist zu ersehen, dass das Gut in die Hände der lebensläng-

[1] Waitz IV, 205, VI, 88 ff. Roth, Beneficialwesen 419, Feudalität 49, 176, 199.

[2] Roth, Feudalität 183, 199. Waitz VG. VI. 88 ff.

[3] Wartmann, nr. 615.

[4] Mon. Boica 28, 1, 69, 76, 91. Wirtemberg. UB. I. 187, nr. 162. Cod. Lauresham. I, nr. 47.

[5] Cod. Lauresham. I, nr. 55.

[6] Beyer, Mrh. Ub. nr. 77, Mühlbacher 1090. MBoica 28, a. p. 63.

[7] Ried, Cod. dipl. Rat. nr. 62, nr. 63.

lichen Eigenthümer tradirt wurde und dass sie die Vestitur empfingen.[1] Nach dem Tode des Beschenkten soll das Gut an den Geber, an den Fiscus, beziehungsweise an die Kirche zurückfallen. Post suum vero obitum ad regiam revertatur potestatem.[2] Post obitum suum res in omnibus salvae ad s. Emmeramum revertantur.[3] Die Unterscheidung der lebenslänglichen proprietas vom Beneficium wird durch die Thatsache markirt, dass gelegentlich Beneficien in lebenslängliche Proprietät umgewandelt werden.[4] Das zu lebenslänglichem Eigenthum übertragene Gut ist in den Händen des Besitzers unveräusserlich. Doch gewährt ihm mitunter der König das Recht, es inter vivos oder auf den Todesfall an eine Kirche zu tradiren. So schenkt Arnulf 889 seinem Erzkanzler Aspert eine Capelle im Donaugau auf Lebenszeit mit dem Zusatz: liberamque teneat potestatem eam . . . aut ad Sancti Petri in Radaspona urbe monasterium . . . vel sancti Hemmerami martyris Christi tradendi.[5] Von Ludwig dem Deutschen erhält Liutbrand 875 das Klösterlein Faurndau; 888 giebt ihm Arnulf das Recht, ut ab hodierna die . . . ipse potestatem habeat . . . ea omnia ad monasterium sancti Galli . . . vel ad monasterium Augia, prout sibi placuerit, tradere possit.[6] Arnulf schenkt 888 dem Adalold zwei Capellen, die er bis dahin als Beneficium besessen, in proprietatem mit der Befugniss, sie auf den Todesfall an eine beliebige Kirche zu schenken.[7]

---

[1] Meich. nr. 629. Baldrich tradirt sein in Bayern gelegenes Grundeigenthum an das Bisthum Freising in der Weise, dass Bischof Erchanbert und sein Neffe Reginbert eandem proprietatem usque ad exitum vitae ipsorum ad proprium haberent. Genau nach Cap. legibus add. 818/9 c. 6, I, 282 findet die Tradition zu Dugny bei Verdun am 10. August 843 statt, indem Baldrich seine Güter »in capsas sanctae Mariae ac in manus Erchanberti episcopi et nepotis sui Reginberti atque advocati illorum Eparharii tradirt. Von den Werbürgen (fideiussores) empfangen dann am 22. August Erchanbert, Eparhar und Reginbert in Bayern die Vestitur. Die Bemerkung Beseler's D. Pr. R.[3] I, 360 Note 5, meine Erörterung des citirten Capitulars in Rechtsgesch. d. Urk. 277 wäre nur zutreffend, wenn schon in karolingischer Zeit die Auflassung nothwendig eine gerichtliche gewesen wäre, scheint vorauszusetzen, dass ich a. a. O. unter Grafschaft das Grafengericht verstehe. Ich habe unter Grafschaft (comitatus des Capitulars) den Grafschaftsbezirk, nicht ein Grafschaftsgericht verstanden, wie denn meine Ausführung a. a. O. gerade die auf jenes Capitular gestützte Ansicht Sohm's entkräften will, dass die nicht reale Investitur bis in das neunte Jahrhundert nur als eine processualische, also nur vor Gericht zulässig gewesen sei.

[2] Wartmann nr. 590, nr. 615.

[3] Ried, Cod. dipl. Rat. nr. 62, nr. 63.

[4] MBoica 28, a, p. 57, a. 874; p. 69, a. 883. Wartmann nr. 615, a. 881. Kleinmayrn, Juvavia p. 105, nr. 47, a. 888.

[5] MBoica 28, a. 90 = Ried nr. 70.

[6] Wartmann nr. 590, 664. Wirt. UB. I, 175, 186.

[7] Juvavia a. a. O. 105, nr. 47: ea videlicet racione, ut ab hodierna die . . . licenciam ex autoritate donacionis nostre habeat facere quicquid sibimet placuerit omnibus diebus vite sue (die Übereignungsbefugniss ist hierin nicht inbegriffen) et post illius

Nach Paul Roth[1] handelt sich es bei der lebenslänglichen proprietas um ein ganz anderes Rechtsverhältniss als bei den Eigenthumsübertragungen, nämlich um die Einräumung eines lebenslänglichen Ususfructus. Das ergebe sich u. a. daraus, dass der König über solche lebenslängliche proprietates in Beyer nr. 104 und in Schannat, Worms, Dipl. nr. 13 zu Gunsten Dritter verfügt. Beyer 104 muss im Zusammenhang mit Beyer nr. 94 (a. 859) verstanden werden. Daselbst schenkt Lothar II die Capelle der heiligen Justina dem Otbert in der Weise, dass sie nach seinem Tode seiner Frau vel uni ex suis heredibus quem ipse ad hoc elegerit zustehen soll. In Beyer 104 wird diese Capelle nebst anderen Besitzungen, darunter solchen, die Otbert zu beneficium innehatte, von Ludwig II dem Kloster Prüm zugewendet. Allein dies geschieht auf Veranlassung jenes Otbert und seiner Frau. Ihnen wird das Königliche Diplom ausgestellt.[2] Als Fürbitter erscheinen allerdings Ludwig's Frau und Sohn. Allein zum Schluss heisst es ausdrücklich: quod nos ... Hemma ... et Karlomannus deprecati fuerunt de prefatis rebus quas concessimus ad monasterium, hoc pro peticione Otberti fecerunt. Die Frau des Otbert soll die gesammten Besitzungen für ihre Lebenszeit innehaben, unter dem Schutze der Kirche stehen und einen jährlichen Zins bezahlen. Das Diplom Ludwig's setzt endlich eine durch Otbert vollzogene Tradition seiner Güter an die Kirche als vorhergegangen voraus[3] und stellt sich sonach sachlich nur als feierliche Confirmation einer offenbar mit Zustimmung des Königs erfolgten Veräusserung dar. In Schannat schenkt Arnulf allerdings dem heiligen Cyriacus gewisse Güter, welche drei genannte Personen per praeceptum nostrum diebus vitae suae videntur habere in proprium. Allein die Schenkung geschieht ausdrücklich unter Vorbehalt ihrer lebenslänglichen Rechte, wie sie ihnen in praeceptis eorum gewährleistet worden[4] und mit dem Zusatz, dass nach ihrem Tode ihre Söhne das Land gegen einen Jahreszins besitzen sollen.

Auch das Argument Roth's, dass der König lebenslängliche proprietates (Wirtemb. UB. nr. 161, 162) in Eigenthum verwandele, ist

---

obitum praedictas res tradere ... ad quamcumque ecclesiam sibi placuerit ex nostra auctoritate licenciam habeat.

[1] Feudalität 49.

[2] iussimus prefato Otberto et uxori suae Hildigarde fieri hoc nostrae auctoritatis praeceptum.

[3] iubemus ut prefate res ... simul cum aliis rebus quas illi ibi tradiderunt ... ad praefatum monasterium ... permaneant ... Et nullus umquam ... ullam molestiam vel inquietudinem de illis rebus, quas Otbertus tradidit ad praefata loca facere praesumat.

[4] ea tamen ratione ut praescripti fideles nostri (servitores regis).. suas res tempore vitae suae, sicut in praeceptis eorum continetur, habeant; post obitum illorum filii sui ipsas res cum censu annuali deserviendas obtineant. Schannat, Hist. episcopatus Wormatiensis. Cod. prob. nr. 13.

dahin zu corrigiren, dass der König ein beschränktes Eigenthum in unbeschränktes verwandelt, indem er sein Heimfallsrecht aufgiebt und die Veräusserungsfreiheit gewährt. In dem Diplom W. UB. 162, I, 187 giebt Arnulf dem Ortolf das unbeschränkte Eigenthum an einem Grundstücke, das ihm Karl III. auf Lebenszeit gewährt hatte, indem er erklärt: concessimus ei sine ulla interdictione in proprietatem, quicquid antea a Karolo imperatore sibi usque in finem vitae suae habendum adquisierat.[1] In der Urkunde Wartmann nr. 664 = Wirt. UB. nr. 161 erhält der Besitzer nur ein beschränktes Veräusserungsrecht an dem Gute, welches ihm ex integro in proprium geschenkt wird, nämlich die Befugniss, es an S. Gallen oder an Reichenau zu tradiren.

Selbst die gelegentlich vorkommende Wendung, dass das Gut sub usu fructuario in proprietatem gegeben werde,[2] dass der Beschenkte es sub usu fructuario besitzen solle, zwingt nicht zur Annahme eines lebenslänglichen Niesbrauchs. Sie will nur den praktisch wichtigsten Inhalt der lebenslänglichen proprietas hervorheben, nicht aber den Eigenthumsbegriff ausschliessen, ist also gleichbedeutend mit der Formel more proprietatis quieto ordine fruendum.[3]

Mit einem blossen Niesbrauchsrechte darf nach alledem die lebenslängliche proprietas eben so wenig verwechselt werden, wie die donatio post obitum, bei der das lebenslängliche Eigenthum dem Geber verbleibt, mit der Übereignung unter Vorbehalt des lebenslänglichen Niesbrauchs.[4]

Man hat es versucht die Eigenthümlichkeiten der merowingischen Krongutschenkungen aus einem Obereigenthum des Königs an sämmtlichem Grund und Boden[5] oder aus spätrömischen Verhältnissen zu erklären. Allein die Theorie vom Obereigenthum vermag es am wenigsten zu enträthseln, weshalb die königliche Landschenkung von anderem Gute des Empfängers unterschieden wird, weshalb sie in einem Falle ein unbeschränktes, im anderen nur ein beschränktes Eigenthum ge-

---

[1] Wenn es Eingangs heisst: Aspertus cancellarius noster adiit nostram clementiam deprecans cuidam cappellano nomine Ortolfo quandam particulam nostrae hereditatis ei a nobis praestari, so erklärt sich diese Ausdrucksweise aus dem Heimfallsrechte des Königs und wird man nicht mit Roth a. O. sagen können, dass der König die lebenslängliche proprietas des Ortolf ausdrücklich sein (des Königs) Eigenthum nennt. Übrigens wird in karolingischer Zeit auch Kirchengut, welches aus königlicher Schenkung stammt, mitunter fiscus genannt. Waitz, VG. 4, 160.

[2] Mon. Boica 28, 1, 69, Lacomblet I, 85, Bayer nr. 94 (usuque fructuario ordine dominetur pacifico).

[3] Cod. Lauresham. I, nr. 55, a. 900.

[4] Löning, Kirchenrecht II, 658. Wolff, Erwerb und Verwaltung des Klostervermögens in den Traditiones Wizenburgenses 1883, S. 17.

[5] Schröder, Z. d. S. St. f. RG. II, 78 f.

währt. Auch die Anknüpfung an die Landschenkungen des römischen princeps versagt, da die unbeschränkte Vererblichkeit und Veräusserlichkeit der kaiserlichen Beneficien in Constitutionen des fünften Jahrhunderts ausdrücklich anerkannt und vorausgesetzt wird.[1] Dagegen erledigen sich die vorhandenen Schwierigkeiten in ungezwungener Weise durch die Annahme, dass die Landschenkung nur als beschränkte Entäusserung wirksam war, wenn nicht etwas anderes ausdrücklich bestimmt wurde.

Die Ausbildung des eigentlichen Beneficialwesens steht in geschichtlichem Zusammenhang mit den Vergabungen, welche die Arnulfinger im Drange politischer Nothwendigkeit aus den Kirchengütern vornahmen. Sie gaben den Anstoss, dass dem beschränkten Eigenthum, wie es merowingische Landschenkungen gewährten, nach dem Vorbilde der kirchlichen Precarien ein ius in re aliena substituirt wurde. Damit wurde in die Landgabe ein Gedanke hingetragen, der ihr ursprünglich fremd war und den die spätere lehnrechtliche Jurisprudenz sich bekanntlich erst dadurch zurecht zu legen wusste, dass sie für das Recht des Lehnsmannes den Begriff des Untereigenthums schuf.

[1] Cod. Theod. XI, 20, 4; 5.

## Berichtigungen.

S. 45. Z. 1. v. u. st. rechten l. linken
S. 46. Z. 16. v. o. st. linken l. rechten

Ausgegeben am 14. Januar 1886.

Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei

# VERZEICHNISS DER EINGEGANGENEN DRUCKSCHRIFTEN.

## ERSTES VIERTELJAHR.

(Die Schriften, bei denen kein Format angegeben ist, sind in Octav.)

*Leopoldina. Amtliches Organ des K. Leop. Carol. Deutschen Akademie der Naturforscher.* Heft XX. N. 23—24. Heft XXI. N. 1. 2. 3. 4. Halle a. S. 1884. 1885. 4.

*Abhandlungen der philosophisch-philologischen Classe der K. bayerischen Akademie der Wissenschaften.* Bd. XVII. Abth. 1. München 1884. 4. 2 Ex.

von Bezold, Fr., *Rudolf Agricola, ein deutscher Vertreter der italienischen Renaissance.* München 1884. 4. 2 Ex.

*Berichte über die Verhandlungen der K. sächs. Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig. — Math.-phys. Classe.* 1883. Bd. 35. — *Philol.-hist. Classe* 1883. I. II. Bd. 35. Leipzig 1884.

*Abhandlungen der K. sächs. Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig. Math.-phys. Classe.* Bd. XIII. N. 1. *Phil.-hist. Classe.* Bd. IX. N. II—VI. Leipzig 1884.

*Verhandlungen der physikalisch-medicinischen Gesellschaft zu Würzburg.* N. F. Bd. XVIII. Würzburg 1884.

*Sitzungsberichte der phys.-med. Gesellschaft zu Würzburg.* Jahrg. 1884. Würzburg 1884.

*Sitzungsberichte der phys.-med. Societät in Erlangen.* Heft 16. Erlangen 1884.

*Sitzungs-Berichte der Gesellschaft naturforschender Freunde zu Berlin.* Jahrg. 1884. Berlin 1884.

*Berichte der Deutschen chemischen Gesellschaft.* 1884. N. 18—19. 1885. N. 1. 2. 4. Berlin 1884. 1885.

*Elektrotechnische Zeitschrift.* Jahrg. VI. 1885. N. 1. 2. 3. Berlin 1885.

*Verhandlungen des historischen Vereins von Oberpfalz und Regensburg.* Bd. 38. Stadtamhof 1884.

*Neues Archiv der Gesellschaft für ältere deutsche Geschichtskunde.* Bd. X. Heft 2. Hannover 1885.

*Bremisches Jahrbuch.* Herausgegeben von der Historischen Gesellschaft des Künstlervereins. Serie II. Bd. I. Bremen 1885.

*Urkundenbuch der Stadt Lübeck.* Theil 7. Lief. 9—12. Lübeck 1884. 1885. 4.

*Mittheilungen des Deutschen Archäologischen Institutes in Athen.* Bd. IX. Heft 3. 4. Athen 1884.

*Bulletin mensuel de la Société des Sciences, Agriculture et Arts de la Basse-Alsace.* T. XVIII. 1884. Fasc. Nov. Dec. T. XIX. 1885. Jan. Febr. Strassburg 1885.

*Preussische Statistik.* LXXIX. *Die Bewegung der Bevölkerung, mit Einschluss der Wanderungen, im preussischen Staate während des Jahres 1883.* Berlin 1884. 4. — LXXVI. (Th. 3.) *Die Ergebnisse der Berufszählung vom 5. Juni 1882 im preuss. Staate.* Berlin 1885. 4.

*Landwirthschaftliche Jahrbücher.* Bd. XIV. (1885.) Heft 1. Berlin 1885.

*Ergebnisse der Beobachtungsstationen an den deutschen Küsten über die physikalischen Eigenschaften der Ostsee und Nordsee und die Fischerei.* Jahrg. 1884. Heft I—III. Berlin 1885. 4.

*Zeitschrift für das Berg-, Hütten- und Salinenwesen im Preussischen Staate.* Bd. XXXII. 2. Statist. Lief. und Heft 4. 5 (Suppl.). Nebst Tafel XV—XXII. Bd. XXXIII. Heft 1 nebst Tafel I—XII. Berlin 1884. 1885. 4. u. Fol.

*Jahrbuch des K. botanischen Gartens und des botanischen Museums zu Berlin.* Herausgegeben von Dr. A. W. Eichler. Bd. III. Berlin 1884.

*Verhandlungen des botanischen Vereins der Provinz Brandenburg.* Jahrg. XXV. 1883. Berlin 1884.

*Die Fortschritte der Physik im Jahre 1878.* Jahrg. XXXIV. Abth. 1. 2. 3. Berlin 1883.

*Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik.* Bd. XIV. Jahrg. 1882. Heft 2. Berlin 1885.

*Zoologischer Jahresbericht für 1883.* Herausgegeben von der Zoologischen Station zu Neapel. Abth. I. II. III. IV. Leipzig 1884. 1885.

*Internationale Zeitschrift für allgemeine Sprachwissenschaft.* Herausgegeben von F. Techmer. Bd. I. Heft 2. Leipzig 1884.

*Bericht über die im Jahre 1884 den Herzogl. Sammlungen zugegangenen Geschenke.* Gotha 1885. 4.

*Das christliche Museum der Universität zu Berlin.* 1849—1884. Berlin 1885. 4.

*Monumenta Germaniae historica.* — Scriptorum T. XXVII. Hannoverae 1885. Fol. 1. Ausg.

von Sybel, H. und Sickel, Th. *Urkunden in Abbildungen.* Lief. 7. Berlin 1884. gr. Fol.

*Geschichte der Wissenschaften in Deutschland.* — Neuere Zeit. — Bd. 18. Abth. 2. Geschichte der deutschen Rechtswissenschaft von R. Stintzing. 2. Abth. München und Leipzig 1884.

*Anzeiger des germanischen Nationalmuseums.* Bd. I. Heft 1. Jahrg. 1884. Nürnberg 1884.

*Katalog der im germanischen Museum befindlichen Glasgemälde aus älterer Zeit.* Nürnberg 1884.

*Mittheilungen aus dem germanischen Museum.* Bd. I. Heft 1. Jahrg. 1884. Nürnberg 1884.

* *Supplementum Aristotelicum.* Vol. I. — Excerptorum Constantini de natura animalium libri duo. — Aristophanis historiae animalium epitome subiunctis Aeliani Timothei aliorumque eclogis. Ed. Spyridion P. Lambros. Berolini 1885.

*34 Inaugural-Dissertationen der Kaiser-Wilhelms-Universität Strassburg aus dem Jahre 1884.*

*Die Einweihung der Neubauten der Kaiser-Wilhelms-Universität Strassburg 26.—28. October 1884.* Strassburg 1884.

*Festschrift zur Einweihung der Neubauten der Kaiser-Wilhelms-Universität Strassburg.* 1884. 4.

Curtius, G. *Zur Kritik der neuesten Sprachforschung.* Leipzig 1885.

vom Rath, G. *Mineralogische Notizen.* Bonn 1885. Sep. Abdr.

— — *Vorträge und Mittheilungen.* (6.) Bonn 1885. Sep. Abdr.

von Reumont, A. *Kaiser Karl's V. Krönung in Aachen.* Aachen 1885. Sep. Abdr.

— — *Friedrich von der Trenck in Aachen 1765—1780.* Aachen 1884. Sep. Abdr.

— — *Il Palazzo Flano di Roma e Filippo Calandrini Cardinale.* Roma 1885. Extr.

Hunfalvy, P. und Heinrich, G. *Ungarische Briefe.* 1885. Heft 1. Leipzig 1885.

Weyrauch, J. J. *Das Princip von der Erhaltung der Energie seit Robert Mayer.* Leipzig 1885.

Weyrauch, J. J. *Aufgaben zur Theorie elastischer Körper.* Leipzig 1885.

Erman, W. *Über die von der Central-Commission für wissenschaftliche Landeskunde von Deutschland unternommenen bibliographischen Arbeiten.* Berlin 1885. Sep. Abdr.

*Vor dritthalbtausend Jahren. — Des Assessors Ani Bewerbung um die Hand von Anta, der Perle von On.* Nach ägyptischen Quellen bearbeitet von Dr. Hegewald. Meiningen 1885. 8.

(von Flotow, G.) *Zur Begründung des Korn-Esserthums.* Rudolstadt in Thüringen 1884. 6 Expl.

*Sitzungsberichte der math.-naturw. Classe der K. Akademie der Wissenschaften in Wien.* Jahrg. 1884. N. XXVIII nebst Anzeiger für den XXI. Jahrg. N. I—XXVIII. Jahrg. 1885. N. I. II. III. IV. V. Wien 1884. 1885.

*Verhandlungen der K. K. Geologischen Reichsanstalt.* Jahrg. 1884. N. 1—18. Wien 1884.

*Jahrbuch der K. K. geologischen Reichsanstalt.* Jahrg. 1884. Bd. XXXIV. Heft 1. Wien 1884.

*Carinthia. Zeitschrift für Vaterlandskunde etc.* Jahrg. 74. 1884. Klagenfurt.

*Archiv für vaterländische Geschichte und Topographie.* Herausgegeben von dem Geschichtsvereine für Kärnten. Jahrg. 15. Klagenfurt 1885.

*Archivio Trentino.* Anno III. Fasc. II. Trento 1884. 4.

*Mittheilungen der K. K. Central-Commission zur Erforschung und Erhaltung der Kunst- und historischen Denkmale.* Bd. X. Heft 4 (Schluss). Bd. XI. Heft 1. Wien 1884. 1885. 4.

von Moro, M. *Der Fürstenstein in Karnburg und der Herzogstuhl am Zollfelde in Kärnthen.* Wien 1884. Sep. Abdr.

*Aerztlicher Bericht des K. K. allgemeinen Krankenhauses in Wien vom Jahre 1883.* Wien 1884.

*Übersicht der akademischen Behörden, Professoren etc. an der K. K. Universität zu Wien für das Studienjahr 1884/5.* Wien 1885. 2 Expl.

Meyer, A. B. *Ein weiterer Beitrag zur »Nephritfrage«.* Wien 1885. 4. Sep. Abdr.

*Mittheilungen aus dem Jahrbuche der Kön. Ungarischen Geologischen Anstalt.* Bd. VII. Heft 2. 3. Budapest 1885.

*General-Index sämmtlicher Publicationen der Ungarischen Geol. Gesellschaft von den Jahren 1852 bis 1882.* Budapest 1884.

*Archiv des Vereins für Siebenbürgische Landeskunde.* N. F. Bd. 15. Heft 3. Hermannstadt 1884.

von Gothard, E. *Publicationen des Astrophysikalischen Observatoriums zu Herény in Ungarn.* Heft 1. Herény 1884. 4.

Földtani Közlöny. *(Geologische Mittheilungen.)* Kötet XIV. Füz. 12. Budapest 1884.

Hunfalvy, P. und Heinrich, G. *Ungarische Revue.* 1885. Heft II. Budapest.

Czyrniański, E. *Chemisch-physische Theorie aus der Anziehung und Rotation der Uratome.* Krakau 1885.

*Rad jugoslavenske Akademije znanosti i umjetnosti.* Knjiga LXIX. Matem. prirod. Raz. IV. 2. Knjiga LXXI. Raz. filol. hist. i filos. jur. Zagrebu 1884.

*Viestnik hrvatskoga Arkeologickoga Družtva.* God. VI. Zagrebu 1885.

*Monthly Notices of the Royal Astronomical Society.* Vol. XLV. N. 2. 3. 4. London 1884. 1885.

*Journal of the Chemical Society.* N. CCLXVI. CCLXVIII. London 1885.

*Abstracts of the Proceedings of the Chemical Society.* N. 1. 2. 3. 4. Session 1884—1885. London 1885.

*Proceedings of the London Mathematical Society.* Vol. XVI. N. 231—234. London 1884—1885.

*Journal of the Royal Microscopical Society.* Ser. II. Vol. V. P. I. London 1885.

*The Quarterly Journal of the Geological Society.* Vol. XLI. P. I. N. 161. London 1885.

*Proceedings of the Royal Geographical Society and Monthly Record of Geography.* Vol. VII. N. 1. 2. 3. London 1885.

*Report of the fifty-third Meeting of the British Association for the Advancement of Science; held at Southport in September 1883.* London 1884.

*Catalogue of the Lizards in the British Museum (Natural History).* 2. Edition by G. A. Boulenger. Vol. I. London 1885.

*Guide to the Collection of fossil Fishes in the Department of Geology and Palaeontology. British Museum (Natural History).* London 1885.

*Catalogue of the fossil Mammalia in the British Museum (Natural History).* P. I. by R. Lydeker. London 1885.

*Report of the scientific results of the Voyage of H. M. S. Challenger during the years 1873—1876. Zoology.* — Vol. XI. London 1884. 4.

*Records of the Tercentenary Festival of the University of Edinburgh celebrated in April 1884.* London 1885. 4.

Grant, A. *Address to the Students of the University of Edinburgh.* London 1884. 4.

*The Journal of the Royal Asiatic Society of Great Britain and Ireland.* N. Ser. Vol. XVII. P. I. London 1885.

Carruthers, G. T. *Water and the Atomic Weights of the chemical Elements.* Lowestoft 1884. 4. 6 Ex.

*Journal of the Asiatic Society of Bengal.* N. S. Vol. LII. P. II. LIII. P. I. N. 11. — 1884. Edit. by the Philological Secretary. — Vol. LIII. P. II. N. 11. — 1884. Edit. by the Natural History Secretary. Calcutta 1884. 1885.

*Proceedings of the Asiatic Society of Bengal.* N. VII — X. July — Nov. 1884. Calcutta 1884. 1885.

*Memoirs of the Geological Survey of India.* Vol. XX. P. 1. 2. Calcutta 1883.

*Memoirs of the Geological Survey of India. — Palaeontologia Indica.* Ser. X. Vol. II. P. 6. Vol. III. P. 1. 2. 3. Ser. XIV. Vol. I. 3 fasc. 3. 4. Calcutta 1884. 4.

*Bibliotheca Indica.* Fasc. XXIV. (Vol. II. 6. 7.) Old Ser. N. 249. Calcutta 1883. — New Series. N. 511. 518—527. Calcutta 1884. 1885. 4.

*Nâga varmmâ's Karṇâṭaka Bhâshâ-Bhûshaṇâ. The oldest grammar extant of the language.* Edited, with an Introduction, by Lewis Rice. Bangalore 1884.

*The Transactions of the South African Philosophical Society.* Vol. III. 1881—1883. Cape Town 1884.

*Proceedings of the Canadian Institute.* Toronto. Vol. II. Fasc. 3. Toronto 1884.

*Geological and Natural History Survey of Canada. — Fraser Tolmie. Comparative Vocabularies of the Indian Tribes of British Columbia.* Mit 2 Karten in Fol. Montreal 1884.

Selwyn, A. R. C. & Dawson, G. M. *Descriptive sketch of the physical Geography and Geology of the Dominion of Canada.* Montreal 1884.

*Transactions and Proceedings of the Royal Society of Victoria.* Vol. XX. Melbourne 1884.

*The Gold-fields of Victoria. — Reports of the Mining Registrars in the Quarter ended 30th September 1884.* Melbourne. Fol.

*Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des Sciences.* T. XCIX. 1884. Semestre 2. N. 26. T. C. 1885. Sem. 1. N. 1. 2. 3. 5. 6. 7. 8. 10. 11. Paris 1884. 1885. 4.

*Bulletin de la Société Mathématique de France.* T. XII. N. 5. 6. T. XIII. N. 1. Paris 1884. 1885.

*Annales du Musée Guimet. — Revue de l'histoire des réligions.* Année V. N. Sér. T. X. N. 1. Paris 1884.

*Annales du Musée Guimet.* T. VII. Paris 1884. 4.

*Bulletin de la Société de Géographie.* Trim. 4. 1884. Paris 1884.

*Compte rendu des séances de la Commission centrale de la Société de Géographie.* 1884. N. 18. 19. 1885. N. 1—5. Paris.

*Bulletin de la Société Géologique de France.* Sér. III. T. XII. N. 8. Paris 1884.

*Bulletin de la Société Zoologique de France pour l'année 1884.* N. 5. Paris 1884.

*Bulletin de l'Académie de Médecine.* Sér. II. T. XIII. N. 53. T. XIV. N. 1. 2. 3. 5. 7. 8. 10. 11. Paris 1884. 1885.

*Bulletin de la Société Philomatique de Paris.* Sér. VII. T. 8. N. 4. 1883—1884. Paris 1884.

*Annales des Ponts et Chaussées.* — Mémoires et Documents. 1884. Sér. VI. Cah. 11. 12. 1885. Cah. 1. 2. Table générale. 1884. Paris 1884. 1885.

*Revue scientifique.* Sér. III. Année IV. Sem. 2. N. 26. Sér. III. Année V. Sem. I. N. 1—12. Paris 1884. 1885. 4.

*Polybiblion. — Revue bibliographique universelle.* Part. litt. Sér. II. T. XX. Livr. 6. T. XXI. Livr. 1. 2. 3. Part. tech. Ser. II. T. X. Livr. 11. 12. T. XI. Livr. 1. 2. 3. Paris 1884. 1885.

*Bulletin de l'Union géographique du Nord de la France.* 1883. N. 41. 42. 1884. N. 6. 7. Douai.

*Bulletin de la Société commerciale de Bordeaux.* Année 8. Sér. II. N. 1. 2. 3. 4. 5. 6. Bordeaux 1885.

Delisle, L. *Notice sur un Manuscrit de l'Abbaye de Luxeuil copié en 625.* Paris 1884. 4. Extr.

Vivien de Saint-Martin, M. *Nouveau Dictionnaire de Géographie universelle.* Fasc. 26. Paris 1885. 4.

Potagos, Dr. *Dix Années de Voyage dans l'Asie centrale et l'Afrique équatoriale.* T. I. Paris 1885.

La Combe, E. *Détermination du poids absolu du gramme et de la densité moyenne de l'éther céleste.* Brest 1885. 4.

Hegewald. *Notice sur l'étude raisonnée du Chinois.* Extr.

— — *La Pasigraphie de l'avenir.* Extr.

Debacq, Ch. *Cahiers de Calcul différentiel.* Paris 1884. 4.

Meunier, St. *Traité de Paléontologie pratique.* Paris.

Jannettaz, E. *Les Roches.* Paris 1884.

Vial, L. Ch. E. *La chaleur et le froid.* Suppl. 2. Paris. 2 Ex.

*Atti della R. Accademia dei Lincei.* Anno CCLXXXI. 1883—84. Serie III. Transunti. Vol. VIII. Fasc. 16 ed ult. Anno CCLXXXII. 1884—85. Ser. IV. Rendiconti. Vol. I. Fasc. 1. 2. 3. 4. 5. 6. Roma 1884. 1885. 4.

*Atti dell' Accademia Pontificia de' Nuovi Lincei.* Anno XXXVI. Sess. V. VI. VII. Roma 1884. 4.

*Atti della Società Veneto-Trentina di scienze naturali residente in Padova.* Vol. IX. Fasc. I. Anno 1884. Padova 1884.

*Giornale della Società di Letture e Conversazioni scientifiche di Genova.* Anno IX. Fasc. 1. 2. 3. Genova 1885.

*Memorie e Documenti per servire alla Storia di Lucca.* T. III. P. III. T. XI. XII. XIII. P. I. Lucca 1867. 1870. 1880. 1881.

*Atti della Reale Accademia Lucchese di Scienze, Lettere ed Arti.* T. XXI. XXII. XXIII. Lucca 1882. 1883. 1884.

*Atti della Società Toscana di Scienze naturali.* Processi verbali. Vol. IV. Pag. 125—145. Pisa 1884.

*Königliche Akademie der Wissenschaften zu Turin. — Programm für den fünften Bressa'schen Preis.* Turin 1885. Fol.

*Pubblicazioni del Reale Osservatorio di Brera in Milano.* N. XXV. Milano 1883. 4.

Boncompagni, B. *Bullettino di Bibliografia e di Storia delle scienze matematiche e fisiche.* T. XVII. Aprile, Maggio, Giugno 1884. Roma 1884.

Luvini, J. *Sept études sur l'état sphéroïdal etc.* Torino 1884.

Roselli, E. *Logica e Critica sull' origine delle umane cognizioni.* Ancona 1879.

— —. *Armonia assoluta e naturale delle scienze filosofiche e sociali.* Ancona 1885.

di Letino Carbonelli, Barone. *La Chiesa, la Proprietà, lo Stato nella intimità de' loro rapporti.* Napoli 1884.

Piaggia, C. *Dell' arrivo fra i Niam-Niam e del soggiorno sul Lago Tzana in Abissinia.* Lucca 1877.

Bettoni, E. *Prodromi della Faunistica Bresciana.* Brescia 1884.

*Mémoires de l'Académie Imp. des Sciences de St. Pétersbourg.* Sér. VII. T. XXXII. N. 4—12. St. Pétersbourg 1884. 4.

*Bulletin de l'Académie Imp. des Sciences de St. Pétersbourg.* T. XXIX (feuilles 32—38) N. 4. St. Pétersbourg 1884. 4.

*Mélanges Gréco-Romains, tirés du Bulletin de l'Académie Imp. de St. Pétersbourg.* T. V. Livr. 1. — *Mélanges Physiques et Chimiques.* T. XII. Livr. 1. 2. — *Mélanges biologiques.* T. XII. Livr. 1. — *Mélanges mathématiques et astronomiques.* T. VI. Livr. 2. St. Pétersbourg 1884.

*Bulletin de la Société Impériale des Naturalistes de Moscou.* Année 1884 N. 1. Moscou 1884.

*Universitäts-Nachrichten.* Jahrg. XXIV. N. 9. 10. 11. Kiew 1884. (russ.)

*Nachrichten von der K. Gesellschaft von Freunden der Naturkunde, Anthropologie und Ethnographie an der K. Universität Moskau.* Bd. 45. Heft 1. 2. 3. Moskau 1884. 4. (russ.)

*Annales de l'Observatoire de Moscou.* Publ. par Th. Bredichin. Vol. X. Livr. 2. Moscou 1884. 4.

*Nachrichten des Geologischen Comités.* Jahrg. 1884. Bd. III. N. 8. 9. 10. Jahrg. 1885. Bd. IV. N. 1. St. Petersburg 1884. 1885. (russ.)

*Krueger, A. *Zonenbeobachtungen der Sterne zwischen 55 und 65 Grad nördlicher Declination.* Bd. II. Helsingfors 1885. 4.

Bredichin, Th. *Quelques formules de la théorie des Comètes.* Moscou 1884. Sep. Abdr.

— —. *Sur la grande Comète de 1811.* Moscou 1885.

— —. *Sur les têtes des Comètes.* Moscou 1885.

Tolstoi, D. A., Graf. *Ein Blick in das Unterrichtswesen Russlands im XVIII. Jahrhundert bis 1782.* Aus dem Russischen übersetzt von P. von Kügelgen. St. Petersburg 1884.

*Kongl. Svenska Vetenskaps-Akademiens Handlingar.* Ny Följd. Bd. 18. 19. 1880. 2. 1881. 1. 2. Stockholm 1881—82. 1881. 4.

*Öfversigt af Kongl. Vetenskaps Akademiens Förhandlingar.* 1884. 41. Årg. Nr. 5. Stockholm 1884.

*Lefnadsteckningar öfver Kongl. Svenska Vetenskaps-Akademiens.* — Ledamöter. — Bd. II. Häfte 2. Stockholm 1883.

*Sveriges Geologiska Undersökning.* Ser. Aa. N. 88. 91. Ser. Ba. N. 4. Ser. C. N. 61—64. 66 und 6 Karten in Fol. Stockholm 1884. 8. und 4.

*Astronomiska Jakttagelser och Undersökningar. Anstälda pa Stockholms Observatorium.* Bd. II. N. 1. 3. Stockholm 1881. 1882. 4.

*Meteorologiska Jakttagelser i Sverige utgifna af Kongl. Svenska Vetenskaps-Akademien anstälda och utarbretade under inseende af Meteorologiska Central-Anstalten.* Bd. 20. 21. 1878. 1879. Stockholm 1882. 1883. 4.

Mittag-Leffler, G. *Acta mathematica.* 5: 2. 3. 4. Stockholm 1884. 1885. 4.
Falkman, L. B. *Om Mått och Vigt i Sverige.* D. I. 1. 2. II. Stockholm 1884. 1885.
Lovén, Svan. *On Pourtalesia.* Stockholm 1883. 4. Sep. Abdr.

Ter Gomo, J. *Geschiedenis von Amsterdam.* Deel 3. 4. Amsterdam 1881. 1884.
*Annales de l'École Polytechnique de Delft.* Livr. 1. Leide 1884. 4.
*Nederlandsch Kruidkundig Archief.* Ser. II. Deel 4. St. 2. Nijmegen 1884.
*Annales du Jardin botanique de Buitenzorg.* Publ. par Mr. le Dr. M. Treub. Vol. IV. P. 2. Leide 1884.
*Bijdragen tot de Taal- Land- en Volkenkunde van Nederlandsch-Indië.* Volg. IV. Deel IX. Deel X. St. 1. s'Gravenhage 1885.
Jan Kops & F. W. van Eeden. *Flora Batava.* Afl. 267. 268. Leiden. 4.

*Bulletin de l'Académie Royale des Sciences des lettres et des beaux arts de Belgique.* Sér. III. T. 9. N. 1. Bruxelles 1885.
*Bulletin du Musée Royal d'Histoire naturelle de Belgique.* T. III. 1884. N. 2. Bruxelles 1884.
*Annales de la Société Royale Malacologique de Belgique.* T. XVIII. Année 1883. Bruxelles.
*Procès-verbal de la Société Malacologique de Belgique.* 1883 Août — 1884 Dec. Bruxelles.
*Natura. Maandschrift voor Natuurwetenschappen.* Jaarg. II. 1884. Afl. 10. 11. 12. Gent 1884.
Dubois, A. *Revue critique des Oiseaux de la Famille des Bucérotidés.* Bruxelles 1884. Extr.
Plateau, F. *Recherches expérimentales sur les mouvements respiratoires des Insectes.* Bruxelles 1884. 4. Extr.
— —. *Recherches sur la force absolue des muscles des Invertébrés.* P. II. Bruxelles 1884. Extr.
Vanderkindere, L. *1834 — 1884. L'Université de Bruxelles. Notice historique.* Bruxelles 1884.

*Mittheilungen der Naturforschenden Gesellschaft in Bern aus dem Jahre 1884.* Heft II. N. 1083 — 1091. Bern 1884.
*Neue Denkschriften der allgemeinen schweizerischen Gesellschaft für die gesammten Naturwissenschaften.* Bd. XXIX. Abth. 1. Zürich 1884. 4.
*Europäische Gradmessung. — Das Schweizerische Dreiecknetz, herausgegeben von der Schweizerischen geodätischen Commission.* Bd. 2. Zürich 1885. 4.
*Quellen zur Schweizer Geschichte.* Herausgeg. von der Allgemeinen geschichtsforschenden Gesellschaft der Schweiz. Bd. 7. Basel 1884.
Wolf, R. *Astronomische Mittheilungen.* LXIII. Zürich 1884. 8.
*Bulletin de la Société des Sciences naturelles de Neuchâtel.* T. XIV. Neuchâtel 1884.

*Boletin de la Real Academia de la Historia.* T. V. Cuad. VI. Dic. 1884. T. VI. Cuad. 1. 2. Madrid 1884. 1885.
*Anales del Instituto y Observatorio de San Fernando.* Secc. 2. Observaciones meteorológicas. Año 1883. San Fernando 1884.
*Almanaque Náutico para 1886.* Barcelona 1884.

*Πρακτικὰ τῆς ἐν Ἀθήναις ἀρχαιολογικῆς ἑταιρίας.* Ἔτος 1883. Ἀθήνησιν 1884.
*Ἀστὴρ τοῦ Πόντου. Περιοδικὸν σύγγραμμα ἐκδιδόμενον καθ' ἑβδομάδα ὑπὸ* Θ. Γραμματι*κοπούλου καὶ* Ι. Α. *Παρχαρίδου.* Ἔτος Α'. Τεῦχος 1—9. Ἐν Τραπεζοῦντι 1884. 1885.

von Hurmuzaki, L. *Fragmente zur Geschichte der Rumänen.* Bd. 3. Bucuresci 1884.

*Proceedings of the Boston Society of Natural History.* Vol. XXII. P. II. III. Boston 1883.

*Memoirs of the Boston Society of Natural History.* Vol. III. N. VIII. IX. X. Boston 1884. 4.

*Memoirs of the Museum of Comparative Zoology at Harvard College.* Vol. XI. P. 1. Cambridge 1884. 4.

*Bulletin of the Museum of Comparative Zoology at Harvard College.* Vol. VII. N. II bis VIII. XI. Cambridge 1884.

*Journal of the New York Microscopical Society.* Vol. I. N. 2. New York 1885.

*Report of the Proceedings of the Numismatic and Antiquarian Society of Philadelphia for the year 1884.* Philadelphia 1885.

*United States of America. — War Department. — Professional Papers of the Signal Service.* N. XIV. Washington 1884. 4.

*Astronomical Papers prepared for the use of the American Ephemeris and Nautical Almanac.* Vol. III. P. II. III. Washington 1884. 4.

*Report of the Superintendent of the U. S. Naval Observatory for the year ending Oct. 1884.* Washington 1884.

*Astronomical and Meteorological Observations made during the year 1880 at the U. S. Naval Observatory.* Washington 1884. 4.

*The Journal of the Cincinnati Society of Natural History.* Vol. VII. N. 4. Cincinnati 1885.

*The American Journal of Philology.* Vol. V, 3. Baltimore 1884.

*American Journal of Mathematics.* Vol. VII. N. 2. Baltimore 1885. 4.

*The American Journal of Science.* Ser. III. Vol. XXIX. N. 169. 170. 171. New Haven 1885.

*American Chemical Journal.* Vol. 6. N. 5. Baltimore 1884.

*Johns Hopkins University Circulars.* Vol. IV. N. 36. Baltimore 1885. 4.

*Johns Hopkins University Baltimore.* Vol. III. N. 2. — *Studies from the Biological Laboratory. Editor* H. Newell-Martin. Baltimore 1884.

*Johns Hopkins University studies in historical and political Science.* Ser. III. N. 1. Adams, H. B. *Maryland's influence upon Land Cessions to the United States.* — N. II. III. Ingle, E. *Local Institutions of Virginia.* Baltimore 1885.

*Proceedings of the Academy of Natural Sciences of Philadelphia.* P. II. May—Oct. 1884. Philadelphia 1884.

*The Botanical Gazette.* Vol. IX. N. 12. Indianopolis 1884.

*Boletin del Ministerio de Fomento de la Republica Mexicana.* T. IX. N. 1—74. Mexico 1884. Fol.

*Annales de l'Observatoire Impérial de Rio de Janeiro.* Publiées par L. Cruls. T. II. Rio de Janeiro 1883. 4.

*Boletin de la Academia Nacional de Ciencias en Córdoba (Republica Argentina).* T. VI. Entr. 4. T. VII. Entr. 1. 3. Buenos Aires 1884.

Gould, B. A. *Resultados del Observatorio Nacional Argentino en Córdoba.* Vol. VII. VIII. Córdoba 1884. 4.

*Appendix to the Memoir N. 5 of Tókió Daigaku (Tókió University).* Tokio 2544 (1884). 4.

*Transactions of the Seismological Society of Japan.* Vol. VII. P. II. 1884. Tokio.

---

## ZWEITES VIERTELJAHR.

*Leopoldina. Amtliches Organ der K. Leop. Carol. Deutschen Akademie der Naturforscher.* Heft XXI. N. 9. 10. Halle a. S. 1885 4.

*Sitzungsberichte der math.-phys. Classe der K. b. Akademie der Wissenschaften zu München.* 1885. Heft 1. München. 1885.

*Sitzungsberichte der philos.-philol. und hist. Classe der K. b. Akademie der Wissenschaften zu München.* 1885. Heft 1. München 1885.

*Abhandlungen der K. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen.* Bd. XXXI. vom Jahre 1884. Göttingen 1884. 4.

*Jahrbücher der K. Akademie gemeinnütziger Wissenschaften zu Erfurt.* N. F. — Heft XIII. Erfurt 1885.

*Verhandlungen des naturhistorischen Vereines der preussischen Rheinlande und Westfalens.* Jahrg. 41. 5. Folge. 1. Jahrgang. 2. Hälfte. Bonn 1884.

*Berichte der Deutschen Chemischen Gesellschaft.* Jahrg. XVIII. N. 6. 7. 8. 9. Berlin 1885.

*Elektrotechnische Zeitschrift.* Jahrg. VI. 1885. — Heft IV. V. VI. Berlin 1885.

*Zeitschrift für das Berg-, Hütten- und Salinen-Wesen im Preussischen Staate.* Bd. XXXIII. Heft 2. Berlin 1884. 4.

*Zeitschrift der Deutschen Morgenländischen Gesellschaft.* Bd. 39. Heft 1. Leipzig 1885.

*Zeitschrift für Naturwissenschaften.* Bd. LVII. Folge IV. Bd. 3. Heft 6. Halle a. S. 1884.

*Zeitschrift der Deutschen Geologischen Gesellschaft.* Bd. XXXVI. Heft 4. Bd. XXXVII. Heft 1. Berlin 1884. 1885.

*Landwirthschaftliche Jahrbücher.* Bd. XIII. (1884.) Suppl. II. Bd. XIV. (1885.) Heft 2. Berlin 1884. 1885.

*Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik.* Bd. XIV. Heft 3. Berlin 1885.

*Die Fortschritte der Physik im Jahre 1881.* Jahrg. XXXVII. Abth. 1. Berlin 1885.

*Vierteljahrsschrift der Astronomischen Gesellschaft.* Jahrg. XIX. Heft 4. Leipzig 1884.

*Verhandlungen des Botanischen Vereins der Provinz Brandenburg.* Jahrg. 26. 1884. Berlin 1885.

*VI. — VII. Jahresbericht des Vereins für Erdkunde zu Metz für 1883—1884.* Metz 1885.

*Bulletin de la Société des Sciences, Agriculture et Arts de la Basse-Alsace.* T. XIX. Mars. Avril. Mai 1885. Strassburg 1885.

*Württembergische Vierteljahreshefte für Landesgeschichte.* Jahrg. VII. Heft I—IV. 1884. Stuttgart 1884. 1885. 4.

*Verhandlungen des Vereins für naturwissenschaftliche Unterhaltung. 1878—1882.* Bd. V. Hamburg 1883.

*Abhandlungen herausgegeben vom naturwissenschaftlichen Vereine zu Bremen.* Bd. IX. Heft 2. Bremen 1885.

*Mittheilungen des Deutschen Archäologischen Institutes in Athen.* Bd. X. Heft 1. Athen 1885.

*Berliner Astronomisches Jahrbuch für 1887 mit Ephemeriden der Planeten* (1)—(247) *für 1885.* Berlin 1885.

*Nachweisung der Resultate der Geschäftsthätigkeit der Aichämter im Deutschen Reiche (excl. Bayern) während des Jahres 1883.* Berlin 1885. 4.

*Mittheilungen aus der Zoologischen Station zu Neapel.* Bd. VI. Heft 1. Berlin 1885.

* *Zoologischer Jahresbericht für 1883.* Herausgegeben von der Zoologischen Station zu Neapel. Abth. I. II. III. IV. 2. Ex. Leipzig 1884—1885.

Kölliker, A. *Die Bedeutung der Zellenkerne für die Vorgänge der Vererbung.* Würzburg 1885. Sep. Abdr.

Kölliker, A. *Bemerkungen zu E. Häckel's Aufsatz über Ursprung und Entwicklung der thierischen Gewebe.* Würzburg 1885. Sep. Abdr.

*Städtisches Progymnasium zu Berlin. — Dritter Jahresbericht. Ostern 1885.* Berlin 1885. 4. 3 Ex.

*Wissenschaftliche Beilage zum Programm des Städtischen Progymnasiums. Ostern 1885.* Berlin 1885. 4. 3 Ex.

*Königstädtisches Gymnasium in Berlin. VIII. Ostern 1885. Bericht über das Schuljahr 1884 bis Ostern 1885.* Berlin. 4. 2 Ex.

*Wissenschaftliche Beilage zum Programm des Königstädtischen Gymnasiums. Ostern 1885.* Berlin 1885. 4. 2 Ex.

*Sophien-Realgymnasium. — Bericht über das Schuljahr 1884—1885.* Berlin 1885. 4. 3 Ex.

*Wissenschaftliche Beilage zum Programm des Sophien-Realgymnasiums.* Ostern 1885. Berlin 1885. 4. 3 Ex.

*20. Jahresbericht über das Luisenstädtische Gymnasium in Berlin.* Berlin 1885. 4.

*Wissenschaftliche Beilage zum Programm des Luisenstädtischen Gymnasiums. Ostern 1885.* Berlin 1885. 4.

*Andreas-Realgymnasium. — Jahresbericht über das Schuljahr 1884/85.* Berlin 1885. 4. 3 Ex.

*Wissenschaftliche Beilage zum Programm des Andreas-Realgymnasiums. Ostern 1885.* 4. 3 Ex.

Kayser, E. *Analyse der Beugungserscheinungen, welche durch einen Spalt entstehen.* Danzig 1885. Sep. Abdr.

Lissauer, Dr. *Untersuchungen über die sagittale Krümmung des Schädels bei den Anthropoiden und den verschiedenen Menschenrassen.* Braunschweig 1885. 4. Sep. Abdr.

Hauck, G. *Die Grenzen zwischen Malerei und Plastik und die Gesetze des Reliefs.* Berlin 1885.

Albrecht, P. 6 Sep. Abdr. Berlin, Breslau, Brüssel 1884. 1885.

*Sitzungsberichte der mathematisch-naturwissenschaftlichen Classe der K. Akademie der Wissenschaften in Wien.* Jahrg. 1885. N. VI. VII. VIII. IX. Wien.

*Mittheilungen der K. K. Geographischen Gesellschaft in Wien 1884.* Bd. XXVII. Wien 1884.

*Abhandlungen der K. K. Geologischen Reichsanstalt.* Bd. XI. Abth. 1. Wien 1885. 4.

*Mittheilungen der Anthropologischen Gesellschaft in Wien.* Bd. XIV. Heft IV. Wien 1884.

*Verhandlungen der K. K. zoologisch-botanischen Gesellschaft in Wien.* Jahrg. 1884. Bd. XXXIV. Wien 1885.

*Personen-, Ort- und Sach-Register der 3. zehnjährigen Reihe (1871—1880) der Sitzungsberichte und Abhandlungen der k. k. zoologisch-botanischen Gesellschaft in Wien.* Zusammengestellt von A. Wimmer. Wien 1884.

*Mittheilungen der K. K. Central-Commission zur Erforschung und Erhaltung der Kunst- und historischen Denkmale.* Bd. XI. Heft 2. Wien 1885. 4.

*Bericht der meteorologischen Commission des naturforschenden Vereines in Brünn über die Ergebnisse der meteorologischen Beobachtungen im Jahre 1882.* Brünn 1884.

*Verhandlungen des naturforschenden Vereines in Brünn.* Bd. XXII Heft 1. 2. 1883. Brünn 1884.

*Öffentliche Vorlesungen an der K. K. Universität zu Wien im Sommer-Semester 1885.* Wien 1885.

*Pamiętnik Akademii Umiejętności w Krakowie. Wydział matematyczno-przyrodniczy.* Tom IX. (z 2 litograf. tablic.). W Krakowie 1884. 4.

*Monumenta Poloniae historica. Pomniki dziejowe Polski.* Tom IV. Lwów 1884. 4.

*Zabytki Przedhistoryczne ziem Polskich wydawone stararium komisyi archeologicznéj Akademii Umiejętności w Krakowie.* Godfryd Ossowski, Prusy Królewskie. Seryja I. Zeszyt 3. Kraków 1885. 4.

*Starodawne prawa polskiego pomniki. Tomu VII. Zeszyt III.* Boleslaus Ulanowski, *Inscriptiones Clenodiales ex libris judicialibus Palatinatus Cracoviensis.* Cracoviae. A. 1885. 4.

*Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń wydziału filologicznego. Akad. Umiejętnosci.* Tom X. W Krakowie 1884.

*Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń wydziału matematyczno-przyrodniczego Akad. Umiejętnosci.* Tom XII (z 10 tablic. litograf.). W Krakowie 1884.

Jan Nep. Franke, *Jan Brożek (J. Broscius), Akademik Krakowski.* 1585—1652. Kraków 1884.

*Sprawozdania komisyi językowéj Akademii Umiejętnosci.* Tom III. Kraków 1884.

Biskup Adam Stanisław Krasiński. *Słownik synonimów polskich. Wydanie Akad. Umiejętn w Krakowie.* Tom I. W Krakowie 1885.

*Mittheilungen aus dem Jahrbuche der K. Ungarischen Geologischen Anstalt.* Bd. VII. Heft 4. Budapest 1885.

Földtani Köslöny. *(Geologische Mittheilungen.)* Köt. XV. Füzet 1. 2. 3. 4. 5. Budapest 1885.

*Mathematische und naturwissenschaftliche Berichte aus Ungarn.* Bd. 2. Juni 1883 — Juni 1884. Budapest.

*Publicationen des statistischen Büreaus der Hauptstadt Budapest.* XVIII. Berlin 1885.

Hunfalvy, P. *und* Heinrich, G. *Ungarische Revue.* 1885. Heft III. IV. V. VI. Budapest.

Sandór, N. *Élet-Jsmeret.* Budapest 1885.

*Umgebungen von Kolosvár (Klausenburg) Blatt* $\frac{\text{Zone 18}}{\text{Col. XXIX}}$. 1:75000. Geologisch aufgenommen und erläutert von Dr. A. Koch. Budapest. Mit 1 Karte in. Fol.

Tóth, K. *Vertheidigung der Ungarn gegen Prof. Dr. J. Sepp's Angriffe.* Pressburg 1884.

*Proceedings of the London Mathematical Society.* Vol. XVI. N. 235 — 239. London 1884.

*Monthly Notices of the Royal Astronomical Society.* Vol. XLV. N. 5. 7. London 1885.

*Journal of the Royal Microscopical Society.* Ser. II. Vol. V. P. 2. 3. London 1885.

*The Quarterly Journal of the Geological Society.* Vol. XLI. P. 2. N. 162. London 1885.

*Journal of the Chemical Society. 1885.* N. CCLXIX. CCLXX. CCLXXI. London 1885.

*Abstracts of the Proceedings of the Chemical Society.* N. 5. 6. 7. 8. 9. 10. Session 1884—85. London 1885.

*The Journal of the Royal Asiatic Society of Great Britain and Ireland.* N. 5. Vol. XVII. P. II. London 1885.

*Proceedings of the Royal Geographical Society and Monthly Record of Geography.* Vol. VII. N. 4. 6. London 1885.

*Proceedings of the Cambridge Philosophical Society.* Vol. V. P. I. II. III. Cambridge 1885.

*Transactions of the Cambridge Philosophical Society.* Vol. XIV. P. 1. Cambridge 1885. 4.

*Report of the fifty-fourth Meeting of the British Association for the advancement of Science. 1884.* London 1885.

*Proceedings of the Royal Physical Society.* Session 1880—81. 1881—82. 1882—83. 1883—84. Edinburgh 1881—84.

*The Scientific Transactions of the Royal Dublin Society.* Vol. III. (Ser. II.) 4. 5. 6. Dublin 1884. 4.

*The Scientific Proceedings of the Royal Dublin Society.* Vol. IV. (N. 5.) P. 5. 6. Dublin 1884. 1885.

*Blank forms for the harmonic Analysis of Tidal Observations.* Printed for G. H. Darwin. Cambridge. Fol.

*Report of the scientific results of the Voyage of H. M. S. Challenger during the year 1873—76.* Narrative. Vol. I. P. I. II. London 1885. 4.

*Report on experiments made with the Bashforth Chronograph to determine the resistance of the air to the motion of elongated projectiles.* (P. II.) 1878—79. London 1879.

Müller, M. *The sacred books of the East.* Vol. XX. XXII. XXIV. Oxford 1884. 1885.

Carulla, J. R. *The Steel Age.* s. l. 1884. Sep. Abdr.

*Records of the Geological Survey of India.* Vol. XVIII. P. 2. 1885. Calcutta 1885.

*Bibliotheca Indica.* Old Ser. N. 251. N. Ser. N. 528. 529. 530. 531. 533. 536. 537. Calcutta 1885.

*Bibliotheca Indica.* N. Ser. N. 534. 535. Calcutta 1885. 4.

*Proceedings of the Canadian Institute, Toronto.* Ser. III. Vol. III. Fasc. 1. Toronto 1885.

*Meteorological Observations made at the Adelaide Observatory, and other Places in South Australia and the Northern Territory during the year 1882.* Adelaide 1885. Fol.

*The Gold-Fields of Victoria. — Reports of the Mining Registrars for the quarter ended 31st December 1884.* Melbourne. Fol.

*Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des Sciences.* 1885. Sém. 1. T. C. N. 12. 14. 15. 17—24. Paris 1885. 4.

*Bulletin de la Société mathématique de France.* T. XIII. N. 2. 3. Paris 1885.

*Journal de l'École polytechnique.* Cah. 54. Paris 1884. 4.

*Bulletin de la Société géologique de France.* Sér. III. T. 13. N. 1. 2. Paris 1885.

*Bulletin de la Société zoologique de France pour l'année 1884.* P. 6. Paris 1885.

*Nouvelles Archives du Museum d'Histoire naturelle.* Sér. II. Fasc. II. Paris 1884. 4.

*Bulletin de l'Académie de Médecine.* Sér. II. T. XIV. N. 12. 13. 14. 15. 17. 18. 19. 20. 21. 22. 23. 24. Paris 1885.

*Bulletin de la Société philomatique de Paris.* Sér. VII. T. IX. N. 1. Paris 1885.

*Société de Géographie — Compte rendu des Séances de la Commission Centrale.* 1885. N. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. Paris.

*Annales du Musée Guimet. — Revue de l'histoire des réligions.* Année V. T. X. N. 2. 3. Paris 1884.

*Annales des Ponts et Chaussées. — Mémoires et documents.* Sér. VI. Année V. Cah. 3. 4. 5. Paris 1885.

*Revue scientifique.* Sér. II. Année V. Sém. I. (T. 35.) N. 13—25. Paris 1885. 4.

*Polybiblion. — Revue bibliographique universelle.* Part. tech. Sér. II. T. XI. Livr. 4. 5. 6. Part. litt. Sér. II. T. XXI. Livr. 4. 5. 6. Paris 1885.

*Académie des Sciences et Lettres de Montpellier. — Mémoires de la Section de Médecine.* T. V. Fasc. 3. Années 1880—1884. Montpellier 1884. 4.

*Précis analytique des travaux de l'Académie des Sciences, belles-lettres et arts de Rouen pendant l'année 1883—1884.* Rouen 1885.

*Mémoires de la Société d'émulation du Doubs.* Sér. V. Vol. 8. 1883. Besançon 1884.

*Union géographique du Nord de la France.* Bulletin. Année V. N. 8. 9. 10. 1884. Année VI. N. 1. 1885. Douai.

*Bulletin de la Société de Géographie commerciale de Bordeaux.* Année 8. Sér. II. N. 7. 8. 9. 10. 11. 12. Bordeaux 1885.

*Mémoires de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux.* Sér. 3. T. I. Paris, Bordeaux 1884.

Vivien de Saint-Martin, M. *Nouveau Dictionnaire de Géographie universelle.* Fasc. 27. Paris 1885. 4.

Paris, G. *La Poésie du Moyen Age.* Paris 1885.

Milsand, Ph. *Bibliographie bourguignonne.* Dijon 1885.

de Wroblewski, S. *Comment l'air a été liquéfié. Réponse à l'article de Mr. J. Jamin.* Paris 1885.

la Combe, E. *Théorie mécanique des Soleils.* Brest 1884. 4.

*Atti della R. Accademia dei Lincei.* Anno CCLXXXII. 1884—85. — Ser. IV. — *Rendiconti.* Vol. I. Fasc. 7. 9. 11. 12. Roma 1885.

*Atti della R. Accademia dei Lincei.* Anno 1882—1884. Serie III. *Memorie della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. VIII. XXXI. Roma 1883. Serie III. — *Memorie della Classe di Scienze fisiche, mathematiche e naturali.* Vol. XIV—XVII. Roma 1883. 1884. 4.

*Atti dell' Accademia Pontificia de Nuovi Lincei.* Anno XXXVI. Sess. VIII. IX. X. XI. Anno XXXVII. Sess. I. Roma 1884. 4.

*Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino.* Vol. XX. Disp. 1. (Nov. 1884), Disp. 2. (Dec. 1884), 3. (Gennaio 1885), 4. (Febbr. 1885), 5. (Marzo 1885). Torino.

*Memorie della R. Accademia delle Scienze di Torino.* Ser. II. T. XXXVI. Torino 1885. 4.

*Atti della Società Toscana di Scienze naturali residente in Pisa.* Memorie. Vol. IV. Fasc. 3. Pisa 1885.

*Processi verbali.* Vol. IV. *Adunanza del di 1. Febbraio 1885. 22. Marzo 1885.*

*Atti della Accademia fisico-medico-statistica in Milano.* Ser. IV. Vol. 2. Milano 1884.

*Pubblicazioni del R. Osservatorio di Brera in Milano.* N. XVIII. Milano 1885. 4.

*Bullettino di Archeologia cristiana del Commendatore G. B. de Rossi.* Ser. IV. Anno III. N. 1. Roma 1884—85.

*Pubblicazioni del R. Istituto di studi superiori pratici e di perfezionamento in Firenze.* — *Sezione di Scienze fisiche e naturali.* — (Rovighi, A. e Santini, G. *Sulle convulsioni epilettiche per veleni.)* Firenze 1882. — *Sezione di filosofia e filologia.* — (Chiappelli, A. *Della interpretazione panteistica di Platone.* Firenze 1881. — *Sezione di Medicina e Chirurgia.* — Pellizzari, G. *Archivio della Scuola d'Anatomia patologica.* Vol. I. Firenze 1881.

*Documenti di storia italiana.* T. VIII. Firenze 1884. 4.

*Giornale della Società di Letture e conversazioni scientifiche di Genova.* Anno IX. Fasc. IV. V. Suppl I. ai Fasc. IV. V. Genova 1885.

Boncompagni, B. *Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze matematiche e fisiche.* T. XVII. Luglio, Agosto 1884. Roma 1884. 4.

Marini, G. *Iscrizioni antiche dollari. Pubblicate per cura dell' Accademia di Conferenze storico-giuridiche dal Comm. G. B. de Rossi. Con annotazioni del Dott. P. Dressel.* Roma 1884. 4.

Martone, M. *Dimostrazione dei Teoremi dello Stewart.* Napoli 1885. 2 Ex.

Carbone-Grio, D. *I Terremoti di Calabria e di Sicilia nel Secolo XVIII.* Napoli 1884. 2 Ex.

Soranzo, Fr. *Scavi e scoperte nei poderi Nazari di Este.* Roma 1885. 4.

Pini, E. *Osservazioni meteorologiche eseguite nell' anno 1884 col riassunto composto sulle medesime.* Milano 1885. 4.

*Mémoires de l'Académie Impériale des Sciences de St. Pétersbourg.* Sér. VII. T. XXXII. N. 13. St. Pétersbourg 1884. 4.

*Bulletin de l'Académie Impériale des Sciences de St. Pétersbourg.* T. XXX. N. 1. St. Pétersbourg. 1885. 4.

*Annalen des physikalischen Central-Observatoriums.* Herausgegeben von H. Wild. Jahrg. 1883. Th. I. II. St. Petersburg 1884. 4.

*Fortsetzung der Gesetzsammlung des russischen Reiches — bis zum 30. Juni 1883.* — **Th. I.** Artikel zum 1.—7. Bande der Sammlung. St. Petersburg (1883). (russ.)

*Justizgesetze des Kaisers Alexanders II. herausgegeben auf Befehl des Kaisers Alexander Alexandrowitsch.* Ausgabe des Jahres 1883. St. Petersburg (1883). (russ.)

*Nachrichten des Geologischen Comités.* Jahrg. 1885. Bd. IV. N. 2—5. St. Petersburg 1885. (russ.)

*Allgemeine Geologische Karte von Russland.* Bl. 71. *(Mémoires du Comité Géologique.)* Vol. II. N. 1. St. Petersburg 1885. 4. 3 Karten fol.

*Bulletin de la Société Impériale des Naturalistes de Moscou.* Année 1881. — N. 2. Moscou 1884.

*Bulletin de la Société Ouralienne d'Amateurs des Sciences naturelles.* T. VII. Livr. 4. Ekatherinburg 1884. 4.

*Nachrichten von der Universität Kiew.* Bd. XXIV. N. 12. Bd. XXV. N. 1. 2. 3. 4. Kiew 1884. 1885. (russ.)

*Meddelanden of Societas pro fauna et flora Fennica.* Häft 11. Helsingfors 1885.

*Schriften, herausgegeben von der Naturforscher-Gesellschaft bei der Universität Dorpat. I.* Dorpat 1884.

*Archiv für die Naturkunde Liv-, Esth- und Kurlands.* Serie 2. Bd. X. Lief. 1. Dorpat 1884.

*Sitzungsberichte der Naturforscher-Gesellschaft bei der Universität Dorpat.* Bd. VII. Heft 1. 1884. Dorpat 1885.

*Korrespondenzblatt des Naturforscher-Vereins zu Riga.* XXVII. Riga 1884.

Lukaschewitsch, P. *Erklärung der assyrischen Eigennamen.* Kiew 1868. (russ.)

— —. *Ursache des Hasses der Engländer gegen die slavischen Völker.* Kiew 1877. (russ.)

— —. *Untersuchung über das grosse Sonnenjahr.* Kiew 1882. (russ.)

— —. *Wurzelwörterbuch der lateinischen Sprache.* Kiew 1871. (russ.)

— —. *Wurzelwörterbuch der hebräischen Sprache.* Kiew 1882. (russ.)

— —. *Wurzelwörterbuch der griechischen Sprache.* Th. 1. 2. Kiew 1869. 1872. (russ.)

— —. *Darstellung der Hauptgesetze der natürlichen und der beobachtend-mikroskopischen Astronomie, wie auch der astronomischen Meteorologie.* Th. 1. Kiew 1884. (russ.)

Latyschev, B. *Inscriptiones antiquae orae septentrionalis Ponti Euxini graecae et latinae.* Vol. I. Petropoli 1885. 4.

Nikitin, S. *Die Cephalopodenfauna der Jurabildungen.* St. Petersburg 1884. 4.

*Öfversigt af Kongl. Vetenskaps Akademiens Förhandlingar.* 1884. Årg. 41. N. 6—10. Stockholm 1884. 1885.

*Kongl. Vitterhets Historie och Antiquitets Akademiens Handlingar.* Deel 28. 1. Stockholm 1885.

*Bihang till K. Svenska Vetenskaps Akademiens Handlingar.* Bd. IX. Häft 1. 2. Stockholm.

*Acta Universitatis Lundensis.* — *Lunds Universitets Årsskrift.* T. XIX. 1882—83. T. XX. 1883—84. Lund 1882—84. 4.

*Scripta academica.* 37. Lund, Stockholm 1882—84. 8. & 4.

*Thèses et publications académiques 1884—85.*

*Lunds Universitets-Biblioteks Accessions-Katalog.* 1883. 1884. Lund. 1884. 1885.

*Entomologisk Tidskrift.* Utgifven af Jacob Spångberg. Årg. 3. Häft 3. 4. Stockholm 1884.

Mittag-Leffler, G. *Acta mathematica.* 6:1. Stockholm 1885. 4.

*Den Norske Nordhavs-Expedition 1876—1878.* N. XII. XIII. Zoologi. Christiania 1884. 1885. 4.

*Oversigt over det K. Danske Videnskabernes Selskabs Forhandlinger og dets Medlemmers Arbejder i Aaret 1884.* N. 3. 1885. N. 1. Kjobenhavn.

*Vidensk. Selsk. Skrifter. Raekke VI. Naturvidenskabelig og mathematisk Afd.* Bd. I. 7. 11. Kjobenhavn 1885. 4.

*Libri memoriales capituli Lundensis.* Heft 1. Kjøbenhavn 1884.
*Regesta diplomatica historiae Danicae.* Ser. II. T. I. IV. Kjøbenhavn 1885. 4.

*Bijdragen tot de Dierkunde uitgegeven door het Genootschap Natura Artis Magistra, te Amsterdam.* Afl. 11. Amsterdam 1884. 4.
*Naam- en Zaakregister op de Verslagen en Mededeelingen der K. Akademie van Wetenschappen. Afd. Natuurkunde.* Reeke II. D. I—XX. Amsterdam 1884.
*Processen-Verbaal. Afd. Natuurkunde. Mai 1883—Maart 1884.* Amsterdam 1884.
*Petri Esseiva Juditha.* Amsterdam 1884.
*Nederlandsch Meteorologisch Jaarboek voor 1884.* Jaarg. 36. Utrecht 1885. 4.
*Archives Néerlandaises des Sciences exactes et naturelles.* T. XIX. Livr. 4. 5. Harlem 1884.
*Annales de l'École polytechnique de Delft.* Livr. 2. Leide 1885. 4.
*Realia. — Register op de Generale Resolutien van het Kasteel Batavia.* 1632—1805. Deel II. 's Hage 1885. 4.
*Bijdragen tot de Taal-, Land- en Volkenkunde van Nederlandsch-Indie.* Volg. IV. Deel X. St. 3. 's Gravenhage 1885.
Schlegel, G. *Nederlandsch-Chineesch Woordenboek.* Deel I. Afl. II. Leiden 1885.
Verbeek, R. D. M. *Krakatau.* P. I. Batavia 1885.
Haga, A. *Nederlandsch Nieuw Guinea en de Papoesche Eilanden.* Deel I. II. Batavia 1884.
*Notulen van de Allgemeene en Bestuurs-Vergaderingen van het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen.* Deel XXII. Afl. 2. 3. Batavia 1884.
*Tijdschrift voor Indische Taal-, Land- en Volkenkunde.* Deel XXIX. Afl. 5. 6. Batavia 1884.

*Bulletin de l'Académie Royale des Sciences.* Année 54. Ser. 3. T. IX. N. 2. 3. 4. Bruxelles 1885.
*Bulletin du Musée Royal d'Histoire naturelle de Belgique.* T. II. 1883. N. 1. T. III. N. 3. 4. Bruxelles 1884—85.
*Extrait du Bulletin du Musée Royal d'Histoire naturelle de Belgique.* T. IV. 1885. (A. Dubois. *Revue des Oiseaux observés en Belgique*). Bruxelles 1885.
*Musée R. d'Histoire naturelle de Belgique. Service de la Carte géologique du Royaume. Feuilles de Modave, de Virton, de Ruette, de Lamorteau, de Landen, de St. Trond, de Heers et texte explicatif.* Bruxelles 1884.
*Annales de la Société entomologique de Belgique.* T. XXVIII. T. XXIX. P. 1. Bruxelles 1884. 1885.
*Annales de la Société géologique de Belgique.* T. X. et Tables générales des Tomes I à X. Liège 1882—1883.
Montigny, Ch. *De l'accord entre les indications des Couleurs dans la scintillation des Étoiles.* Bruxelles 1885. Extr.
Willems, P. *Le Sénat de la République romaine.* Appendices du T. I. et Registres. Louvain 1885.

*Beiträge zu einer geologischen Karte der Schweiz.* Bl. 18. z. XXI. Lfg. Bern 1885. 1 Bl. Fol.
*XIV. Jahresbericht der hist. antiq. Gesellschaft von Graubünden.* Jahrg. 1884. Chur 1885.
*Bulletin de la Société Vaudoise des Sciences naturelles.* Sér. II. Vol. XX. N. 91. Lausanne 1885.
*Mémoires de la Société de Physique et d'Histoire naturelle de Genève.* T. XVIII. Part. 2. Genève 1883—84. 4.
Plattner, P. *Die Räteis von Simon Lemnius. Schweizerisch-Deutscher Krieg von 1499.* Chur 1874.

*Boletin de la Real Academia de la Historia.* T. VI. Cuad. III. V. 1885. T. VII. Extr. 4. Madrid 1885.

*Resumen de las Observaciones meteorológicas efectuadas en la Peninsula y algunas de sus Islas adyacentes durante los años 1876, 1877, 1878, 1879 y 1880, 1882, ordenado y publicado por el Observatorio de Madrid.* 1883. 1884.

*Observaciones meteorológicas efectuadas en el Observatorio de Madrid durante el año 1876, 1877, 1878, 1879, 1880, 1881.* Madrid 1878. 1879. 1881. 1882. 1883.

*Anuario del Observatorio de Madrid.* Año XVIII. 1880. Madrid 1879.

Meyer, A. B. *Catalogo de los Peces recolectados en el Archipiélago de las Indias orientales durante los años 1870 á 1873.* Madrid 1884. Sep. Abdr.

*Communicações da Secção dos Trabalhos geologicos de Portugal.* T. I. Fasc. 1. Lisboa 1885.

*Section des travaux géologiques du Portugal. — Description de la Faune jurassique du Portugal. — Mollusques lamellibranches* par P. Choffat. Lisbonne 1885. 4.

*Sociedade Broteriana.* — Boletim Annual III. Fasc. 1. 1884. Coimbra 1885.

de Freitas, E. A. *Da Imitação de Christo. Quatro livros transladados de Latim.* Lisboa 1884.

Abreu, E. *Algumas fumigações a carga do vapor alemão »Rosario«.* Lisboa 1885.

Ἀστὴρ τοῦ Πόντου. Ἔτος α΄. Τεῦχος 11. 13. 15. 18. 19. ἐν Τραπεζοῦντι 1885.

Ἐφημερὶς ἀρχαιολογική. Περίοδος τρίτη 1884. Τεῦχος τεταρτον. ἐν Ἀθήναις 1885. 4.

Ἀναγραφὴ τῶν κατὰ τὸ ἀκαδημαϊκὸν ἔτος 1884—85. διδαχθησομένων μαθημάτων. Ἐν Ἀθήναις 1884.

Κωνσταντῖνος N. Κωστῆς, περὶ ἀδικήματος καὶ ποινῆς ἐν τῇ ἀρχαίᾳ ἑλληνικῇ τραγῳδίᾳ λόγος. Ἀθήνησι 1885.

Παναγιώτης Γ. Κυριακός, Τὰ κατὰ τὴν τεσσαρακοστὴν τετάρτην πρυτανείαν τοῦ ἐθνικοῦ πανεπιστημίου. Ἐν Ἀθήναις 1884.

*Analele Academiei Romane.* Ser. II. T. VI. 1883—1884. Sectiunea I. Bucuresci 1884. 4.

*Academia Romana.* — Stefanescu, G. *Entomologia Romàna.* Bucuresci 1885. 4.

*Der Bote der serbischen gelehrten Gesellschaft.* Bd. 60. 61. Belgrad 1885. (serb).

*Memoirs of the National Academy of Sciences.* Vol. II. 1883. Washington 1884. 4.

*The American Journal of Science.* Vol. XXIX. N. 172. 173. 174. New Haven 1885.

*Proceedings of the American Philosophical Society.* Vol. XXI. N. 116. Philadelphia 1884.

*Register of Papers published in the Transactions and Proceedings of the American Philosophical Society.* Compiled by H. Phillips. Philadelphia.

*Proceedings of the Academy of the Natural Sciences of Philadelphia.* 1885. P. I. Philadelphia 1885.

*American Chemical Journal.* Vol. VI. N. 6. 7. Baltimore 1885.

*American Journal of Mathematics.* Vol. VII. N. 3. Baltimore 1885. 4.

*American Oriental Society.* Proceedings at Baltimore, October 1884. Baltimore 1884.

*The American Journal of Philology.* Vol. VI. 1. Baltimore 1885.

*Johns Hopkins University Circulars.* Vol. IV. N. 38. Baltimore 1885. 4.

*Report of the Superintendent of the U. S. Coast and Geodetic Survey showing the progress of the work during the fiscal year ending with June 1883.* P. I. II. Washington 1884. 4.

*Annual Report of the Chief Signal Officer to the Secretary of War for the year 1883.* Washington 1884.

*Third Annual Report of the U. S. Geological Survey to the Secretary of the Interior 1881—82.* By J. W. Powell. Washington 1883. 4.

*Monographs of the U. S. Geological Survey.* Vol. III. Washington 1882. 4.

Becker, G. F. *Atlas to accompany the Monograph of the Geology of the Comstock Lode and the Washoe District.* Washington 1882. gr. Fol.

*Annals of the Astronomical Observatory of Harvard College.* Vol. XIV. P. II. Cambridge 1885. 4.

*Thirty-ninth Annual Report of the Director of the Astronomical Observatory of Harvard College.* By E. C. Pickering. Cambridge, Mass. 1885.

Pickering, E. C. *Observations of variable Stars in 1884.* Sepr. Abdr.

*Journal of the Cincinnati Society of Natural History.* Vol. VIII. N. 1. Cincinnati 1885.

*Bulletin of the Minnesota Academy of Natural Sciences. — Minneapolis, Minn.* Vol. II. N. 4. and Appendix. Winona 1883.

*Annual Reports of the Trustees of the Peabody Academy of Science.* 1874 to 1884. Salem 1885.

*Report of the Second Geological Survey of Pennsylvania.* A. $A^2$. AC. AC Atlas. AA. AAA Atlas (1). A A Atlas (2). = 7 Vols. J. G. $G^2$. $G^3$. $G^4$. $G^5$. $G^6$. $G^7$. H. $H^2$. $H^3$. $H^4$. $H^5$. $H^6$. & $H^7$. = 15 Vols. Harrisburgh 1874—1884.

Powell, J. W. *Second Annual Report of the Bureau of Ethnology to the Secretary of the Smithsonian Institution 1880—81.* Washington 1883.

*Bulletin of the California Academy Sciences.* N. 2. 3. San Francisco 1885.

*Selections from the Poems of Alexander Petöfi* transl. by Henry Phillips. Philadelphia 1885.

Genth, F. A. and vom Rath, G. *On the Vanadates and Jodyrite, from lake Valley, Sierza Co., New Mexico.* Pennsylvania 1885. Sep. Abdr.

*Boletin de la Academia Nacional de Ciencias en Córdoba.* T. VIII. Entr. 4. Buenos Aires 1885.

*Observatorio Nacional Argentino. — Introduccion al Tomo V.* Córdoba 1885. 4.

---

## DRITTES VIERTELJAHR.

*Leopoldina. Amtliches Organ der K. Leop. Carol. Deutschen Akademie der Naturforscher.* Heft XXI. N. 11—16. Halle a. S. 1885. 4.

*Abhandlungen der historischen Classe der K. Bayerischen Akademie der Wissenschaften.* Bd. XVII. Abth. II. München 1885. 4.

*Monumenta Tridentina.* Heft 2. München 1885. 4.

Oertel, K. *Astronomische Bestimmung der Polhöhen auf den Punkten Irschenberg, Höhensteig und Kampenwand.* München 1885. 4.

*Abhandlungen der math.-phys. Classe der K. Sächs. Gesellschaft der Wissenschaften.* Bd. XIII. N. II. III. IV. Leipzig 1884. 1885.

*Abhandlungen der philos.-hist. Classe der K. Sächs. Gesellschaft der Wissenschaften.* Bd. X. N. 1. Leipzig 1885.

*Berichte über die Verhandlungen der K. Sächs. Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig. — Math.-physikalische Classe.* 1884. I. II. 1885. I. II. — *Philol.-hist. Classe.* 1884. I. II. III. IV. 1885. I. II. Leipzig 1884. 1885.

*Preisschriften. Gekrönt und herausgegeben von der Fürstlich Jablonowski'schen Gesellschaft zu Leipzig.* — XXV. E. Hasse. *Geschichte der Leipziger Messen.* Leipzig 1885.

*Berichte der Deutschen Chemischen Gesellschaft.* Jahrg. XVIII. N. 10. 11. Berlin 1885.

*Zeitschrift für Naturwissenschaften.* Bd. LVIII. 4. Folge Bd. IV. Heft 1. 2. 3. Halle a. S. 1885.

*Elektrotechnische Zeitschrift.* Jahrg. VI. 1885. Heft VII. Berlin 1885.

*Zeitschrift des K. Preuss. Statistischen Büreaus.* Jahrg. XXV. 1885. Heft I. II. III. Berlin 1885. 4.

*Preussische Statistik.* LXXX. Berlin 1885. 4.

*Landwirthschaftliche Jahrbücher.* Bd. XIV. (1885.) Heft 3. 4 und Suppl. II. Berlin 1885.

*Jahresbericht des Physikalischen Vereins zu Frankfurt am Main für das Rechnungsjahr 1883—1884.* Frankfurt a. M. 1885.

*Neues Lausitzisches Magazin.* Bd. 61. Heft 1. Görlitz 1885.

*Schriften der physikalisch-ökonomischen Gesellschaft zu Königsberg i. Pr.* Jahrg. XXV. 1884. Abth. 1. 2. Königsberg 1884. 1885. 4.

*33. Jahresbericht der Naturhistorischen Gesellschaft zu Hannover für das Geschäftsjahr 1882—1883.* Hannover 1884.

*62. Jahres-Bericht der Schlesischen Gesellschaft für vaterländische Cultur.* Breslau 1885.

*Verhandlungen des Naturhistorischen Vereines der preuss. Rheinlande, Westfalens und des Reg. Bezirks Osnabrück.* Jahrg. 42. V. Folge: Jahrg. 2. Hälfte 1. Bonn 1885.

*Autoren- und Sachregister zu Bd. 1—10 (Jahrg. 1844—1883) der Verhandlungen des naturhistorischen Vereins der preuss. Rheinlande und Westphalens.* Bonn 1885.

*Schriften der Naturforschenden Gesellschaft in Danzig.* N. F. Bd. VI. Heft 2. Danzig 1885.

*13. 14. 15. Jahresbericht des Naturwissenschaftlichen Vereins zu Magdeburg.* 1882. 1883. 1884. Nebst den Sitzungsberichten. Magdeburg 1885.

*Neues Archiv der Gesellschaft für ältere deutsche Geschichte.* Bd. X, Heft 3. Bd. XI, Heft 1. Hannover 1885.

*Sitzungsberichte der Naturforschenden Gesellschaft zu Leipzig.* Jahrg. XI. 1884. Leipzig 1885.

*Atlas zur Zeitschrift für das Berg-, Hütten- und Salinen-Wesen im Preussischen Staate.* Bd. XXXIII. Taf. XII—XX. XXV—XXVI. Berlin 1885. Fol.

*Schriften des Naturwissenschaftlichen Vereins für Schleswig-Holstein.* Bd. VI. Heft 1. Kiel 1885.

*Dekaden- und Monatsbericht des Königl. sächs. meteorol. Institutes vom Aug.—December 1884* nebst Beilage und 5 Karten. Chemnitz. 4.

*Bulletin mensuel de la Société des Sciences, Agriculture et Arts de la Basse-Alsace.* T. XIX. 1885. Fasc. Juin. Juillet. Strassburg 1885.

*Jahreshefte des Vereins für vaterländische Naturkunde in Württemberg.* Jahrg. 41. Stuttgart 1885.

*Ergebnisse der Beobachtungsstationen an den deutschen Küsten über die physikalischen Eigenschaften der Ostsee und Nordsee und die Fischerei.* Jahrg. 1884. Heft IV—IX. Berlin 1885. 4.

*Mittheilungen der Deutschen Gesellschaft für Natur- und Völkerkunde Ostasiens.* Heft 32. Mai 1885. Berlin. 4.

*Vierteljahrsschrift der Astronomischen Gesellschaft.* Jahrg. XX. Heft 1. 2. Leipzig 1885.

*Astronomische Nachrichten.* Bd. 111. Kiel 1885. 4.

*Astronomisch-geodätische Arbeiten in den Jahren 1883 und 1884.* (Publication des K. Preuss. Geodätischen Instituts.) Berlin 1885. 4.

Seibt, W. *Das Mittelwasser der Ostsee bei Travemünde.* (Publication des K. Preuss. Geodätischen Instituts.) Berlin 1885. 4.

*Monumenta Germaniae historica.* Auctorum antiquissimorum T. VII. — M. F. Ennodi Opera rec. Fr. Vogel. Berolini 1885. 4.

*Scriptorum rerum Merovingicarum* T. I. P. II. Gregorii Turonensis Opera. Ed. W. Arndt et Br. Krusch. Hannoverae 1885. 4.

*Bullettino dell' Instituto di Corrispondenza archeologica per l'anno 1884.* Roma 1884.

*Annali dell' Instituto.* Vol. LVI. Roma 1884.

*Memorie dell' Instituto di Corrispondenza archeologica. 1884.* Vol. XII. Tav. I—XII. Roma 1885. Fol.

*Ephemeris epigraphica corporis inscriptionum latinarum Supplementum.* Vol. VI. Romae 1885.

*Mittheilungen des Deutschen Archäologischen Institutes in Athen.* Bd. X. Heft 2. Athen 1885.

*Mittheilungen aus der Zoologischen Station zu Neapel.* Bd. VI. Heft 2. Berlin 1885.

*Katalog der Bibliothek der K. Technischen Hochschule zu Berlin.* Berlin 1885.

*Königliche Museen zu Berlin.* Verzeichniss der antiken Skulpturen. Mit Ausschluss der Pergamenischen Fundstücke· Berlin 1885.

*Schimper, A. F. W. *Untersuchungen über die Chlorophyllkörper und die ihnen homologen Gebilde.* Berlin 1885. Sep. Abdr.

*Weber, A. *Indische Studien.* Bd. XVII. Heft 2. 3. Leipzig 1885. 2 Ex.

*Euting, J. *Nabatäische Inschriften aus Arabien.* Berlin 1885. 4. 2 Ex.

Kölliker, A. *Stiftchenzellen in der Epidermis von Froschlarven.* Würzburg 1885. Sep. Abdr.

Imhoof-Blumer, F. *Portraitköpfe auf antiken Münzen hellenischer und hellenisirter Völker.* Leipzig 1885. 4.

Fleischer, H. L. *Kleinere Schriften.* Bd. I. Th. 1. 2. Leipzig 1885.

*Autolyci de sphaera quae movetur liber. De Ortibus et Occasibus libri duo.* Instr. Fr. Hultsch. Lipsiae 1885.

*Briefwechsel zwischen Dobrowsky und Kopitar (1808—1828).* Herausgegeben von V. Jagić. Berlin 1885.

von Richthofen, F. *Atlas von China.* Abth. I. *Das nördliche China.* Berlin 1885. Fol.

v. Reumont, A. *Fabio Chigi — Papst Alexander VII. — in Deutschland (1639—1631).* Aachen 1885. Sep. Abdr.

v. Reumont, A. *Carlo Witte.* Firenze 1885. Sep. Abdr.

*Justus Perthes in Gotha. 1785—1885.* Gotha 1885. 4.

Hirth, F. *China and the Roman Orient.* Leipsic and Munich 1885.

Fiedler, W. *Die darstellende Geometrie in organischer Verbindung mit der Geometrie der Lage.* 3. Aufl. Th. 1. 2. Leipzig 1883. 1885.

Fiedler, W. *Geometrische Mittheilungen.* Zürich 1884. Sep. Abdr.

Winkler, H. *Das Uralaltaische und seine Gruppen.* Lief. 1. 2. Berlin 1885.

Anderlind, L. *Der Einfluss der Gebirgswaldungen im nördlichen Palästina auf die Vermehrung der wässerigen Niederschläge daselbst.* 1885. Sep. Abdr.

Ohlenschlager, F. *Sage und Forschung.* Akademische Festrede. München 1885. 4.

Hunfalvy, P. und Heinrich, G. *Ungarische Revue.* 1884. Heft VIII. IX. X. Leipzig 1884.

Lehmann, J. *Untersuchungen über die Entstehung der altkrystallinischen Schiefergesteine.* Bonn 1884.

*Verhandlungen der K. K. geologischen Reichsanstalt.* 1885. N. 1—7. Wien 1885.

*Jahrbuch der K. K. geologischen Reichsanstalt.* Jahrg. 1885. Bd. XXXV. Heft 1. Wien 1885.

*Verhandlungen der K. K. zoologisch-botanischen Gesellschaft in Wien.* Jahrg. 1885. Bd. XXXV. Halbjahr 1. Wien 1885.

*Berichte des naturwissenschaftlich-medizinischen Vereines in Innsbruck.* XIV. Jahrg. 1883/84. Innsbruck 1884.

*Archivio Trentino.* Anno IV. Fasc. 1. Trento 1885.

*Magnetische und meteorologische Beobachtungen an der K. K. Sternwarte zu Prag im Jahre 1884.* Jahrg. 45. Prag 1885. 4.

*Öffentliche Vorlesungen an der K. K. Universität zu Wien im Winter-Semester 1885/86.* Wien 1885. 4.

*Programm der K. K. Berg-Akademie in Leoben für das Studienjahr 1885/86.* Wien 1885.

*Verhandlungen und Mittheilungen des Siebenbürgischen Vereins für Naturwissenschaften in Hermannstadt.* Jahrg. XXXV. Hermannstadt 1885.

*Archiv des Vereins für siebenbürgische Landeskunde.* N. F. Bd. XX. Heft 1. Hermannstadt 1885.

*Programm des evang. Gymnasiums A. B. in Schässburg und der damit verbundenen Lehranstalten.* Zum Schlusse des Schuljahres 1884/85 veröffentlicht vom Director DANIEL HÖHR. Schässburg 1885. 4.

*43. Bericht über das Museum Francisco-Carolinum.* Linz 1885.

VON BORCH, L. *Über die Entstehung des Titels Romanorum Rex.* Innsbruck 1883.

*Ungarische Revue.* Herausgegeben von P. HUNFALVY und GUSTAV HEINRICH. 1885. Heft VII. Budapest.

*Rad Jugoslavenske Akademije znanosti i umjetnosti.* Knjiga LXXII. LXXIV—LXXVI. Zagrebu 1885.

*Philosophical Transactions of the Royal Society of London.* Vol. 175. P. I. II. London 1884. 1885. 4.

*Proceedings of the Royal Society.* Vol. XXXVII. XXXVIII. N. 232—238. London 1884. 1885.

*The Royal Society, 1st December 1884.* London 1884. 4.

*Proceedings of the Royal Institution of Great Britain.* Vol. XI. P. I. N. 78. London 1885.

*Report of the 54th meeting of the British Association for the Advancement of Science; held at Montreal in August and September 1884.* London 1885.

*Proceedings of the scientific Meetings of the Zoological Society of London for the year 1885.* P. I. II. London 1885.

*Transactions of the Zoological Society of London.* Vol. XI. Part 10. London 1885. 4.

*Monthly Notices of the Royal Astronomical Society.* Vol. XLV. N. 8. London 1885.

*Journal of the Chemical Society.* N. CCLXXII. London 1885.

*Abstracts of the Proceedings of the Chemical Society.* N. 11. Session 1884—85. London 1885.

*The Quarterly Journal of the Geological Society.* Vol. XLI. P. 3. N. 163. London 1885.

*Proceedings of the London Mathematical Society.* N. 240—242. London 1885.

*Proceedings of the Royal Geographical Society and Monthly Record of Geography.* Vol. VII. N. 7. London 1885.

*Proceeding of the Philosophical Society of Glasgow. 1884—1885.* Vol. XVI. Glasgow 1885.

*Dun Echt Observatory Publications.* Vol. III. Dun Echt, Aberdeen 1885. 4.

HOOKER, J. D. *The Flora of British India.* P. XII. London 1885.

*The Voyage of H. M. S. Challenger.* Botany. Vol. I. London 1885. 4.

TOPLEY, W. *The National Geological Surveys of Europe.* London 1885. Extr.

SALMON, G. *Lessons introductory to the modern higher Algebra.* 4. Edit. Dublin 1885.

FLOWER, W. H. *List of the specimens of Cetacea in the Zoological Department of the British Museum.* London 1885.

SMELLIE, TH. D. *Ocean and air currents.* Glasgow 1885.

*The Journal of the Bombay Branch of the Royal Asiatic Society.* Extra Number. Vol. XVII. N. XLIV. Bombay 1884.

*A Catalogue of Sanskrit Manuscripts in the Library of the Decan College, with an Index.* Bombay 1884. Fol.

*Memoirs of the Geological Survey of India. — Palaeontologia Indica.* Ser. IV. Vol. I. P. 4. Ser. X. Vol. III. P. 5. Ser. XIII. I. Fasc. 1. 2. Calcutta 1884. 1885. 4.

*Memoirs of the Geological Survey of India.* Vol. XXI. P. 1. 2. Calcutta 1884.

*Records of the Geological Survey of India.* Vol. XVIII. P. 3. 1885. Calcutta 1885.

NEVILL, G. *Hand-List of Mollusca in the Indian Museum, Calcutta.* P. II. Calcutta 1884.

OPPERT, G. *Lists of Sanskrit Manuscripts in Private Libraries of Southern India.* Vol. II. Madras 1885.

NORMAN R. POGSON. *Telegraphic determinations of difference of longitude.* Madras 1884. 4.

*Magnetical Observations made at Observatory at Madras in the years 1851—1855.* Madras. 1884. 4.

ELLIOT, M. *Magnetical Observations made at the Magnetical Observatory at Singapore in the years 1841—1845.* Madras 1851. 4.

*The Madras University Calendar.* 1885—1886. Vol. I. II. Madras 1885.

*Janam Sákhi or the biography of Guru Nának, founder of the Sikh religion.* Dehra Dun 1885.

*The Canadian Record of Science.* Vol. I. N. 2. 3. Montreal 1885.

*Proceedings of the Canadian Institute. Toronto.* Ser. III. Vol. III. Fasc. 2. Toronto 1885.

*Journal and Proceedings of the Hamilton Association. 1882—1883.* Vol. I. P. I. Hamilton. Canada 1884.

*The Proceedings of the Royal Society of Queensland. 1884.* Vol. I. P. II. III. IV. Brisbane 1884. 1885.

*Comptes rendus hebdomadaires des Séances de l'Académie des Sciences.* 1885. Sem. I. T. C. N. 25. 26. Sem. II. T. CI. N. 1—11 et Tables des *Comptes rendus des Séances 1884.* Sem. II. du Tome XCIX. Paris 1885. 4.

*Bulletin de la Société géologique de France.* Sér. III. T. XIII. N. 1—5. Paris 1885.

*Compte rendu de la Société de Géographie.* 1885. N. 13. 14. 15. Paris.

*Bulletin de l'Académie de Médecine.* Sér. II. T. XIV. N. 25—37. Paris 1885.

*Bulletin de la Société philomatique de Paris.* Sér. VII. T. IX. N. 2. Paris 1885.

*Bulletin de la Société mathématique de France.* T. XIII. N. 4. 6. Paris 1885.

*Annales des Ponts et Chaussées.* — Mémoires et documents. Sér. VI. Année V. Cah. 7. Paris 1885.

*Annales du Musée Guimet. — Revue de l'histoire des réligions.* Année V. VI. N. S. T. XI. N. 1. 2. Paris 1885.

*Bulletin de la Société zoologique de France pour l'année 1885.* Année X. N. 1. Paris 1885.

*Revue scientifique.* Sér. III. Année V. Sem. I. N. 26. Sem. II. N. 1—12. Paris 1885. 4.

*Polybiblion. Revue bibliographique universelle.* Part. litt. Sér. II. T. XXII. Livr. 1. 2. Part. techn. Sér. II. T. XI. Livr. 7. 8. Paris 1885.

*Mémoires de la Société Nationale des Sciences naturelles et mathématiques de Cherbourg.* T. XXIV. (Sér. III. T. IV.) Paris et Cherbourg 1884.

LE JOLIS, A. *Catalogue de la Bibliothèque de la Société Nationale des Sciences naturelles de Cherbourg.* Part. 2. Livr. 3. Cherbourg 1883.

*Mémoires de l'Académie des Sciences de Lyon. — Classe des Sciences.* Vol. XXVII. — *Classe des Lettres.* Vol. XXI. XXII. Paris-Lyon 1884. 1885.

*Bulletin d'Histoire ecclésiastique et d'archéologie réligieuse des Diocèses de Valence, Digue etc.* Année V. Livr. 1—4. Montbéliard 1884—1885.

*Bulletin de la Société de Géographie commerciale de Bordeaux.* Année 8. Sér. II. N. 13. 14. Bordeaux 1885.

*Union géographique du Nord de la France. Siège à Douai.* Bulletin. Année VI. N. 2. 1885.

CAUCHY, A. *Oeuvres complètes.* Sér. I. T. V. Paris 1885. 4.

VIVIEN DE SAINT-MARTIN. *Nouveau Dictionnaire de Géographie universelle.* Fasc. 28. Paris 1885. 4.

BORNET, E. 2 Extr. Paris 1885.

MILLARDET, A. *Histoire des principales variétés et espèces de Vigne d'origine américaine qui résistent au Phylloxera.* Paris 1885. 4.

*La Germanie. Explorée et relevée à l'époque d'Auguste. (d'Auguste à Trajan.)* Croquis par E. F. Berlioux. Lyon 1885. Fol. 3 Ex.

Pirmez, O. *Jours de Solitude.* Paris 1883.

Humbert, G. *Thèses présentées à la faculté des Sciences de Paris pour obtenir le grade de Docteur ès sciences mathématiques.* Paris 1885. 4.

Hirn, G. A. *Notice sur les lois du frottement.* Paris 1884. 4. Extr.

*Atti della Reale Accademia dei Lincei.* Anno CCLXXII. 1884—1885. Ser. IV. Rendiconti. Vol. I. Fasc. 13—18. Roma 1885.

*Accademia Pontificia de' Nuovi Lincei.* Anno XXXVIII. Sessione V—VII[a] (1885). Roma 1885.

*Atti della Reale Accademia di Scienze morali e politiche di Napoli.* Vol. XIX. Napoli 1885.

*Memorie della Accademia delle Scienze dell' Istituto di Bologna.* Ser. IV. T. V. Bologna 1885.

*Giornale di Scienze naturali ed economiche.* Pubblicato per Cura della Società di Scienze naturali ed economiche di Palermo. Vol. XVI. (Anno 1883—84.) Palermo 1884. 4.

*Annuario della R. Scuola superiore d'Agricoltura in Portici.* Vol. IV. 1884. Fasc. 4 ed ultimo. Napoli 1885.

*Giornale della Società di Letture e Conversazioni scientifiche di Genova.* Anno IX. Sem. 2. P. I. II. III. Genova 1885.

*Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino.* Vol. XX. Disp. 6. Torino 1885.

*Bullettino della Società Veneto-Trentina di Scienze naturali.* T. III. N. 3. Padova 1885.

*Osservazioni meteorologiche fatte al R. Osservatorio del Campidoglio dal Luglio al Dicembre 1884.* Roma 1885. 4.

*Rendiconti del Circolo matematico di Palermo.* Marzo 1884—Marzo 1885. Palermo 1885.

Boncompagni, B. *Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze matematiche e fisiche.* T. XV. Indice degli Articoli e dei Nomi. T. XVII. Settembre 1884. Nov. 1884. Roma 1882. 1884. 4.

*Atti della Commissione ministeriale per lo studio e la compilazione di un progresso di legge sulla Estradizione.* Roma 1884. 4.

del Pezzo, P. *Sulle quadriche polari reciproche di sè stesse rispetto ad un' altra.* Napoli 1885. 4. Estr.

Chiappelli, L. *La glossa Pistoise al Codice Giustiniano.* Torino 1885. 4.

Fiorentino, Fr. *Il risorgimento filosofico nel Quattrocento.* Napoli 1885.

Maltese, F. *Cielo.* Vittoria (Sicilia) 1885.

*Acta Horti Petropolitani.* T. VIII. Fasc. 3. T. IX. Fasc. 1. St. Petersbourg 1884.

*Sammlung der K. Russischen historischen Gesellschaft. (Pol. Correspondenz der Kaiserin Catharina II.)* Bd. 48. St. Petersburg 1885. (russ.)

*Correspondance politique de l'Impératrice Cathérine II.* St. Pétersbourg 1885.

*Universitäts-Nachrichten.* 1885. Jahrg. XXV. N. 5. 6. Kiew 1885.

Regel, E. *Descriptiones plantarum novarum et minus cognitarum.* Fasc. VIII. Suppl. IX et Supplementum ad fasc. VII. Petropoli 1880. 1883. 1884.

*Materialien für die Geologie des Kaukasus. Untersuchungen in den Jahren 1879, 1880 1881 und 1883.* Herausgegeben von der Verwaltung der Berg-Abtheilung in und für den Kaukasus. Tiflis 1885.

Hildesheimer, L. *Alphabetisches Verzeichniss der sich in J. Schmidt's Mondcharte befindlichen Objecte.* Odessa 1885.

Mielberg, J. *Beobachtungen der Temperatur des Erdbodens im Tifliser Physikalischen Observatorium im Jahre 1881.* Tiflis 1885.

Mielberg, J. *Meteorologische Beobachtungen des Tifliser Physikalischen Observatoriums im Jahre 1883. 1884.* Tiflis 1885.

— —. *Magnetische Beobachtungen des Tifliser Physikalischen Observatoriums im Jahre 1883.* Tiflis 1885.

v. Kokscharow, N. *Materialien zur Mineralogie Russlands.* Bd. IX. (S. 81—272.) St. Petersburg 1885.

*Acta Societatis scientiarum Fennicae.* T. XIV. Helsingforsiae 1885. 4.

*Öfversigt af finska Vetenskaps-Societetens Förhandlingar.* 1883—1884. Helsingfors 1884.

*Bidrag till kännedom af Finlands Natur och Folk.* Utgifna af Finska Vetenskaps-Societeten. Häft 39—42. Helsingfors 1884. 1885.

*Nova Acta Regiae Societatis scientiarum Upsaliensis.* Serie III. Vol. XII. Fasc. 11. Upsaliae 1885. 4.

Hildebrand Hildebrandsson, H. *Bulletin mensuel de l'Observatoire météorologique de l'Université d'Upsal.* Vol. XVI. Année 1884. Upsal 1884—1885. 4.

*K. Vitterhets Historie och Antiquitets Akademiens Månadsblad.* Årg. 13. 1884. Stockholm 1884—1885.

Mittag-Leffler, G. *Acta mathematica.* 5 : 4. 6 : 2. 3. 4. Stockholm 1884. 1885. 4.

*Forhandlinger i Videnskabs-Selskabet i Christiania.* 1884. 1—6. 2 Ex. 1885. 1. 3. 5—8. 10. Christiania 1885.

*Publicationen der Norwegischen Commission der Europäischen Gradmessung.* Geodätische Arbeiten. Heft IV. Christiania 1885. 4. — Vandstandsobservationer Heft 3. Christiania 1885. 4.

Kjerulf, Th. *Grundfjeldsprofilet ved Mjøsens sydende.* Kristiania 1885. Sep. Abdr.

*Bijdragen tot de Dierkunde uitgegeven door het Genootschap Natura Artis Magistra te Amsterdam.* Afl. 12. Amsterdam 1885. 4.

*Nederlandsch Kruidkundig Archief.* Ser. II. Deel IV. St. 3. Nijmegen 1885.

de Groot, J. J. M. *Het Kongsiwezen van Borneo.* 'sGravenhage. 1885.

*Archives Néerlandaises des Sciences exactes et naturelles.* T. XX. Livr. 1. 2. Harlem 1885.

Jan Kops & F. W. van Eeden. *Flora Batava.* Afl. 269. 270. Leiden. 4.

*Bijdragen tot de Taal-, Land- en Volkenkunde van Nederlandsch-Indie.* Volg IV. Deel X. St. 3. 'sGravenhage 1885.

*Regenwaarnemingen in Nederlandsch-Indie.* Jahrg. 6. 1884. Batavia 1885.

*Recueil des Mémoires et des travaux publiés par la Société botanique du Grand-Duché de Luxembourg.* N. IX—X. 1883—1884. Luxembourg 1885.

*Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de Belgique.* T. XLV. Bruxelles 1884. 4.

*Mémoires couronnés et Mémoires des Savants étrangers publiés par l'Académie R. des Sciences de Belgique.* T. XLV. XLVI. Bruxelles 1883. 1884. 4.

*Mémoires couronnés et autres mémoires publiés par l'Académie R. des Sciences de Belgique.* Collection in 8°. T. XXXVI. Bruxelles 1884.

*Bulletin de l'Académie Royale des Sciences de Belgique.* Année 54. Sér. III. T. IX. N. 5. 6. T. X. N. 7. Bruxelles 1885.

*Biographie Nationale.* Publiée par l'Académie R. des Sciences de Belgique. T. VIII. Fasc. 1. 2. Bruxelles 1883. 1884.

*Annales du Musée Royal d'histoire naturelle de Belgique.* T. IX. XI. Texte et Planches. Bruxelles 1885. Fol.

*Extrait du Bulletin du Musée Royal d'histoire naturelle de Belgique.* T. III. 1884. (Purves, J. C. *Esquisse géologique de l'Ile d'Antigoa.)* Bruxelles.

*Annales du Musée Royal d'histoire naturelle de Belgique.* T. IX. Planches. P. IV. Bruxelles 1885. Fol.

*Mémoires de la Société Royale des Sciences de Liège.* Sér. II. T. XII. Bruxelles 1885.

*Collection des Chroniques Belges inédites. Cartulaire des Comtes de Hainaut* par L. Devilliers. T. II. Bruxelles 1883. 4.

*Correspondance du Cardinal de Granville 1565—1583* par Ch. Piot. T. IV. Bruxelles 1884. 4.

*Relations politiques des Pays-Bas et de l'Angleterre, sous le règne de Philippe II.*, par Kervyn de Lettenhove. T. IV. P. 3. Bruxelles 1885. 4.

*Mittheilungen der Naturforschenden Gesellschaft in Bern aus dem Jahre 1884.* Heft III. N. 1092—1101. 1885. Heft I. N. 1103—1118. Bern 1885.

*Verhandlungen der Schweizerischen Gesellschaft in Luzern.* 67. Jahresversammlung. Jahresbericht 1883/84. Luzern 1884.

*Annalen der Schweizerischen Meteorologischen Central-Anstalt 1883. — Der »Schweizerischen meteorologischen Beobachtungen«* 20. Jahrgang. Zürich 1884. 4.

*Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich.* Jahrg. 26—29. Zürich 1881—1884.

*Archives des Sciences physiques et naturelles.* 1884. Nov. et Dec. Genève 1884.

*Jahrbuch für Schweizerische Geschichte.* Bd. X. Mit einem Generalregister über Bd. I—X. Zürich 1885.

*Mittheilungen der antiquarischen Gesellschaft in Zürich.* Bd. XXI. Heft 6. Zürich 1885. 4.

*Bulletin de la Société Vaudoise des Sciences naturelles.* Ser. II. Vol. XXI. N. 92. Lausanne 1885.

Wolf, R. *Astronomische Mittheilungen.* LXIV. Zürich 1885.

*Boletin de la Real Academia de la Historia.* T. VI. Cuad. VI. Junio 1885. — T. VII. Cuad. I. II. III. Julio — Set. 1885. Madrid 1885.

*Memorias del Instituto geografico y estadistico.* T. V. Madrid 1884.

Pujazon, C. *Anales del Instituto y Observatorio de Marina de San Fernando.* Seccion 2ª. *Observaciones meteorologicas.* Año 1884. San Fernando 1885. 4.

*Boletim da Sociedade Broteriana.* III. Fasc. 2. 1884. Coimbra 1885.

*Section des Travaux géologiques du Portugal.* — Choffat, P. *Recueil des Monographies stratigraphiques sur le Système Crétacique du Portugal.* Prem. Étude. Lisbonne 1885. 4.

de Boaventura Martins Pereira, R. *La Rotation et le mouvement curviligne.* Lisbonne 1885. 4.

*Καταλογος των βιβλιων της εθνικης βιβλιοθηκης της* Ελλαδος. Τμημα *β'*. **Ελληνικη φιλολογια.** Εν Αθηναις 1884. 4.

*Αθηναιον συγγραμμα περιοδικον.* Jahrg. III—X. T. 3—10. Αθηνησιν 1875—1882.

Πινδαρου σχολια Πατμιακα. Αθηνησιν 1875.

Εφημερις αρχαιολογικη εκδιδομενη υπο της εν Αθηναις αρχαιολογικης εταιριας. **Περιοδος** τριτη. 1885. Τευχος πρωτον. Εν Αθηναις 1885. 4.

Ἀστὴρ τοῦ Πόντου. 24—27. Ἐν Τραπεζοῦντι 1885.

*Analele Academiei Romane.* Ser. II. T. VII 1884—1885. Sect. I. Partea administrativa si desbaterile. Bucuresci 1885. 4.

Petricejcu-Hasdeu, B. *Dictionarul limbei istoria si poporane.* Fasc. 1. Bucuresci 1885.
L. de Hurmuzaki. *Documente privitóre la Istoria Romanilor.* Suppl. I. Vol. II. 1781—1814. Bucuresci 1885. 4.
*Der Bote der serbischen gelehrten Gesellschaft.* Bd. 62. Belgrad 1885. (serb.)

*The American Journal of Science.* Vol. XXX. N. 175. New Haven 1885.
*The American Journal of Philology.* Vol. I.-VI, 2. Baltimore 1885.
*Eighteenth Annual Report of the Provost to the Trustees of the Peabody Institute of the City of Baltimore, June 1, 1885.* Baltimore 1885.
*American Oriental Society.* Proceedings at Boston, May, 1885. (Vol. XIII. pag. I—X(IV).
*Journal of the American Oriental Society.* Vol. XI. New Haven 1885.
*The Journal of the Cincinnati Society of Natural History.* Vol. VIII. N. 2. Cincinnati 1885.
*Bulletin of the Museum of comparative Zoölogy, at Harvard College.* Vol. XI. N. 11. Vol. XII. N. 1. Cambridge 1885.
*Proceedings of the American Philosophical Society.* Vol. XXII. N. 117—119. Philadelphia 1885.
*Transactions of the American Philological Association.* 1884. Vol. XV. Cambridge 1885.
*Bulletin of the United States Geological Survey.* N. 2—6. Washington 1883—1884.
*Iowa Weather Report for 1881.* 3 quart. Numb. 1882. 1 and 2 quart. Numb. 3 Biennial. — *Report of the Central Station of the Iowa Weather Service.* By G. Hinrichs. Des Moines 1882. 1883.
Hinrichs, G. *Bulletin of the Iowa Weather Service.* 1883. Central Station. Sep. Abdr.
— —. *The Seasons in Iowa and a Calendar for 1884.* Iowa City 1884.
— —. *Report of the Iowa Weather Service for the Months Sept. — Dec. 1882.* Des Moines. 1885.
*The Geological and Natural History Survey of Minnesota.* Annual Report 1. 7. 10. 11 12 for the years 1872. 1878. 1881. 1882. 1883. Minneapolis und St. Paul 1872. 1879. 1882. 1884.
*Monographs of the United States Geological States.* Vol. IV. V. Washington 1883. 4.
*United States of America: War Department. — Professional Papers of the Signal Service.* N. XIII. XV. Washington 1884. 4.
*American Journal of Mathematics.* Vol. VII. N. 4. Baltimore 1884. 4.
*Johns Hopkins University Circulars.* Vol. IV. N. 40. 41. Baltimore 1885. 4.
*Johns Hopkins University Studies in historical and political Science.* Ser. III. N. IV. V. VI. VII. VIII—X. — *Studies from the Biological Laboratory.* Vol. III. N. 3. Baltimore 1885.
Loomis, E. *Contributions to Meteorology.* New Haven 1885. 4.
Dana, J. D. *Origin of Coral Reefs and Islands.* 1885. Sep. Abdr.
Lewis, C. *Marginal Kamea.* Philadelphia 1885. Sep. Abdr.
Ashburner, Ch. A. 2 Sep. Abdr. Philadelphia 1884.

*El Ensayo medico.* Año II. T. I. N. 28. 29. Carácas 1884. 4.
Netto, L. *Conférence faite au Muséum National le 4 Novembre 1884.* Rio de Janeiro 1885.
*Annuaire statistique de la Province de Buénos Ayres.* Année III. 1883. Buenos Ayres 1885.

*Appendix to the Memoir N. 5 of Tôkiô Daigaku (Tôkiô University).* Tôkiô 1885.

---

## VIERTES VIERTELJAHR.

*Leopoldina. Amtliches Organ der K. Leop. Carol. Deutschen Akademie der Naturforscher.* Heft XXI. N. 17—20. Halle a. S. 1885. 4.

*Sitzungsberichte der philos. philol. und hist. Classe der K. b. Akademie der Wissenschaften zu München.* 1885. Heft III. München 1885.

*Bericht der historischen Commission bei der K. b. Akademie der Wissenschaften.* München 1885. 4.

*Abhandlungen der philol. hist. Classe der K. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften.* Bd. X. N. II. Leipzig 1885.

*Berichte über die Verhandlungen der K. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig. — Philol. hist. Classe.* 1885. III. Leipzig 1885.

*Vierteljahrsschrift der Astronomischen Gesellschaft.* Jahrg. XX. Heft 3. Leipzig 1885.

*Berichte der Deutschen Chemischen Gesellschaft.* Jahrg. 18. N. 13—17. Berlin 1885.

*Preussische Statistik.* LXXXII. LXXXV. Berlin 1884. 1885. 4.

*Zeitschrift für das Berg-, Hütten- und Salinen-Wesen im Preussischen Staate.* Bd. XXXIII. Heft 4 und Atlas. Bd. XXXIII. Taf. XXI—XXIV. Berlin 1885. 4. Fol.

*Ergebnisse der Beobachtungsstationen an den deutschen Küsten über die physikalischen Eigenschaften der Ostsee und Nordsee und die Fischerei.* Jahrg. 1884. Heft I—XII. Berlin 1886. 4.

*Berichte über die Verhandlungen der naturforschenden Gesellschaft zu Freiburg i. B.* Bd. VIII. Heft III. Freiburg i. B. 1885.

*Bulletin mensuel de la Société des Sciences, Agriculture et Arts de la Basse-Alsace.* T. XIX. Fasc. Août—Nov. Strassburg 1885.

*Archiv des historischen Vereines von Unterfranken und Aschaffenburg.* Bd. XXVIII. Würzburg 1885.

*Jahresbericht des historischen Vereines von Unterfranken und Aschaffenburg für 1884.* Würzburg 1885.

**Zoologischer Jahresbericht für 1884.* Herausgegeben von der Zoologischen Station zu Neapel. Abth. II. Arthropoda. Abth. III. Mollusca, Brachiopoda. Berlin 1885.

*Astronomische Nachrichten.* Bd. 112. Kiel 1885. 4.

*Elektrotechnische Zeitschrift.* Jahrg. VI. 1885. N. IX. X. XI. XII. Berlin 1885.

*Zeitschrift der Deutschen Morgenländischen Gesellschaft.* Bd. XXXIX. Heft 3. Leipzig 1885.

*Mittheilungen der Deutschen Gesellschaft für Natur- und Völkerkunde Ostasiens.* Heft 33. August 1885. Berlin. 4.

*Publicationen des Astrophysikalischen Observatoriums zu Potsdam.* Bd. IV. Th. I. Potsdam 1885. 4.

*Jahrbuch des K. Sächsischen Meteorologischen Institutes 1884.* Jahrg. II. Leipzig und Chemnitz 1885. 4.

**Die philosophischen Schriften von G. W. Leibniz.* Herausgegeben von C. J. Gerhardt. Bd. VI. Berlin 1885.

*Indogermanische Grammatiken.* Bd. 2 Supplement. (W. Dwight Whitney. *The Roots, Verb-forms, and Primary Derivatives of the Sanskrit-Language.*) Leipzig 1885.

*A. Gellii Noctium Atticarum libri XX ex recensione et cum apparatu critico* M. Hertz. Vol. I. II. Berolini 1883. 1885.

*Arriani Nic. Scripta minora. Rudolfus Hercher iterum recognovit edenda curavit* A. Eberhard. Lipsiae 1885.

KETTELER, E. *Theoretische Optik. Gegründet auf das BESSEL-SELLMEIER'sche Princip.* Braunschweig 1885.

WALDEYER, W. *J. HENLE.* Nachruf. Bonn 1885. Sep. Abdr.

WODICZKA, FRANZ. *Die Sicherheits-Wetterführung.* Leipzig 1885.

*Sitzungsberichte der math. naturwiss. Classe der K. Akademie der Wissenschaften zu Wien.* Jahrg. 1885. N. XVIII—XXII. Wien.

*Mittheilungen der Anthropologischen Gesellschaft in Wien.* Bd. XV. Heft 1. Wien 1885. 4.

*Mittheilungen des historischen Vereines für Steiermark.* Heft XXXIII. Graz 1885.

*Zeitschrift des Ferdinandeums für Tirol und Vorarlberg.* Folge III. Heft 29. Innsbruck 1885.

*Jahrbuch des naturhistorischen Landes-Museums von Kärnten.* Jahrg. XVII. Klagenfurt 1885.

*Bericht über die Wirksamkeit des naturhistorischen Landesmuseums 1884.* Klagenfurt 1885. Sep. Abdr.

SEELAND, F. *Diagramme der magnetischen und meteorologischen Beobachtungen zu Klagenfurt. Witterungsjahr 1884.* Klagenfurt 1885. Fol.

*Lotos. Jahrbuch für Naturwissenschaft.* N. F. Bd. VI. Prag 1885.

*Sprawozdanie Komisyi fizyjograficznéj.* T. XIX. Krakowie 1885.

*Scriptores rerum Polonicarum.* T. VIII. Kraków 1885.

*Acta historica res gestas Poloniae illustrantia.* T. VIII. Krakowie 1885.

*Słownik synonimów polskich.* T. II. Krakowie 1885.

*Rocznik zarządu Akademii umiejętności w Krakowie.* Rok 1884. Kraków 1885.

*Rozprawy i sprawozdania z Posiedzeń wydziału historyczno-filozoficznego Akademii umiej.* T. XVIII. Krakowie 1885.

*Almanach. 1885.* Budapest 1885.

*Jahrbuch.* XVII, 2. Budapest 1884.

*Sitzungsberichte der Akademie.* 1884, 3—7. 1885, 1—2. Budapest 1884. 1885.

*Gedenkreden.* II, 3—10. III, 1. 2. Budapest 1884. 1885.

*Sprachwissenschaftliche Abhandlungen.* XI, 11. 12. XII, 1—5. Budapest 1884.

*Die alten Druckwerke Ungarns.* Bd. II. Budapest 1885.

*Ungarische Sprachdenkmäler.* XI. XII. Budapest 1884.

*Philologische Mittheilungen.* XVIII, 2. 3. XIX, 1. Budapest 1884.

*Die Pfarrbibliothek in Bartfeld.* Budapest 1885.

*Epistolae Sancti Pauli ed. Paal.* Budapest 1883.

*Der älteste ungarische katholische Katechismus.* Budapest.

*Historische Abhandlungen.* XI, 7—10. XII, 1. 2. 4. Budapest 1884.

*Staatswissenschaftliche Abhandlungen.* VII, 8. 9. Budapest 1885.

*Volkswirthschaftliche Abhandlungen.* II, 6. Budapest 1885.

*Bethlen und die Schwedische Diplomatie.* Budapest 1882.

*Aemilius Papinianus ed. Vecsey.* Budapest 1884.

PECH. *Geschichte der Bergwerke in Nieder-Ungarn.* I. Budapest 1884.

*Corpus Statutorum.* I. Budapest 1885.

*Abriss der Geschichte der ungarischen Akademie 1830—1880.* Budapest 1881.

*Codex diplomaticus Andegavensis.* Vol. IV. Budapest 1884.

*Ungarn während der Regierungsperiode JOSEPH II.* Vol. II. Budapest 1884.

*Monumenta Comitiorum Transylvaniae.* Vol. X. Budapest 1884.

*Die praehistorischen Grabstätten in Keszthely.* Budapest 1884. Fol.

*Archaeologischer Anzeiger.* N. F. IV. V, 1. 2. Budapest 1884. 1885.

*Statistisches Jahrbuch.* II. 1884. Budapest.

*Naturwissenschaftliche Abhandlungen.* XIV, 1—8. Budapest 1884.

*Mathematische Abhandlungen.* XI, 1—9. Budapest 1884.

*Naturwissenschaftlicher und mathematischer Anzeiger.* III, 1—5. Budapest.
*Mathematische und naturwissenschaftliche Mittheilungen.* XVIII. XIX. Budapest 1883. 1884.
König. *Theorie der part. Differentialgleichungen.* Budapest 1885.
Kruspér. *Meteorologische Beobachtungen.* Vol. II. Budapest 1885.
*Naturwissenschaftliche Berichte.* Vol. II. Juni 1883—Juni 1884. Budapest 1884.
*Shinnujei Repertorium.* I, 2. Budapest 1885.
*Publicationen der K. Ung. Geologischen Anstalt.* — Böckh, J. *Die K. Ung. Geologische Anstalt und deren Ausstellungs-Objecte.* Budapest 1885. Deutsch-ungar.
*Geologische Mittheilungen.* XV. 6—10. 1885. Budapest 1885.
*Ungarische Revue.* Herausgegeben von Paul Hunfalvy und Gustav Heinrich. 1885. Heft VIII. IX. X. Budapest.
*Viestnik hrvatskoga Arkeologičkoga Družtva.* God. VII. Br. 4. Zagrebu 1885.

*Proceedings of the Royal Society.* Vol. XXXIX. N. 239. London 1885.
*The Quarterly Journal of the Geological Society.* Vol. XLI. P. 4. N. 164. London 1885.
*List of the Geological Society of London.* Nov. 1st. 1885. London.
*Proceedings of the London Mathematical Society.* N. 245—249. London 1885.
*Proceedings of the scientific Meetings of the Zoological Society of London for the year 1885.* Part. III. May and June. London 1885.
*Proceedings of the R. Geographical Society and Monthly Record of Geography.* Vol. VII. N. 10. 11. London 1885.
*Memoirs of the Royal Astronomical Society.* Vol. XLVIII. P. II. 1884. London 1885. 4.
*Monthly Notices of the Royal Astronomical Society.* Vol. XLVI. N. 1. London 1885.
*Journal of the Royal Microscopical Society.* Ser. II. Vol. V. P. 5. 6. London 1885.
*Journal of the Chemical Society.* N. CCLXXV. CCLXXVI. CCLXXVII. London 1885.
*Abstracts of the Proceedings of the Chemical Society.* Session 1885—1886. N. 12. 13. 14. London.
*Proceedings of the Literary and Philosophical Society of Liverpool.* Vol. XXXVIII. 1883—1884. London. Liverpool 1884.
*Proceedings of the Cambridge Philosophical Society.* Vol. V. P. IV. Cambridge 1885.
*Proceedings of the Birmingham Philosophical Society.* Vol. IV. P. II. Session 1884—1885. Birmingham.
*Proceedings of the Royal Physical Society.* Session 1884—1885. Edinburgh 1885.
*Astronomical and magnetical and meteorological Observations made at the Royal Observatory, Greenwich, in the year 1883.* London 1885. 4.
*Catalogue of 4810 stars for the epoch 1850; from Observations made at the Royal Observatory, Cape of Good Hope, during the years 1849 to 1852.* London 1883.
*Report on the scientific results of the Voyage of H. M. S. Challenger, during the years 1873—1876.* Zoology. Vol. XII. XIII. London 1885. 4.
*Archaeological Survey of India.* (Garrick. H. R. W. *Report of a Tour trough Behar, Central India, Peshawar and Yusufzal 1881—1882.*) Vol. XIX. Calcutta 1885.
Ramdassen. *Bharat Rahasya or Essays on the ancient Religion and Warfares of India etc.* Calcutta 1885.
Remfry, H. H. *Patents. India, Cylon etc. Information and forms.* Calcutta 1885.
*Paṇḍit Sudha'kara Dvivedi. A Catalogue of Sanskrit Manuscripts in the North-Western Provinces.* P. VIII. IX. Allahabad 1884. 1885.
*Paṇḍit Devi Pra Sáda. A Catalogue of Sanskrit Manuscripts existing in Oudh for the year 1882.* Fasc XV. 1883. 1884. Allahabad 1883. 1884. 1885.
*Journal of the China Branch of the Royal Asiatic Society.* Vol. XX. N. Ser. N. 3. Shanghai 1885.

*Proceedings of the Canadian Institute, Toronto.* Ser. III. Vol. III. Fasc. 2. Toronto 1885.

*Journal and Proceedings of the Hamilton Association 1882—1883.* Vol. I. P. 1. Hamilton (Canada) 1884.

*The Canadian Record of Science.* Vol. I. N. 4. Montreal 1885.

*Journal and Proceedings of the Royal Society of New South Wales for 1884.* Vol. XVIII. Sydney 1885.

*Transactions and Proceedings of the R. Society of Victoria.* Vol. XXI. Melbourne 1885.

*Geological Survey of Victoria.* — McCoy, F. *Prodromus of the Palaeontology of Victoria.* Dec. III—VII. Melbourne 1876—1882. — von Mueller, F. *Observations on new vegetable Fossils of the Auriferous Drifts etc.* Dec. II. Melbourne 1874. 1883. — Brough Smyth, R. *Report of Progress.* N. II—VI. Melbourne 1874—1880. und 72 Karten in Fol.

*1874. Victoria. Pyrites. Report of the Board.* Melbourne. Fol. N. 96.

*1885. Victoria. Annual Report of the acting Secretary for Mines and Water Supply.* Melbourne. Fol. B. 245—1200.

*1885. Victoria. Diamond Drills in Victoria.* Melbourne. Fol. B. 222—500.

Ulrich, G. H. F. *Notes and Observations on the Nuggetty Reef, Maldon.* Melbourne. s. a.

— — *Observations on the mode of occurrence and the treatment of Auriferous Lead and Silver Ores.* Melbourne 1868.

— — *Contributions to the Mineralogy of Victoria.* Melbourne 1870.

Thureau, G. *Synopsis of a Report of Mining in California and Nevada, U. S. A.* Melbourne 1879.

Brough Smyth, R. *Hints for the guidance of surveyors and others in collecting specimens of Rocks.* Melbourne 1871. 2 Ex.

*1885. Victoria. Report of the Trustees of the Public Library, Museums of Victoria, for 1884.* Melbourne 1885.

Bourke, R. *Map shewing the site of Melbourne and the position of the Huts and Buildings previous to the foundation of the township in 1837.* 1 Bl. Fol.

*Comptes rendus hebdomadaires des Séances de l'Académie des Sciences.* 1885. Sem. II. T. CI. N. 12—24. Paris 1885. 4.

*Bulletin de l'Académie de Médecine.* Sér. II. T. XIV. N. 38—50. Paris 1885.

*Revue scientifique.* Sér. III. Année V. Sem. II. N. 13—25. Paris 1885. 4.

*Polybiblion. — Revue bibliographique universelle.* Part. tech. Sér. II. T. XI. Livr. 10. 11. Part. litt. Sér. II. T. XXII. Livr. 4. 5. Paris 1885.

*Annales des Ponts et Chaussées.* — Mémoires et Documents. Sér. VI. Cah. 8. 9. 10. Paris 1885.

*Annales des Mines.* Sér. VIII. T. VII. Livr. 2. 3 de 1885. Paris 1885.

*Bulletin de la Société de Géographie.* 1885. Trimestre 2. 3. Paris 1885.

*Compte rendu des Séances centrales de la Société de Géographie.* 1885. N. 16. 17. 18. Paris 1885.

*Bulletin de la Société de Géographie commerciale de Bordeaux.* Année VIII. Sér. II. N. 19—23. Bordeaux 1885.

*Travaux et Mémoires du Bureau international des Poids et Mesures.* T. IV. Paris 1885. 4.

Hermite, Ch. *Sur quelques applications des fonctions elliptiques.* Cah. I. Paris 1885.

Faye, M. *Remarques au sujet des récentes expériences de Mr. Hirn sur la vitesse d'écoulement des gaz.* Paris 1885. 4. Extr.

Bladé, J. Fr. *Mémoire sur l'histoire réligieuse de la Novempopulanie romaine.* Bordeaux 1885.

Vivien de Saint-Martin. *Nouveau Dictionnaire de Géographie universelle.* Fasc. 29. Paris 1885. 4.

Hirn, G. A. *Explication d'un Paradoxe d'hydronynamique.* Paris 1881 und 5 Extr.

— — *Recherches expérimentales et analytiques sur les lois de l'écoulement et du choc des gaz en fonction de la température.* Paris 1886. 4. Extr.

— — *L'avenir du Dynamisme dans les sciences physiques.* Paris 1886. 4.

Delisle, L. *Les Collections de Bastard d'Estang à la Bibliothèque Nationale.* Nogent-le-Rotrou 1885.

*Titulo de los Señores de Totonicapari.* Trad. de l'Espagnol par M. de Charencey. Alençon 1885.

Charencey, H. de. *Étymologies Euskariennes.* Paris 1885. Extr.

*Atti della R. Accademia dei Lincei.* Anno CCLXXXII. 1884—1885. Ser. IV. Rendiconti. Vol. I. Fasc. 20—26. Roma 1885.

*Atti della Società Toscana di Science naturali.* Memorie. Vol. VI. Fasc. 2. Processi verbali. Vol. IV. Pisa 1885.

*Memorie di Matematica e di Fisica della Società italiana delle Scienze.* Ser. III. T. V. Appendice. Napoli 1885. 4.

*Commentari dell' Ateneo di Brescia.* Per l'anno 1885. Brescia 1885.

*R. Istituto Lombardo di Scienze e lettere.* — Rendiconti. Ser. II. Vol. XVII. Milano 1884. — Memorie. Classe di lettere. Vol. XV. — VI. della Serie III. Fasc. 2. Milano 1885. 4.

*Bollettino della Società geografica italiana.* Ser. II. Vol. X. Fasc. 10. Roma 1885.

*Bullettino di Archeologia cristiana.* Ser. IV. Anno III. N. II. III. Roma 1884—1885.

Boncompagni, B. *Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze matematiche e fisiche.* T. XVII. Dic. 1884. T. XVIII. Genn. Febbr. 1885. Roma 1884. 1885. 4.

de Zigno, A. *Flora fossilis formationis Oolithicae.* Vol. II. Punt. IV. V. Padova 1873—1885. 4.

Pritelli, N. *Epilogo dell' opera: L'uno per ogni versi, o la lingua universale di Leibnitz.* Lanciano 1885.

Coffa, M. *Poesie scelte.* Noto 1882.

Prota-Giurleo, Prof. Nestore. *Communicazioni fatte all' undecimo Congresso medico di Perugia 1885.* Napoli 1885.

Bertolini, D. 3 Extr.

Amari, M. *La Guerra del Vespro Siciliano.* 9. ediz. Vol. 1. 2. 3. Milano 1886.

*Bulletin de l'Académie Impériale des Sciences de St. Pétersbourg.* T. XXX. N. 2. St. Pétersbourg 1885. 4.

*Mémoires du Comité géologique.* Vol. 1. N. 4. Vol. II. N. 2. Vol. III. N. 1. St. Pétersbourg 1885. 4.

*Nachrichten des geologischen Comités.* Jahrg. 1885. Bd. IV. N. 6. 7. St. Petersburg 1885. (russ.)

*Universitäts-Nachrichten.* Vol. XXV. N. 7. 8. 9. Kiew 1885. (russ.)

*Denkschriften der neurussischen Gesellschaft der Naturforscher.* T. IX. Heft 1. 2 und Atlas (zu Heft 2). Odessa 1885. (russ.)

von Lindemann, E. *Flora chersonensis.* Vol. I. Odessa 1881.

Bredichin, Th. *Sur les oscillations des jets d'émission dans les Comètes.* Moscou 1885. Extr.

— — *Révision des valeurs numériques de la force répulsive.* Moscou 1885.

Mielberg, J. *Beobachtungen der Temperatur des Erdbodens im Tifliser Physikalischen Observatorium im Jahre 1882.*

— — desgl. im Jahre 1883. Tiflis 1885.

SCHWARZ, H. A. *Über ein die Flächen kleinsten Flächeninhalts betreffendes Problem der Variationsrechnung.* Helsingfors 1885. 4. 2 Ex.

*Öfversigt af Kongl. Vetenskaps Akademiens Förhandlingar.* Årg. 42. N. 2—5. Stockholm 1885.
*K. Vitterhets Historie och Antiquitets Akademiéns Handlingar.* D. 30. Stockholm 1885.
*Antiquarisk Tidskrift för Sverige.* Del. VI. Häft 4. Stockholm 1885.
*Upsala Universitets Arsskrift.* 1884. Teologi. Upsala 1884.
*Rapport au Comité météorologique international par* HILDEBRANDSSON. Upsala 1885.
*Sveriges Geologiska Undersökning.* Ser. C. Afhandlingar och uppsatser. N. 69—75. Stockholm 1885. 4. und 8. Ser. Aa. Kartblad i skalan 1 : 50000 med beskrifningar. N. 87. 95 nebst 7 Bll. in Fol. Stockholm 1885.
*Acta mathematica.* Herausgegeben von G. MITTAG-LEFFLER. 7 : 1. 2. Stockholm 1885. 4.
*Den Norske Nordhavs-Expedition 1876—1878.* XIV. Zoologi. Crustacea. I.[A] I.[B] ved G. O. SARS. Christiania 1885. 4.

*Verhandelingen rakende den Natuurlijken en Geopenbaarden Godsdienst uitgegeven door Teylers Godgeleerd Genootschap.* N. Ser. Deel XI. St. 2. Haarlem 1885.
*Archives du Musée Teyler.* Ser. II. Vol. II. P. II. Haarlem 1885.
*Archives Néerlandaises des Sciences exactes et naturelles.* T. XX. Livr. 3. Haarlem 1885.
*Annales du Jardin de Buitenzorg.* Publ. par M. TREUB. Vol. II. P. II. Vol. V. P. I. Leide 1885.
*Bijdragen tot de Taal- Land- en Volkenkunde van Nederlandsch-Indië.* Volg. IV. Deel X. St. 4. 'sGravenhage 1885.
VAN DE SANDE BAKHUYZEN, H. G. *Untersuchungen über die Rotationszeit des Planeten Mars und über Änderungen seiner Flecke.* Haarlem 1885. 4. Sep. Abdr.
ROELANTS, J. J. *Beschouwing over de Veranderlijkheid van den Waterspiegel.* 'sGravenhage 1883. 4. Sep. Abdr.
SCHLEGEL, G. *Les Kongsi chinoises à Bornéo.* 'sGravenhage 1885. Extr.
*Natuurkundig Tijdschrift voor Nederlandsch-Indië.* Deel XLIV. Ser. VIII. D. V. Batavia 1885.
*Boekwerken ter Tafel gebracht in de Vergaderingen van de Directie der Koninklijke Natuurkundige Vereeniging gedurende het Jaar 1884 Juli—Dec.*
*Catalogus der Bibliothek van de K. Natuurkundige Vereeniging in Nederlandsch Indië.* Batavia 1884.
*Observations made at the magnetical and meteorological Observatory at Batavia.* Vol. VI. P. I. II. Batavia 1885. 4.

*Bulletin de l'Académie Royale des Sciences de Belgique.* Année 54. Sér. III. T. X. N. 8. 9. 10. Bruxelles 1885.
*Annales de la Société Royale malacologique de Belgique.* T. XV. Fasc. 1. T. XIX. Année 1880. 1884. Procès-verbaux des Séances. T. XIV. Année 1885. Bruxelles.
*Liste chronologique des Édits et Ordonnances des Pays-Bas. — Règne de Charles-Quint. (1506—1555.)* Bruxelles 1885.
VAN SEVEREN, L. G. *Coutumes des Pays et Comté de Flandre. — Coutume du Bourg de Bruges.* T. III. Bruxelles 1885. 4.
*Natura. Maandschrift voor Natuurwetenschappen.* Jaarg. III. 1885. Afl. 8—10. Dec. Gent.
PREUDHOMME DE BORRE, A. *Analyse de deux travaux récents de MM. SCUDDER et CH. BRONGNIART sur les Articulés fossiles.* Bruxelles 1885. Extr.

Hirn, M. *Recherches expérimentales et analytiques sur les lois de l'écoulement et du choc des gaz.* Bruxelles 1885. Extr.

Wasseige, A. *Accouchement prématuré artificiel.* Liége 1885. Extr.

— — *Grossesse extra-utérine abdominale.* Bruxelles 1885. Extr.

Charencey, H. de. *De la conjugaison dans les langues de la famille Maya-Quiché.* Louvain 1885. Extr.

*Verhandlungen der Naturforschenden Gesellschaft in Basel.* Th. VII. Heft 3. Basel 1885.

*Beiträge zu einer geologischen Karte der Schweiz:* Lief. XVIII. Text und Karten und Bl. XIV zu Lief. XXV. Bern 1885. 2 Bde 4. und Fol.

Payot, V. *Description pétrographique des roches des terrains cristallins du Massif de la chaine du Mont-Blanc.* Genève 1885.

Gautier et Kammermann. *Résumé météorologique de l'année 1884 pour Genève et le Grand Saint-Bernard.* Genève 1885. Sep. Abdr.

*Boletin de la Real Academia de la Historia.* T. VII. Cuad. IV. Oct. V. Nov. 1885. Madrid 1885.

*Αστὴρ τοῦ πόντου.* Jahr 1. Heft 38. Trapezunt 1885.

von Hurmuzaki, L. *Fragmente zur Geschichte der Rumänen.* Bd. IV. Bucuresci 1885.

— — *Documente previtóre la Istoria Romănilor.* Vol. V. P. I. 1650—1699. Bucuresci. 1885. 4.

Bârseanu, A. *Doine si strigături din Ardeal.* Bucuresci 1885.

Sbiera, G. *Codicele Voronetean cu un Vocabulariu Studiŭ asupra lui.* Cernaut 1885.

*Proceedings of the Academy of Natural Sciences in Philadelphia.* P. II. April—July 1885. Philadelphia 1885.

*Smithsonian Contributions to knowledge.* Vol. XXIV. XXV. Washington 1885. 4.

*The American Journal of Science.* N. 178. 179. 180. Vol. XXX. New Haven 1885.

*The Journal of the Cincinnati Society of Natural History.* Vol. VIII. N. 3. Cincinnati 1885.

*Memoirs of the Museum of Comparative Zoölogy at Harvard College.* Vol. X. N. 4. XIV. N. I. P. I. Cambridge 1885. 4.

*Bulletin of the Museum of Comparative Zoölogy at Harvard College.* Vol. XII. N. 3. Cambridge 1885.

*Twenty-fifth Annual Report of the Curator of the Museum of Comparative Zoölogy at Harvard College for 1884—1885.* Cambridge 1885.

*Johns Hopkins University studies in historical and political Science.* Ser. III. N. XI. XII. Baltimore 1885.

*Johns Hopkins University Circulars.* Vol. IV. N. 42. 43. Baltimore 1885. 4.

*Johns Hopkins University, Baltimore.* Vol. III. N. 4. Baltimore 1885.

*The American Journal of Philology.* Vol. VI. 3. Baltimore 1885.

*American Chemical Journal.* Vol. VII. N. 3. 4. Baltimore 1885.

*American Journal of Mathematics.* Vol. VIII. N. 1. Baltimore 1885. 4.

*Department of the Interior. — Monographs of the U. S. Geological Survey.* Vol. VI. VII. VIII. Washington 1883. 1884. 4.

*Second Geological Survey of Pennsylvania. — Report and progress.* 35 Volls. und 5 Voll. Atlas. Harrisburg 1875—1885.

*Report of the Commissioner of Agriculture for the year 1884.* Washington 1884.

*Memoirs of the American Academy of Arts and Sciences.* Centennial Volume. Vol. XI. P. II. N. 1. (Agassiz, A. *The Tortugas and Florida reefs.*) Cambridge, Mass. 1885. 4.

*Proceedings of the American Academy of Arts and Sciences.* N. Ser. Vol. XII. Boston 1885.

*Bulletin of the Minnesota Academy of Natural Sciences.* 1880—1882. Minneapolis, Minn. 1885.

*University of Cincinnati. — Publications of the Cincinnati Observatory. Observations of the Comets of 1883.* Cincinnati 1885.

Schraffranek. *The Flora of Palatka and Vicinity.* Palatka 1885. Fol.

Agassiz, A. *Embryology of the Ctenophorae.* Sep. Abdr. Cambridge, Mass. 1874. 4.

Phillips, H. *Volk-Songs.* Philadelphia 1885.

*Adresses at the complimentary dinner to Dr. Benjamin Apthorp Gould.* Lynn, Mass. 1885.

Pickering, W. H. *Colored media for the Photographic Dark Room.* 1885. Extr.

— — *Contributions from the physical Department of the Massachusetts Institute of Technology.* Cambridge 1884. Extr.

— — *Methods of determining the speed of Photographic Exposers.* Cambridge 1885. Extr.

Lewis, C. *A great trap dyke across Southeastern Pennsylvania.* 1885. Sep. Abdr.

Anguiano, A. *Anuario del Observatorio astronómico Nacional de Tacubaya para el año de 1886.* Año VI. Mexico 1885.

*La Naturaleza.* T. VII. Entr. 5—8. Mexico 1885. 4.

*Anales del Museo Nacional de Mexico.* T. III. Entr. 7. Mexico 1885. 4.

---

# NAMENREGISTER.

---

# SACHREGISTER.

---

---

Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei.

# VERZEICHNISS

DER

# MITGLIEDER DER AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

AM 1. JANUAR 1885.

---

## I. BESTÄNDIGE SECRETARE.

Hr. *du Bois-Reymond*, Secr. der phys.-math. Classe.
- *Curtius*, Secr. der phil.-hist. Classe.
- *Mommsen*, Secr. der phil.-hist. Classe.
- *Auwers*, Secr. der phys.-math. Classe.

---

## II. ORDENTLICHE MITGLIEDER

| der physikalisch-mathematischen Classe. | der philosophisch-historischen Classe. | Datum der Königlichen Bestätigung. | |
|---|---|---|---|
| | Hr. *Leopold v. Ranke* . . . | 1832 | Febr. 13. |
| | - *Wilhelm Schott* . . . . | 1841 | März 9. |
| Hr. *Emil du Bois-Reymond* . . . . . . . . . . . . | | 1851 | März 5. |
| | - *Heinrich Kiepert* . . . | 1853 | Juli 25. |
| - *Heinrich Ernst Beyrich* . . . . . . . . . . . | | 1853 | Aug. 15. |
| - *Julius Wilhelm Ewald* . . . . . . . . . . . . | | 1853 | Aug. 15. |
| - *Karl Friedr. Rammelsberg* . . . . . . . . . . | | 1855 | Aug. 15. |
| - *Ernst Eduard Kummer* . . . . . . . . . . . | | 1855 | Dec. 10. |
| - *Karl Weierstraſs* . . . . . . . . . . . . . . . | | 1856 | Nov. 19. |
| | - *Albrecht Weber* . . . . | 1857 | Aug. 24. |
| | - *Theodor Mommsen* . . | 1858 | April 27. |
| | - *Adolf Kirchhoff* . . . | 1860 | März 7. |
| - *Leopold Kronecker* . . . . . . . . . . . . . . | | 1861 | Jan. 23. |
| | - *Ernst Curtius* . . . . | 1862 | März 3. |
| - *August Wilhelm Hofmann* . . . . . . . . . . | | 1865 | Mai 27. |
| - *Arthur Auwers* . . . . . . . . . . . . . . . | | 1866 | Aug. 18. |
| - *Justus Roth* . . . . . . . . . . . . . . . . . | | 1867 | April 22. |
| | - *Hermann Bonitz* . . . | 1867 | Dec. 27. |

Ordentliche Mitglieder

| der physikalisch-mathematischen Classe | der philosophisch-historischen Classe | Datum der Königlichen Bestätigung | |
|---|---|---|---|
| Hr. *Nathanael Pringsheim* | | 1868 | Aug. 17. |
| - *Gustav Robert Kirchhoff* | | 1870 | März 19. |
| - *Hermann von Helmholtz* | | 1870 | Juni 1. |
| | - *Eduard Zeller* | 1872 | Dec. 9. |
| | - *Max Duncker* | 1873 | Mai 14. |
| - *Werner Siemens* | | 1873 | Dec. 22. |
| - *Rudolph Virchow* | | 1873 | Dec. 22. |
| | - *Johannes Vahlen* | 1874 | Dec. 16. |
| | - *Georg Waitz* | 1875 | April 3. |
| - *Martin Websky* | | 1875 | Mai 24. |
| | - *Eberhard Schrader* | 1875 | Juni 14. |
| | - *Heinrich von Sybel* | 1875 | Dec. 20. |
| | - *August Dillmann* | 1877 | März 28. |
| | - *Alexander Conze* | 1877 | April 23. |
| - *Simon Schwendener* | | 1879 | Juli 13. |
| - *Hermann Munk* | | 1880 | März 10. |
| - *August Wilhelm Eichler* | | 1880 | März 10. |
| | - *Adolf Tobler* | 1881 | Aug. 15. |
| | - *Wilhelm Wattenbach* | 1881 | Aug. 15. |
| | - *Hermann Diels* | 1881 | Aug. 15. |
| - *Hans Landolt* | | 1881 | Aug. 15. |
| - *Wilhelm Waldeyer* | | 1884 | Febr. 18. |
| | - *Wilhelm Scherer* | 1884 | April 9. |
| | - *Alfred Pernice* | 1884 | April 9. |
| | - *Heinrich Brunner* | 1884 | April 9. |
| | - *Johannes Schmidt* | 1884 | April 9. |
| - *Lazarus Fuchs* | | 1884 | April 9. |
| - *Franz Eilhard Schulze* | | 1884 | Juni 21. |

(Die Adressen der Mitglieder s. S. IX.)

## III. AUSWÄRTIGE MITGLIEDER

| der physikalisch-mathematischen Classe | der philosophisch-historischen Classe | Datum der Königlichen Bestätigung | |
|---|---|---|---|
| | Sir *Henry Rawlinson* in London | 1850 | Mai 18. |
| Hr. *Franz Neumann* in Königsberg | | 1858 | Aug. 18. |
| - *Robert Wilhelm Bunsen* in Heidelberg | | 1862 | März 3. |
| | Hr. *Franz* Ritter *v. Miklosich* in Wien | 1862 | März 24. |
| - *Wilhelm Weber* in Göttingen | | 1863 | Juli 11. |
| | - *Lebrecht Fleischer* in Leipzig | 1874 | April 20. |
| - *Hermann Kopp* in Heidelberg | | 1874 | Mai 13. |
| | - *Giovanni Battista de Rossi* in Rom | 1875 | Juli 9. |
| | - *August Friedrich Pott* in Halle a. S. | 1877 | Aug. 17. |
| - *Richard Owen* in London | | 1878 | Dec. 2. |
| Sir *George Biddell Airy* in Greenwich | | 1879 | Febr. 8. |
| Hr. *Charles Hermite* in Paris | | 1884 | Jan. 2. |

## IV. EHREN-MITGLIEDER.

| | Datum der Königlichen Bestätigung. | |
|---|---|---|
| Hr. *Peter von Tschichatschef* in Florenz . . . . . . . | 1853 | Aug. 22. |
| - Graf *Helmuth von Moltke* in Berlin . . . . . . . | 1860 | Juni 2. |
| Don *Baldassare Boncompagni* in Rom . . . . . . . . | 1862 | Juli 21. |
| Hr. *Johann Jakob Baeyer* in Berlin . . . . . . . . | 1865 | Mai 27. |
| - *Georg Hanssen* in Göttingen . . . . . . . . . | 1869 | April 1. |
| - *Carl Johann Malmsten* in Upsala . . . . . . . . | 1880 | Dec. 15. |
| S. M. Dom *Pedro,* Kaiser von Brasilien . . . . . . . | 1882 | Oct. 18. |
| Earl *of Crawford and Balcarres* in Dunecht, Aberdeen . | 1883 | Juli 30. |

# V. CORRESPONDIRENDE MITGLIEDER.

## Physikalisch-mathematische Classe.

| | Datum der Wahl. | |
|---|---|---|
| Hr. *Hermann Abich* in Wien | 1858 | Oct. 14. |
| - *Adolf Baeyer* in München | 1884 | Jan. 17. |
| - *Anton de Bary* in Strassburg | 1878 | Dec. 12. |
| - *Eugenio Beltrami* in Pavia | 1881 | Jan. 6. |
| - *P. J. van Beneden* in Löwen | 1855 | Juli 26. |
| - *Enrico Betti* in Pisa | 1881 | Jan. 6. |
| - *Jean-Baptiste Boussingault* in Paris | 1856 | April 24. |
| - *Francesco Brioschi* in Mailand | 1881 | Jan. 6. |
| - *Ole Jacob Broch* in Christiania | 1876 | Febr. 3. |
| - *Ernst von Brücke* in Wien | 1854 | April 27. |
| - *Hermann Burmeister* in Buenos Ayres | 1874 | April 16. |
| - *Auguste Cahours* in Paris | 1867 | Dec. 19. |
| - *Alphonse de Candolle* in Genf | 1874 | April 16. |
| - *Arthur Cayley* in Cambridge | 1866 | Juli 26. |
| - *Michel-Eugène Chevreul* in Paris | 1834 | Juni 5. |
| - *Elvin Bruno Christoffel* in Strassburg | 1868 | April 2. |
| - *Rudolph Clausius* in Bonn | 1876 | März 30. |
| - *James Dana* in New Haven | 1855 | Juli 26. |
| - *Ernst Heinrich Karl von Dechen* in Bonn | 1842 | Febr. 3. |
| - *Richard Dedekind* in Braunschweig | 1880 | März 11. |
| - *Franz Cornelius Donders* in Utrecht | 1873 | April 3. |
| - *Henri Milne Edwards* in Paris | 1847 | April 15. |
| - *Gustav Theodor Fechner* in Leipzig | 1841 | März 25. |
| - *Louis-Hippolyte Fizeau* in Paris | 1863 | Aug. 6. |
| - *Edward Frankland* in London | 1875 | Nov. 18. |
| - *Carl Gegenbaur* in Heidelberg | 1884 | Jan. 17. |
| - *Benjamin Apthorp Gould* in Cordoba, R. A. | 1883 | Juni 7. |
| - *Asa Gray* in Cambridge, N. America | 1855 | Juli 26. |
| - *Franz von Hauer* in Wien | 1881 | März 3. |
| - *Rudolf Heidenhain* in Breslau | 1884 | Jan. 17. |
| - *Friedrich Gustav Jacob Henle* in Göttingen | 1873 | April 3. |
| Sir *Joseph Dalton Hooker* in Kew | 1854 | Juni 1. |
| Hr. *Thomas Huxley* in London | 1865 | Aug. 3. |
| - *Joseph Hyrtl* in Wien | 1857 | Jan. 15. |
| - *August Kekulé* in Bonn | 1875 | Nov. 18. |
| - *Theodor Kjerulf* in Christiania | 1881 | März 3. |
| - *Albert von Kölliker* in Würzburg | 1873 | April 3. |
| - *August Kundt* in Strassburg | 1879 | März 13. |

Physikalisch-mathematische Classe.

| | | Datum der Wahl | |
|---|---|---|---|
| Hr. | *Rudolph Lipschitz* in Bonn | 1872 | April 18. |
| - | *Sven Ludvig Lovén* in Stockholm | 1875 | Juli 8. |
| - | *Karl Ludwig* in Leipzig | 1864 | Oct. 27. |
| - | *Charles Marignac* in Genf | 1865 | März 30. |
| - | *Gerardus Johannes Mulder* in Bennekom bei Wageningen | 1845 | Jan. 23. |
| - | *Karl Nägeli* in München | 1874 | April 16. |
| - | *Simon Newcomb* in Washington | 1883 | Juni 7. |
| - | *Eduard Pflüger* in Bonn | 1873 | April 3. |
| - | *Friedrich August von Quenstedt* in Tübingen | 1868 | April 2. |
| - | *Georg Quincke* in Heidelberg | 1879 | März 13. |
| - | *Gerhard vom Rath* in Bonn | 1871 | Juli 13. |
| - | *Ferdinand von Richthofen* in Leipzig | 1881 | März 3. |
| - | *Ferdinand Römer* in Breslau | 1869 | Juni 3. |
| - | *Georg Rosenhain* in Königsberg | 1859 | Aug. 11. |
| - | *George Salmon* in Dublin | 1873 | Juni 12. |
| - | *Arcangelo Scacchi* in Neapel | 1872 | April 18. |
| - | *Ernst Christian Julius Schering* in Göttingen | 1875 | Juli 8. |
| - | *Giovanni Virginio Schiaparelli* in Mailand | 1879 | Oct. 23. |
| - | *Ludwig Schläfli* in Bern | 1873 | Juni 12. |
| - | *Heinrich Schröter* in Breslau | 1881 | Jan. 6. |
| - | *Philipp Ludwig Seidel* in München | 1863 | Juli 16. |
| - | *Karl Theodor Ernst von Siebold* in München | 1841 | März 15. |
| - | *Japetus Steenstrup* in Kopenhagen | 1859 | Juli 11. |
| - | *George Gabriel Stokes* in Cambridge | 1859 | April 7. |
| - | *Otto Struve* in Pulkowa | 1868 | April 2. |
| - | *Bernhard Studer* in Bern | 1845 | Jan. 13. |
| - | *James Joseph Sylvester* in London | 1866 | Juli 26. |
| Sir | *William Thomson* in Glasgow | 1871 | Juli 13. |
| Hr. | *August Töpler* in Dresden | 1879 | März 13. |
| - | *Pafnutij Tschebyschew* in St. Petersburg | 1871 | Juli 13. |
| - | *Gustav Tschermak* in Wien | 1881 | März 3. |
| - | *Louis-René Tulasne* in Paris | 1869 | April 29. |
| - | *Gustav Wiedemann* in Leipzig | 1879 | März 13. |
| - | *Heinrich Wild* in St. Petersburg | 1881 | Jan. 6. |
| - | *Alexander William Williamson* in London | 1875 | Nov. 18. |
| - | *August Winnecke* in Strassburg | 1879 | Oct. 23. |

## Philosophisch-historische Classe.

| | | Datum der Wahl. | |
|---|---|---|---|
| Hr. | *Theodor Aufrecht* in Bonn | 1864 | Febr. 11. |
| - | *George Bancroft* in Washington | 1845 | Febr. 27. |
| - | *Samuel Birch* in London | 1851 | April 10. |
| - | *Otto Boehtlingk* in Jena | 1855 | Mai 10. |
| - | *Heinrich Brugsch* in Charlottenburg | 1873 | Febr. 13. |
| - | *Heinrich Brunn* in München | 1866 | Juli 26. |
| - | *Franz Bücheler* in Bonn | 1882 | Juni 15. |
| - | *Georg Bühler* in Wien | 1878 | April 11. |
| - | *Giuseppe Canale* in Genua | 1862 | März 13. |
| - | *Antonio Maria Ceriani* in Mailand | 1869 | Nov. 4. |
| - | *Alexander Cunningham* in London | 1875 | Juni 17. |
| - | *Georg Curtius* in Leipzig | 1869 | Nov. 4. |
| - | *Léopold Delisle* in Paris | 1867 | April 11. |
| - | *Wilhelm Dittenberger* in Halle | 1882 | Juni 15. |
| - | *Ernst Dümmler* in Halle | 1882 | März 30. |
| - | *Émile Egger* in Paris | 1867 | April 11. |
| - | *Petros Eustratiades* in Athen | 1870 | Nov. 3. |
| - | *Giuseppe Fiorelli* in Rom | 1865 | Jan. 12. |
| - | *Paul Foucard* in Athen | 1884 | Juli 24. |
| - | *Karl Immanuel Gerhardt* in Eisleben | 1861 | Jan. 31. |
| - | *Wilhelm von Giesebrecht* in München | 1859 | Juni 30. |
| - | *Konrad Gislason* in Kopenhagen | 1854 | März 2. |
| - | *Aureliano Fernandez Guerra y Orbe* in Madrid | 1861 | Mai 30. |
| - | *Graf Giambattista Carlo Giuliari* in Verona | 1867 | April 11. |
| - | *Friedrich Wilhelm Karl Hegel* in Erlangen | 1876 | April 6. |
| - | *Emil Heitz* in Strassburg | 1871 | Juli 20. |
| - | *Wilhelm Henzen* in Rom | 1853 | Juni 16. |
| - | *Broer Emil Hildebrand* in Stockholm | 1845 | Febr. 27. |
| - | *Paul Hunfalvy* in Pesth | 1873 | Febr. 13. |
| - | *Friedrich Imhoof-Blumer* in Winterthur | 1879 | Juni 19. |
| - | *Vatroslav Jagić* in St. Petersburg | 1880 | Dec. 16. |
| - | *Willem Jonckbloet* in Wiesbaden | 1864 | Febr. 11. |
| - | *Heinrich Keil* in Halle | 1882 | Juni 15. |
| - | *Franz Kielhorn* in Göttingen | 1880 | Dec. 16. |
| - | *Ulrich Koehler* in Athen | 1870 | Nov. 3. |
| - | *Sigismund Wilhelm Koelle* in London | 1855 | Mai 10. |
| - | *Stephanos Kumanudes* in Athen | 1870 | Nov. 3. |
| - | *Konrad Leemans* in Leiden | 1844 | Mai 9. |
| - | *Giacomo Lumbroso* in Pisa | 1874 | Nov. 3. |
| - | *Johann Nicolas Madvig* in Kopenhagen | 1836 | Juni 23. |
| - | *Giulio Minervini* in Neapel | 1852 | Juni 17. |
| - | *Ludwig Müller* in Kopenhagen | 1866 | Juli 26. |
| - | *Max Müller* in Oxford | 1865 | Jan. 12. |

Philosophisch-historische Classe.

| | | Datum der Wahl | |
|---|---|---|---|
| Hr. | *August Nauck* in St. Petersburg | 1861 | Mai 30. |
| - | *Charles Newton* in London | 1861 | Jan. 31. |
| - | *Theodor Nöldeke* in Strassburg | 1878 | Febr. 14. |
| - | *Julius Oppert* in Paris | 1862 | März 13. |
| - | *Gaston Paris* in Paris | 1882 | April 20. |
| - | *George Perrot* in Paris | 1884 | Juli 24. |
| - | *Karl von Prantl* in München | 1874 | Febr. 12. |
| - | *Rizo Rangabé* in Berlin | 1851 | April 10. |
| - | *Félix Ravaisson* in Paris | 1847 | Juni 10. |
| - | *Ernest Renan* in Paris | 1859 | Juni 30. |
| - | *Léon Renier* in Paris | 1859 | Juni 30. |
| - | *Alfred von Reumont* in Burtscheid bei Aachen | 1854 | Juni 15. |
| - | *Georg Rosen* in Detmold | 1858 | März 25. |
| - | *Rudolph Roth* in Tübingen | 1861 | Jan. 31. |
| - | *Eugène de Rozière* in Paris | 1864 | Febr. 11. |
| - | *Hermann Sauppe* in Göttingen | 1861 | Jan. 31. |
| - | *Theodor Sickel* in Wien | 1876 | April 6. |
| - | *Friedrich Spiegel* in Erlangen | 1862 | März 13. |
| - | *Aloys Sprenger* in Heidelberg | 1858 | März 25. |
| - | *Adolf Friedrich Stenzler* in Breslau | 1866 | Febr. 15. |
| - | *Ludolf Stephani* in St. Petersburg | 1875 | Juni 17. |
| - | *William Stubbs* in Chester | 1882 | März 30. |
| - | *Théodore Hersant de la Villemarqué* in Quimperlé | 1851 | April 10. |
| - | *Louis Vivien de Saint-Martin* in Paris | 1867 | April 11. |
| - | *Matthias de Vries* in Leiden | 1861 | Jan. 31. |
| - | *William Waddington* in Paris | 1866 | Febr. 15. |
| - | *Natalis de Wailly* in Paris | 1858 | März 25. |
| - | *Friedrich Wieseler* in Göttingen | 1879 | Febr. 27. |
| - | *William Dwight Whitney* in New Haven | 1873 | Febr. 13. |
| - | *Jean-Joseph-Marie-Antoine de Witte* in Paris | 1845 | Febr. 27. |
| - | *William Wright* in Cambridge | 1868 | Nov. 5. |
| - | *Ferdinand Wüstenfeld* in Göttingen | 1879 | Febr. 27. |
| - | *K. E. Zachariae von Lingenthal* in Grosskmehlen | 1866 | Juli 26. |

